

5. fejezet 3. lecke

Pénzáramok jelenértéke

1. dia

Pénzáramok jelen- és jövőértéke

A forint most, vagy
B forint n év múlva?


→

A forint most, vagy
B forint n_1 év múlva, C forint n_2 év múlva stb...?

Az örökjáradék

(konstans) örökjáradék: mostantól az idők végtelenségéig évente azonos C összegű jövedelmet eredményez.

$$PV = C + \frac{C}{(1+r)} + \frac{C}{(1+r)^2} + \dots + \frac{C}{(1+r)^\infty} = \frac{C}{r}$$



Forrás: jnsz.hu

A jelen és jövőérték-számítást nem csak mostani A vagy majdani B egyszeri összegekre, hanem bonyolultabb pénzáramokra is tudjuk használni. Nézzük is meg példaként a legegyszerűbb pénzáramot, az örökjáradékot! Az örökjáradék egy olyan pénzáramlás, ami mostantól az idők végezetéig minden évben egy meghatározott konstans összeget fizet. Vajon mekkora ennek a pénzáramnak a jelenértéke? Elsőre azt gondolhatnánk, hogy végtelen. Aztán eszünkbe jut a diszkontálás, és az, hogy valószínűleg nekem személy szerint a 200000 év múlva megkapható akármilyen nagy C nagyságú jövedelem jelenértéke szinte elenyészően kicsiny. Akkor a későbbi éveké meg nyilván még inkább. Pedig hát az örökjáradék jelenértéke mindezeknek a jelenértékeknek az összege: a mostani C jelenértéke, meg az egy év múlva megkapható C jelenértéke, meg a kettő év múlva megkapható C jelenértéke és így tovább a végtelenig. Ez egy végtelen mértani sor, aminek a sorösszege egy borzasztó egyszerű összefüggés: $\frac{C}{r}$. Hogy hogyan jutunk el ehhez a képlethez, azzal most inkább nem fárasztanám, biztos vagyok benne, hogy nem attól tud jobban vagy kevésbé közgazdászként gondolkodni, hogy le tud-e vezetni egy ilyen képletet. A végeredményt megjegyezni viszont könnyű, és még könnyebb lesz, ha kötjük valami valós dologhoz. De hát hol találunk olyan pénzáramot, ami a végtelenségig tart? Leginkább a föld bérleti díjat szokták ilyennek venni. Gondoljon csak bele, ha van egy termőföldje, amit bérbe ad, és minden évben (akár az idők végezetéig?) kap belőle C jövedelmet, sőt akár az unokái is, legalább mennyiért lenne hajlandó eladni? Hát annyért, hogy ha beteszi az egy összegben megkapott pénzt a bankba, akkor kockázat nélkül ugyanazt a hozamot biztosítsa Önnek, vagyis ami évente r százalékos kamatláb mellett pont C összegű kamatozik. Ez pedig a fent említett C/r . Beteszi a bankba, következő évre kamatozik C

összeget, de ezt nem hagyja bent, hanem fölhasználja ugyanúgy, mint a földbérleti díjat korábban. Maradt a bankban továbbra is ugyanaz a C/r összeg. Ez jövőre megint, aztán megint aztán megint ugyanannyi kamatjövedelmet biztosít Önnek az idők végezetéig. Jó, hát tudjuk, hogy a nap is kihúny majd úgy 10 milliárd év múlva, de hát sötétben is lehet kamatot fizetni.

2. dia

A véges járadék (annuitás)

Annuitás: mostantól $n < \infty$ éven keresztül biztosít éves azonos C összegű jövedelmet.

Évek száma	Éves kamatláb															
	16%	17%	18%	19%	20%	21%	22%	23%	24%	25%	26%	27%	28%	29%	30%	
1	0,862	0,833	0,807	0,783	0,760	0,738	0,716	0,695	0,674	0,653	0,633	0,613	0,593	0,573	0,553	
2	1,605	1,585	1,566	1,547	1,528	1,509	1,491	1,474	1,457	1,440	1,424	1,407	1,392	1,376	1,361	
3	2,246	2,230	2,214	2,198	2,182	2,167	2,152	2,137	2,122	2,107	2,092	2,077	2,062	2,047	2,032	
4	2,798	2,785	2,772	2,759	2,746	2,733	2,720	2,707	2,694	2,681	2,668	2,655	2,642	2,629	2,616	
5	3,274	3,263	3,252	3,241	3,230	3,219	3,208	3,197	3,186	3,175	3,164	3,153	3,142	3,131	3,120	
6	3,689	3,680	3,671	3,662	3,653	3,644	3,635	3,626	3,617	3,608	3,599	3,590	3,581	3,572	3,563	
7	4,058	4,051	4,044	4,037	4,030	4,023	4,016	4,009	4,002	3,995	3,988	3,981	3,974	3,967	3,960	
8	4,384	4,378	4,372	4,366	4,360	4,354	4,348	4,342	4,336	4,330	4,324	4,318	4,312	4,306	4,300	
9	4,679	4,674	4,669	4,664	4,659	4,654	4,649	4,644	4,639	4,634	4,629	4,624	4,619	4,614	4,609	
10	4,947	4,943	4,939	4,935	4,931	4,927	4,923	4,919	4,915	4,911	4,907	4,903	4,899	4,895	4,891	
11	5,191	5,188	5,185	5,182	5,179	5,176	5,173	5,170	5,167	5,164	5,161	5,158	5,155	5,152	5,149	
12	5,414	5,412	5,410	5,408	5,406	5,404	5,402	5,400	5,398	5,396	5,394	5,392	5,390	5,388	5,386	
13	5,619	5,618	5,617	5,616	5,615	5,614	5,613	5,612	5,611	5,610	5,609	5,608	5,607	5,606	5,605	
14	5,808	5,808	5,808	5,808	5,808	5,808	5,808	5,808	5,808	5,808	5,808	5,808	5,808	5,808	5,808	
15	5,975	5,975	5,975	5,975	5,975	5,975	5,975	5,975	5,975	5,975	5,975	5,975	5,975	5,975	5,975	
16	6,123	6,123	6,123	6,123	6,123	6,123	6,123	6,123	6,123	6,123	6,123	6,123	6,123	6,123	6,123	
17	6,255	6,255	6,255	6,255	6,255	6,255	6,255	6,255	6,255	6,255	6,255	6,255	6,255	6,255	6,255	
18	6,373	6,373	6,373	6,373	6,373	6,373	6,373	6,373	6,373	6,373	6,373	6,373	6,373	6,373	6,373	
19	6,479	6,479	6,479	6,479	6,479	6,479	6,479	6,479	6,479	6,479	6,479	6,479	6,479	6,479	6,479	
20	6,575	6,575	6,575	6,575	6,575	6,575	6,575	6,575	6,575	6,575	6,575	6,575	6,575	6,575	6,575	
21	6,663	6,663	6,663	6,663	6,663	6,663	6,663	6,663	6,663	6,663	6,663	6,663	6,663	6,663	6,663	
22	6,744	6,744	6,744	6,744	6,744	6,744	6,744	6,744	6,744	6,744	6,744	6,744	6,744	6,744	6,744	
23	6,819	6,819	6,819	6,819	6,819	6,819	6,819	6,819	6,819	6,819	6,819	6,819	6,819	6,819	6,819	
24	6,888	6,888	6,888	6,888	6,888	6,888	6,888	6,888	6,888	6,888	6,888	6,888	6,888	6,888	6,888	
25	6,953	6,953	6,953	6,953	6,953	6,953	6,953	6,953	6,953	6,953	6,953	6,953	6,953	6,953	6,953	

$$PV = C + \frac{C}{(1+r)} + \frac{C}{(1+r)^2} + \dots + \frac{C}{(1+r)^n} = C \cdot \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r}$$

most

$$PV = \frac{C}{r} - \frac{C}{r(1+r)^n}$$

Példá: Ha az éves kamatláb 10%, akkor a képletből 3 éves annuitás esetén kapjuk 1 0 példánál is 3,761 f.

Forrás: https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/2011_0001_535_MVP/ch47.html

Egy másik speciális pénzáramlás az úgynevezett annuitás, vagy véges járadék. Az annuitás egy olyan pénzáramlás, ami $n < \infty$ éven át biztosít egy éves konstans C nagyságú összeget. Egy ilyen pénzáram jelenértékét a $PV = C \cdot \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r}$ képlet adja meg. Vegye észre, hogy ez nem végtelen sok, hanem n véges sok tag összege. Ha meg tudja jegyezni, jó, én például nem tudom. Azt viszont meg tudom jegyezni, hogy a mostantól az n -edik évig tartó annuitás nem más, mint egy mostantól a végtelenségig tartó örökjáradék, mínusz egy $n+1$ -edik évtől a végtelenségig tartó örökjáradék. A mostantól kezdődő örökjáradék jelenértéke C/r most, az n . évben kezdődő szintén C/r , de az n . évben, aminek a jelenre diszkontált értéke C/r per $(1+r)^n$.

Az annuitás jelenértéke tehát ennek a kettőnek a különbsége, $\frac{C}{r} - \frac{C}{r(1+r)^n}$, amiből átrendezve adódik az iménti képlet.

A fenti képlet azért jó, mert nem csak, hogy nem kell megjegyezni, de csinálnak olyan annuitástáblázatokat is, ahol a képletbeli tört, az annuitás jelenérték-tényező táblázatos formában meg van adva különböző kamatlábakra és évekre. Így csak ki kell keresnünk a táblázat megfelelő celláját, mondjuk ha 10 éves az annuitás és a kamatláb 21%, akkor az annuitás-tényező, amit a bonyolult képletünk megad, 4,054, és ezt a számot kell megszorozni a konstans éves összeggel. No, az ilyen annuitás már jóval gyakoribb, mint az örökjáradék. Mondjuk az is igaz, hogy ahogy az n egyre nagyobb, a lenti képletben a különbség második tagja egyre kisebb, és főleg kellően magas kamatlábak mellett 20-30 éven túl már gyakorlatilag elhanyagolható, így

annuitás helyett egyszerűbb örökjáradékkal számolni. Szóval hol használják? Amikor egy lakáshitelt veszünk föl, amit 15 éven keresztül egyenlő havi részletekben fizetünk vissza, akkor annuitást számolunk. Amikor arról döntünk, hogy a lottónyereményünket egy összegben, vagy bizonyos számú évre elosztva egyenlő részletekben szeretnénk kikérni, akkor is annuitást számolunk. Amikor arról döntünk, hogy vajon további 5 év nappali egyetemi tanulmány, amely idő alatt nem dolgozhatunk az alacsonyabb képzésünkkel, indokolt-e az ennek hatására az elkövetkező jónéhány évtized alatt megkereshető nagyobb jövedelemmel, akkor is annuitást számolunk.

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
GAZDASÁGTUDOMÁNYI KAR
KÖZGAZDÁSZ KÉPZÉS
TÁVOKTATÁSI TAGOZAT
LECKESOROZAT
COPYRIGHT © SZTE GTK 2017/2018

A LECKE TARTALMA, ILLETVE ALKOTÓ ELEMEI ELŐZETES,
ÍRÁSBELI ENGEDÉLY MELLETT HASZNÁLHATÓK FEL.

JELEN TANANYAG
A SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEMEN KÉSZÜLT
AZ EURÓPAI UNIÓ TÁMOGATÁSÁVAL.
PROJEKT AZONOSÍTÓ: EFOP-3.4.3-16-2016-00014

SZÉCHENYI 2020



Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE