

## 4. fejezet 2. lecke

### Keresleti függvények grafikus levezetése

#### 1. dia

### Keresleti függvények grafikus levezetése

**Keresleti függvény:** az optimális választást befolyásoló valamely tényező különböző értékeihez rendeli hozzá a vásárolni kívánt mennyiséget.

$$x = f(m)$$

$$y = f(m)$$

$$x = f(p_x)$$

$$y = f(p_y)$$

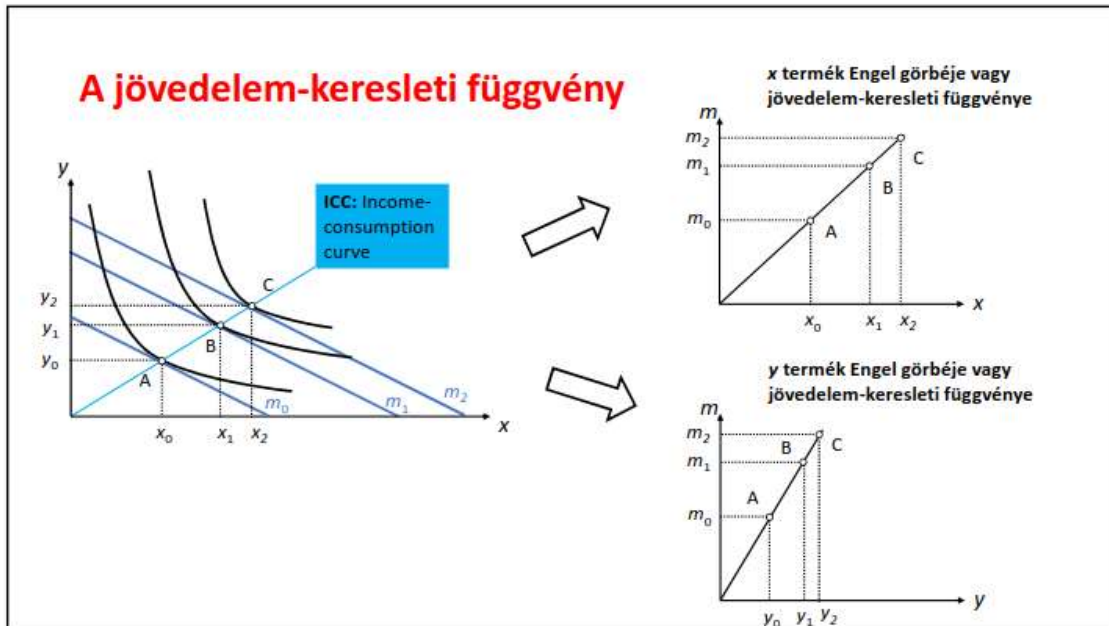
$$x = f(p_y)$$

$$y = f(p_x)$$



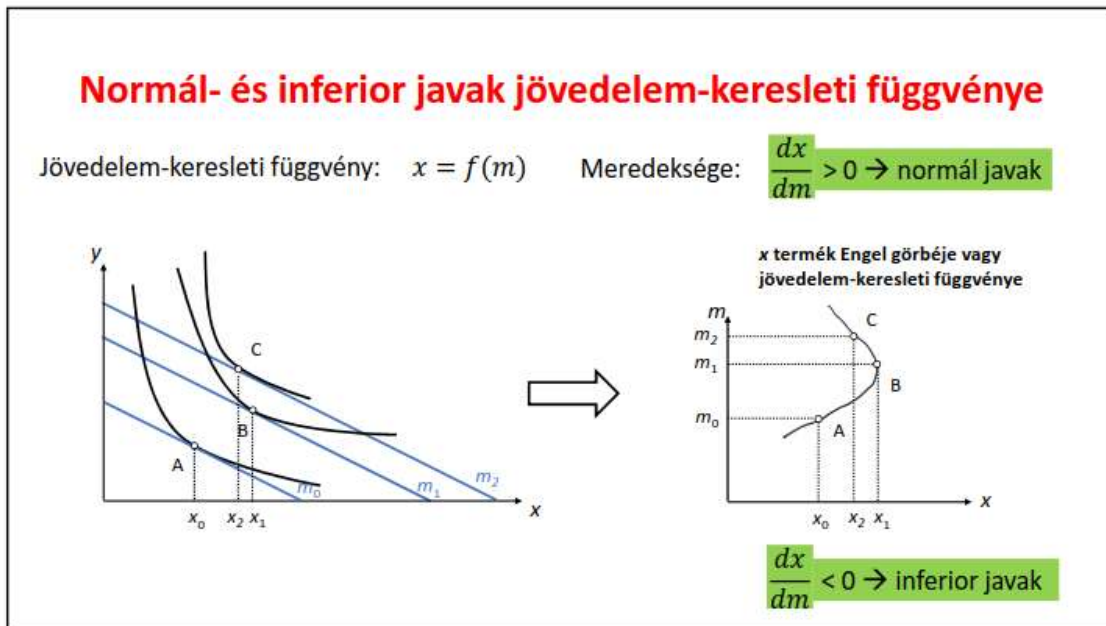
Célunk ebben a fejezetben a keresleti függvények levezetése, illetve a keresletelemzés. A keresleti függvény az optimális választást befolyásoló valamely tényező különböző értékeihez rendeli hozzá a vásárolni kívánt mennyiséget. A három befolyásoló exogén tényező a fogyasztó jövedelme, az  $x$  (azaz egyik) termék ára, és az  $y$  (azaz a másik) termék ára. Így az  $x$  termékre máris lesz három féle keresleti függvényünk. Lesz három ugyanilyen függvényünk a másik termékre is, az összesen hat. Igazából az optimalizálás logikáját visszük tovább egy gondolattal.

## 2. dia



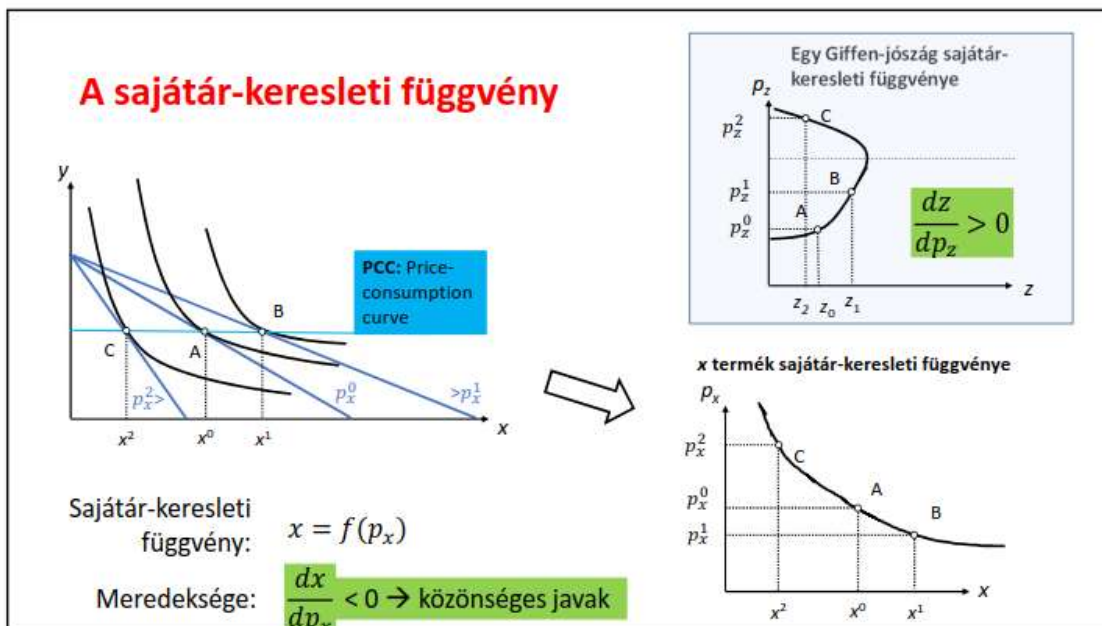
Legyen tehát az első befolyásoló tényezőnk a fogyasztó jövedelme. Keresünk egy olyan függvényt, ahol  $x$  függ  $m$ -től, illetve  $y$  függ  $m$ -től, természetesen ceteris paribus, minden egyéb változatlanlansága mellett. A már ismert költségvetési egyenes-közömbösségi görbe rendszerünket fogjuk segítségül hívni. Induljunk el egy kezdeti költségvetési egyenesből és az ízlésvilágot leíró közömbösségi görbék közül. Az érintési feltétel itt teljesül a költségvetési egyenesen, ez az optimális választás. A fogyasztó jelenlegi  $m_0$  jövedelme mellett  $x$  terméknek ezt a mennyiségét, mondjuk  $x_0$ -at vásárolná. Ha most megnő a jövedelme, a költségvetési egyenes eltolódik jobbra, és a fogyasztó új optimalizálásba kezd. Az új optimum itt lesz. A jövedelmi hatást látjuk munkálkodni. A magasabb,  $m_1$  jövedelem mellett az optimális jószágkosár az  $x$  termék nagyobb,  $x_1$  mennyiségét tartalmazza. Ha a jövedelem még tovább nő  $m_2$ -re, az optimális jószágkosár  $x$  tartalma is tovább nő,  $x_2$ -re. A jövedelem növekedésével a fogyasztó optimális választásaival ezt az utat járja be, ezt úgy is nevezzük, hogy jövedelem-fogyasztás, vagy ICC görbe. Na jó, a Cobb-Douglas hasznossági függvények esetében pont egy egyenes lesz, még hozzá az az egyenes, amit már korábban láttunk a jövedelemváltozásnál: az optimumfeltétel teljesülését mutató egyenes. Ahol ez metszi a költségvetési egyenest, ott az optimum. De nekünk egy olyan függvény kell, ami  $x$ -et mutatja meg  $m$  függvényében. Csináljunk is akkor egy ilyen koordináta-rendszert: legyen a függőleges tengelyen  $m$ , a vízszintesen  $x$ ! Nincs más dolgunk, mint az iméntiekben talált  $m$ - $x$  párokat ide szépen fölrajzolni. Az ezeket a pontokat összekötő a függvény a fogyasztó  $x$  termékre vonatkozó jövedelem-keresleti függvénye, vagy más néven Engel-görbéje. Persze ha megnézzük az optimális jószágkosarak  $y$  tartalmát:  $y_0$ ,  $y_1$  és  $y_2$ , ezeket is ábrázolhatjuk az  $m$  függvényében, és megkapjuk az  $y$  termék Engel-görbéjét. A lenti és a fenti függvényen az  $m$ -ek egyformák, de a vízszintes tengelyeken lévő  $x$  illetve  $y$  értékek a bal oldali ábra két koordináta-tengelyéről származnak.

### 3. dia



Ha megvan tehát a termék jövedelem-keresleti függvénye, ilyen formában, akkor ebből számolhatunk meredekséget, amit deriválással kaphatunk meg. Az Engel-görbe meredeksége  $\frac{dx}{dm}$ . Ez egy Cobb-Douglas hasznossági függvénnyel rendelkező fogyasztó esetében egy pozitív konstans érték lesz, az Engel-görbéje (nem csak  $x$ , hanem  $y$  termék esetében is) egy origóból kiinduló pozitív meredekségű egyenes. Ha  $m$  növekszik, akkor  $x$  mennyisége állandó ütemben szintén növekszik. Emlékezzon vissza, hogy az ilyen javakat neveztük normál javaknak. Voltak azonban inferior jószágaink is, amelyekre az volt a jellemző, hogy a fogyasztó a jövedelem növekedésével kevesebbet vesz belőlük. Az inferior javak közömbösségi görbéi valahogy így néztek ki, és láthatja, hogy nagyobb jövedelemhez az optimális jószágkosár kevesebb  $x$ -et tartalmaz. Az Engel-görbe így néz ki, negatív meredekségű. Persze az inferior-tulajdonság, ahogy már korábban is említettem igazából nem a termék egy tulajdonsága, hanem a fogyasztó, a termék és a jövedelem viszonyában értelmezhető. Azok a termékek, amelyek inferiorok, általában csak egy bizonyos jövedelemszint fölött válnak inferior javakká, vagyis kellően alacsony jövedelemszinteken normál jószágként viselkednek, amit az Engel-görbéjükkel valahogy így tudnánk megjeleníteni, egy visszahajló jövedelem-keresleti függvényhez jutunk.

#### 4. dia

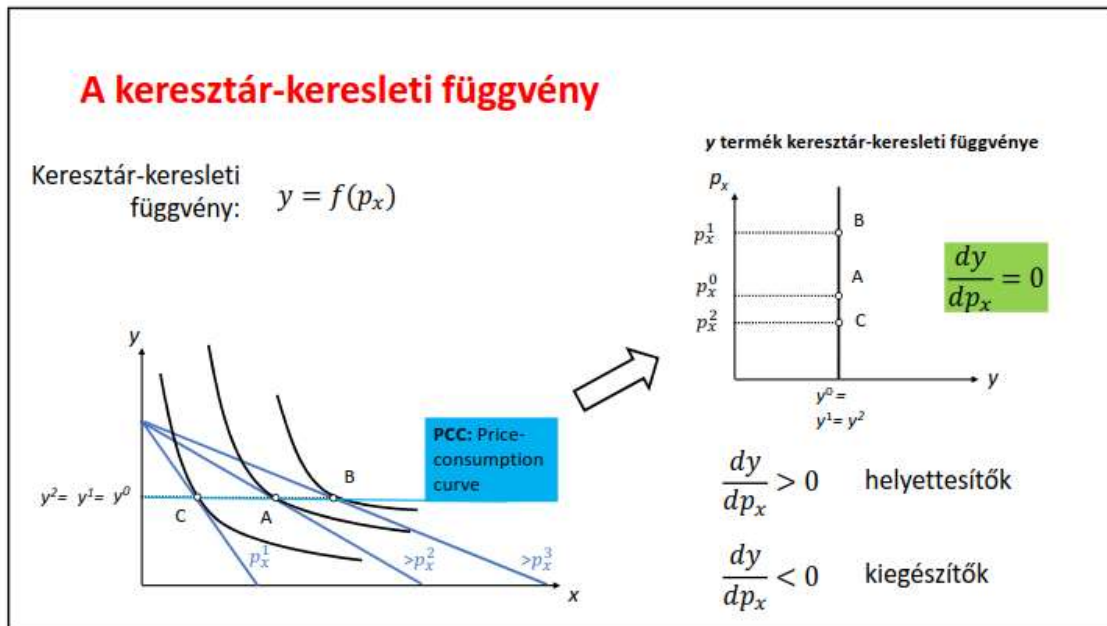


Térjünk most át a termék árának változására! A kérdés tehát, hogy hogyan néz ki az a függvény, amely az optimális  $x$  mennyiséget az  $x$  termék árának függvényében ábrázolja. Nézzük akkor az ábrát. Kiindulási költségvetési egyenes és közömbösségi görbék, kezdeti optimális választás. Nézzük, mi lenne, ha lecsökkenne  $x$  termék ára  $p_x^1$ -re! A költségvetési egyenes elfordulna az origótól távolodva, és az új optimális választás itt lenne,  $x^1$ . Na és ha megnőne, mondjuk  $p_x^2$ -re? Akkor meg a költségvetési egyenes az origó felé fordulna el, és az optimális választás ide esne,  $x^2$  mennyiséget venne a fogyasztó az  $x$  termékből. Az ár változtatásával a fogyasztó az optimális választásaival egy ilyen utat jár be, ezt az ICC mintájára PCC-nek, ár-fogyasztási görbének nevezzük. A Cobb-Douglas esetben ez egy vízszintes egyenes lenne, de erre majd a következő dián visszatérünk. Készítsünk akkor most ide mellé egy olyan ábrát, amin a függőleges tengelyen  $p_x$  szerepel, a vízszintes tengelyen pedig az  $x$  optimális esetben vásárolt mennyisége! Itt a kiindulási ár-mennyiség kombináció, az alacsonyabb árhoz nagyobb mennyiség tartozik, a magasabb árhoz meg alacsonyabb. A pontokat összekötve egy ilyen alakzatot találunk. Elnézést a szabadkézi rajzért, megpróbáltam a powerpointban ezen a három ponton keresztül egy szép függvényt rajzoltatni, de negyed óra után föladtam (mivel magas volt az alternatív költség...) Szóval ez a függvény  $p_x$  függvényében mutatja meg  $x$  mennyiségét: ezt nevezzük a fogyasztó  $x$  termékre vonatkozó egyéni sajátár-keresleti függvényének. Hogy ne kelljen mindig ilyen hosszú nevet mondani, erre szoktunk gondolni akkor, amikor egyszerűen azt mondjuk, hogy az  $x$  keresleti függvénye.

Ez egy ereszkedő függvény, Cobb-Douglas esetben pontosan egy hiperbola. A merekségét ismét deriválással kaphatjuk meg:  $\frac{dx}{dp_x}$ . Ez a merekség negatív, és – legalábbis a Cobb-Douglas preferenciák esetén – a keresleti függvény mentén változik. A negatív merekség azt jelenti, hogy a termék ára és a belőle vásárolni kívánt mennyiség fordítottan arányosak egymással. Az ilyen javakat nevezzük közönséges javaknak. Említettem azonban a Giffen javakat: ha nő az árak, többet akarnak vásárolni belőle a fogyasztók. Ezek olyan jószágok,

amelyeknek az egyéni sajátár-keresleti függvénye pozitív meredekségű. Persze ez nem mehet a végtelenségig, örülnének is a termelők, ha ilyen Giffen-jószágot termelnének, és végtelen magas áron végtelen sokat megvásárolnának belőle. Kellően magas, mondjuk ennél magasabb árak esetében természetesen azért visszafordulna a keresleti függvény, és ismét lenne előbb-utóbb egy elegendően magas ár, aminél drágábban egyáltalán nem vásárolnának a termékből – ismét bocs a csúnya függvényalakért, egyszerűen egy visszahajló függvényről van itt szó.

## 5. dia



Harmadik változatként nézzük azt, hogy hogyan reagál az egyik termék árának változására a másik termékből vásárolni kívánt mennyiség! Egy ilyen függvényt keresünk. Ehhez fölhasználhatjuk az előző dián már összerakott ábránkat, csak most az  $x$  termék árának nem az  $x$ , hanem az  $y$  vásárolt mennyiségére gyakorolt hatására koncentrálunk! Azt már tudjuk, hogy mind az  $x$  termék, mind pedig az  $y$  esetében az  $x$  termék árváltozásának lesz helyettesítési és jövedelmi hatása. A megváltozott árú termék, az  $x$  esetében ez a két hatás egymást erősíti (relatív olcsóbbá is válik a termék meg nő is a reáljövedelem), az  $y$  esetében viszont egymással ellentétesek: a reáljövedelem nő ugyan, de az  $y$  termék relatíve drágul. Igazából ezt is tudjuk már. Az, hogy végeredményben hogyan változik  $y$  mennyisége attól függ, melyik hatás az erősebb. A Cobb-Douglas preferenciáknál a két hatás egyforma erősségű, így teljesen kioltják egymást, és  $x$  árának változása egyáltalán nem befolyásolja  $y$  vásárolt mennyiségét. Ezért lesz az optimális jószágkosarakban  $x$  áratól függetlenül  $y$  mennyisége mindig ugyanannyi. Ami persze azzal van összefüggésben, hogy a fogyasztó jövedelmének egy rögzített hányadát költi  $y$ -ra (meg persze  $x$ -re is), így ha sem a jövedelme, sem  $y$  ára nem változik, akkor a belőle vásárolt mennyiség sem fog. Na így áll elő ebben az esetben a vízszintes PCC görbe  $x$  árának változása esetére. Akkor viszont minden  $p_x$  árhoz hozzárendelhetjük ugyanazt az  $y$  vásárolt mennyiséget, és a keresztár-keresleti függvény így fog kinézni. Ennek a függvénynek is

megnézhetnénk a meredekségét,  $\frac{dy}{dp_x}$  formában – ugye látja, hogy itt másik termék szerepel a számlálóban és a nevezőben? –, de ez a Cobb-Douglas esetben nem lenne túl izgalmas, 0 értéket adna. De el tudunk képzelni olyan esetet is, amikor ez a derivált pozitív, tehát az  $x$  termék drágulása hatására több  $y$ -t vásárol a fogyasztó. Ekkor arra következtetünk, hogy a két termék egymás helyettesítői („ha  $x$  drágul, akkor inkább  $y$ -t veszek helyette” – mondja a fogyasztó). Olyan eset is lehet, amikor ez a keresztár-keresleti függvény negatív meredekségű, tehát az  $x$  termék megdrágulása hatására éppenséggel kevesebb  $y$ -t vásárol a fogyasztó. Ebből meg a két termék közti kiegészítő viszonyra következtetünk („ha már kevesebbet veszek a dráguló  $x$ -ből, akkor a vele együtt használt  $y$ -ból szintén elég kevesebbet vennem” – ekkor így okoskodik magában a fogyasztó). A Cobb-Douglas eset a kettő között van, láttuk, hogy a jól viselkedő közömbösségi görbék valamilyen fokú helyettesítő és kiegészítő viszonyt egyaránt jelentenek a termékek között.

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM  
GAZDASÁGTUDOMÁNYI KAR  
KÖZGAZDÁSZ KÉPZÉS  
TÁVOKTATÁSI TAGOZAT  
LECKESOROZAT  
COPYRIGHT © SZTE GTK 2017/2018

A LECKE TARTALMA, ILLETVE ALKOTÓ ELEMEI ELŐZETES,  
ÍRÁSBELI ENGEDÉLY MELLETT HASZNÁLHATÓK FEL.

JELEN TANANYAG  
A SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEMEN KÉSZÜLT  
AZ EURÓPAI UNIÓ TÁMOGATÁSÁVAL.  
PROJEKT AZONOSÍTÓ: EFOP-3.4.3-16-2016-00014

SZÉCHENYI 2020



Európai Unió  
Európai Szociális  
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE