

3. fejezet 2. lecke

Optimalizálás, magyarázatok

1. dia

Az optimális választás: grafikus és algebrai módszer

Fogyasztói racionalitás: a rendelkezésre álló erőforrások lehető leghasznosabb fölhasználása

Optimalizálás grafikusan

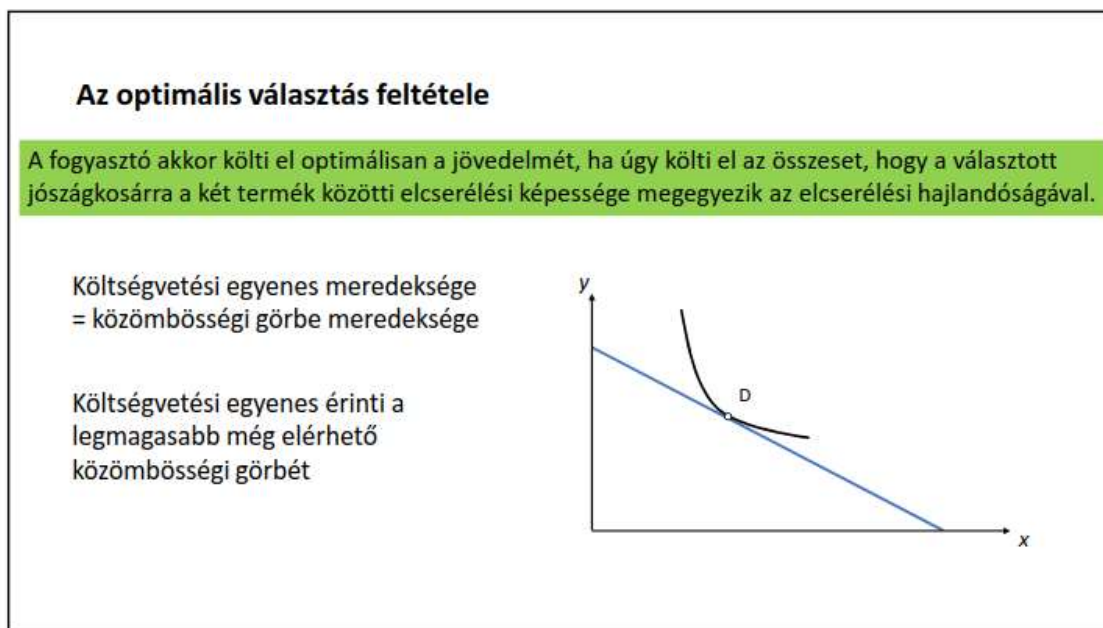
| | | |
|--|---|---|
| Közömbösségi görbe meredeksége | > | költségvetési egyenes meredeksége |
| Egy x 5-ször olyan hasznos , mint egy y | | Egy x 3-szor olyan drága , mint egy y |
| Kevesebb y, több x!! | | |

Minden alkotóelemünk megvan ahhoz, hogy meghatározzuk az adott fogyasztó számára optimális jószágkosarat. A fogyasztóról feltételezzük, hogy racionális, vagyis hogy a rendelkezésére álló erőforrásokat a lehető leghasznosabban szeretné fölhasználni. Ez azonban egy kicsit tautologikus, és ennek tudatában még nem feltétlenül tudunk rábökni, hogy mi is lesz a tényleges választása, és hogy hogyan jut el ahhoz.

Először oldjuk meg grafikusan a feladatot! Válasszunk ki egy tetszőleges jószágkosarat, mondjuk ezt. Rajzoljuk meg a rajta átmenő közömbösségi görbét a fogyasztó adott preferenciarendezésének, hasznosság függvényének segítségével! Ezután a fogyasztó jövedelmének és a termékek árainak segítségével rajzoljuk föl a költségvetési egyenest! Azt találjuk, hogy a kiválasztott pontunk fölött van a költségvetési egyenesnek, vagyis a jelen árak mellett a fogyasztónak nincs elég pénze ahhoz, hogy megvegye ezt a jószágkosarat. Gond egy szál se, hiszen a közömbösségi görbém megmutatja, hogy ha a fogyasztó kivesz néhány darabot az y termékből, és betesz néhányat a kosarába az x termékből, akkor csökkenteni tudja a jószágkosár költségét úgy, hogy elérje a költségvetési egyenest, de a jószágkosár hasznossága ne csökkenjen. A B jószágkosár pont ugyanolyan „értékes”, hasznos számára, mint az A, csak meg is tudja venni. Ugyanakkor ebben a B pontban azt találja, hogy a költségvetési egyenese laposabb, mint a közömbösségi görbéje, vagy ha úgy tetszik, a közömbösségi görbe meredekebb, mint a költségvetési egyenes. A költségvetési egyenes meredeksége azt mutatta meg, hogy egy újabb darab x -termékért mennyi y -t kell feláldoznia. Hogy milyen arányban képes elcserélni egymásra a termékeket. A közömbösségi görbe

meredeksége azt mutatta meg, hogy egy újabb darab x -termékért mennyi y -t hajlandó feláldozni, vagyis hogy milyen arányban hajlandó elcserélni egymásra a termékeket. Ha a két meredekség különböző, akkor az elcserélési képesség és hajlandóság tehát eltér egymástól: lehetőség van a jólét javítására csere révén. Kivel cseréljünk? A piaccal! Az árak alapján meg tudja határozni, hogy a piac egy x -ért cserébe kér mondjuk 3 y -t, a helyettesítési határrátája viszont azt mutatja, hogy egy x -ért cserébe hajlandó adni legföljebb 5 y -t. Akkor jó üzletnek tűnik csökkenteni y mennyiségét, és növelni x -ét. Eljut mondjuk a C pontba: egy magasabban fekvő közömbösségi görbére. A C pont tehát preferált a B-vel szemben, de ugyanannyiba kerül. Itt azonban még mindig meredekebb a közömbösségi görbe, mint a költségvetési egyenes, igaz, már csak kicsit kevésbé. Még mindig van lehetőség jobb helyzetbe kerülni a fogyasztási szerkezet átrendezésével. Végül elér a D pontba. Itt a közömbösségi görbe érintője épp ugyanolyan meredek, mint a költségvetési egyenesé (ha berajzolnám, egybe is esne vele), nem lehet a jószágkosár átrendezésével jobb helyzetbe kerülnie. Megtalálta az optimális választást, az optimális jószágkosarat. Persze indulhattunk volna mondjuk E pontból is, ekkor az első átrendezéssel elér a fogyasztó az F pontba, ami ugyanolyan hasznos, mint az E, de már elérhető a jövedelemből. Itt most a költségvetési egyenes a meredekebb: egy x -ért cserébe 3 y -t kellene feláldozni, viszont a fogyasztó egy x -ért legföljebb mondjuk 2-t hajlandó. Ami logika az előbb bevált, azt itt most meg kell fordítsuk: ha nem érdemes y -t adni több x -ért cserébe, akkor érdemes x -et adni több y -ért! Elkezd fölfelé mászni a költségvetési egyenes mentén a fogyasztó, és végül eljut ugyanoda a D pontba. Elvégre is optimum csak egy lehet, nem?

2. dia



No újra itt az optimális választás, fogalmazzuk meg most már az optimális választás módszerét, kritériumát! Egyrészt azt mondhatjuk, hogy a fogyasztó akkor költi el optimálisan a jövedelmét, ha úgy költi el az összeset, hogy a választott jószágkombináció esetére a két termék közötti elcserélési képessége megegyezik a két termék elcserélési hajlandóságával. Ez

a képesség és a hajlandóság egy-egy meredekség volt, tehát azt is mondhatjuk, hogy akkor költi el optimálisan a jövedelmét, ha a költségvetési egyenesén egy olyan pontba ér, ahol a költségvetési egyenes meredeksége megegyezik a közömbösségi görbe meredekségével. És harmadik féleképpen: az ábra alapján mondhatjuk, hogy az optimális választás a költségvetési egyenesnek az a pontja, ahol a költségvetési egyenes érinti a legmagasabban fekvő, még elérhető közömbösségi görbét.

3. dia

Optimalizálás algebrai úton

Feltételes szélsőérték-számítás: $\max_{x;y} U(x; y)$ ha $x = \frac{m}{p_x} - \frac{p_y}{p_x} \cdot y$

Elcserélési képesség = elcserélési hajlandóság
 Árarány = helyettesítési határráta

$$\left. \begin{array}{l} \frac{p_x}{p_y} = \frac{MU_x}{MU_y} \\ p_x x + p_y y = m \end{array} \right\} \longrightarrow \frac{MU_x}{p_x} = \frac{MU_y}{p_y}$$

Gossen 2. törvénye: a fogyasztó akkor költi el optimálisan a jövedelmét, ha az utolsó pénzegységre jutó határhaszon minden termékre megegyezik.

Nézzük meg most egy kicsit algebraibb formában. Valójában egy feltételes szélsőérték-számításról van szó, ahol a feladatunk, hogy maximalizáljuk az $U = f(x; y)$ hasznossági függvényt az $x = m/p_x - p_y/p_x \cdot y$ feltétel mellett. Persze használhatnánk a költségvetési egyenes bármely alakját. Itt hadd ragadjam meg a lehetőséget, hogy elmondjam, hogy amikor különböző függvények szélsőértékeit számolgatta kalkulusból, azt nem azért tette, mert szüksége volt ezeknek a függvényeknek a szélsőértékére, hanem mert meg akart tanulni egy módszert, amit majd alkalmazhat. Például most.

Jöhetnek most itt a Lagrange módszerrel a feltételes szélsőérték-számításra, de nem szeretnék. Inkább mutatok egy olyan módszert, ami az előzőekben elhangzottakon, az optimum korábbi, grafikus értelmezésén nyugszik. Azt mondtam ugyanis, hogy a költségvetési egyenesen kell megtalálni azt a pontot, ahol az elcserélési képesség és hajlandóság megegyezik. Az elcserélési képesség a költségvetési egyenesség meredeksége, vagyis az árarány. Az elcserélési hajlandóság pedig a közömbösségi görbe meredeksége, vagyis a helyettesítési határráta. Tegyük csak egyenlővé ezeket egymással: $\frac{p_x}{p_y} = \frac{MU_x}{MU_y}$. A bal oldalon ugyebár a számláló és a nevező is adott a fogyasztó számára, a jobb oldal viszont, mint láttuk függ mindkét termék fogyasztott mennyiségétől, a választott jószágkosártól. Van tehát egy egyenletem két változóval. Kellene még egy egyenlet ugyanezekkel a változókkal, és meg is

vagyunk. Eszünkbe jut, hogy eddig még csak az érintési feltételt használtuk fel, azt nem, hogy rajta kell lennünk a költségvetési egyenesen. Úgyhogy a második egyenletünk egyszerűen maga a költségvetési egyenes, $p_x x + p_y y = m$. Ezt a kétismeretlenes egyenletrendszer megoldva jutunk el az optimális választáshoz. És még mindig nincs vége! Az imént is láttuk, hogy a nem optimális jószágkosarakat megfelelőképpen átrendezve a hasznosság nőhet. Na de x -ből vagy y -ből kell többet venni? Nos, ez a meredekségektől függ, és most azt is látjuk, hogy miért. Az előző ábrán a B pontban a költségvetési egyenes meredeksége mondjuk 3 volt. Ez azt jelentette, hogy az x termék 3-szor olyan drága, mint az y – ezt mondja az arány. A közömbösségi görbe meredeksége pedig 5 volt, ez pedig azt jelenti, hogy az x termék 5-ször olyan hasznos, mint az y . Hát, ha valami 5-ször olyan hasznos, de csak 3-szor annyiba kerül, akkor abból venni kell még! Az optimumban x éppen annyiszor hasznosabb y -nál, amennyiszer drágább (ez lehet egynél kisebb szám is ám!). Sajnos én például sosem tudom megjegyezni, hogy ha mondjuk a helyettesítési határráta nagyobb az aránynál, akkor melyikből kell kevesebbet, és melyikből kell többet venni. Ha Ön sem, ne aggódjon! Rendezzük át az optimumfeltételt: mindent, ami x az egyik oldalra, mindent, ami y a másikra. Ezt kapjuk: $\frac{MU_x}{p_x} = \frac{MU_y}{p_y}$. Az MU/p hányados valami olyasmit mutat meg, hogy egy forintot az adott termékre költve az mennyi haszonnövekményt szerez a fogyasztónak. Itt már könnyű lesz eldönteni, hogyha az egy forinton nyerhető haszon x esetében nagyobb, mint y esetében, akkor értelemszerűen több x -et kell vennem, és fordítva. A fogyasztó akkor költi el optimálisan a jövedelmét, ha az utolsó forintjára jutó határhasznok mindkét termék esetében egyformák. Ezt nevezzük Gossen 2. törvényének, vagy az előnykiegyenlítő elvének is. Ugye ön is így költené el az erőforrásait? Az első nap a hétvégén mondjuk hasznosabb, ha a barátaimmal töltöm, de egy második nap a barátokkal már kevésbé hasznos, mint egy első nap a feleségem rokonságával.

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
GAZDASÁGTUDOMÁNYI KAR
KÖZGAZDÁSZ KÉPZÉS
TÁVOKTATÁSI TAGOZAT
LECKESOROZAT
COPYRIGHT © SZTE GTK 2017/2018

A LECKE TARTALMA, ILLETVE ALKOTÓ ELEMEI ELŐZETES,
ÍRÁSBELI ENGEDÉLY MELLETT HASZNÁLHATÓK FEL.

JELLEN TANANYAG
A SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEMEN KÉSZÜLT
AZ EURÓPAI UNIÓ TÁMOGATÁSÁVAL.
PROJEKT AZONOSÍTÓ: EFOP-3.4.3-16-2016-00014

SZÉCHENYI 2020



Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE