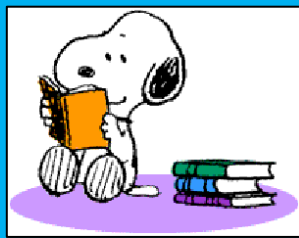


 Kosztópulosz Andreász	Mottó: <i>„A világ legnagyobb matematikai felfedezése a kamatos kamat.”</i> Albert Einstein	Kulcsfogalmak: egyszerű kamat, kamatos kamat, vegyes kamatozás, kamatnap, pontos, angol, francia és német módszer, EBKM, effektív kamat, logaritmikus kamat, reálkamat, diszkontláb, bázispont	 ≈ 90 perc
---	--	--	---

A jövőérték-számítás elméleti módszere tulajdonképpen a kamatszámítás gyakorlatához kötődik a legszorosabban. A kamat fogalmában, meghatározásában jól megfigyelhető a szokványok szerepe, ami a pénzügyekre egyébként is nagyon jellemző. Az olvasóleckében a kamatszámítás során leggyakrabban használt fogalmakat, technikákat vesszük sorra egy-egy fogalompár köré rendezve.

1. Egyszerű kamat – kamatos kamat

Egyszerű kamatozás során azt feltételezzük, hogy az időszakosan elszámolt kamatot nem számítják hozzá a betét értékéhez a kamatszámítás során, azaz periódusról periódusra mindig csak az induló betétösszeg kamatozik. Ennek megfelelően a jóváírt kamat összege periódusról periódusra megegyezik, és emiatt a betét időbeli gyarapodása **lineáris növekedést** fog mutatni. A betét jövőbeli értéke az alábbiak szerint határozható meg:

A jövőbeli érték meghatározása egyszerű kamatozás esetén:

Jövőbeli érték = $C_0 (1 + r \cdot n)$, ahol

C_0 : a jelenbeli pénzösszeg, pl. 100.000 Ft

r : a kamatláb, pl. 10%=0,1

n : az évek (periódusok) száma, pl. 5 év

Az egyszerű kamatszámítást **1 évnél hosszabb időtáv esetén nem alkalmazzák** a gyakorlatban. A leggyakrabban az **éven belüli** futamidejű konstrukciónál találkozhatunk ezzel a technikával. Ekkor tulajdonképpen az **időarányos kamat** meghatározásáról van szó (pl. negyedéves kamat, féléves kamat stb.) A képletben ez úgy jelentkezik, hogy az időtartamot kifejező n helyébe a tört időszak hosszát helyettesítjük be (pl. negyedév esetén $n=0,25$)

Egyszerű kamatozás: időarányos kamat

3 MFt-ot helyezünk el egy bankbetétben, melyre a bank 4%-os éves kamatot ígér. A kamatokat negyedévente írják jóvá. Mekkora lesz befektetésünk értéke a harmadik negyedév végén, ha a bank egyszerű kamatszámítást alkalmaz?

Mivel egyszerű kamatozásról van szó, az egyes negyedévekben elszámolt kamatot nem számítják hozzá az induló betét értékéhez, hanem rendre csak a 3MFt kamatozik. A képlet alapján n helyébe 0,75-öt kell helyettesíteni, hiszen három negyedéven át kamatoztatjuk betétünket, azaz:

$3\text{MFt} \cdot (1 + 0,04 \cdot 0,75) = 3\text{MFt} \cdot 1,03 = 3.090.000\text{Ft}$. Tehát negyedévenként 30.000 Ft kamatot számolnak el a részünkre, a három negyedév alatt összesen 90.000Ft kamatot.

Az éven belüli kamatszámítás sarkalatos pontja a gyakorlatban tulajdonképpen **a napi kamat meghatározása**, ugyanis a jóváírt kamat nem lesz más, mint **a kamatnapok száma szorozva a napi kamat összegével**. A **kamatnapok száma** a két értéknapi: a betét kivételének és a betét elhelyezésének dátumai közti különbség, vagyis **a kamatozás a betét elhelyezésének napját követő napon indul, és a betét kivételének napjával zárul**.

Kamatnapok számítása

Tételezzük fel, hogy március 25-án helyezünk el egy bankbetétet és október 28-án vesszük fel. Mennyi a kamatnapok száma?

A kamatozás március 26-án kezdődik és október 28-ig bezárólag tart, ami 217 napot jelent, tehát a kamatnapok száma: 217. A megoldást az Excel segítségével le is ellenőrizhetjük: egy cellába beírva a 10.28, és egy másik cellába a 03.25 dátumot, majd kivonva a két cella értékét egymásból az eredmény 217 lesz.

A napi kamat kiszámítására a banki gyakorlatban többféle módszer terjedt el attól függően, hogy milyen típusú pénzügyi terméket, szolgáltatást érint a kamatszámítás. A módszerek különböznek egyfelől tekintetben, hogy **hány naposnak feltételezik az évet**, illetve tekintetben, hogy **hány napos hónapokkal számolnak**. Az 1. ábrán látható, hogy az év napjainak számát ezek a megközelítések vagy 360-nak (**német és francia módszer**) vagy 365-nek veszik (**angol módszer**). Tehát egyik módszer sem veszi figyelembe a 366 napos szökőévet. A negyedik, úgynevezett **pontos módszer** 366 nappal számol szökőév esetén, egyébként 365 napos évet tételez, valamint szökőév esetén a február esetén a valóságos, 29 nappal számol. Ez a módszer tehát kezeli a szökőévet, a többi három nem.

1. ábra Napi kamat számításának különböző módszerei

		Hónap napjainak száma	
		30 nap	28, 30, 31 nap
Év napjainak száma	360 nap	német módszer (pl. váltók, fogyasztási hitelek)	francia módszer (pl. hitelek, bankgaranciák, bankbetétek)
	365 nap		angol módszer (pl. kötvények)

Kamatszámítás a pontos, angol, francia és német módszer alkalmazásával

2020. január 5-én beteszünk a bankba 1 MFt-ot. Egy hónap múlva, február 5-én felvesszük a betétet. Mennyi kamatot kapunk, ha az éves kamatláb 6% a különböző módszerek alkalmazása esetén?

Pontos módszer: az adott év szökőév. A pontos módszer szerint 31 napig kamatozott a pénzünk és az év napjainak száma pedig 366.

$$\text{Kamat} = \text{Betét} \cdot \text{Éves kamat} / \text{Év napjainak száma} \cdot \text{Napok száma} = 1 \text{ MFt} \cdot 0,06 / 366 \cdot 31 = 5082 \text{ Ft}$$

Angol módszer: nem ismeri a szökőévet, tehát az év napjainak száma 365 nap, a kamatnapok száma most is 31. Így tehát:

$$\text{Kamat} = \text{Betét} \cdot \text{Éves kamat} / \text{Év napjainak száma} \cdot \text{Napok száma} = 1 \text{ MFt} \cdot 0,06 / 365 \cdot 31 = 5096 \text{ Ft}$$

Francia módszer: most az év napjainak száma 360, a kamatnapok száma most is 31. Így tehát:

$$\text{Kamat} = \text{Betét} \cdot \text{Éves kamat} / \text{Év napjainak száma} \cdot \text{Napok száma} = 1 \text{ MFt} \cdot 0,06 / 360 \cdot 31 = 5167 \text{ Ft}$$

Német módszer: az év napjainak száma 360, a kamatnapok száma 30 lesz, mivel 1 hónap múlva vesszük ki a pénzünket és a német módszer szerint minden hónap 30 napos. Így tehát:

$$\text{Kamat} = \text{Betét} \cdot \text{Éves kamat} / \text{Év napjainak száma} \cdot \text{Napok száma} = 1 \text{ MFt} \cdot 0,06 / 360 \cdot 30 = 5000 \text{ Ft}$$

A betétes számára a legkedvezőbbnek a példában a francia módszer bizonyult (ez nem feltétlenül van mindig így). A legegyszerűbb számítást a német módszer jelenti: akár fejben is könnyen megkaphattuk az eredményt.

Láthattuk, hogy az eltérő módszerek más és más összegű kamatfizetést jelentenek. A különböző betéti konstrukciók összehasonlíthatóságának biztosítását szolgálja az a rendelkezés ([82/2010. \(III. 25.\) Korm. rendelet a betéti kamat és az értékpapírok hozama számításáról és közzétételéről](#)), amely előírja a betéti konstrukciók esetén az ún. **egységesített betéti kamatláb mutató (EBKM)** kiszámítását és

közlését. A rendelet 1-3. számú mellékletei tartalmazzák az EBKM számításának képleteit. A képletekből látható, hogy **éven belül egyszerű kamatozást, éven túl pedig kamatos kamatozást alkalmaznak** a számítás során. Az EBKM mutató **az évet 365 naposnak feltételezi**, tehát ebből a szempontból az angol módszerhez áll közel. Az EBKM kiszámításánál **a tényleges (adózás előtti) pénzáramlásokból kell kiindulni**, azaz a kamatösszegben csak a ténylegesen kifizetendő (jováírandó) összeg vehető figyelembe. Ha a kifizetendő kamatot bármilyen jogcímen (pl. jutalék, díj) – ide nem értve az adófizetési kötelezettséget – levonás terheli, akkor **a kamatösszeget a levonás összegével csökkenteni** kell (5 §). Az EBKM értékét a banki hirdeteményekben, reklámokban **fel kell tüntetnie a hitelintézetnek**. Az EBKM mutató lehetővé teszi a különböző konstrukciók közvetlen összehasonlítását a fogyasztó számára.

Az EBKM kiszámítása

Egy hitelintézet a francia kamatszámítást alkalmazza, és ennek alapján a betétekre évi 5%-os kamatlábat ígér. Mekkora a betéti konstrukció EBKM-je?

Az EBKM mutató és francia módszer megközelítése között az egyetlen különbséget az év napjainak száma jelenti: ez 365 nap az EBKM, és 360 nap a francia módszer alapján. Az EBKM kiszámításához meg kell határozni, hogy a betéti konstrukcióban egy napra hány % kamat jut, majd ezt 365 napra kell átszámolni, évesíteni, tehát:

$$\text{EBKM} = 5\% / 360 \cdot 365 = 5,07\%$$

Abban az esetben, ha a bank **az elszámolt kamat összegével megnöveli a betétként elhelyezett tőként nagyságát, tőkésítésről** beszélünk. Tőkésítés esetén a kamatszámítás alapjául szolgáló betétünk időszakról időszakra növekedni fog a jóváírt kamatok értékével, így a következő időszakban a tőkésített kamat is kamatozni fog. Ezt a módszert **kamatos kamatszámításnak** nevezzük, és alkalmazása esetén betétünk értéke **exponenciálisan** fog növekedni. A jövőérték-számítás már ismert formulája kamatos kamatszámítást feltételez.

A jövőérték meghatározása képlettel:

$$FV = C_0 (1 + r)^n, \text{ ahol}$$

FV: a jelenbeli pénzösszeg jövőértéke (FV: future value)

C_0 : a jelenbeli pénzösszeg, pl. 100.000 Ft

r : a kamatláb, pl. 10%=0,1

n : az évek (periódusok) száma, pl. 5 év

Kamatos kamat tört évre

3MFt-ot helyezünk el egy bankbetétben, amelyre a bank 4%-os éves kamatot ígér. A bank az időarányosan jelszámolt kamat negyedévente történő tőkésítését vállalja. Mekkora lesz befektetésünk értéke a harmadik negyedév végén?

A példában negyedéves tőkésítést vállalt a bank, ez azt jelenti, hogy az időarányosan egy negyedévre járó 1%-nyi kamatot jóváírja a betét értékében, így a következő negyedévben a kamattal növelt összeg kamatozik tovább. A jövőérték-számítás képletében $r=1\%$, $n=3$, hiszen három periódusról van szó, ezért a betét értéke:

$3\text{MFt} \cdot (1 + 0,01)^3 = 3.090.903\text{Ft}$, tehát némileg meghaladja (903 Ft-tal) az egyszerű kamatozás esetén kapott összeget.

Éven túli konstrukciókban a **kamatos kamatozás** módszere használatos. Gyakori eset azonban, hogy a befektetés időtávja egy vagy több teljes évből és egy tört évből tevődik össze (pl. 2 és fél év). Ilyenkor elvileg a kamatos kamatozás használható lenne (a képletben n helyébe 2,5-öt helyettesítve), de a bankbetétek kamatszámításánál leggyakrabban **vegyes kamatozást** alkalmaznak. Ez azt jelenti, hogy **az egész évekre a kamatos kamatozást, a tört évre pedig az egyszerű kamatszámítást alkalmazzák.**

Vegyes kamatozás

5 MFt-ot helyezünk el egy bankbetétben, melyre a bank 8% éves kamatot ígér. Mekkora lesz bankbetétünk értéke 2 év 3 hónap múlva?

Vegyes kamatozást feltételezve, két év múlva betétünk értéke egész évekre a kamatos kamatozást alkalmazva: $5\text{MFt} \cdot (1 + 0,08)^2 = 5.832.000\text{Ft}$ lesz.

Az utolsó három hónapos periódusra (tört év) a bank egyszerű kamatszámítást alkalmaz, azaz a negyedévre járó 2%-os időarányos kamatot fogja elszámolni. A betét időszak végi értéke eszerint:

$$5.832.000\text{Ft} \cdot (1 + 0,08 \cdot 0,25) = 5.948.640\text{Ft}.$$

Abban az esetben, ha a teljes 2 év 3 hónapra kamatos kamatozást feltételeztünk volna, a befektetésünk értékére:

$5\text{MFt} \cdot (1 + 0,08)^{2,25} = 5.945.295,62\text{ Ft}$, ami némileg kisebb, mint a vegyes kamatozás esetén számolt érték.

2. Névleges kamat – effektív kamat

Láttuk, hogy a betéti konstrukciók esetén a befektetés értékének növekedése függ attól, hogy az időarányosan elszámolt kamatot milyen gyakran tőkésítik: ugyanaz a kinyilvánított vagy névleges évi 12%-os kamat eltérő növekedést eredményez betétünk értékében, ha féléves vagy ha negyedéves tőkésítést ígér a bank. Féléves tőkésítés esetén egy év alatt két alkalommal, az egyes félévek végén tőkésítik az időarányos fél évre járó kamatot, negyedéves tőkésítés esetén évente négy alkalommal tőkésítik a negyedévre járó időarányos kamatot. Ahhoz, hogy a két konstrukciót össze tudjuk hasonlítani, meg kell határoznunk, hogy az egyes konstrukciók esetén **mekkora a betét tényleges éves növekedési üteme**, azaz mekkora a **tényleges vagy effektív kamatláb**.

A nominális kamatról effektív kamatra való áttérés képlete:

$$r_{\text{eff.}} = \left(1 + \frac{k}{m}\right)^m - 1, \text{ ahol}$$

$r_{\text{eff.}}$: az éves effektív kamatláb

k : az éves névleges (nominális) kamat

m : az évenkénti tőkésítések száma.

Effektív kamatláb gyakori tőkésítés mellett

Az éves nominális kamatláb legyen 12%. Számítsuk ki, mekkora az elérhető éves effektív kamatláb, ha a kamatokat félévente, negyedévente, havonta, hetente, naponta tőkésítik!

A tőkésítés alapjául szolgáló időszak hossza	A tőkésítés gyakorisága m	A tőkésítés alapjául szolgáló időszakra jutó időarányos kamatláb (%) k/m	1 Ft összegű betét jövőértéke 1 év múlva (Ft) $(1+k/m)^m$	Éves effektív kamatláb $(1+k/m)^m - 1$
1 év	1	12	1,12	12%
fél év	2	12/2=6	1,06 ² =1,1236	12,36%
negyed év	4	12/4=3	1,03 ⁴ =1,1255	12,55%
egy hónap	12	12/12=1	1,01 ¹² =1,1268	12,68%
egy hét	52	12/52=0,23	1,0023 ⁵² =1,1273	12,73%
egy nap	365	12/365=0,03	1,0003 ³⁶⁵ =1,1275	12,75%

Látható, hogy az éves effektív kamatláb nagysága a tőkésítések gyakoriságának növekedésével párhuzamosan nő, de ez a növekedés csökkenő mértékű.

3. Hagyományos kamat – logaritmikus kamat

Előfordul, hogy a kamatos kamatszámítás formulájának különböző számításokban való kezelése nehézkes. Egy sok tekintetben könnyebben kezelhető formulához jutunk, ha a képletét átalakítjuk a következőképpen:

$(1 + r)^t = e^{\ln[(1+r)^t]} = e^{t \cdot \ln(1+r)} = e^{i \cdot t}$, ahol $i = \ln(1 + r)$ az úgynevezett **logaritmikus kamatláb**. A kamattényező tehát egyaránt felírható hagyományos kamatlábbal az $(1 + r)^t$ formában vagy logaritmikus kamatlábbal az $e^{i \cdot t}$ formában. (Természetesen a két kamattényező értéke megegyezik.)

A logaritmikus kamatláb kiszámítása a hagyományos kamatláb ismeretében:

$$i = \ln(1 + r), \text{ ahol}$$

i : a logaritmikus kamatláb

r : a hagyományos kamatláb

A hagyományos kamatláb kiszámítása a logaritmikus kamatláb ismeretében:

$$r = e^i - 1, \text{ ahol}$$

i : a logaritmikus kamatláb

r : a hagyományos kamatláb

Hagyományos és logaritmikus kamatláb átszámítása

Ha a hagyományos kamatláb 10% egy évre, akkor ennek logaritmikus megfelelője:

$$i = \ln(1 + 0,1) = 0,0953 \text{ azaz } 9,53\%.$$

Ha a logaritmikus kamatláb 12% egy évre, akkor ennek hagyományos megfelelője:

$$r = e^i - 1 = e^{0,12} - 1 = 0,1275 \text{ azaz } 12,75\%.$$

A hagyományos kamatláb alkalmazásáról bármikor áttérhetünk a logaritmikus kamatláb használatára, majd visszatérhetünk, ha úgy kényelmesebb.

A logaritmusos kamatláb egy matematikai konstrukció, de találhatunk mögötte pénzügyi tartalmat. Láttuk, hogy egy 12%-os névleges kamatozású konstrukcióban a tőkésítés gyakoriságát növelve az effektív kamatláb nőtt. Vajon ha percenként, másodpercenként, századmásodpercenként tőkésítünk, az effektív kamatláb minden határon túl fog nőni?

A válasz: nem, ugyanis határérték-számításból tudjuk, hogy az alábbi határérték véges:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{0,12}{m}\right)^m - 1 = e^{0,12} - 1 = 0,1275 \text{ azaz } 12,75\%, \text{ ami az előző példára visszatekintve}$$

nem más, mint a logaritmusos 12%-os kamatláb hagyományos megfelelője. A logaritmusos kamatláb tehát végeredményben nem más, mint az a névleges kamatláb, amely esetén egy folyamatos tőkésítésű konstrukció effektív kamatlába éppen a hagyományos kamatlábbal egyezik meg.

A logaritmusos kamatláb elsőre szokatlannak tűnhet, azonban bizonyos esetekben matematikailag kényelmesebb a használata, így például egy betét átlagos növekedési ütemének számítása során vagy akkor, ha valamilyen okból a kamattényezőt deriválnunk kell.

Bankbetét átlagos növekedési ütemének meghatározása

Egy bankbetét az első évben 1%, a második évben 2%, a harmadik évben 6% kamatot fizet. Mekkora a betét átlagos éves növekedési üteme (átlagos hozama) hagyományos és logaritmusos kamatozás esetén?

Hagyományos kamatozás esetén három év alatt összesen $1,01 \cdot 1,02 \cdot 1,06 = 1,092$ -szeresére növekszik a bankbetét. Ez átlagosan évi $\sqrt[3]{1,092} = 1,0296$ azaz 2,96%-os növekedés (hozam). Az átlagos növekedési ütem tehát ebben az esetben a kamattényezők mértani átlagából származtatható.

Ha a megadott kamatlábak logaritmusos kamatlábak, akkor a három kamattényező szorzata:

$$e^{0,01} \cdot e^{0,02} \cdot e^{0,06} = e^{0,01+0,02+0,06}$$

Ugyanennyi szeresére nő a bankbetét, ha három évre az átlagos növekedési ütemmel számolunk, tehát (ha r -rel jelöljük az átlagos növekedési ütemet): $e^{0,01+0,02+0,06} = e^{3 \cdot r}$, és innen azt kapjuk, hogy $r = \frac{0,01+0,02+0,06}{3} = 0,03$, azaz 3%. Ebben az esetben tehát az átlagos növekedési ütem a logaritmusos kamatlábak számtani átlaga.

Azon túl, hogy a számolás – mint látható – az utóbbi esetben lényegesen egyszerűbb, ha a múltbéli hozamokból becsüljük az átlagos hozamot, akkor azért is érdekesebb logaritmusos kamatlábat használni, mert a számtani átlag becslése torzítatlan (szemben a mértani átlagával, ami torzított).

A **diszkonttényező** a logaritmusos kamatlábak világában is a kamattényező reciproka, tehát **az** $e^{-i \cdot t}$ formában írható fel.

4. Nominális kamat – reálkamat

A nominális kamat megmutatja, hogy miként változik a betétünk forintnagysága, de önmagában nem árul el semmit a vásárlóértékben bekövetkezett változásról. Amennyiben arra vagyunk kíváncsiak, hogy **miként változott betétünk vásárlóértéke**, úgy az inflációs hatástól meg kell tisztítanunk a nominális kamatlábat. Az így nyert kamatlábat: **reálkamatlábnak** nevezzük.

A betét nominális értékének változása tehát a reálkamat szerinti növekedésből és az inflációt kompenzáló növekedésből tevődik össze, tehát a nominális kamatláb az alábbi módon határozódik meg:

A nominális és a reálkamatláb közti összefüggés:

$$1 + r_{\text{nom.}} = (1 + r_{\text{reál}}) \cdot (1 + i), \text{ ahol}$$

$r_{\text{nom.}}$: az éves nominális kamatláb,

$r_{\text{reál}}$: az éves reálkamatláb

i : az éves inflációs ráta.

Innen átrendezéssel kapjuk a **reálkamatlábat meghatározó összefüggést:**

$$r_{\text{reál}} = \frac{r_{\text{nom.}} - i}{1 + i}.$$

A fenti (keretes) összefüggést másként átrendezve adódik a $r_{\text{reál}} = r_{\text{nom.}} - i - r_{\text{reál}} \cdot i$ összefüggés, ahol az utolsó tag (amennyiben az inflációs ráta moderált nagyságú) közelítő számításokban elhanyagolható, ekképpen a formula a $r_{\text{reál}} \approx r_{\text{nom.}} - i$ összefüggésre egyszerűsödik. Amennyiben gyorsan (pl. fejben) szeretnénk meghatározni a reálkamatláb (közelítő) nagyságát, **a nominális kamatláb és az inflációs ráta különbségeként is becsülhetjük.**

A reálkamatláb közelítő formulája (az ún. Fisher-formula)

$$r_{\text{reál}} \approx r_{\text{nom.}} - i, \text{ ahol}$$

$r_{\text{reál}}$: az éves reálkamatláb

$r_{\text{nom.}}$: az éves nominális kamatláb,

i : az éves inflációs ráta.

Reálkamatláb meghatározása

Tegyük fel, hogy az éves nominális kamatláb 7,12 %, az éves inflációs ráta pedig 3 %. Mekkora a reálkamatláb?

A teljesen pontos módszert használva:

$$r_{\text{reál}} = \frac{r_{\text{nom.}} - i}{1 + i} = \frac{0,0712 - 0,03}{1 + 0,03} = 0,04 \text{ azaz } 4 \% \text{-os reálkamatlábát kapunk.}$$

A közelítő számítás eredményeként, a Fisher-formulát használva: $r_{\text{nom}} - i = 7,12 \% - 3 \% = 4,12 \%$ adódik, azaz a módszer felülbecsli a reálkamatláb tényleges nagyságát.

5. Bruttó kamat – nettó kamat

A nominális kamatlábbal számolt betétérték nem jelent a befektető számára rendelkezésre is álló jövedelmet, hiszen rendszerint a kapott kamat után **adózni** is kell. A befektetőt pedig a befektetési döntésnél elsősorban a rendelkezésre álló, adózás utáni kamatjövedelem érdekli, mely a nettó kamatláb alapján határozható meg.

A nettó kamatláb a bruttó kamatláb **adótól megtisztított** része, képletszerűen az alábbi formulával számolható ki:

A nettó kamatláb kiszámítása:

$$r_{\text{nettó}} = r_{\text{bruttó}} \cdot (1 - T), \text{ ahol}$$

$r_{\text{nettó}}$: az éves nettó kamatláb

$r_{\text{bruttó}}$: az éves bruttó kamatláb

T : a kamatra kivetett adó mértéke

Nettó kamatláb meghatározása

Egy betéti konstrukció meghirdetett éves kamatlába 8,5 %. A kamatadó nagysága 20 %. Mekkora a nettó kamatláb? A képlet alapján:

$$r_{\text{nettó}} = r_{\text{bruttó}} \cdot (1 - T) = 8,5\% \cdot (1 - 0,2) = 6,8\%. \text{ Az éves nettó kamatláb nagysága tehát } 6,8 \%.$$

6. Kamatláb – diszkontláb

A jelenérték-számításnál láttuk, hogy a diszkontálásnál használt kamatlábat szokás diszkontrátának is nevezni. A diszkontrátától eltérő fogalmat takar viszont az ún. **diszkontláb fogalma**, mely a váltók világából ered. A váltó egy jövőbeli fizetési ígérvényt jelent, egy adott pénzösszeg adott (jövőbeli) időpontban történő kifizetését. Ha a váltó jogosultja szeretett volna a váltó lejáratát megelőzően pénzhez jutni, akkor a váltót egy bankkal leszámíltathatta, ami annyit jelentett, hogy a bank a váltót megvásárolta a jogosulttól, természetesen a neki járó kamatot levonva a kifizetett összegből egy leszámítási kamatlábat más néven: **diszkontlábat használva**. A diszkontlábat a váltó névértékére (azaz a jövőben kifizetendő összegre) vetítették, így volt a legegyszerűbb a számítás. Ha tehát egy váltó 10.000 Ft kifizetését ígéri egy év múlva és a diszkontláb 20 % egy évre, akkor a leszámítás során a váltóért a bank 10.000 Ft – 10.000 Ft · 20 %-ot, vagyis 8.000 Ft-ot fizetett. A levont kamatot tehát úgy határozták meg, hogy **a jövőben kifizetendő összeget szorozták meg a diszkontlábbal**. A kamatláb használata során viszont – mint láttuk – a jelenbeli összeget szorozzuk meg a kamatlábbal annak érdekében, hogy megkapjuk az időszakra járó kamatot. 20 %-os kamatláb esetén tehát 100 Ft folyósításhoz 120 Ft visszafizetés tartozik. 20 % diszkontláb esetén viszont 100 Ft visszafizetéshez tartozik 80 Ft folyósítás. **A diszkontláb a kamat meghatározásánál a jövőbeli összegre vetít, a kamatláb a jelenbeli összegre vetít**. A diszkontlábból meghatározható a kamatláb és fordítva.

A kamatláb meghatározása a diszkontláb ismeretében:

$$k = \frac{d}{1-d}, \text{ ahol}$$

d : a vizsgált időszakra alkalmazott diszkontláb (pl. 1 évre)

k : az ugyanarra az időszakra jutó kamatláb (1 évre)

A diszkontláb meghatározása a kamatláb ismeretében:

$$d = \frac{k}{1+k}, \text{ ahol}$$

k : a vizsgált időszakra jutó kamatláb (pl. 1 évre)

d : az ugyanarra az időszakra jutó kamatláb (1 évre)

A kamatláb kiszámítása a diszkontláb ismeretében

3 hónapos váltót évi 24% diszkontláb mellett diszkontálnak. Hány % éves névleges kamatlábnak felel ez meg?

A vizsgált időszak most 3 hónap, egynegyed év. Mivel éves szinten a diszkontláb 24%, ezért 3 hónapra ez megfelel $24 \% / 4 = 6 \%$ -os diszkontlábnak. Az első képletbe behelyettesítve a 3 hónapra eső kamatláb

$$k = \frac{d}{1-d} = \frac{0,06}{1-0,06} = 0,0638 \text{ azaz } 6,38 \%$$

Ez éves szinten $6,38 \% \cdot 4 = 25,53 \%$. Azaz a megadott diszkontláb éves szinten 25,53 %-nak felel meg.

A diszkontláb kiszámítása a kamatláb ismeretében

Egy 180 napos hitelre 10 % kamatot kellett fizetni. Ez hány százalékos éves diszkontlábnak felel meg?

A vizsgált időszak most fél év (a váltók világában a német kamatszámítási módszert szokás alkalmazni, ahol az év 360 napos). A fél évre eső diszkontláb:

$$d = \frac{k}{1+k} = \frac{0,1}{1+0,1} = 0,0909 \text{ azaz } 9,09 \%$$

Ez éves szinten $9,09 \% \cdot 2 = 18,18 \%$. Azaz a megadott kamatláb éves szinten 18,18%-nak felel meg.

7. Százalékpont – bázispont

A kamatláb egy átszámítási kulcs, amivel a különböző időpontbeli pénzek egymásra átválthatók, az árfolyam megadásának egy sajátos módja, amit jellemzően egy évre, százalékos formában szoktak megadni: pl. 6 % p. a. (ahol a p.a. rövidítés annyit tesz: *per annum*, azaz évente). A kamatláb ugyanakkor időben változó mennyiség. A monetáris politika fontos lépéseiről beszámoló hírekben például gyakran hallani olyat, hogy „a jegybank az irányadó kamatlábat, az ún. jegybanki alapkamatot 25 bázisponttal megemelte”. Mit jelent a bázispont kifejezés?

A kamat a gyakorlatban nem egy folytonos változó, a piacokon meghatározzák azt a legkisebb értéket, amivel a nagysága legalább változhat. Ez általában a százalék századrésze, vagyis 0,01 %. Ezt nevezzük **bázispontnak** (vagy más szóval: **alappontnak**). A kamatláb változását bázispontokban (rövidítése: bp) szokták megadni. 1 százalékpont = 100 bp.

Kamatláb változásának meghatározása

Hány bázisponttal nagyobb a 13,35 %-os kamatláb, mint a 12,90%-os kamatláb?

A két kamatláb különbsége: $13,35 \% - 12,90 \% = 0,45 \%$, ami 45 bázispontnak felel meg.



További érdekes információk a témában

Lépcsős és sávos kamatozás

A lépcsős kamatozású betétek esetében a hitelintézetek különbözőösszegek sávokat határoznak meg, amelyekhez különböző kamatlábakat párosítanak. Amennyiben a betett összeg átlép egy kamatlépcsőt, úgy az egész összeg azzal a kamatlábbal fog kamatozni (ellentétben a sávos kamatozással). A sávos kamatozás esetében a hitelintézetek összeg vagy futamidősávokat határoznak meg és a különböző összeg- vagy futamidősávokban levő pénz az adott sávhoz rendelt kamatlábbal kamatozik. A sávos kamatozás előnye, hogy a futamidő alatt a betét rendszerint bármikor feltörhető anélkül, hogy a kamatok elvesznének.

Érdekes elolvasni a „Bankmonitor” nevű honlap „A bankok által alkalmazott kamatozási módok” című írását a témában, mely példákon keresztül magyarázza el a különbséget a kétféle kamatszámítás között!

<https://bankmonitor.hu/jobb-tudni/bankbeteti-kamatok/a-bankok-altal-alkalmazott-kamatozasi-modok/>



ÖNELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK:

1. Mi az egyszerű és mi a kamatos kamatozás lényege?
2. Hogyan határozható meg egy jelenbeli pénzösszeg jövőértéke egyszerű és hogyan kamatos kamatozás mellett?
3. Milyen kamatszámítási módszereket ismerünk az év és a hónap napszáma alapján?
4. Mit jelent az EBKM mutató és mik a jellemzői?
5. Mit jelent a vegyes kamatozás és mikor használják?

6. Mit jelent az effektív kamatláb és hogyan határozható meg adott számú éven belüli tőkésítés esetén a nominális kamatláb ismeretében?
7. Hogyan határozható meg a logaritmikus kamatláb és kamattényező és milyen esetekben lehet célszerű az alkalmazása?
8. Mit mutat meg a reálkamatláb és hogyan határozható meg a nominális kamatláb és az inflációs ráta ismeretében pontosan/közelítő módszerrel?
9. Miben tér el a nettó és a bruttó kamatláb?
10. Mi a különbség a kamatláb és a diszkontláb között?
11. Hány bázispont tesz ki 1 százalékpontot?

12. Egyszerű kamatozás vagy kamatos kamatozás mellett több a jövőérték

- a.) éven túl
b.) éven belül?

Megoldás: a.) kamatos; b.) egyszerű

13. 1MFt-ot helyezünk el egy bankbetétben, melyre a bank 6% éves kamatot ígér. Mekkora lesz bankbetétünk értéke 1 év 4 hónap múlva, ha a bank a vegyes kamatozás módszerét alkalmazza?

- a.) 1,2 MFt
b.) 1,75 MFt
c.) 1,081 MFt
d.) 1,81 MFt

Megoldás: c.)

14. Mekkora az effektív kamatláb, ha az éves névleges kamatláb 24%, és a bank havonta tőkésít?

- a.) 24%
b.) 26,82%
c.) 27,13%
d.) a megadott adatokból nem állapítható meg

Megoldás: b.)

15. Tegyük fel, hogy a nominális kamatláb mértéke meghaladja az inflációs ráta értékét. Hogyan változik a reálkamatláb, ha mind a nominális kamatláb, mind pedig az inflációs ráta ugyanannyi % ponttal nő?

Megoldás: csökken

16. Egy betéti konstrukciónál a bank éves 12%-os névleges kamatot hirdet, havi tőkésítéssel. A kamatadó mértéke 20%. Mekkora éves nettó kamatlábbal számolhatnak a befektetők?

- a.) 9,6%
- b.) 10,14%
- c.) 12%
- d.) 12,68%

Megoldás: b.)

17. Egy bankbetét az egymást követő években rendre 10%, 8%, 6%, 4% kamatot fizet. Mennyi a betét éves átlagos növekedési üteme hagyományos és logaritmikus kamatozás esetén?

Megoldás: 6,98% hagyományos; 7% logaritmikus kamatozás esetén

18. Egy 240 napos váltó diszkontlába évi 9%. Ez hány százalék éves névleges kamatlábnak fel meg?

Megoldás: 9,57%

19. A 0,8%-os kamatláb hány bázisponttal nagyobb, mint a -0,25%-os kamatláb?

Megoldás: 105 bp-tal

20. Mennyi a kamatnapok száma, ha a betétet december 27-én helyezzük el, és február 14-én vesszük ki?

Megoldás: 49 nap

21. 300.000Ft-ot helyezünk el egy bankszámlán 2020. február 5-én. Melyik kamatszámítási módszer esetén kapjuk a legtöbb kamatot, ha 2020. március 5-én felvesszük a betétet és a bank évi 9%-os névleges kamattal számol?

Megoldás: a német módszer alkalmazása esetén



A téma az utcán hever.

Bővítse ismereteit az alábbi újságcikk elolvasásával!

[A negatív reálkamat hatásairól ír a Figyelő](#)

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
GAZDASÁGTUDOMÁNYI KAR
KÖZGAZDÁSZ KÉPZÉS
TÁVOKTATÁSI TAGOZAT
LECKESOROZAT
COPYRIGHT © SZTE GTK 2017/2018

A LECKE TARTALMA, ILLETVE ALKOTÓ ELEMEI ELŐZETES,
ÍRÁSBELI ENGEDÉLY MELLETT HASZNÁLHATÓK FEL.

JELLEN TÁNYAG
A SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEMEN KÉSZÜLT
AZ EURÓPAI UNIÓ TÁMOGATÁSÁVAL.
PROJEKT AZONOSÍTÓ: EFOP-3.4.3-16-2016-00014

SZÉCHENYI 2020



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE