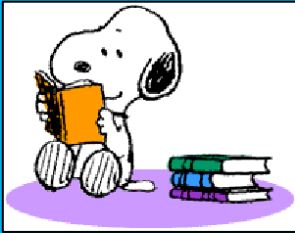


 Kosztópulosz Andreász	Mottó: <i>„A világ legnagyobb matematikai felfedezése a kamatos kamat.”</i> Albert Einstein	Kulcsfogalmak: egyszerű kamat, kamatos kamat, vegyes kamatozás, effektív kamat, nominális és reálkamat, Fisher-formula, bruttó és nettó kamat	 ≈ 60 perc
---	--	--	---

A jövőérték-számítás elméleti módszere tulajdonképpen a kamatszámítás gyakorlatához kötődik a legszorosabban. Az olvasóleckében a kamatszámítás gyakorlata során leggyakrabban használt alapvető fogalmakat, technikákat vesszük sorra egy-egy fogalompár köré rendezve.

1. Egyszerű kamat – kamatos kamat

Egyszerű kamatozás során azt feltételezzük, hogy az időszakosan elszámolt kamatot nem számítják hozzá a betét értékéhez a kamatszámítás során, azaz periódusról periódusra mindig csak az induló betétösszeg kamatozik. Ennek megfelelően a jóváírt kamat összege periódusról periódusra megegyezik, és emiatt a betét időbeli gyarapodása **lineáris növekedést** fog mutatni. A betét jövőbeli értéke az alábbiak szerint határozható meg:

A jövőbeli érték meghatározása egyszerű kamatozás esetén:

Jövőbeli érték = $C_0 (1 + r \cdot n)$, ahol

C_0 : a jelenbeli pénzösszeg, pl. 100.000 Ft

r : a kamatláb, pl. 10%=0,1

n : az évek (periódusok) száma, pl. 5 év

Az egyszerű kamatszámítást **1 évnél hosszabb időtáv esetén nem alkalmazzák** a gyakorlatban. A leggyakrabban az **éven belüli** futamidejű konstrukcióknál találkozhatunk ezzel a technikával. Ekkor tulajdonképpen az **időarányos kamat** meghatározásáról van szó (pl. negyedéves kamat, féléves kamat stb.) A képletben ez úgy jelentkezik, hogy az időtartamot kifejező n helyébe a tört időszak hosszát helyettesítjük be (pl. negyedév esetén $n=0,25$)

Egyszerű kamatozás: időarányos kamat

3 MFt-ot helyezünk el egy bankbetétben, melyre a bank 4%-os éves kamatot ígér. A kamatokat negyedévente írják jóvá. Mekkora lesz befektetésünk értéke a harmadik negyedév végén, ha a bank egyszerű kamatszámítást alkalmaz?

Mivel egyszerű kamatozásról van szó, az egyes negyedévekben elszámolt kamatot nem számítják hozzá az induló betét értékéhez, hanem rendre csak a 3MFt kamatozik. A képlet alapján n helyébe 0,75-öt kell helyettesíteni, hiszen három negyedéven át kamatoztatjuk betétünket, azaz:

$3\text{MFt} \cdot (1 + 0,04 \cdot 0,75) = 3\text{MFt} \cdot 1,03 = 3.090.000\text{Ft}$. Tehát negyedévenként 30.000 Ft kamatot számolnak el a részünkre, a három negyedév alatt összesen 90.000Ft kamatot.

Abban az esetben, ha a bank az elszámolt kamat összegével megnöveli a betétként elhelyezett tőként nagyságát, tőkésítésről beszélünk. Tőkésítés esetén a kamatszámítás alapjául szolgáló betétünk időszakról időszakra növekedni fog a jóváírt kamatok értékével, így a következő időszakban a tőkésített kamat is kamatozni fog. Ezt a módszert **kamatos kamatszámításnak** nevezzük, és alkalmazása esetén betétünk értéke **exponenciálisan** fog növekedni. A jövőérték-számítás már közölt formulája kamatos kamatszámítást feltételez.

Kamatos kamat tört évre

3MFt-ot helyezünk el egy bankbetétben, amelyre a bank 4%-os éves kamatot ígér. A bank az időarányosan jelszámolt kamat negyedévente történő tőkésítését vállalja. Mekkora lesz befektetésünk értéke a harmadik negyedév végén?

A példában negyedéves tőkésítést vállalt a bank, ez azt jelenti, hogy az időarányosan egy negyedévre járó 1%-nyi kamatot jóváírja a betét értékében, így a következő negyedévben a kamattal növelt összeg kamatozik tovább. A jövőérték-számítás képletében $r=1\%$, $n=3$, hiszen három periódusról van szó, ezért a betét értéke:

$3\text{MFt} \cdot (1 + 0,01)^3 = 3.090.903\text{Ft}$, tehát némileg meghaladja (903 Ft-tal) az egyszerű kamatozás esetén kapott összeget.

Éven túli konstrukciókban a **kamatos kamatozás** módszere használatos. Gyakori eset azonban, hogy a befektetés időtávja egy vagy több teljes évből és egy tört évből tevődik össze (pl. 2 és fél év). Ilyenkor elvileg a kamatos kamatozás használható lenne (a képletben n helyébe 2,5-öt helyettesítve), de

a bankbetétek kamatszámításánál leggyakrabban **vegyes kamatozást** alkalmaznak. Ez azt jelenti, hogy az egész évekre a kamatos kamatozást, a tört évre pedig az egyszerű kamatszámítást alkalmazzák.

Vegyes kamatozás

5 MFt-ot helyezünk el egy bankbetétben, melyre a bank 8% éves kamatot ígér. Mekkora lesz bankbetétünk értéke 2 év 3 hónap múlva?

Vegyes kamatozást feltételezve, két év múlva betétünk értéke egész évekre a kamatos kamatozást alkalmazva:

$$5\text{MFt} \cdot (1 + 0,08)^2 = 5.832.000\text{Ft lesz.}$$

Az utolsó három hónapos periódusra (tört év) a bank egyszerű kamatszámítást alkalmaz, azaz a negyedévre járó 2%-os időarányos kamatot fogja elszámolni. A betét időszak végi értéke eszerint:

$$5.832.000\text{Ft} \cdot (1 + 0,08 \cdot 0,25) = 5.948.640\text{Ft.}$$

Abban az esetben, ha a teljes 2 év 3 hónapra kamatos kamatozást feltételeztünk volna, a befektetésünk értékére:

$$5\text{MFt} \cdot (1 + 0,08)^{2,25} = 5.945.295,62 \text{ Ft, ami némileg kisebb, mint a vegyes kamatozás esetén számolt érték.}$$

2. Névleges kamat – effektív kamat

Láttuk, hogy a betéti konstrukciók esetén a befektetés értékének növekedése függ attól, hogy az időarányosan elszámolt kamatot milyen gyakran tőkésítik: ugyanaz a kinyilvánított vagy névleges évi 12%-os kamat eltérő növekedést eredményez betétünk értékében, ha féléves vagy ha negyedéves tőkésítést ígér a bank. Féléves tőkésítés esetén egy év alatt két alkalommal, az egyes félévek végén tőkésítik az időarányos fél évre járó kamatot, negyedéves tőkésítés esetén évente négy alkalommal tőkésítik a negyedévre járó időarányos kamatot. Ahhoz, hogy a két konstrukciót össze tudjuk hasonlítani, meg kell határoznunk, hogy az egyes konstrukciók esetén **mekkora a betét tényleges éves növekedési üteme**, azaz mekkora a **tényleges vagy effektív kamatláb**.

A nominális kamatról effektív kamatra való áttérés képlete:

$$r_{\text{eff.}} = \left(1 + \frac{k}{m}\right)^m - 1, \text{ ahol}$$

$r_{\text{eff.}}$: az éves effektív kamatláb

k : az éves névleges (nominális) kamat

m : az évenkénti tőkésítések száma.

Effektív kamatláb gyakori tőkésítés mellett

Az éves nominális kamatláb legyen 12%. Számítsuk ki, mekkora az elérhető éves effektív kamatláb, ha a kamatokat félévente, negyedévente, havonta, hetente, naponta tőkésítik!

A tőkésítés alapjául szolgáló időszak hossza	A tőkésítés gyakorisága m	A tőkésítés alapjául szolgáló időszakra jutó időarányos kamatláb (%) k/m	1 Ft összegű betét jövőértéke 1 év múlva (Ft) $(1+k/m)^m$	Éves effektív kamatláb $(1+k/m)^m - 1$
1 év	1	12	1,12	12%
fél év	2	12/2=6	1,06 ² =1,1236	12,36%
negyed év	4	12/4=3	1,03 ⁴ =1,1255	12,55%
egy hónap	12	12/12=1	1,01 ¹² =1,1268	12,68%
egy hét	52	12/52=0,23	1,0023 ⁵² =1,1273	12,73%
egy nap	365	12/365=0,03	1,0003 ³⁶⁵ =1,1275	12,75%

Látható, hogy az éves effektív kamatláb nagysága a tőkésítések gyakoriságának növekedésével párhuzamosan nő, de ez a növekedés csökkenő mértékű.

3. Nominális kamat – reálkamat

A nominális kamat megmutatja, hogy miként változik a betétünk forintnagysága, de önmagában nem árul el semmit a vásárlóértékben bekövetkezett változásról. Amennyiben arra vagyunk kíváncsiak, hogy **miként változott betétünk vásárlóértéke**, úgy az inflációs hatástól meg kell tisztítanunk a nominális kamatlábat. Az így nyert kamatlábat: **reálkamatláb**nak nevezzük.

A betét nominális értékének változása tehát a reálkamat szerinti növekedésből és az inflációt kompenzáló növekedésből tevődik össze, tehát a nominális kamatláb az alábbi módon határozódik meg:

A nominális és a reálkamatláb közti összefüggés:

$$1 + r_{\text{nom.}} = (1 + r_{\text{reál}}) \cdot (1 + i), \text{ ahol}$$

$r_{\text{nom.}}$: az éves nominális kamatláb,

$r_{\text{reál}}$: az éves reálkamatláb

i : az éves inflációs ráta.

Innen átrendezéssel kapjuk a **reálkamatláb meghatározó összefüggést**:

$$r_{\text{reál}} = \frac{r_{\text{nom.}} - i}{1 + i}.$$

A fenti (keretes) összefüggést másként átrendezve adódik a $r_{\text{reál}} = r_{\text{nom.}} - i - r_{\text{reál}} \cdot i$ összefüggés, ahol az utolsó tag (amennyiben az inflációs ráta moderált nagyságú) közelítő számításokban elhanyagolható, ekképpen a formula a $r_{\text{reál}} \approx r_{\text{nom.}} - i$ összefüggésre egyszerűsödik. Amennyiben gyorsan (pl. fejben) szeretnénk meghatározni a reálkamatláb (közelítő) nagyságát, **a nominális kamatláb és az inflációs ráta különbségeként is becsülhetjük.**

A reálkamatláb közelítő formulája (az ún. Fisher-formula)

$$r_{\text{reál}} \approx r_{\text{nom.}} - i, \text{ ahol}$$

$r_{\text{reál}}$: az éves reálkamatláb

$r_{\text{nom.}}$: az éves nominális kamatláb,

i : az éves inflációs ráta.

Reálkamatláb meghatározása

Tegyük fel, hogy az éves nominális kamatláb 7,12 %, az éves inflációs ráta pedig 3 %. Mekkora a reálkamatláb?

A teljesen pontos módszert használva:

$$r_{\text{reál}} = \frac{r_{\text{nom.}} - i}{1 + i} = \frac{0,0712 - 0,03}{1 + 0,03} = 0,04 \text{ azaz 4 \% -os reálkamatlábát kapunk.}$$

A közelítő számítás eredményeként, a Fisher-formulát használva: $r_{\text{nom.}} - i = 7,12 \% - 3 \% = 4,12 \%$ adódik, azaz a módszer felülbecsli a reálkamatláb tényleges nagyságát.

4. Bruttó kamat – nettó kamat

A nominális kamatlábbal számolt betétérték nem jelent a befektető számára rendelkezésre is álló jövedelmet, hiszen rendszerint a kapott kamat után **adózni** is kell. A befektetőt pedig a befektetési döntésnél elsősorban a rendelkezésre álló, adózás utáni kamatjövedelem érdekli, mely a nettó kamatláb alapján határozható meg.

A nettó kamatláb a bruttó kamatláb **adótól megtisztított** része, képletszerűen az alábbi formulával számolható ki:

A nettó kamatláb kiszámítása:

$$r_{\text{nettó}} = r_{\text{bruttó}} \cdot (1 - T), \text{ ahol}$$

$r_{\text{nettó}}$: az éves nettó kamatláb

$r_{\text{bruttó}}$: az éves bruttó kamatláb

T : a kamatra kivetett adó mértéke

Nettó kamatláb meghatározása

Egy betéti konstrukció meghirdetett éves kamatlába 8,5 %. A kamatadó nagysága 20 %. Mekkora a nettó kamatláb?

A képlet alapján:

$$r_{\text{nettó}} = r_{\text{bruttó}} \cdot (1 - T) = 8,5\% \cdot (1 - 0,2) = 6,8\%. \text{ Az éves nettó kamatláb nagysága tehát } 6,8 \%.$$



További érdekes információk a témában

Lépcsős és sávós kamatozás

A lépcsős kamatozású betétek esetében a hitelintézetek különbözőösszezsávokat határoznak meg, amelyekhez különböző kamatlábakat párosítanak. Amennyiben a betett összeg átlép egy kamatlépcsőt, úgy az egész összeg azzal a kamatlábbal fog kamatozni (ellentétben a sávós kamatozással). A sávós kamatozás esetében a hitelintézetek összeg vagy futamidősávokat határoznak meg és a különböző összeg- vagy futamidősávokban levő pénz az adott sávhoz rendelt kamatlábbal kamatozik. A sávós kamatozás előnye, hogy a futamidő alatt a betét rendszerint bármikor feltörhető anélkül, hogy a kamatok elvesznének.

Érdeemes elolvasni a „Bankmonitor” nevű honlap „A bankok által alkalmazott kamatozási módok” című írását a témában, mely példákon keresztül magyarázza el a különbséget a kétféle kamatszámítás között!

<https://bankmonitor.hu/jobb-tudni/bankbeteti-kamatok/a-bankok-altal-alkalmazott-kamatozasi-modok/>



ÖNELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK:

1. Egyszerű kamatozás vagy kamatos kamatozás mellett több a jövőérték

a.) éven túl

b.) éven belül?

Megoldás: a.) kamatos; b.) egyszerű

2. 1MFt-ot helyezünk el egy bankbetétben, melyre a bank 6% éves kamatot ígér. Mekkora lesz bankbetétünk értéke 1 év 4 hónap múlva, ha a bank a vegyes kamatozás módszerét alkalmazza?

- a.) 1,2 MFt
- b.) 1,75 MFt
- c.) 1,081 MFt
- d.) 1,81 MFt

Megoldás: c.)

3. Mekkora az effektív kamatláb, ha az éves névleges kamatláb 24%, és a bank havonta tőkésít?

- a.) 24%
- b.) 26,82%
- c.) 27,13%
- d.) a megadott adatokból nem állapítható meg

Megoldás: b.)

4. Tegyük fel, hogy a nominális kamatláb mértéke meghaladja az inflációs ráta értékét. Hogyan változik a reálkamatláb, ha mind a nominális kamatláb, mind pedig az inflációs ráta ugyanannyi % ponttal nő?

Megoldás: csökken

5. Egy betéti konstrukciónál a bank éves 12%-os névleges kamatot hirdet, havi tőkésítéssel. A kamatadó mértéke 20%. Mekkora éves nettó kamatlábbal számolhatnak a befektetők?

- a.) 9,6%
- b.) 10,14%
- c.) 12%
- d.) 12,68%

Megoldás: b.)



It's all corporate finance. (Aswath Damodaran)

Bővítse ismereteit az alábbi újságcikk elolvasásával!

[A negatív reálkamat hatásairól ír a Figyelő](#)

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
GAZDASÁGTUDOMÁNYI KAR
KÖZGAZDÁSZ KÉPZÉS
TÁVOKTATÁSI TAGOZAT
LECKESOROZAT
COPYRIGHT © SZTE GTK 2017/2018

A LECKE TARTALMA, ILLETVE ALKOTÓ ELEMEI ELŐZETES,
ÍRÁSBELI ENGEDÉLY MELLETT HASZNÁLHATÓK FEL.

JELLEN TANYAG
A SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEMEN KÉSZÜLT
AZ EURÓPAI UNIÓ TÁMOGATÁSÁVAL.
PROJEKT AZONOSÍTÓ: EFOP-3.4.3-16-2016-00014

SZÉCHENYI 2020



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE