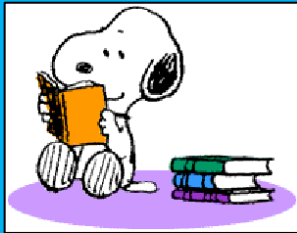


4. lecke A pénzáramok kockázata

A portfólió kockázatának meghatározása a gyakorlatban

 Kosztópulosz Andreász	Mottó: <i>„A cselekvés minden útja kockázatos, az elővigyázatosság tehát nem a veszély kerülésében rejlik (ami lehetetlen), hanem a kockázat kiszámításában és a határozott cselekvésben.”</i> Niccoló Machiavelli	Kulcsfogalmak: kovariancia, korreláció, portfólió kockázata, variancia-kovariancia mátrix, minimális kockázatú kételemű portfólió meghatározása	 ≈ 60 perc
---	--	---	---

Az előző olvasóleckében megismertük az egyedi pénzügyi eszközök hozamának és kockázatának mérését. A portfóliók kockázatának meghatározása egy kicsit bonyolultabb feladat. Ennek oka, hogy a portfólió kockázata nemcsak a portfóliót alkotó értékpapírok egyedi szórásának nagyságától függ, hanem attól is, hogy az egyes értékpapírok hozamai között milyen a kapcsolat, mennyire hajlamosak az együttmozgásra. Most ezt a témát járjuk alaposabban körül, melynek során foglalkozunk azzal is, hogy pontosan mi határozza meg a diverzifikációval elérhető kockázatcsökkentés mértékét.

1. A hozamok közötti együttmozgás meghatározása

Mint azt az előző olvasóleckében szereplő példában is láthattunk, **a portfólió kockázata** – eltérően a portfólió várható hozamától – **az esetek túlnyomó többségében nem az átlagos kockázat, hanem annál kisebb érték**: ez a diverzifikáció mögött meghúzódó alapvető megfigyelés. Hogyan számszerűsíthető ez a kockázat? A példában szerencsénk volt: ismertük az egyes kimeneteket és a valószínűség-eloszlást, így portfólió szinten is meghatározhatók voltak az egyes kimenetekhez tartozó hozamok. Mi a helyzet azonban akkor, ha – mint az oly gyakran előfordul – **csupán a portfóliót alkotó értékpapírok hozamát és szórását ismerjük**, az emögött meghúzódó kimenetekre viszont nincs rálátásunk? A helyzet az, hogy ez önmagában kevés, szükségünk van még valamire: az egyes értékpapírhozamok együttmozgásának abszolút mértékét kifejező **kovariancia** nagyságára vagy az ugyanezt relatív módon kifejező **korrelációs együttható** értékére.

A kovariancia meghatározásához átmenetileg vissza kell nyúlnunk az egyes értékpapírok lehetséges hozamaihoz és a valószínűség-eloszláshoz. Ezek ismeretében a kovariancia az alábbi módon határozható meg:

4. lecke A pénzáramok kockázata

A portfólió kockázatának meghatározása a gyakorlatban

Az értékpapírok hozamai közti kovariancia meghatározása:

$$\sigma_{AB} = p_1 (r_1^A - E(r^A))(r_1^B - E(r^B)) + p_2 (r_2^A - E(r^A))(r_2^B - E(r^B)) + \dots \\ + \dots + p_n (r_n^A - E(r^A))(r_n^B - E(r^B)), \text{ ahol}$$

σ_{AB} : az A és B értékpapír hozamai közti kovariancia (mértékegysége: %²)

$E(r)$: a várható hozam

$p_1, p_2, \dots, p_n$: a különböző lehetséges kimenetek valószínűségei

$r_1^A, r_2^A, \dots, r_n^A$: az egyes kimenetekhez tartozó lehetséges hozamok az A értékpapír esetén

$E(r^A)$: az A értékpapír várható hozama

$r_1^B, r_2^B, \dots, r_n^B$: az egyes kimenetekhez tartozó lehetséges hozamok a B értékpapír esetén

$E(r^B)$: a B értékpapír várható hozama.



Esernyőgyár és kiránduló hajó projekt hozamainak kovarianciája

Emlékeztetőül idézzük fel újra a lehetséges kimeneteket és az ezekhez tartozó hozamokat a két projekt esetében!

Kimenetel	Valószínűség	Hozamok	
		kirándulóhajó	esernyőgyár
hűvös, csapadékos nyár	25 %	6 %	20 %
sok napsütés, kevés eső	50 %	10 %	13 %
kánikula csapadék nélkül	25 %	30 %	10 %

Mindkét projekt várható hozama 14%-ra adódott.

A két projekt hozamai közötti kovariancia fenti képlet alapján az alábbi módon számítható ki:

$$0,25(6\% - 14\%)(20\% - 14\%) + 0,5(10\% - 14\%)(13\% - 14\%) + \\ + 0,25(30\% - 14\%)(10\% - 14\%) = -26\%^2$$

4. lecke A pénzáramok kockázata

A portfólió kockázatának meghatározása a gyakorlatban

A negatív előjel arra utal, hogy a két projekt hozamai ellentétes irányban mozognak.

Szintén az értékpapírok hozamainak együttmozgását számszerűsíti a korrelációs együttható, amely a két értékpapír hozama közti kapcsolat irányát és szorosságát relatív módon fejezi ki.

A korrelációs együttható (ρ , a görög rhó betű) meghatározása:

$$\rho_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A \cdot \sigma_B}, \text{ ahol}$$

ρ_{AB} : az A és B értékpapír hozamai közti korreláció nagysága

σ_{AB} : az A és B értékpapír hozamai közti kovariancia

σ_A : az A értékpapír hozamának szórása

σ_B : a B értékpapír hozamának szórása

A korrelációs együttható értéke (-1) és $(+1)$ közé esik. A $(+1)$ érték tökéletesen pozitív, a (-1) érték tökéletesen negatív kapcsolatot jelez. A 0 érték arra utal, hogy a két értékpapír hozamai egymástól függetlenül változnak.



Esernyőgyár és kiránduló hajó projekt hozamai közötti korreláció

Korábbi számításaink alapján a kirándulóhajó-projekt hozamának szórása 9,38%-ra, az esernyőgyár-projekt hozamának szórása pedig 3,67%-ra adódott, míg a kovariancia értéke $-26\%^2$ volt. Ilyen adatok mellett a hozamok közötti korrelációs együttható értéke:

$$\rho = \frac{-26\%^2}{9,38\% \cdot 3,67\%} = -0,7553, \text{ ami erős negatív irányú kapcsolat fennállására utal.}$$

2. A portfólió kockázatának meghatározása

A portfólió kockázatának meghatározásához ismernünk kell a portfólió értékének százalékos összetételét, a portfóliót alkotó értékpapírok hozamának szórásait és páronként a portfóliót alkotó értékpapírok hozamainak együttmozgását (azaz a kovarianciákat vagy a korrelációs együtthatókat). Az

N féle értékpapírból álló portfólió szórásnégyzete, amennyiben a portfóliót alkotó értékpapírok hozamainak kovarianciáit ismerjük az alábbi módon számolható ki:

A portfólió hozamainak szórásnégyzete (varianciája) a kovarianciák ismeretében:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij}, \text{ ahol}$$

N : a portfólióban szereplő értékpapírok száma

σ_p^2 : az N -féle értékpapírból összeállított portfólió hozamainak szórásnégyzete (varianciája)

$x_1, x_2, \dots, x_N$: a portfóliót alkotó N -féle értékpapír részaránya a portfólióban (a részarányok, más néven: súlyok összege természetesen minden esetben $=1$)

σ_{ij} : az i . és a j . értékpapír hozamai közti kovariancia

A formulába történő behelyettesítés során két megjegyzést kell figyelembe venni:

1. Mit jelent az, ha az indexek ugyanarra az értékpapírra vonatkoznak (azaz az értékpapír hozamának önmagával alkotott kovarianciája szerepel)? Értelmezésünk szerint ilyenkor a kovariancia helyébe az adott értékpapír hozamának szórásnégyzetét (varianciáját) kell behelyettesíteni, azaz $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$.
2. A kovariancia szimmetrikus i -re és j -re, ez azt jelenti, hogy $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$.

A fenti képletben jobb oldalon szereplő összeadandók a részvényhozamok ún. **variancia-kovariancia mátrixából** származtathatók. **A variancia-kovariancia mátrix főátlójában a portfóliót alkotó részvények varianciája szerepelnek, míg a főátlóra szimmetrikus mátrix többi elemét a részvényhozamok páronként képzett kovariancia alkotják** (1. táblázat).

1. táblázat A variancia-kovariancia mátrix

$$\begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2n} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_3^2 & \dots & \sigma_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \sigma_{3n} & \dots & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$$

A képlet kis átalakítással akkor is használható, amennyiben nem a kovarianciákat, hanem a korrelációs együtthatókat ismerjük, hiszen a szórások és a korrelációk ismeretében meghatározhatók a kovarianciák, ezt követően pedig elvégezhetjük a képletbe történő behelyettesítést.

A kovariancia és a korrelációs együttható közötti összefüggés:

$$\sigma_{AB} = \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B, \text{ ahol}$$

σ_{AB} : A és B értékpapír hozamának kovarianciája

ρ_{AB} : A és B értékpapír hozamai közti korrelációs együttható

σ_A : A értékpapír hozamainak szórása

σ_B : B értékpapír hozamainak szórása



Két értékpapírból álló portfólió kockázata

Ismerkedjünk meg a képlet működésével az $N=2$ esetben, azaz akkor, ha portfóliónkat csupán kétféle értékpapír felhasználásával állítjuk össze. Vizsgáljuk meg újra azt a lehetőséget, hogy a befektető egyidejűleg fekteti pénzét valamilyen arányban a kirándulójáró és az esernyőgyár projektekbe! Tegyük fel ismét, hogy egy befektető egyszerre investál tőkéjét mindkét projektbe úgy, hogy pénze egynegyedét a kirándulójáró-projektbe fekteti, háromnegyedét pedig az esernyőgyár-projektbe. A portfólió tehát 25%-ban kirándulójáróból és 75%-ban esernyőgyárból áll, azaz $x_1=0,25$ és $x_2=0,75$. A szórások értéke: $\sigma_1=9,38\%$ (kirándulójáró) és $\sigma_2=3,67\%$ (esernyőgyár). A két értékpapír hozamai közötti kovariancia értéke: $\sigma_{12} = -26\%^2$.

Végezzük el a behelyettesítést az $N=2$ esetben!

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 x_i x_j \sigma_{ij} = x_1 x_1 \sigma_{11} + x_1 x_2 \sigma_{12} + x_2 x_1 \sigma_{21} + x_2 x_2 \sigma_{22}.$$

A képlet alkalmazásához tett első megjegyzés értelmében $\sigma_{11} = \sigma_1^2$, azaz $88\%^2$ és $\sigma_{22} = \sigma_2^2$, azaz $13,5\%^2$. A második megjegyzés értelmében $\sigma_{12} = \sigma_{21}$, azaz a két középső tag összevonható. A két elemű portfólió szórása tehát a végsősoron alábbi módon fejezhető ki:

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + 2x_1 x_2 \sigma_{12} + x_2^2 \sigma_2^2.$$

Behelyettesítéssel kapjuk a portfólió hozamainak szórásnégyzetét:

$$\sigma_p^2 = 0,25^2 \cdot 88\%^2 + 2 \cdot 0,25 \cdot 0,75 \cdot (-26\%^2) + 0,75^2 \cdot 13,5\%^2 = 3,34\%^2$$

A portfólió szórása (kockázata):

$$\sqrt{\sigma_p^2} = \sqrt{3,34\%^2} = 1,83\%,$$

éppúgy, mint a kimenetekre épülő számolás esetén volt az előző olvasóleckében.

Természetesen ugyanez a korrelációs együttható alapján is kiszámolható lett volna, hiszen

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + 2x_1 x_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 + x_2^2 \sigma_2^2.$$

3. A diverzifikáció révén elérhető kockázatcsökkenés mértéke és a korreláció közötti összefüggés

A diverzifikáció révén elérhető kockázatcsökkenés mértéke a **korrelációs együttható nagyságától függ**. A két értékpapír közötti diverzifikáció kockázatcsökkentési lehetőségeit foglalja össze a 2. táblázat.

4. lecke A pénzáramok kockázata

A portfólió kockázatának meghatározása a gyakorlatban

2. táblázat A korrelációs együttható nagysága és a diverzifikáció révén elérhető kockázatsökkenés

A korrelációs együttható nagysága	A diverzifikáció révén elérhető kockázatsökkenés
$\rho = +1$	A diverzifikáció nem csökkenti a kockázatot, a portfólió kockázata a két részvény egyedi kockázatának súlyozott számtani átlaga. A kockázat nem diverzifikációval, hanem úgy minimalizálható, ha kizárólag az alacsonyabb kockázatú értékpapírba fektetünk.
$-1 < \rho < +1$	A diverzifikáció révén a portfólió kockázata az átlagos kockázat alá csökken, de a kockázat teljes mértékben nem küszöbölhető ki.
$\rho = -1$	A diverzifikáció révén a portfólió kockázata az átlagos kockázat alá csökken, és létezik olyan portfólió összeállítás, amely teljes mértékben kiküszöböli a kockázatot.

A 2. táblázatból látható, hogy amennyiben a két értékpapír hozamai közötti korreláció kisebb, mint 1, akkor a befektetés két értékpapír közötti megosztásával a befektetés kockázata az átlagos kockázat alá csökkenthető. Hogy milyen mértékben csökken a befektetés kockázata az átlagos kockázat alá, az a portfólió összetételétől, azaz az egyes értékpapírok részarányától függ. Amennyiben a korrelációs együttható értéke kisebb, mint 1, meghatározható az a portfólió összetétel, ami **minimalizálja a kockázatot**.

Két értékpapírba történő befektetés esetén a minimális kockázatú portfólió összetétele (amennyiben a hozamok közötti korreláció kisebb, mint 1!):

$$x_1 = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}} \text{ és } x_2 = 1 - x_1 = \frac{\sigma_1^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}}, \text{ ahol}$$

x_1 : az első értékpapír portfólión belüli részaránya

x_2 : a második értékpapír portfólión belüli részaránya (természetesen $x_1 + x_2 = 1$)

σ_1 : az első értékpapír hozamának szórása

σ_2 : a második értékpapír hozamának szórása

σ_{12} : a két értékpapír hozama közti kovariancia

A képlet abban a speciális esetben is alkalmazható, ha a két értékpapír hozama közötti korreláció -1. Ekkor a formula az alábbi alakra egyszerűsíthető:

4. lecke A pénzáramok kockázata

A portfólió kockázatának meghatározása a gyakorlatban

$$x_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \text{ és } x_2 = 1 - x_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2}.$$



A minimális kockázatú portfólió

Ismerkedjünk meg a képlet működésével az $N=2$ esetben, azaz akkor, ha portfóliónkat csupán kétféle értékpapír felhasználásával állítjuk össze. Vizsgáljuk meg újra azt a lehetőséget, hogy a befektető egyidejűleg fekteti pénzét valamilyen arányban a kirándulójáró és az esernyőgyár projektekbe! Tegyük fel ismét, hogy egy befektető egyszerre investál tőkéjét mindkét projektbe úgy, hogy pénze egynegyedét a kirándulójáró-projektbe fekteti, háromnegyedét pedig az esernyőgyár-projektbe. A portfólió tehát 25%-ban kirándulójáróból és 75%-ban esernyőgyárból áll, azaz $x_1=0,25$ és $x_2=0,75$. A szórások értéke: $\sigma_1=9,38\%$ (kirándulójáró) és $\sigma_2=3,67\%$ (esernyőgyár). A két értékpapír hozamai közötti kovariancia értéke: $\sigma_{12} = -26\%^2$.

Végezzük el a behelyettesítést az $N=2$ esetben!

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 x_i x_j \sigma_{ij} = x_1 x_1 \sigma_{11} + x_1 x_2 \sigma_{12} + x_2 x_1 \sigma_{21} + x_2 x_2 \sigma_{22}.$$

A képlet alkalmazásához tett első megjegyzés értelmében $\sigma_{11}=\sigma_1^2$, azaz $88\%^2$ és $\sigma_{22}=\sigma_2^2$, azaz $13,5\%^2$. A második megjegyzés értelmében $\sigma_{12}=\sigma_{21}$, azaz a két középső tag összevonható. A két elemű portfólió szórása tehát a végső soron alábbi módon fejezhető ki:

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + 2x_1 x_2 \sigma_{12} + x_2^2 \sigma_2^2.$$

Behelyettesítéssel kapjuk a portfólió hozamainak szórásnégyzetét:

$$\sigma_p^2 = 0,25^2 \cdot 88\%^2 + 2 \cdot 0,25 \cdot 0,75 \cdot (-26\%^2) + 0,75^2 \cdot 13,5\%^2 = 3,34\%^2$$

A portfólió szórása (kockázata):

$$\sqrt{\sigma_p^2} = \sqrt{3,34\%^2} = 1,83\%,$$

éppúgy, mint a kimenetekre épülő számolás esetén volt az előző olvasóleckében.

Természetesen ugyanez a korrelációs együttható alapján is kiszámolható lett volna, hiszen

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + 2x_1 x_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 + x_2^2 \sigma_2^2.$$

Az okos befektető tehát nem tesz minden tojást egy kosárba. Őt az érdekli, hogy a különböző értékpapírok hogyan hatnak a portfólió egészének kockázatára. **Egy jól diverzifikált portfólió kockázata nem tartalmaz egyedi kockázatot, hanem kizárólag piaci kockázatból áll.**

4. Egy részvény hozzájárulása a portfólió kockázatához

Hogyan tudjuk meghatározni egy a portfólióban szereplő „X” részvény hozzájárulását a portfólió teljes kockázatához? A kérdés megválaszolásakor idézzük fel, hogy a portfólió varianciáját a variancia-kovariancia mátrix elemeinek a sor és oszlop fejlécekben álló portfólió súlyok szorzatösszegeként számoltuk ki (3. táblázat).

3. táblázat A portfólión belüli részarányokkal kiegészített variancia-kovariancia mátrix

Portfólió súlyok	w ₁	w ₂	...	w _X	...	w _n
w ₁	Cov(r ₁ ,r ₁)	Cov(r ₁ ,r ₂)	...	Cov(r ₁ ,r _X)	...	Cov(r ₁ ,r _n)
w ₂	Cov(r ₂ ,r ₁)	Cov(r ₂ ,r ₂)	...	Cov(r ₂ ,r _X)	...	Cov(r ₂ ,r _n)
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
w _X	Cov(r _X ,r ₁)	Cov(r _X ,r ₂)	...	Cov(r _X ,r _X)	...	Cov(r _X ,r _n)
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
w _n	Cov(r _n ,r ₁)	Cov(r _n ,r ₂)	...	Cov(r _n ,r _X)	...	Cov(r _n ,r _n)

Megjegyzés: Cov(r_i,r_j) az i-edik és a j-edik részvény hozamai közti kovarianciát jelöli

Az „X” részvény (abszolút) hozzájárulása a portfólió kockázatához ezért meghatározható az „X” részvény sorában szereplő kovarianciák (köztük az egy varianciával) illetve a fejlécben szereplő részarányok szorzatösszegeként:

$$w_X[w_1Cov(r_X, r_1) + w_2Cov(r_X, r_2) \cdots + w_XCov(r_X, r_X) + \cdots w_nCov(r_X, r_n)]$$

Számolhatunk relatív hozzájárulást is, ebben az esetben az abszolút hozzájárulás mértékét el kell osztanunk a portfólió hozamainak varianciájával.

Észre lehet venni, hogy a fenti képletben a szögletes zárójelben szereplő kifejezésben lévő kovarianciás tagokat átalakíthatjuk az alábbi módon: $w_iCov(r_X, r_i) = Cov(r_X, w_i r_i)$, hiszen a kovariancia a tényleges hozamok várható hozamtól vett eltéréseinek valószínűségekkel súlyozott szorzatösszege, és ennek a szorzatösszegnek egy számmal való szorzását tagonként is elvégezhetjük. Mi több, a kovariancia additív tulajdonságú is, ezért

$$\sum_{i=1}^n w_iCov(r_X, r_i) = \sum_{i=1}^n Cov(r_X, w_i r_i) = Cov\left(r_X, \sum_{i=1}^n w_i r_i\right)$$

Mivel $\sum_{i=1}^n w_i r_i = r_P$, ami a portfólió hozama, ezért végül is azt kaptuk, hogy:

$$\sum_{i=1}^n w_iCov(r_X, r_i) = Cov(r_X, r_P)$$

Innen látható, hogy az „X” részvény abszolút hozzájárulása a portfólió varianciájához meghatározható egyszerűbben a következő módon is: $w_XCov(r_X, r_P)$.

Ez az eredmény igazából nem meglepő, hiszen ha a portfólió és a részvény hozamai ellentétesen mozognak (negatív a korreláció), akkor a részvény hozzájárulása a portfólió kockázatához negatív, azaz stabilizálóan hat a portfólió hozamingadozásaira. Ha a részvény együttmozog a portfólióval (pozitív a korreláció), akkor felerősíti a portfólió hozamingadozását.

4. lecke A pénzáramok kockázata

A portfólió kockázatának meghatározása a gyakorlatban



A két projekt hozzájárulása a portfólió kockázatához

Számoljuk ki a kirándulójáró és az esernyőgyár projekt hozzájárulását annak a portfóliónak a kockázatához, amely 25%-ban kirándulójáróból és 75%-ban esernyőgyárból áll, azaz $w_1=0,25$ és $w_2=0,75$. Ebben az esetben a portfólió súlyokkal kiegészített variancia-kovariancia mátrix a következő lesz:

Portfólió súlyok	$w_1=0,25$	$w_2=0,75$
$w_1=0,25$	$\text{Cov}(r_1, r_1) = 88\%^2$	$\text{Cov}(r_1, r_2) = -26\%^2$
$w_2=0,75$	$\text{Cov}(r_2, r_1) = -26\%^2$	$\text{Cov}(r_2, r_2) = 13,5\%^2$

A kirándulójáró projekt abszolút hozzájárulása portfólió varianciájához:

$$0,25[0,25 \cdot 88\%^2 + 0,75 \cdot (-26\%^2)] = 0,625\%^2$$

A relatív hozzájárulás mértéke: $0,625 / 3,34 = 18,7\%$.

Az esernyőgyár projekt abszolút hozzájárulása portfólió varianciájához:

$$0,75[0,25 \cdot (-26\%^2) + 0,75 \cdot 13,5] = 2,71875\%^2$$

A relatív hozzájárulás mértéke: $2,71875 / 3,34 = 81,3\%$.



További érdekes információk a témában

A diverzifikáció korlátai

Fontos észrevétel, hogy a részvények számának növelésével a kovarianciák egyre meghatározóbbá válnak a portfólió kockázatában. Amikor csak két részvényből áll a portfólió, akkor a variancia-kovariancia mátrixban ugyanannyi cella tartalmaz varianciát, mint kovarianciát. Sok értékpapírból álló portfólió esetén viszont a kovarianciák száma jóval több, mint a varianciáké (l. 1. táblázat). Ezért egy jól diverzifikált portfólió kockázata jórészt a kovarianciákon múlik.

Ennek igazolásához tegyük fel, hogy olyan portfóliókkal foglalkozunk, amelyeknél egyenlő arányban fektetünk N db részvénybe. Ezeket a portfóliókat szoktuk egyenlően súlyozott portfólióknak hívni. Az egyenlően súlyozott portfólióknál a befektetési arány minden egyes részvénytől $1/N$. Ezért a portfólió szórásának képletében mind a szórásnégyzeteket, mind pedig a kovarianciákat tartalmazó tagoknál a súlyok $(1/N)^2$ értékűek. Összesen N tag tartalmaz varianciát (ezek ugyanis a variancia-kovariancia mátrix főátlójában szerepelnek), a többi $N^2 - N$ tag (a variancia-kovariancia mátrix főátlóján kívüli elemek) pedig kovarianciát.

$$\begin{aligned} \text{A portfólió varianciája} &= N \cdot \left(\frac{1}{N}\right)^2 \times \text{Átlagos variancia} + (N^2 - N) \cdot \left(\frac{1}{N}\right)^2 \times \text{Átlagos kovariancia} = \\ &= \frac{1}{N} \times \text{Átlagos variancia} + \left(1 - \frac{1}{N}\right) \times \text{Átlagos kovariancia} \end{aligned}$$

Vegyük észre, hogy N növekedésével az átlagos variancia szerepe minden határon túl csökken, ezért a portfólió varianciája az átlagos kovarianciához közelít. Mivel a részvények többsége a pozitív kovarianciák finom hálójával kötődik egymáshoz, ez korlátozza diverzifikáció lehetőségeit. Így már világos lehet a piaci kockázat pontos jelentése. Ez a diverzifikáció után megmaradó átlagos kovariancia.

Forrás: Brealey-Myers (2005): *Modern vállalati pénzügyek*. Panem Könyvkiadó, Budapest, 182-183. o.



ÖNELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK:

1. Milyen mutatószámokkal számszerűsíthetjük az értékpapírok hozamainak együttmozgását?

2. Igaz vagy hamis?

Ha két értékpapír hozamának kovarianciája zérus, akkor valamelyiknek a szórása biztosan zéró.

Megoldás: hamis

Ha két értékpapír hozama közti korreláció zéró, akkor a portfólió megfelelő összeállításával a kockázat kiküszöbölhető.

Megoldás: hamis

Ha két értékpapír hozamának korrelációs együtthatója -1, akkor mindig képezhető belőlük zérus szórású portfólió.

Megoldás: igaz

Ha az értékpapír-hozamok tökéletesen pozitívan korrelálnak, akkor a diverzifikáció nem csökkenti a kockázatot.

Megoldás: igaz

A portfólió szórása mindig kisebb alkotóelemei szórásának súlyozott átlagánál.

Megoldás: hamis

3. Az A és B részvényről a következő információkkal rendelkezünk. Az A részvény hozamának szórása 8%, a B részvényé 12%. A hozamok közötti korrelációs együttható: 0,25. Határozza meg a minimális kockázatú portfólió százalékos összetételét!

Megoldás:

Először is határozzuk meg a két részvény hozamainak kovarianciáját!

$$\sigma_{AB} = \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B = 0,25 \cdot 8\% \cdot 12\% = 24\%^2$$

Ezt helyettesítsük be a minimális kockázatú portfólió összetételét meghatározó képletbe!

$$x_A = \frac{12^2 - 24}{8^2 + 12^2 - 2 \cdot 24} = 0,75 \text{ és } x_B = 1 - 0,75 = 0,25.$$

Tehát a portfóliót 75%-ban A részvényből, 25%-ban B részvényből kell összeállítani, ha minimalizálni akarjuk a kockázatot.

4. lecke A pénzáramok kockázata

A portfólió kockázatának meghatározása a gyakorlatban



It's all corporate finance. (Aswath Damodaran)

Bővítse ismereteit az alábbi újságcikk elolvasásával!

„Nincs hova menekülni...”

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
GAZDASÁGTUDOMÁNYI KAR
KÖZGAZDÁSZ KÉPZÉS
TÁVOKTATÁSI TAGOZAT
LECKESOROZAT
COPYRIGHT © SZTE GTK 2017/2018

A LECKE TARTALMA, ILLETVE ALKOTÓ ELEMEI ELŐZETES,
ÍRÁSBELI ENGEDÉLY MELLETT HASZNÁLHATÓK FEL.

JELLEN TANYAG
A SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEMEN KÉSZÜLT
AZ EURÓPAI UNIÓ TÁMOGATÁSÁVAL.
PROJEKT AZONOSÍTÓ: EFOP-3.4.3-16-2016-00014

SZÉCHENYI 2020



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE