



**SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM**  
UNIVERSITAS SCIENTIARUM SZEGEDIENSIS  
**MÉRNÖKI KAR**

**Dr. Péter Szabó István – Vecseri András:**

## **Alkalmazott műszaki hőtán**

**Gázok termodinamikája**

**Gőzök termodinamikája**

**Passzív hőtranszport**

Szegedi Tudományegyetem Mérnöki Kar

Műszaki Intézet

Szeged, 2019.

**SZÉCHENYI** 2020



MAGYARORSZÁG  
KORMÁNYA

**Európai Unió**  
Európai Szociális  
Alap



**BEFEKTETÉS A JÖVŐBE**

## Tartalom

|        |                                          |    |
|--------|------------------------------------------|----|
| 1.     | Alapfogalmak .....                       | 5  |
| 1.1.   | Termodinamikai rendszer.....             | 5  |
| 1.1.1. | A termodinamikai rendszer fala .....     | 7  |
| 1.2.   | Állapotjelzők.....                       | 7  |
| 1.3.   | Munka.....                               | 11 |
| 1.3.1. | Fizikai munka .....                      | 12 |
| 1.3.2. | Technikai (nyomásváltózási) munka.....   | 15 |
| 1.4.   | Hő.....                                  | 17 |
| 1.5.   | Fajlagos hőmennyiség .....               | 18 |
| 1.6.   | Termodinamikai anyagjellemzők .....      | 18 |
| 1.6.1. | Fajhő .....                              | 18 |
| 1.6.2. | Adiabatikus kitevő .....                 | 19 |
| 1.6.3. | Köbös hőtágulási együttható .....        | 21 |
| 1.6.4. | Hővezetési tényező .....                 | 22 |
| 1.6.5. | Dinamikai viszkozitás .....              | 23 |
| 1.7.   | Mértékegységek.....                      | 25 |
| 1.7.1. | Hőmérséklet.....                         | 25 |
| 1.7.2. | Nyomás.....                              | 29 |
| 1.7.3. | Munka, energia, hő.....                  | 30 |
| 1.7.4. | Hőáram, hőáramsűrűség.....               | 31 |
| 1.8.   | A termodinamika főtételei.....           | 31 |
| 1.8.1. | A termodinamika 0. főtétele.....         | 31 |
| 1.8.2. | A termodinamika I. főtétele.....         | 31 |
| 1.8.3. | A termodinamika II. főtétele.....        | 37 |
| 1.8.4. | A termodinamika III. főtétele.....       | 37 |
| 2.     | Az ideális gázok állapotváltozásai ..... | 39 |
| 2.1.   | Az ideális gázok állapotegyenlete .....  | 39 |
| 2.2.   | Valóságos gázok állapotegyenletei .....  | 41 |

|        |                                                                                   |     |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 2.2.1. | Van der Waals egyenlet .....                                                      | 41  |
| 2.3.   | Az ideális gázok reverzibilis állapotváltozásai .....                             | 42  |
| 2.3.1. | Izoterm állapotváltozás .....                                                     | 43  |
| 2.3.2. | Izochor állapotváltozás .....                                                     | 45  |
| 2.3.3. | Izobár állapotváltozás .....                                                      | 46  |
| 2.3.4. | Adiabatikus állapotváltozás .....                                                 | 47  |
| 2.3.5. | Politropikus állapotváltozás .....                                                | 48  |
| 6.     | táblázat. A politropikus állapotváltozás általánosítása .....                     | 50  |
| 2.4.   | Irreverzibilis állapotváltozások.....                                             | 50  |
| 3.     | Gázok körfolyamatai.....                                                          | 52  |
| 3.1.1. | Carnot körfolyamat .....                                                          | 54  |
| 3.1.2. | Otto körfolyamat .....                                                            | 55  |
| 3.1.3. | Diesel körfolyamat.....                                                           | 62  |
| 3.1.4. | Sabathier körfolyamat .....                                                       | 65  |
| 3.1.5. | Gázturbina körfolyamat .....                                                      | 70  |
| 3.1.6. | Stirling motorok .....                                                            | 74  |
| 3.1.7. | Kompresszor körfolyamat.....                                                      | 76  |
| 4.     | Többfázisú rendszerek termodinamikai alapjai .....                                | 80  |
| 4.1.   | Vízgőz fázisváltási diagramok .....                                               | 81  |
| 4.2.   | Vízgőz táblázatok.....                                                            | 89  |
| 4.3.   | A vízgőz állapotváltozásai .....                                                  | 96  |
| 4.3.1. | Izoterm – izobár állapotváltozás, $p = \text{const.}$ , $T = \text{const.}$ ..... | 96  |
| 4.3.2. | Izobár állapotváltozás, $p = \text{const.}$ .....                                 | 97  |
| 4.3.3. | Izochor állapotváltozás, $v = \text{const.}$ .....                                | 98  |
| 4.3.4. | Izoterm állapotváltozás, $T = \text{const.}$ .....                                | 99  |
| 4.3.5. | Adiabatikus állapotváltozás, $s = \text{const.}$ .....                            | 100 |
| 4.3.6. | Fojtásos állapotváltozás, $h = \text{const.}$ .....                               | 101 |
| 5.     | Gőzgépek termodinamikája .....                                                    | 102 |
| 5.1.   | Rankine-Clausius körfolyamat.....                                                 | 102 |

|        |                                                       |     |
|--------|-------------------------------------------------------|-----|
| 5.1.1. | Újrahevítés, többfokozatú expanzió.....               | 106 |
| 5.1.2. | Turbina megcsapolás .....                             | 107 |
| 6.     | Passzív hőtranszport.....                             | 108 |
| 6.1.   | Hővezetés .....                                       | 108 |
| 6.2.   | Hőátadás .....                                        | 113 |
| 6.2.1. | Hőátadás halmazállapot-változás esetén .....          | 115 |
| 6.3.   | Hőátszármaztatás .....                                | 117 |
| 6.4.   | Hőszugárzás.....                                      | 119 |
| 7.     | Hőcserélők .....                                      | 123 |
| 7.1.   | Felületi hőcserélők .....                             | 123 |
| 7.1.1. | Felületi vagy rekuperatív hőcserélők méretezése ..... | 124 |
| 7.2.   | Regeneratív hőcserélők .....                          | 139 |
| 8.     | Felhasznált irodalom .....                            | 141 |

A tananyag az EFOP-3.5.1-16-2017-00004 pályázat támogatásával készült.



# 1. ALAPFOGALMAK

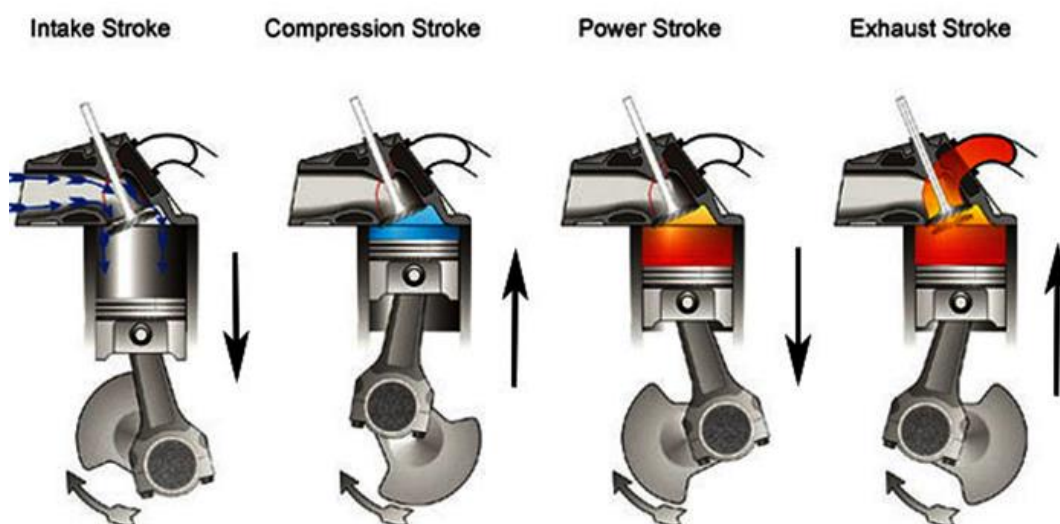
## 1.1. TERMODINAMIKAI RENDSZER

A **termodinamikai rendszer (TDR)** az anyagi valóság egy, általunk kiválasztott szempont vagy szempontrendszer szerint elhatárolt része. Az elhatárolás történhet egy valóságos **fallal** vagy egy látszólagos (*nem valóságos, képzelt*) elhatároló felülettel. A termodinamikai rendszernek a határoló falon kívüli részét **termodinamikai test**nek nevezzük. Az anyagi valóságnak a termodinamikai rendszeren kívüli részét **környezet**nek nevezzük.

**A termodinamikai rendszerek csoportosítása:**

- zárt, nyitott, magára hagyott,
- homogén vagy heterogén,
- izotróp vagy anizotróp,
- egyfázisú vagy többfázisú.
- egykomponensű vagy többkomponensű.

**Zárt** termodinamikai rendszer: nincs tömegkölcshatás a rendszer és a környezete közt: a vizsgált állapotváltozás során nem lép be anyag a rendszerbe és nem is lép ki onnan. Más kölcsönhatás lehetséges.

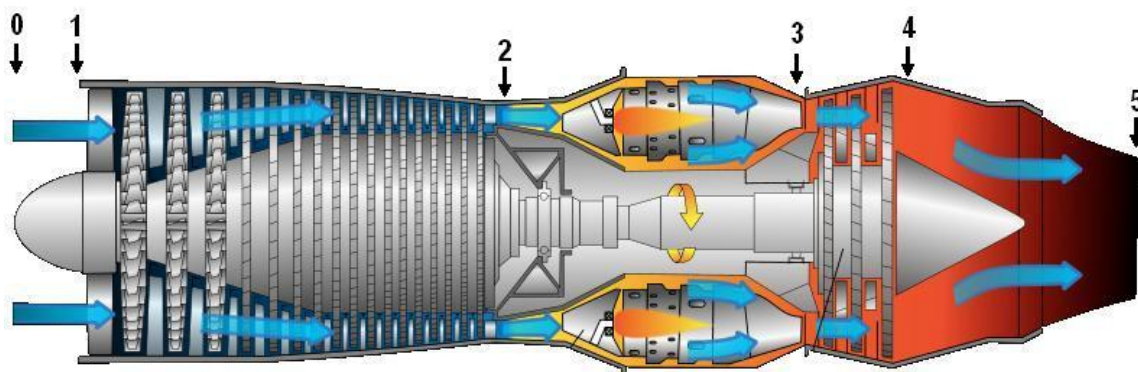


**1.1. ábra.** Példa zárt termodinamikai rendszerekre: Otto-motor

A belsőégésű motor hengerterében lévő levegő-üzemanyag keverék a termodinamikai rendszer. A levegő beszívását követően a szívószelepek zárnak. Végbemegy a kompresszió, az üzemanyag elégetésével a hőközlés és az expanzió. A munkaciklus során tehát nem lép

be anyag és nem is lép ki anyag a termodinamikai rendszer határán, így tehát a kompresszió és expanzió alatt a rendszer zárt.

**Nyitott** termodinamikai rendszer: van tömegkölcsonhatás a rendszer és a környezete közt. Más kölcsönhatás is lehetséges.



**1.1. ábra.** Példa nyitott termodinamikai rendszerekre: gázturbina

A gázturbinába a benne végbemenő állapotváltozások során a környezetből levegő lép be, illetve füstgáz távozik a környezet felé. Az 1 – 2 állapotváltozás kompresszió, a 2 – 3 hőközlés, a 3 – 4 expanzió. Ezen szakaszok állapotváltozásai nyitott rendszerekben végbemenő állapotváltozások.

A nyitott rendszer **stacionárius**, ha:

- a be- és kilépő tömegáram állandó,
- a be- és kilépő tömegáram egymással egyenlő,
- az állapotjelzők időben állandók,
- a kölcsönhatások intenzitása időben állandó.

**Magára** hagyott termodinamikai rendszer: nincs semmilyen kölcsönhatás a rendszer és a környezete közt.

**Homogén** a termodinamikai rendszer, ha az intenzív és fajlagos extenzív állapotjelzőinek értéke a rendszer minden pontjában azonos. A tulajdonságok függetlenek a helykoordinátáktól.

**Izotróp** a termodinamikai rendszer, ha anyagának fizikai tulajdonságai minden irányban azonosak. Izotrópok a folyadékok, a gázok, gőzök, az amorf szilárd testek, a köbös kristályok.

A **fázisok** a termodinamikai rendszer azon részei, amelyeket olyan makroszkopikus felületek választanak el egymástól, melyeken áthaladva egyes állapotjelzők értékei ugrásszerűen megváltoznak.

Fázisátalakulásról (halmazállapot-változásról) akkor beszélünk, ha egy anyag úgy változtatja meg halmazállapotát, hogy közben kémiai összetétele nem változik meg.

**Heterogén** a termodinamikai rendszer, ha azt különböző fázisok alkotják: két vagy több, önmagukban homogén és határfelülettel elválasztott rendszerből épülnek fel. A heterogén rendszerek lehetnek egykomponensűek (pl. jég-víz rendszer ) vagy többkomponensűek.

**Komponensek** a termodinamikai rendszert alkotó különböző kémiai tulajdonságú anyagok. Például a levegő, mint termodinamikai rendszer fő komponensei:  $N_2$ ,  $O_2$ , vízgőz, Ar,  $CO_2$ .

Az elegy olyan **többkomponensű**, homogén rendszer, amelyben a komponensek (pl. kétféle gáz) egyenletesen elkeveredtek egymással.

### 1.1.1. A termodinamikai rendszer fala

**A fal lehet:**

- merev: meggátolja a mechanikai kölcsönhatást,
- leárnyékoló: meggátolja a külső erők befolysását,
- nem áteresztő vagy félig áteresztő: meggátolja az összes anyag vagy bizonyos anyagok áthatolását,
- diatermikus: lehetővé teszi a termikus (hőhatás formában megjelenő) kölcsönhatást,
- adiatermikus: megakadályozza a termikus kölcsönhatást,
- adiabatikus: adiatermikus és egyben nem áteresztő fal,
- elszigetelő fal: a rendszer és a környezete között semmilyen kölcsönhatást nem enged meg.

## 1.2. ÁLLAPOTJELZŐK

A fizika különböző ágai definiált, makroszkopikusan mérhető mennyiségek. A rendszer állapotának egyértelmű (egyértékű) függvényei, csak a rendszer pillanatnyi állapotától függenek, és függetlenek a rendszer előző állapotától és az állapotváltozástól, melyen keresztül a rendszer az adott állapotba jutott. Minden állapotjelző makroszkopikus tulajdonság, de nem minden makroszkopikus tulajdonság állapotjelző.

Az állapotjelzők lehetnek: – termodinamikai,  
– kalorikus állapotjelzők.

Az állapotjelzők lehetnek: – skalár-,  
– vektor-,  
– tenzormennyiségek.

Az állapotjelzők lehetnek: – extenzív,  
– intenzív mennyiségek.

**Extenzív állapotjelzők:** a termodinamikai rendszer kiterjedésével arányos állapotjelzők. Összegzendő mennyiségek, a termodinamikai rendszer egyes részeiben mért mennyiségek összegei jellemzőek a teljes rendszerre. Ilyen pl.: a tömeg, a térfogat, a belső energia, az entrópia, az entalpia.

**Intenzív állapotjelzők:** kiegyenlítő állapotjelzők. Értékük a rendszer tömegétől független. A termodinamikai rendszer egyes részeiben a teljes rendszerre jellemző mennyiség mérhető (egyensúly esetén). Ilyen pl.: a nyomás, a hőmérséklet, stb.

**Fajlagosított extenzív állapotjelzők:** két extenzív állapotjelző hányadosa. Leggyakrabban egységnyi tömegre vonatkoztatott állapotjelzők, ilyen pl.: a fajtérfogat (a rendszer egységnyi tömegű részének térfogata), a sűrűség (a fajtérfogat reciproka), a fajlagos belső energia stb. Az egyensúlyi rendszer egy-egy fázisán belül a fajlagos extenzív állapotjelző számértéke mindenütt ugyanakkora, de a különböző fázisokban különböző.

**1. táblázat. A termodinamikai rendszer állapotjelzői**

| Megnevezés                 | Jelölés | SI mértékegység  | Képlet                            |
|----------------------------|---------|------------------|-----------------------------------|
| Fajtérfogat                | $v$     | $\frac{m^3}{kg}$ |                                   |
| Termodinamikai hőmérséklet | $T$     | $K$              |                                   |
| Abszolút nyomás            | $p$     | $Pa$             |                                   |
| Fajlagos belső energia     | $u$     | $\frac{J}{kg}$   | $u = c_v \cdot T$                 |
| Fajlagos entalpia          | $h$     | $\frac{J}{kg}$   | $h = u + p \cdot v = c_p \cdot T$ |
| Fajlagos entrópia          | $s$     | $\frac{J}{kgK}$  | $ds = \frac{\partial q}{T}$       |
| Szabad energia             | $f$     | $\frac{J}{kgK}$  | $f = u - T \cdot s$               |
| Szabad entalpia            | $g$     | $\frac{J}{kgK}$  | $g = h - T \cdot s$               |

Nem állapotjelző a **fajlagos hőmennyiség** ( $q, \frac{J}{kg}$ ) és a **fajlagos munka** ( $w, \frac{J}{kg}$ ).

Nem állapotjelző az **exergia** és az **anergia**, mivel értékük a rendszer környezetének hőmérsékletétől is függ. Az energia tetszőleges formává, így munkává is átalakítható része az **exergia**. A nem átalakítható rész az **anergia**. A hő annál értékesebb, minél magasabb hőmérsékleten áll rendelkezésre, a környezeti hőmérséklethez képest.

### Belső energia

Adott T hőmérsékletű gáz fajlagos belső energiája azzal a hőmennyiséggel egyenlő, amely a gáz 1 kg-ját 0 K-ről az adott T hőmérsékletre melegítené föl állandó térfogaton:

$$u = c_v (T - 0) \quad (1-1)$$

A fajlagos belső energia egyenesen arányos az ideális gáz hőmérsékletével, az arányossági tényező az izochor fajhő:

$$u = c_v T \quad (1-2)$$

A belsőenergia-változás differenciálegyenlete:

$$du = c_v dT \quad (1-3)$$

### Entalpia

Az entalpia jele **H**, a fajlagos entalpiáé **h**, régebbi jelölése I, illetve i. **Izobár** állapotváltozás esetén a rendszerrel közölt **hő** egyik része a rendszer **belső energiájának növelésére**, másik része **térfogatváltozási munkára** fordítódik (részletesen 1.3.1 fejezet):

$$q_{12} = \Delta u_{12} + p \Delta v_{12} = (u_2 - u_1) + p(v_2 - v_1) \quad (1-4)$$

Az entalpia fogalmának bevezetésével ezen két mennyiség együtt az **entalpiaváltozással** egyenlő. A zárójelet felbontva:

$$q_{12} = u_2 - u_1 + p v_2 - p v_1 \quad (1-5)$$

$$q_{12} = (u_2 + p v_2) - (u_1 + p v_1) \quad (1-6)$$

$$q_{12} = (u_2 + p v_2) - (u_1 + p v_1) \quad (1-7)$$

Az entalpiával felírva:

$$q_{12} = h_2 - h_1 \quad (1-8)$$

Így tehát **izobar** állapotváltozás esetén a **közölt hő** teljes egészében az **entalpia növelésére** fordítódik.

Az entalpia a belső energia, valamint a nyomás és a térfogat szorzatának összege:

$$h = u + p v \quad (1-9)$$

$$H = U + pV \quad (1-10)$$

Tehát az **entalpia** egyenlő a nyitott rendszer **belső energiájának** és a **belépési** (vagy **kilépési**) **munkájának** összegével (aszerint, hogy az entalpiát a belépési vagy kilépési állapotpontra írjuk föl).

Másik definíció szerint, ideális gázokra:

Adott T hőmérsékletű gáz fajlagos entalpiája azzal a hőmennyiséggel egyenlő, amely a gáz 1 kg-ját 0 K-ről az adott T hőmérsékletre melegítené föl állandó nyomáson:

$$h = c_p (T - 0) \quad (1-11)$$

A fajlagos entalpia egyenesen arányos az ideális gáz hőmérsékletével, az arányossági tényező az izobár fajhő:

$$h = c_p T \quad (1-12)$$

Az entalpia-változás differenciálegyenlete:

$$dh = c_p dT \quad (1-13)$$

## Entrópia

A termodinamikai rendszerekben lezajló állapotváltozások irányának, illetve a folyamatok során fellépő energiaveszteségek számszerű jellemzésére használt mennyiség. Az entrópia megváltozása egyenlő a közölt hőmennyiség és a hőközlésre jellemző hőmérséklet hányadosával. Az entrópia elemi kicsi megváltozása:

$$dS = \frac{\partial Q}{T} \quad (1-14)$$

Fajlagosan, a rendszer 1 kg-jára vonatkoztatva:

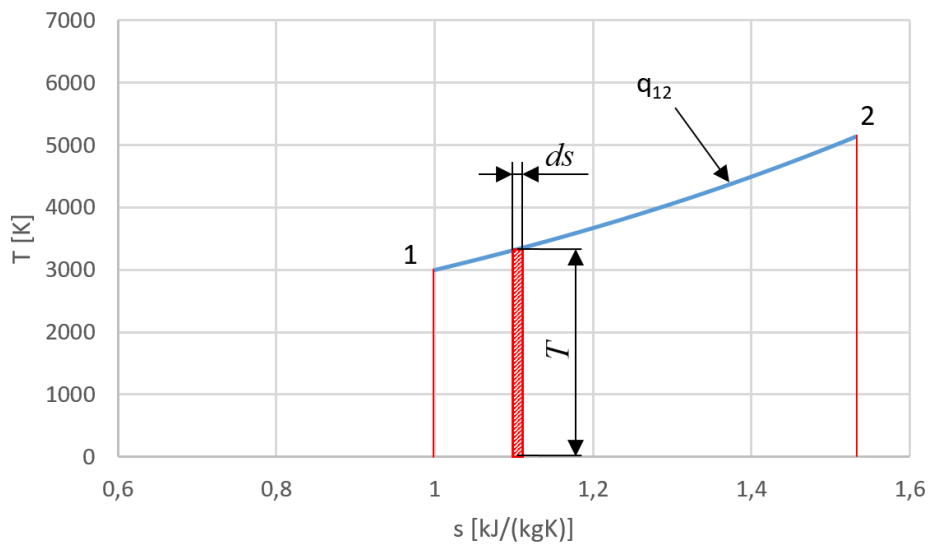
$$ds = \frac{\partial q}{T} \quad (1-15)$$

Az entrópia megváltozásának 3 oka:

- hőközlés növeli az entrópiát,
- hőelvonás csökkenti az entrópiát,
- minden, irreverzibilitást okozó veszteség növeli az entrópiát.

Az entrópia differenciálegyenletéből következik, hogy ha **T – s diagramban** ábrázoljuk az állapotváltozást, a görbe alatti terület az állapotváltozáshoz tartozó **hőmennyiséggel** lesz arányos:

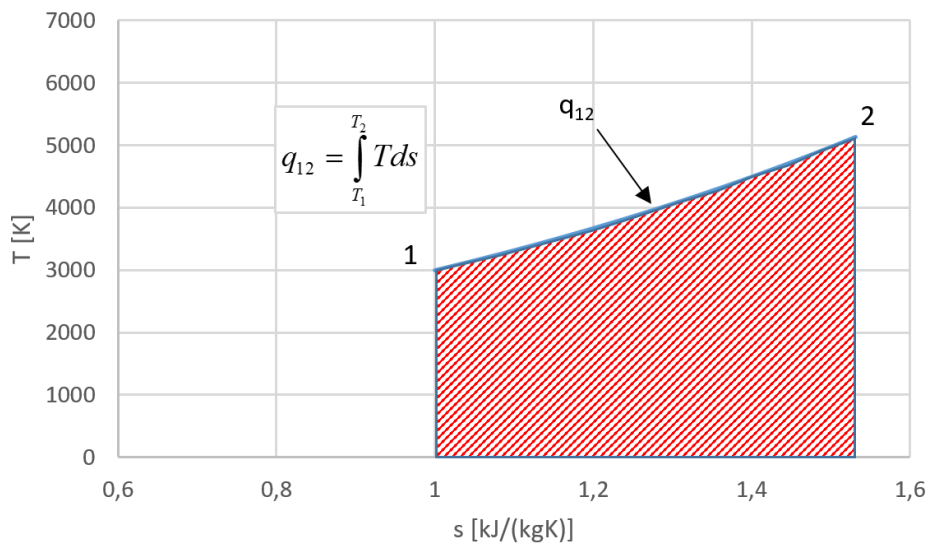
$$\partial q = T ds \quad (1-16)$$



**1.2. ábra.** A fajlagos hőmennyiség  $T - s$  diagramban, elemi kicsi entrópiaváltozásra

Integrálva a teljes állapotváltozásra:

$$q_{12} = \int_{T_1}^{T_2} T ds \quad (1-17)$$



**1.3. ábra.** A fajlagos hőmennyiség  $T - s$  diagramban

### 1.3. MUNKA

Mechanikai definíciója szerint a munka átadott energia, amely az erő és az erő irányába történt elmozdulás szorzataként számítható. A munka nem állapotjelző, mivel állapotváltozáshoz köthető mennyiség.

A termodinamika két energiaátviteli módot ismer:

- a **hő** a termikus kölcsönhatás során a rendszer határán átjutó energia,
- a **munka** a rendszerhatáron az összes többi kölcsönhatás során átjutó energia.

A termodinamika tehát a mechanikához képest a munka fogalmát általánosítja.

### Előjelek értelmezése

A termodinamikában kétféle előjelértelmezés terjedt el.

Az egyik szerint a termodinamikai rendszerbe érkező energiamennyiségek pozitív, az onnan távozók negatív előjelűek. A közölt hő pozitív, a rendszeren végzett munka pozitív.

A másik szerint az előjeleket a munkát adó technikai körfolyamatok működése szerint értelmezik. Ezen gépek működésének célja a hő munkává alakítása: a termodinamikai rendszerrel hőt közölve abból munkát nyernek ki. Az ezzel megegyező irányú energiaáramok pozitív előjelűek: a közölt hő pozitív, a rendszer által végzett munka pozitív. A két értelmezés tehát csak a munka előjeleiben tér el. Ezen jegyzetben az utóbbi előjelkiosztást használjuk:



**1.4. ábra.** A munka és a hő előjeleinek egyik (ezen jegyzetben is használt) értelmezése, a munkát adó technikai körfolyamatok működése szerint

A zárt és nyitott termodinamikai rendszerek munkája eltérő:

A **zárt rendszer** munkája a **fizikai munka**.

A **nyitott rendszer** munkája a **technikai munka**.

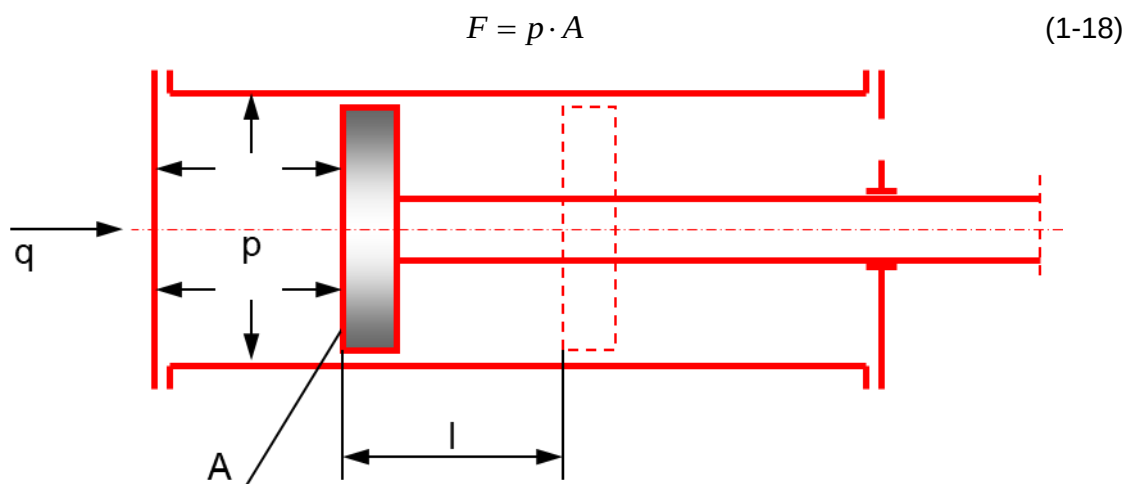
#### 1.3.1. Fizikai munka

A fizikai munka magában foglal mindenfajta, a rendszeren, illetve a rendszer által végzett munkát. **Ez lehet kémiai, elektromos, mágneses, stb. munka, valamint lehet térfogatváltozási munka.**

Egy hengerben lévő gáz a közölt  $q$  fajlagos hőmennyiség hatására terjeszkedik, a hengerben súrlódásmentesen mozgó dugattyút eltolja. A dugattyú külső oldalát a légköri nyomás, a belső oldalát a gáz nyomása terheli. A két felület egyforma, ebből és a súrlódásmentes mozgásból következik, hogy a hengertérben lévő gáz nyomása minden időpillanatban a légköri nyomással



megegyező, *amennyiben az állapotváltozás végtelen lassan megy végbe*. Az állapotváltozás ebben az esetben tehát izobár – állandó nyomású. Valójában a nyomás a térfogat függvényében változik, ennek megfelelően elemi kicsi elmozdulást vizsgálunk, mely rövid szakaszon a nyomás állandónak tekinthető. A dugattyút terhelő erő a nyomás és a felület szorzata:



**1.5. ábra.** A térfogatváltozási munka értelmezése

A dugattyú elemi kicsi elmozdulása  $dl$ , ezen a szakaszon a végzett munka az erő ( $F$ ) és az erő irányában tett elmozdulás szorzata:

$$\partial W = F \cdot dl = p \cdot A \cdot dl \quad (1-19)$$

A dugattyú felületének és a dugattyú elmozdulásának szorzata a gáz térfogatváltozásával egyenlő:

$$A \cdot dl = dV \quad (1-20)$$

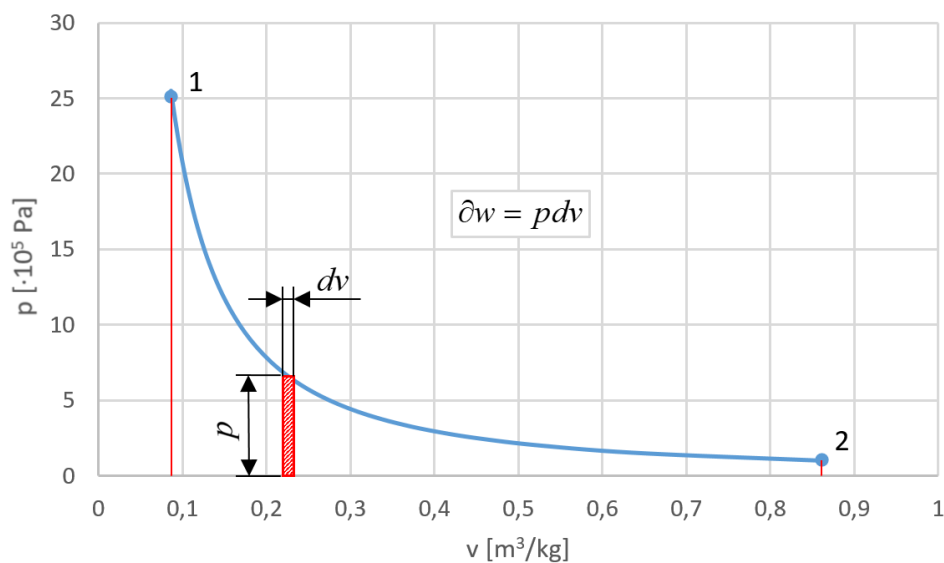
Így a munka a gáz abszolút nyomásának és térfogatváltozásának szorzata:

$$\partial W = p dV \quad (1-21)$$

Fajlagosan a rendszer egységnyi tömegére vonatkoztatva:

$$\partial w = p dv \quad (1-22)$$

Az állapotváltozások munkájának szemléltetésére a  $p - v$  diagram alkalmas. A fizikai vagy térfogatváltozási munka az állapotváltozás görbéje alatti területtel arányos. A fenti differenciálegyenletet a piros téglalap területe szemlélteti:

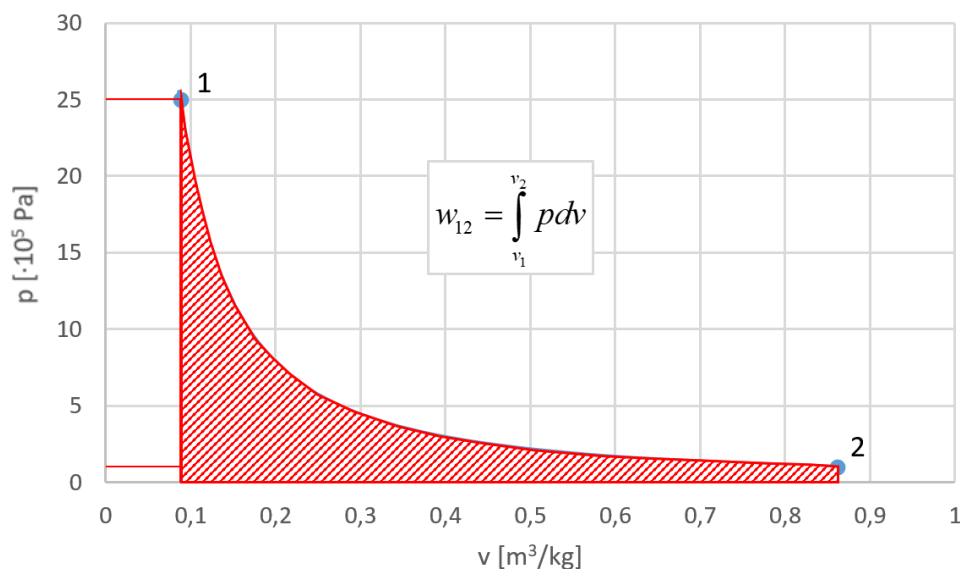


**1.6. ábra.** A fizikai (térfogatváltozási) munka  $p$ - $v$  diagramban, elemi kicsi fajtérfogat-változásra

A piros téglalap területe az elemi kicsi fajtérfogat-változáshoz tartozó fizikai munkával arányos. A függvényt a kezdeti 1 állapottól a 2 végállapotig integrálva megkapjuk a fizikai munka nagyságát:

$$w_{12} = \int_{v_1}^{v_2} p dv \quad (1-23)$$

A fizikai munka a  $p - v$  diagramban az állapotváltozás görbéje alatti területtel arányos:



**1.7. ábra.** A fizikai (térfogatváltozási) munka  $p$ - $v$  diagramban

A fajlagos munka mértékegysége:

$$[w] = \frac{[W]}{[m]} = \frac{J}{kg} = \frac{[F][l]}{[m]} = \frac{Nm}{kg} = \frac{N}{m^2} \frac{m^3}{kg} = Pa \frac{m^3}{kg} \quad (1-24)$$

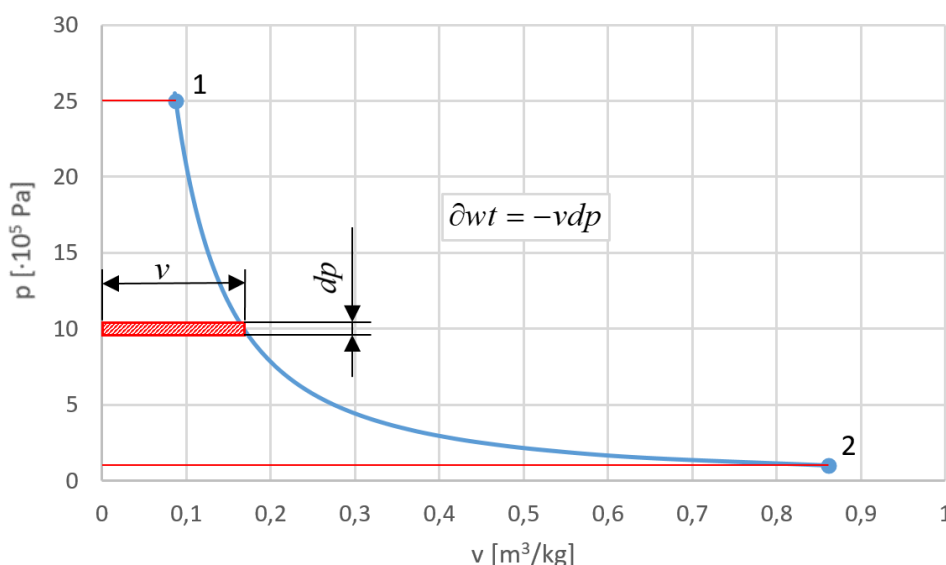
Fentiekből következik, hogy a munka számításakor a nyomást Pa-ban kell behelyettesíteni.

### 1.3.2. Technikai (nyomásváltózási) munka

A **nyitott rendszer** tömegkölcshatásban van a környezetével: anyag lép be, illetve anyag lép ki a rendszer határain. Ez belépési, illetve kilépési munkával jár. A fentebb tárgyalt fizikai munka, valamint a belépési és a kilépési munka előjelhelyes összege a technikai munka, másik nevén nyomásváltózási munka.

$$\delta w_t = -v dp \quad (1-25)$$

A p-v diagramban az állapotváltózás technikai munkája az állapotváltózás görbéje melletti területtel arányos. Elemi kicsi nyomásváltózás esetén:

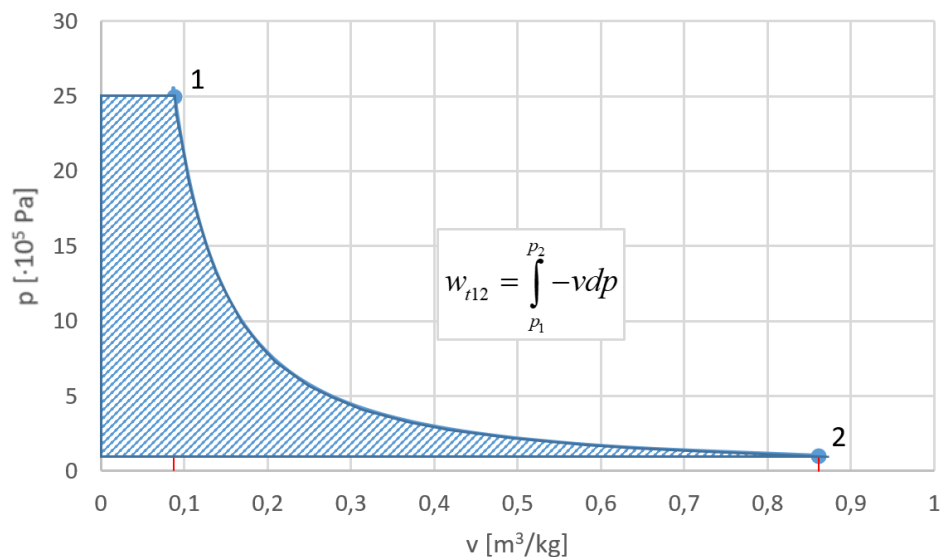


**1.8. ábra.** A technikai (nyomásváltózási) munka p-v diagramban, elemi kicsi nyomásváltózásra

A piros téglalap területe az elemi kicsi nyomásváltózáshoz tartozó technikai munkával arányos. A függvényt a kezdeti 1 állapottól a 2 végállapotig integrálva megkapjuk a fizikai munka nagyságát:

$$w_{t12} = \int_{p_1}^{p_2} -v dp \quad (1-26)$$

A technikai munka a p – v diagramban az állapotváltózás görbéje melletti területtel arányos:



**1.9. ábra.** A technikai (nyomásváltozási) munka  $p$ - $v$  diagramban

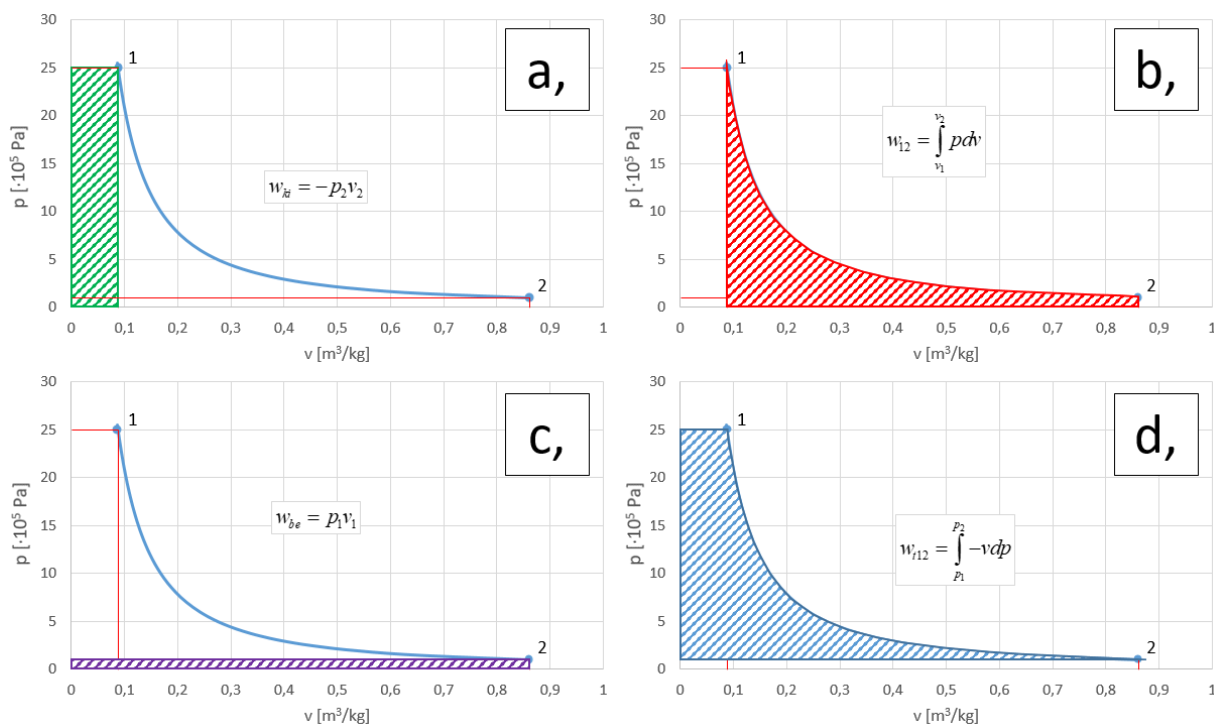
A negatív előjel a korábban tárgyalt előjel értelmezés miatt szükséges: az ábrán látható 1 – 2 állapotváltozás nyomáseséssel jár, tehát a munkát a rendszerből nyerjük ki. Ez jelen értelmezés szerint pozitív (1.4 ábra), a  $vdp$  szorzat viszont negatív ( $dp$  negatív), így az elemi nyomásváltozáshoz tartozó technikai munka  $-vdp$ .

A **technikai munka** 3 munka, a **belépési (betolási) munka**, a **fizikai munka** és a **kilépési (kitolási) munka** előjelhelyes összege. Az előzőleg bemutatott 1 – 2 expanzióra felírva:

$$w_{be} = p_1 v_1 \quad (1-27)$$

$$w_{12} = \int_{v_1}^{v_2} p dv \quad (1-28)$$

$$w_{ki} = -p_2 v_2 \quad (1-29)$$



**1.10. ábra.** A belépési (a), a fizikai (b), a kilépési (c) és a technikai (d) munka  $p$ - $v$  diagramban

$$w_{t12} = w_{be} + w_{12} + w_{ki} = p_1 v_1 + \int_{v_1}^{v_2} p dv - p_2 v_2 = \int_{p_1}^{p_2} -v dp \quad (1-30)$$

Az entalpia fogalmának bevezetésével a technikai munka kiszámítása is jelentősen egyszerűsödik (lásd részletesen: a termodinamika I. főtétele).

## 1.4. Hő

A hő a rendszer határfelületén fellépő, tömegkölsönhatás nélküli energiatranszport-mennyiség, amit a hőmérséklet-eloszlás inhomogenitása indukál. Más megfogalmazásban: a hő a termikus kölsönhatás során a rendszer határán átjutó energia. A hő nem állapotjelző, mivel állapotváltozáshoz köthető mennyiség. A hő átlépve a rendszer határát a rendszert alkotó elemi részek (atomok, molekulák, szubatomi részecskék) potenciális és/vagy kinetikus energiáját növeli, vagy éppen az említett energiák csökkenése a forrása annak a hőnek, mely a rendszerből kilép. Annak a hőnek az előjelét tekintjük pozitívnak, amely az adott termodinamikai rendszerbe belép és negatívnak a rendszerből távozót. A hő vagy hőmennyiség jele  $Q$ . Mértékegysége az energiáéval megegyező, SI mértékegységrendszerben: **Joule [J]**.

### A munka és a hő közös tulajdonságai:

1. Mind a munka, mind pedig a hő a rendszer határfelületén fellépő, a rendszer és környezete közötti **kölcsönhatáshoz tartozó jellemző**.
2. Mindkettő a termodinamikai rendszer **két állapota közötti átmenetet (tranzienst) jellemzi** és nem a rendszert.
3. Mindkettő az átmeneti folyamathoz tartozó jellemző, azaz **folyamatjellemzők** és nem állapotjelzői a rendszernek.
4. Mindkettő függvénye az állapotváltozás módjának, azaz **útfüggők**, ebből következően **nem állapotjelzői a rendszernek**.

## 1.5. FAJLAGOS HŐMENNYISÉG

A termodinamikai rendszer extenzív állapotjelzőjére, leggyakrabban **tömegére** vonatkoztatott hőmennyiség. Jele: **q** (a szokásos nagybetű-kisbetű használatnak megfelelően).

## 1.6. TERMODINAMIKAI ANYAGJELLEMZŐK

### 1.6.1. Fajhő

A termodinamikai rendszer **hőmérsékletének egységnyi emeléséhez** szükséges hő a rendszer valamely extenzív állapotjelzőjére – leggyakrabban **tömegére** – vonatkoztatva. Más megfogalmazásban: az a hőmennyiség, ami egységnyi tömegű közeg hőmérsékletének 1K-nel történő emeléséhez szükséges.

SI mértékegységei:

$$[c] = \frac{J}{kg \cdot K}$$

Egységnyi térfogatra vonatkoztatva:

$$[c] = \frac{J}{m^3 \cdot K}$$

A fajhő értéke függ attól, hogy ez az egységnyi hőmérséklet-emelkedés milyen állapotváltozás során megy végbe. A folyamat jellegétől függően megkülönböztetünk:

- izobar: **c<sub>p</sub>**
- izochor: **c<sub>v</sub>**
- politropikus: **c<sub>n</sub>**

fajhőt.

Az **állandó térfogaton** történő melegítés **kevesebb hő igényel**, mint az **állandó nyomású** folyamat, mivel a közeg ekkor nem végez térfogatváltozási munkát, ezért a közölt hő teljes egészében a belső energia növelésére fordítódik:

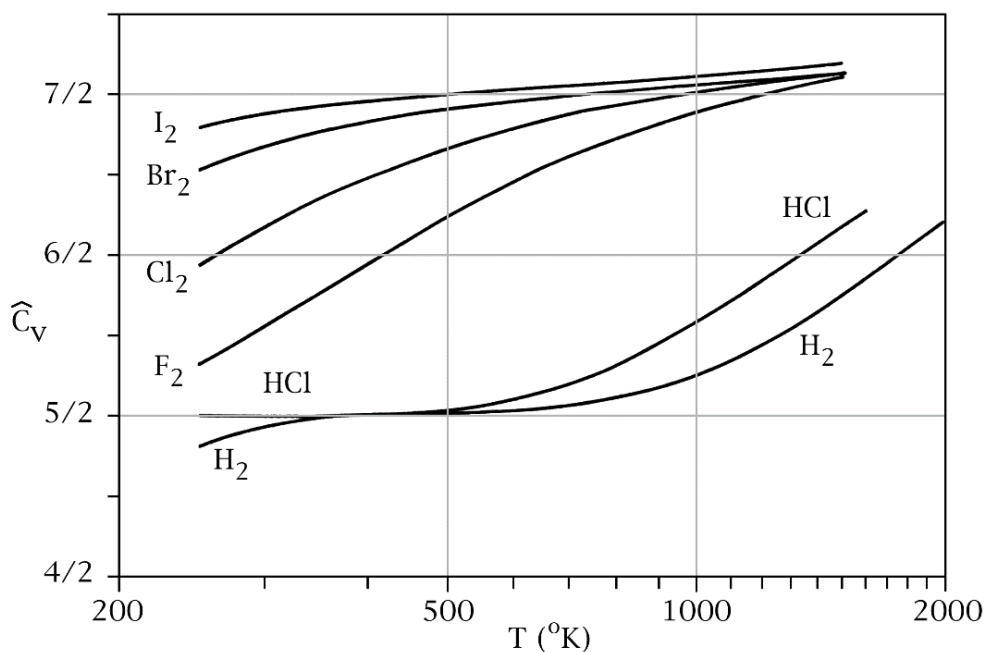
$$c_v < c_p$$

**A fajhő függ a hőmérséklettől.** Az adott  $t_1 - t_2$  hőközön számított közepes fajhő:

$$\bar{c}_{t_1}^{t_2} = \frac{\bar{c}_0^{t_2} \cdot t_2 - \bar{c}_0^{t_1} \cdot t_1}{t_2 - t_1}$$

$\bar{c}_0^{t_2}$  – a közeg közepes fajhője a  $0^\circ\text{C} - t_2$  tartományon, táblázatból vett érték

$\bar{c}_0^{t_1}$  – a közeg közepes fajhője a  $0^\circ\text{C} - t_1$  tartományon, táblázatból vett érték



**1.11. ábra.** Kéttomos valós gázok izochor fajhője a hőmérséklet függvényében

**Az ideális gázok modellje nem veszi figyelembe a fajhők hőmérsékletfüggését. Ideális gázok esetében a fajhők a hőmérséklettől független állandó értékek.**

### 1.6.2. Adiabatus kitevő

Az adiabatus kitevő ( $\kappa$ , kappa) az izobár és az izochor fajhő hányadosa:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (1-31)$$

A fajhőhöz hasonlóan ideális gázok esetében az adiabatikus kitevő értéke állandó. Ez az állandó érték kifejezhető a gázmolekulák szabadsági fokával:

$$\kappa = \frac{f + 2}{f} \quad (1-32)$$

Atomos gázok esetén az atomok 3 független térbeli irányban mozoghat, tehát szabadsági foka 3. Kétagatomos molekulákból álló gázok esetén ezen mozgásokon túlmenően a két atomot összekötő szakaszra merőleges két tengely körül. Ez további 2, összesen 5 szabadsági fok. Három- vagy többatomos molekuláknál ha a három atom nem esik egy egyenesbe, akkor a molekula 3, egymástól független tengely körüli foroghat, a szabadsági fokok száma tehát 6.

**2. táblázat.** A szabadsági fok és az adiabatikus kitevő a molekulák atomszáma szerint

| Atomok száma a gáz részecskéiben | Szabadsági fok<br>f | Adiabatikus kitevő<br>$\kappa$ |
|----------------------------------|---------------------|--------------------------------|
| 1                                | 3                   | $\frac{5}{3} = 1,67$           |
| 2                                | 5                   | $\frac{7}{5} = 1,4$            |
| 3 vagy több                      | 6                   | $\frac{8}{6} = 1,33$           |

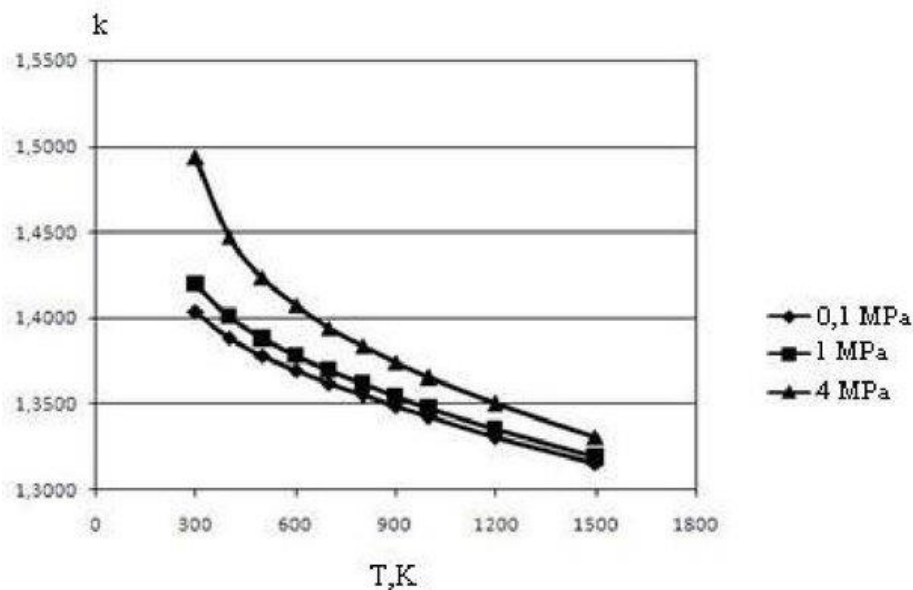
Valóságos gázok esetében az adiabatikus kitevő értéke a hőmérséklet függvényében változik:

**3. táblázat.** Adiabatikus kitevő különböző gázokra

| Hőm.    | Gáz              | $\kappa$ | Hőm.    | Gáz             | $\kappa$ | Hőm.    | Gáz                           | $\kappa$ |
|---------|------------------|----------|---------|-----------------|----------|---------|-------------------------------|----------|
| -181 °C | H <sub>2</sub>   | 1,597    | 200 °C  | Száras levegő   | 1,398    | 20 °C   | NO                            | 1,40     |
| -76 °C  |                  | 1,453    | 400 °C  |                 | 1,393    | 20 °C   | N <sub>2</sub> O              | 1,31     |
| 20 °C   |                  | 1,41     | 1000 °C |                 | 1,365    | -181 °C | N <sub>2</sub>                | 1,47     |
| 100 °C  |                  | 1,404    | 2000 °C |                 | 1,088    | 15 °C   |                               | 1,404    |
| 400 °C  |                  | 1,387    | 0 °C    | CO <sub>2</sub> | 1,310    | 20 °C   | Cl <sub>2</sub>               | 1,34     |
| 1000 °C |                  | 1,358    | 20 °C   |                 | 1,30     | -115 °C | CH <sub>4</sub>               | 1,41     |
| 2000 °C |                  | 1,318    | 100 °C  |                 | 1,281    | -74 °C  |                               | 1,35     |
| 20 °C   | He               | 1,66     | 400 °C  |                 | 1,235    | 20 °C   |                               | 1,32     |
| 20 °C   | H <sub>2</sub> O | 1,33     | 1000 °C |                 | 1,195    | 15 °C   | NH <sub>3</sub>               | 1,310    |
| 100 °C  |                  | 1,324    | 20 °C   | CO              | 1,40     | 19 °C   | Ne                            | 1,64     |
| 200 °C  |                  | 1,310    | -181 °C | O <sub>2</sub>  | 1,45     | 19 °C   | Xe                            | 1,66     |
| -180 °C | Ar               | 1,76     | -76 °C  |                 | 1,415    | 19 °C   | Kr                            | 1,68     |
| 20 °C   |                  | 1,67     | 20 °C   |                 | 1,40     | 15 °C   | SO <sub>2</sub>               | 1,29     |
| 0 °C    | Száras levegő    | 1,403    | 100 °C  |                 | 1,399    | 360 °C  | Hg                            | 1,67     |
| 20 °C   |                  | 1,40     | 200 °C  |                 | 1,397    | 15 °C   | C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> | 1,22     |
| 100 °C  |                  | 1,401    | 400 °C  |                 | 1,394    | 16 °C   | C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> | 1,13     |



Az alábbi diagramon a levegő, mint valóságos gáz adiabatikus kitevője látható a hőmérséklet és a nyomás függvényében:



**1.12. ábra.** A levegő, mint valóságos gáz adiabatikus kitevője

### 1.6.3. Köbös hőtágulási együttható

A **köbös hőtágulási együttható** az anyagok termodinamikai tulajdonsága. Ha egy testnek vagy folyadéknak a tér mind a három irányában közel azonos a mérete, akkor a hőbevezetéskor kialakuló méretváltozást mind a három irányban figyelembe kell venni. Ez a hőközlés eredményezi a térfogatváltozást.

Mérések alátámasztják, hogy hőközlés hatására a bekövetkező térfogatváltozás egyenesen arányos a kezdeti térfogat és a hőmérsékletváltozás szorzatával, az arányossági tényező a  $\beta$ -val jelölt **térfogati (köbös) hőtágulási együttható**.

$$\Delta V = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta T \quad (1-33)$$

A dilatáció mérőszáma a **lineáris hőtágulási együttható ( $\alpha$ )**, amely az 1 °C hőmérsékletváltozás hatására bekövetkező fajlagos alakváltozást jelenti. A lineáris hőtágulási együttható az egységnyi hosszra ( $l_0$ ) vonatkoztatott hosszváltozást ( $\Delta l$ ) jelenti 1 °C hőmérsékletváltozás hatására, meghatározott hőmérsékleti intervallumra vonatkozóan. A folyadékoknak nincs állandó alakjuk, így esetükben csak térfogati hőtágulásról beszélhetünk.

Bizonyítható, hogy izotróp anyagokra a lineáris hőtágulási együttható háromszorosa közelítőleg megegyezik a térfogati hőtágulási együtthatóval:

$$\beta \cong 3\alpha \quad (1-34)$$

Ez a 3-as szorzó abból következik, hogy a térfogatváltozás a tér három irányába mért hosszmeret egyidejű változásából jön létre. Izotróp anyagnál a térfogatváltozás egyharmad része jut egy-egy irányra (ez igen közel áll a kis differenciák közelítő értékéhez). Ahogy a hőmérsékletváltozás és a lineáris hőtágulás nő, a fenti képlet hibája is egyre nagyobb lesz. Anizotróp anyagok esetében a térfogati hőtágulás az egyes irányokban nem azonos.

A hőtágulási együttható mértékegysége:  $\frac{1}{^{\circ}\text{C}}$  vagy  $\frac{1}{\text{K}}$

**4. táblázat.** Néhány fém lineáris hőtágulási tényezője

| Fém       | Lineáris hőtágulási tényező<br>[10 <sup>-6</sup> / °C] | Fém       | Lineáris hőtágulási tényező<br>[10 <sup>-6</sup> / °C] |
|-----------|--------------------------------------------------------|-----------|--------------------------------------------------------|
| Alumínium | 23,7                                                   | Magnézium | 26,1                                                   |
| Antimon   | 8-11                                                   | Mangán    | 23                                                     |
| Arany     | 14,2                                                   | Nikkel    | 13,3                                                   |
| Berillium | 12,4                                                   | Niobium   | 7,88                                                   |
| Bizmut    | 13,3                                                   | Ólom      | 29,3                                                   |
| Cink      | 30                                                     | Ón        | 27                                                     |
| Cirkónium | 6                                                      | Palládium | 11,8                                                   |
| Ezüst     | 18,9                                                   | Platina   | 9,1                                                    |
| Higany    | 61                                                     | Réz       | 16,6                                                   |
| Indium    | 24,8                                                   | Szilícium | 7,6                                                    |
| Iridium   | 6,58                                                   | Titán     | 8,35                                                   |
| Kadmium   | 29,8                                                   | Vanádium  | 8,3                                                    |
| Kobalt    | 13                                                     | Vas       | 12,5                                                   |
| Króm      | 6,2                                                    | Volfrám   | 4,4                                                    |

#### 1.6.4. Hővezetési tényező

Ha egy termodinamikai rendszeren bármely két pontjának hőmérséklete nem azonos, akkor olyan folyamat indul el, hogy a hőmérséklet kiegyenlítődjék. Ezt a transzportfolyamatot nevezzük a hővezetésnek. A hőáramlás a termodinamika második főtétele szerint önként mindig a nagyobb hőmérsékletű hely felől a kisebb hőmérsékletű hely felé történik.

Az anyagok különböző mértékben vezetik a hőt. A vezetés mértékének jellemzésére használjuk a **hővezetési tényezőt ( $\lambda$ )**, amely egy anyagi konstans.

A hőáram a hőmérsékletkülönbséggel, az irányára merőleges keresztmetszettel, valamint egy ún. vezetési tényezővel arányos. Ez utóbbit hővezetési tényezőnek nevezzük, amely azt fejezi ki, hogy mekkora nagyságú hőáram halad keresztül időegység alatt egységnyi vastagságú, az

áramlásra merőlegesen egységnyi felülettel bíró falon, egységnyi hőmérsékletkülönbség hatására.

Jelölése:  $\lambda$

Mértékegysége  $\frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m} \cdot \text{K}}$  vagy  $\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$

Néhány kivételtől eltekintve a nagyobb sűrűségű anyagok hővezetési tényezője nagyobb, a kisebb sűrűségű anyagoké alacsonyabb. Az építőiparban felhasznált anyagok hővezetési tényezői nagyon változatosak (a szigetelések 0,03 W/mK értékétől az alumínium  $\alpha = 200$  W/mK értékéig).

A hővezetési tényező függ az anyag hőmérsékletétől, nedvességtartalmától, az építési technológiától, az időjárástól, a használati körülményektől. A lazább szerkezetű anyagok hajlamosak a nagy teher miatti tömörödsre, amely szintén a hővezetési tényező növekedését okozhatja.

#### 5. táblázat. Néhány anyag hővezetési tényezője

| Anyag          | Hővezetési tényező [W/(mK)] | Anyag       | Hővezetési tényező [W/(mK)] |
|----------------|-----------------------------|-------------|-----------------------------|
| Réz            | 401                         | Vakolat     | 1                           |
| Alumínium      | 237                         | Tégla       | 0,09 - 0,45                 |
| Cink           | 110                         | Fa          | 0,13 – 0,18                 |
| Ötvöztlen acél | 50                          | Vályog      | 0,22                        |
| Ötvözött acél  | 15                          | Polisztirol | 0,035 – 0,050               |
| Beton          | 2,1                         | Poliuretán  | 0,024 – 0,035               |

#### 1.6.5. Dinamikai viszkozitás

A fluidumnak az a tulajdonsága, hogy ellenállást tanúsít a részecskék egymás közötti relatív elmozdulása során keletkezett erőhatásokkal szemben, a viszkozitással jellemezhető.

Közegek nyúlósságát, áramoltathatóságát kétféle viszkozitással jellemezhetjük:

- **dinamikai viszkozitás:**  $\eta$  [Pa·s]
- **kinematikai viszkozitás:**  $\nu$  [m<sup>2</sup>/s]  $\eta/\rho = \nu$

Az áramlást határoló falra a közeg belső súrlódása következtében a fallal párhuzamos érintő irányú erő hat. Ezt az erőt, vagyis az egymás felett elmozduló rétegek egyenletes mozgásához szükséges tangenciális erőt (F) a **Newtoni viszkozitás törvény** írja le:

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{dv}{dx} \quad (1-35)$$

Ennek egységnyi felületre vonatkoztatott részét csúsztatófeszültségnek ( $\tau$ ) nevezzük:

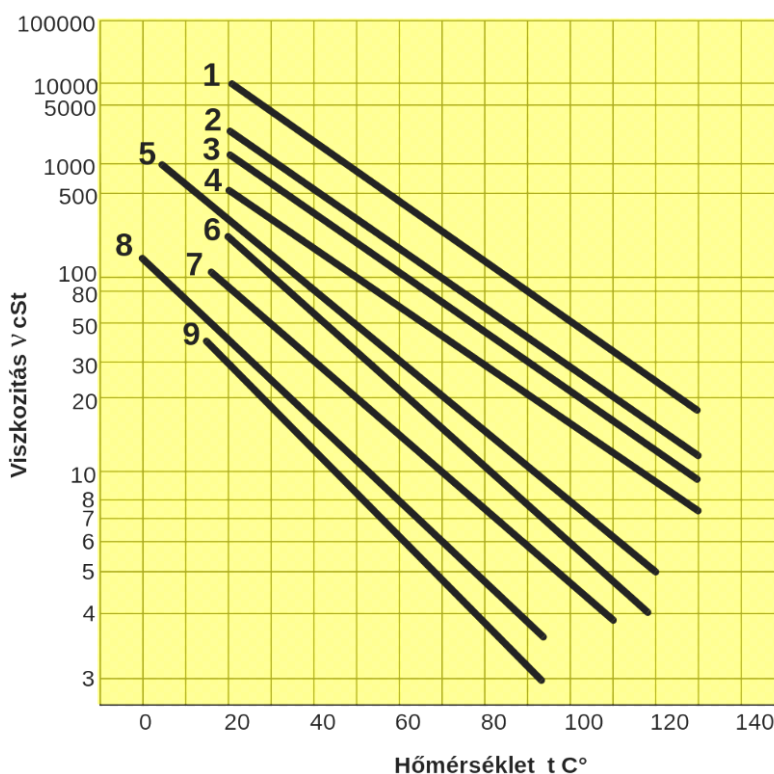
$$\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dx} \quad (1-36)$$

A dinamikai viszkozitás nyomás- és hőmérsékletfüggő anyagi állandó, értéke táblázatokból kikereshető.

A már említett kinematikai viszkozitás a folyadékokban (gázokban) keletkező örvényszerű zavarok csillapodásának gyorsaságát jellemzi. Ebben a folyamatban a viszkozitás emészt fel a folyadékokban tárolt mozgási energiát. A csillapodás sebessége függ a zavaró hatás jellemző lineáris méretétől: kétszer akkora méret esetén a lecsengés négyszer annyi ideig tart.

A folyadékok viszkozitása a hőmérséklet növekedésével exponenciálisan csökken. A kinematikai viszkozitást cSt-ban (centistokes) is meg szokták adni.

1 stokes = 100 centistokes =  $1 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1} = 0,0001 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$



**1.13. ábra.** Néhány anyag viszkozitásának változása a hőmérséklet függvényében

## 1.7. MÉRTÉKEGYSÉGEK

### 1.7.1. Hőmérséklet

#### Celsius-skála

Anders Celsius svéd csillagász javasolta 1742-ban, de a jég olvadáspontját fordítva, 100 °C-ban állapította meg. A napjainkban érvényes skálát Jean-Pierre Christin 1743-ban vezette be.

Európában a legelterjedtebb hőmérsékleti skála. A skálán légköri nyomás mellett az olvadó jég hőmérséklete jelenti a 0 °C értéket, a forrásban lévő víz hőmérséklete pedig a 100 °C-ot jelöli. A két érték közötti intervallum 1/100 részét nevezzük egységnek.

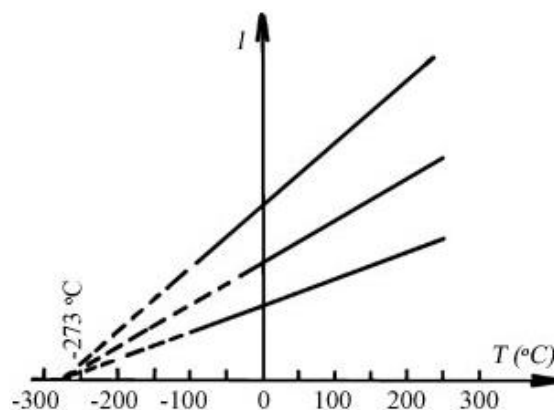
Mértékegysége: °C (Celsius-fok)

#### Kelvin-skála

A kelvint Lord Kelvin brit fizikusról nevezték el 1848-ban. A kelvin a hét SI-alapegység egyike, a hőmérséklet mértékegysége. Ezt az alapegységet a víz hármaspontjához tartozó termodinamikai hőmérséklet 273,15-ad része valamint az abszolút nulla fok határozza meg.

Abszolút nulla fok a termodinamikai skála legalacsonyabb értéke, itt a molekulák nem végeznek hőmozgást, az anyagok entrópiája zérus, ezáltal a testből további hőmennyiség nem nyerhető ki. Ezt a hőmérsékleti értéket a gyakorlatban csak megközelíteni lehet, elérni nem. A Kelvin skála lépésköze megegyezik a Celsius skáláéval, tehát a hőmérsékletváltozás egyenlő a két skála esetében.

Állandó nyomás mellett a gázok hőtágulása lineáris, ha ezeket grafikusan ábrázoljuk a hőmérséklet függvényében, akkor a hőtágulási görbék a -273 °C-os értéken fogják metszeni a vízszintes tengelyt. A függőleges tengelyen valamilyen jellemző geometriai méretet szükséges ábrázolunk.



**1.14. ábra.** -273,15 °C, az abszolút nulla fok a Celsius skálán

Mértékegysége: K (Kelvin)

Kiszámítása:  $[K] = [^{\circ}C] + 273,15$  (1-37)

### Fahrenheit-skála

Ez a hőmérsékleti skála Daniel Gabriel Fahrenheit-ről kapta nevét 1724-ben. Fahrenheit olyan skálát szeretett volna létrehozni, amelyben nem kell negatív értékeket használni, az értékeket klimatológiai adatok alapján vette fel. 100 °F értéket állapított meg normál testhőmérsékletnek.

A skála szerint a víz fagyáspontja 32 °F, forráspontja pedig 212 °F. A két érték közötti intervallum 180 részre van osztva.

A Fahrenheit- skálát Európában sokáig használták, de ebben a térségben a későbbiekben a Celsius-skála terjedt el. Napjainkban az Amerikai Egyesült Államokban és néhány angol nyelvű államban alkalmazzák.

Mértékegysége: °F (Fahrenheit-fok)

Kiszámítása:  $[^{\circ}F] = \frac{[^{\circ}C] - 32}{1,8}$  (1-38)

### Rankine-skála

A ritkán használt skálát egy skót mérnökről William John Macquorn Rankine-ről nevezték el 1859-ben. A Rankine-skála a Fahrenheit-skála osztásának megfelelő abszolút és termodinamikai skála, tehát a nullpontja az abszolút nullánál van.

Mértékegysége: °R (Rankine-fok)

Kiszámítása:  $[^{\circ}R] = \frac{[^{\circ}C] + 273,15) \cdot 9}{5}$  (1-39)

### Romer-skála

A Romer-skála a dán fizikus-csillagász Ole Christensen Rømer nevéhez fűződik 1701-ből. Elsődleges célja az volt, hogy a hőmérséklet ne legyen negatív értékű. A skála nullpontjának az akkoriban elérhető legalacsonyabb hőmérsékletet választotta, darált jéghez különböző sókat kevert, ezáltal sikerült -15 °C körüli hőmérsékletet előállítani. A víz forráspontjának a 60-as értéket választotta. A kísérletek során megfigyelte, hogy a nullpont és a 60-as érték között

pontosan a nyolcadolópontban van a víz fagyáspontja, ezért két fő hőmérsékleti értéket határozott meg:

Ezen a skálán a nulla a telített-só (Brine) fagypontja alapján lett kiválasztva. A víz forráspontja 60 °Rø-on helyezkedik el, míg fagyáspontja 7.5 °Rø-on van. Napjainkban már nem használják, ez volt az első kalibrált hőmérsékleti skála.

Mértékegysége: Rø (Rømer-fok)

Kiszámítása: 
$$[^{\circ}R\varnothing] = [^{\circ}C] \cdot \frac{21}{40} + 7,5 \quad (1-40)$$

### Newton-skála

A Newton-skálát Isaac Newton hozta létre 1700 körül. Nem hőmérsékletről beszélt, hanem hőfokról. A meghatározás szerint a nulladik fokon olvadt a hó és a 33. fokon forrt a víz. Termometriás anyagként lenmagolajat használt, a kísérletek közben a térfogat- és hőmérsékletváltozást figyelte. A skála ugyanazt a viszonyítási pontot veszi figyelembe, mint a Celsius-skála.

Mértékegysége: °N

Kiszámítása: 
$$[^{\circ}N] = [^{\circ}C] \cdot \frac{33}{100} \quad (1-41)$$

### Delisle-skála

A skálát Joseph Nicolas Delisle francia csillagász vezette be 1732-ben. A Delisle-skála egysége a Delisle-fok, amely nem tartozik az SI mértékegységrendszerbe. Delisle egy higanyos hőmérőt tervezett, amelyben a víz forráspontját 0 °De-re választotta. A kísérletek során a higany hőmérsékletváltozását jegyezte fel. A Delisle-skála úgy halad, mint az eredeti Celsius skála, tehát a víz forráspontja 0 fok, olvadáspontja 100 fok. A hőmérőnek 2400 fokbeosztása volt, viszont azt az idő előrehaladtával többször újrakalibrálták. A Delisle-féle hőmérőt Oroszországban kb. 100 évig használták.

Mértékegysége: °D

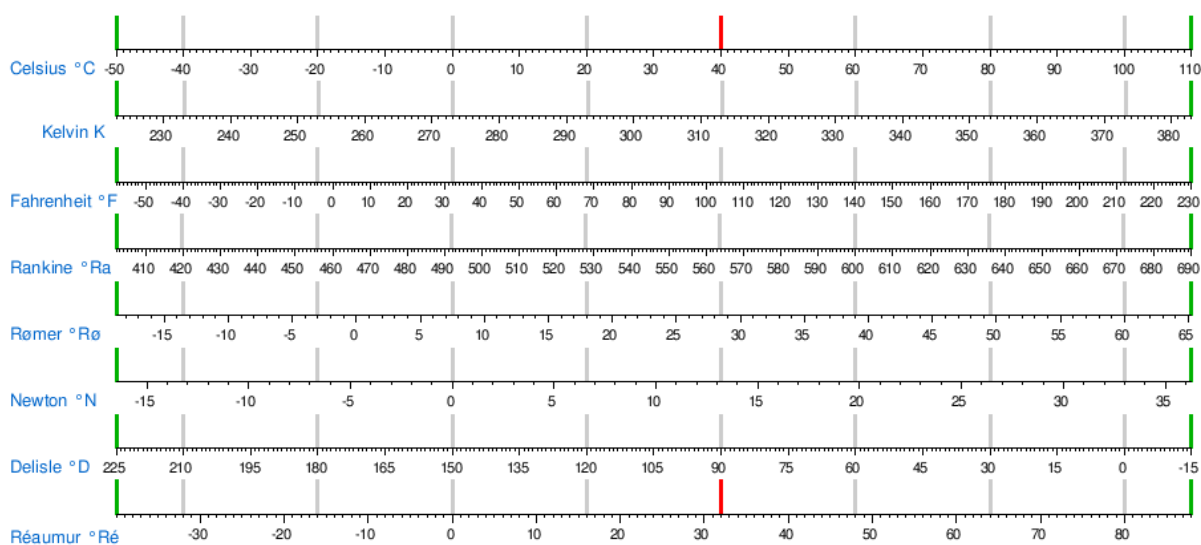
Kiszámítása: 
$$[^{\circ}D] = \frac{(100 - [^{\circ}C]) \cdot 3}{2} \quad (1-42)$$

## Réaumur-skála

A Réaumur egységet René Antoine Ferhault de Réaumur francia természettudós tiszteletére választották 1730-ban. Kutatási során először szesz, majd higanyhőmérőt készített. A víz fagyáspontja 0 °Ré, forráspontja pedig 80 °Ré értéken van. Franciaországban és Németországban volt elterjedt.

Mértékegysége: °Ré

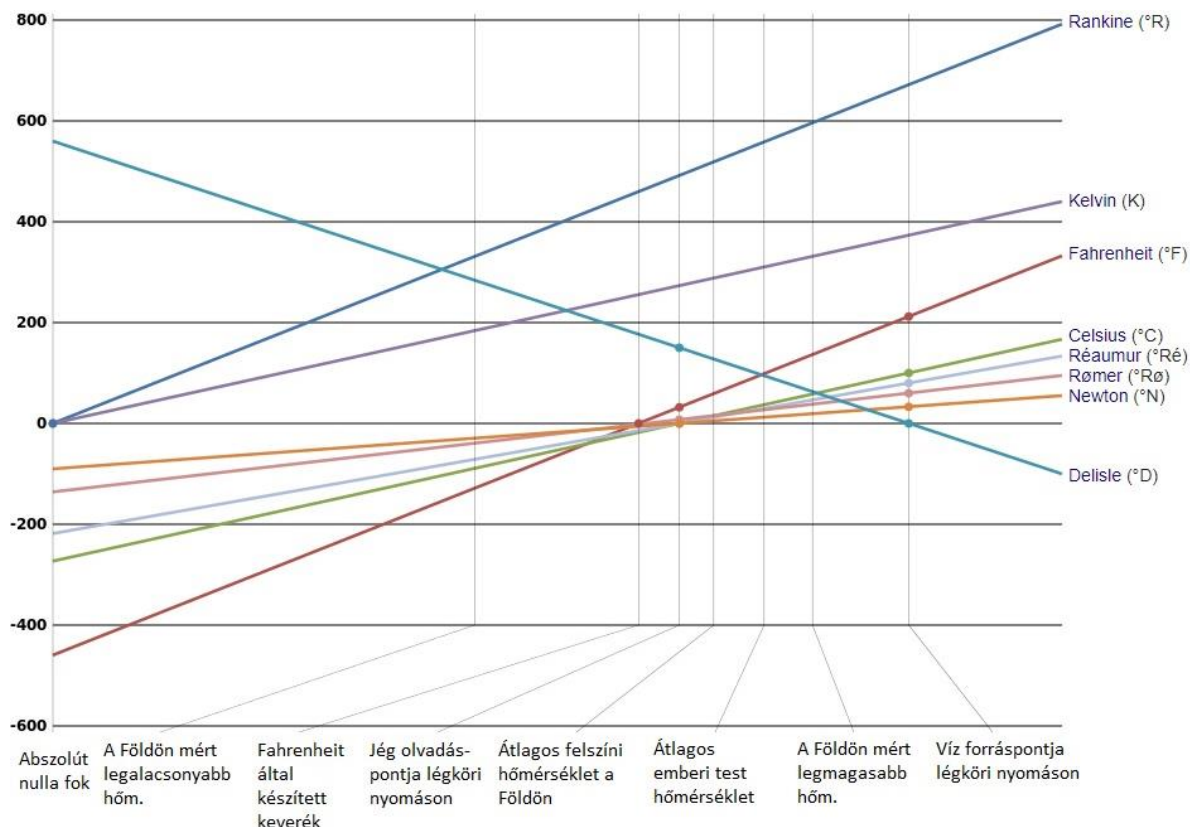
Kiszámítása: 
$$[^{\circ}\text{Ré}] = \frac{[^{\circ}\text{C}] \cdot 4}{5} \quad (1-43)$$



**1.15. ábra.** Hőmérséklet skálák összehasonlítása

$$313,15 \text{ K} = 40 \text{ }^{\circ}\text{C} = 104 \text{ }^{\circ}\text{F} = 563,67 \text{ }^{\circ}\text{Ra} = 28,5 \text{ }^{\circ}\text{Rø} = 13,2 \text{ }^{\circ}\text{N} = 90 \text{ }^{\circ}\text{D} = 32 \text{ }^{\circ}\text{Ré}$$





**1.16. ábra.** Nevezetes hőmérséklet értékek

## 1.7.2. Nyomás

A nyomás SI mértékegysége a pascal (Pa), származtatása:  $1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

A nyomás SI mértékegységét Blaise Pascal-ról nevezték el, aki a légnyomás mérésére szolgáló barométerrel folytatott kísérleteket. Mint SI mértékegységet, 1971-ben fogadták el.

- **bár (bar):** a már kivont CGS mértékegységrendszerből származik:  $1 \text{ bar} = 10^6 \text{ dyn/cm}^2$  nem SI mértékegység, a hétköznapi szóhasználatban gyakrabban előfordul, mint a pascal.
- **fizikai atmosféra (atm):** ideális légkörben, közepes tengerszinten mér légnyomás értéke.  $1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$ ,
- **műszaki vagy technikai atmosféra (at):** a nehézségi gyorsulás által mért súlyerő nyomása  $1 \text{ cm}^2$ -re vonatkoztatva. Átlagos nehézségi gyorsulás mellett egy 10 méter magas vízoszlop hidrosztatikai nyomása 1 at.
- **kilopond per négyzetcentiméter (kp/cm<sup>2</sup>):** Egy kötélen 1 kg tömegű testet felfüggesztve, a test 1 kiloponddal húzza a kötelet. Ezt vonatkoztatjuk egy négyzetcentiméterre. Az SI rendszer bevezetése után már nem használatos.  $1 \text{ at} = 1 \text{ kp/cm}^2$

- **vízoszlopmilliméter ( $\text{mmH}_2\text{O}$ ):** 1 mm magasságú vízoszlop alatt uralkodó hidrosztatikai nyomás. Ma már nem használatos.
- **higanymilliméter ( $\text{mmHg}$ ):** 1 mm magasságú higanyoszlop hidrosztatikai nyomása szabványban meghatározott nehézségi gyorsulás mellett. A higany sűrűsége:  $13,595 \text{ g/cm}^3$ ,  $1 \text{ mmHg} = 1 \text{ torr} = 0,0013 \text{ atm}$
- **font per négyzethüvelyk ( $\text{psi}$ ,  $\text{lbf/in}^2$ ):** angolszász mértékegység, az erőt az angol fontból, a felületet pedig a hüvelykből származtatjuk.  
 $1 \text{ hüvelyk} = 1 \text{ coll} = 25,4 \text{ mm}$   
 $1 \text{ angol font} = 1 \text{ lb} = 0,4536 \text{ kg}$   
 $1 \text{ psi} = 6894,76 \text{ Pa} = 51,715 \text{ torr}$

A nyomást úgy is meg tudjuk határozni, ha megmérjük milyen magas folyadékoszloppal van egyensúlyban az adott nyomás. Az egyszerű nyomásmérőkben bármilyen folyadékot lehetne használni, de pl. víz esetében a légköri nyomás ábrázolása 10 m magas folyadékoszlop elkészítését jelentené. Ennek kiküszöbölésére alkalmaznak a hámérőkben nagy sűrűségű folyadékot (pl. higany). A szabványos légköri nyomást 760 mm magas higanyoszlop tud fenntartani.

### 1.7.3. Munka, energia, hő

- **joule (J):**  $1 \text{ J} = 1 \text{ Nm} = 1 \text{ Ws} = 1 \text{ VAs}$   
Egy joule munkát végez az 1 N nagyságú erő a vele azonos irányú 1 m hosszúságú elmozdulás közben. 1 J az 1 W teljesítménnyel 1 s-ig végzett munka. 1 J közelítőleg az a munka, amely kb. 102 g tömeggel rendelkező test 1 m magasságba történő felemeléséhez szükséges szabványos nehézségi gyorsulás mellett.
- **elektronvolt (eV):**  $1 \text{ eV} = e \cdot 1\text{V}$ , ahol  $e$  az elemi töltés értéke  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$   
Egy elektronvoltnak nevezzük azt az energiát, amelyet az elektron 1 V (megfelelő irányú) potenciálkülönbség hatására nyer.
- **kalória (cal):**  $1 \text{ cal} = 4,187 \text{ J}$   
1 kalória 1 gramm víz hőmérsékletét 1 °C-kal emeli meg. A kalóriát Nicolas Clément vezette be a hő mérésére 1824-ben. Az SI mértékegység rendszer bevezetésével a joule nagyrészt kiváltotta; ma főleg az élelmiszerek energiatartalmának mérésére használják.
- **kilowattóra (kWh):**  $1 \text{ kWh} = 3,6 \text{ MJ}$   
Az elektromos munka gyakran használt mértékegysége.<sup>[1][2]</sup> Bár nem SI-egység, a mindennapi életben a kilowattórát használják a villamos fogyasztás mértékegységeként.

Egyéb mértékegységek: rydberg, hartree, erg, hüvelyk-font, láb-font, láb poundal, liter-atmoszféra, gallon-atmoszféra, köbláb atmoszféra, köbyard atmoszféra, köbláb földgáz, lóerőóra, TNTtonna, olaj ekvivalens hordó, szén ekvivalens tonna, olaj ekvivalens tonna, quad stb.

#### 1.7.4. Hőáram, hőáramsűrűség

**Hőáram (hőteljesítmény) ( $\phi$ ):** 
$$[\phi] = \frac{J}{s} = W \quad (1-44)$$

**Hőáramsűrűség ( $\varphi$ ):** 
$$[\varphi] = \frac{J}{m^2 s} = \frac{W}{m^2} \quad (1-45)$$

### 1.8. A TERMODINAMIKA FŐTÉTELEI

#### 1.8.1. A termodinamika 0. főtétele

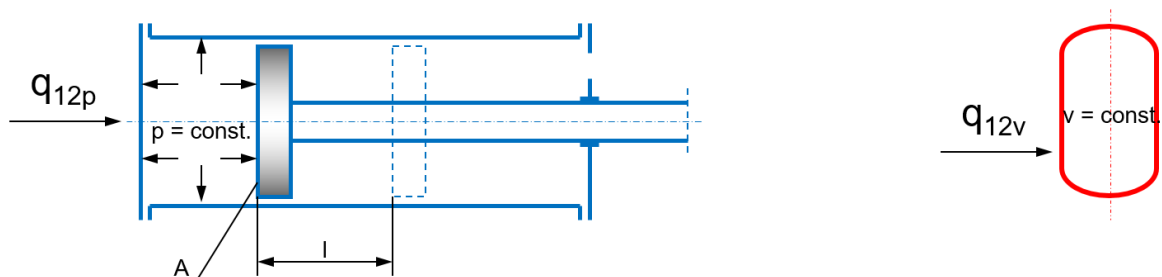
Egymással kölcsönhatásban lévő rendszereknek egyensúlyban annyi intenzív állapotjelzőjük van közös számértékkel, ahánnyal a rendszereket elválasztó fal átjárható.

#### 1.8.2. A termodinamika I. főtétele

##### 1.8.2.1. I. főétel nyugvó, zárt rendszerekre

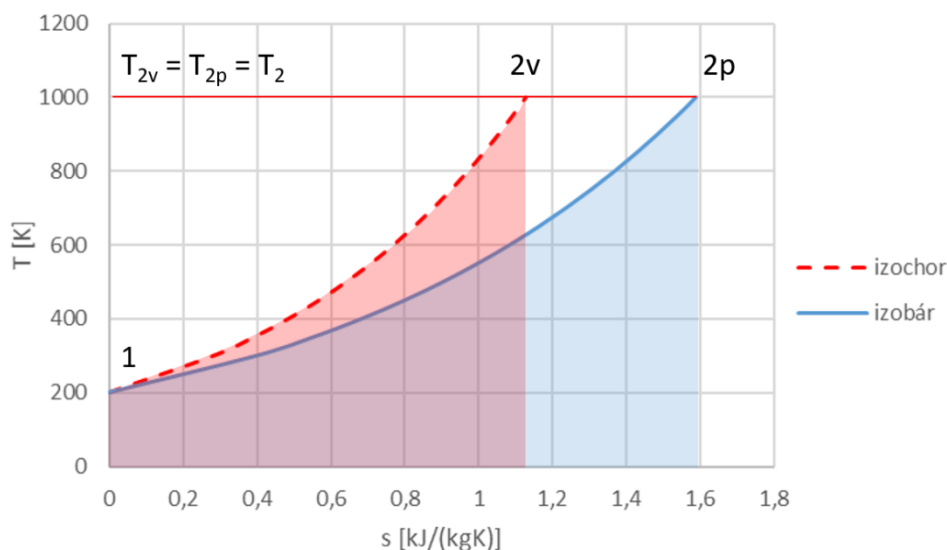
Energia nem keletkezhet, és nem semmisülhet meg, csak átalakulhat egyik formából egy másik formába. A rendszerrel közölt hőmennyiség egyik része növeli a rendszer belső energiáját, másik része munkává fordítható.

Példaként vizsgáljuk meg egy **zárt tartályban** lévő és egy **dugattyúval lezárt hengerben** lévő gáz melegítését:



**1.17. ábra.** Izobár és izochor hőközlés

A két szerkezetben azonos minőségű, mennyiségű és állapotú gáz található. Mivel ugyanolyan fajta gázzal van szó, a két kísérlet állapotváltozása ábrázolható közös koordináta-rendszerben. A két kísérlet kiindulópontja azonos (1-es állapotpont). A véghőmérséklet szintén azonos:  $T_{2v} = T_{2p}$ , továbbiakban  $T_2$  hőmérsékletig tart mindkét hőközlés. A **hengerben** lévő dugattyút a gáz el tudja tolni, sűrűdésmentesen mozog, így ezen állapotváltozás **izobár** lesz, a gáz térfogata nő. A tartály fala merev, így a **tartályban** lévő gáz térfogata nem változik, a folyamat tehát **izochor**:



**1.18. ábra.** Izobár és izochor hőközlés  $T - s$  diagramban

$T - s$  diagramban ábrázolva az állapotváltozásokat a görbék alatti terület a hőmennyiséggel arányos. Látható, hogy az **izobár** állapotváltozás alatti terület **nagyobb**, mint az izochor állapotváltozása. Azonos hőmérséklet-tartományon az állandó nyomású állapotváltozáshoz tehát több hő kell, mint az állandó térfogatúhoz:

$$q_{12p} > q_{12v} \quad (1-46)$$

Az eltérésre a magyarázat az, hogy a merev falú **tartályban** lévő gáz **térfogata nem változik**, tehát **munkát nem végez**, a kapott hő teljes egészében a gáz belső energiájának növelésére fordítódik, a **hengerben** a dugattyút odébbtoló **gáz térfogata nő**, a folyamat során **munkát végez**. Ez a munka az izobár módon közölt **hőmennyiség egy részéből származik**.

A két folyamat 1 K hőmérséklet-változású szakaszát vizsgálva a fajhőket kapjuk meg:

$$\frac{q_{12p}}{T_2 - T_1} > \frac{q_{12v}}{T_2 - T_1} \quad (1-47)$$

$$c_p > c_v \quad (1-48)$$

Az izobár állapotváltozás során pontosan annnyival kell több hőt közölni, mint amennyi a gáz által végzett munka:

$$w_{12p} = q_{12p} - q_{12v} = (c_p - c_v)(T_2 - T_1) \quad (1-49)$$

A két fajhő különbsége a folyamat 1 K hőmérséklet-változású szakaszának fajlagos munkája, a specifikus gázállandó:

$$\frac{w_{12p}}{T_2 - T_1} = c_p - c_v = R \quad (1-50)$$

Az izochor módon közölt hő a tartályban lévő gáz belső energiáját növeli:

$$q_{12v} = c_v(T_2 - T_1) = c_v T_2 - c_v T_1 = u_2 - u_1 = \Delta u_{12} \quad (1-51)$$

A fajlagos belső energia egyenesen arányos az ideális gáz hőmérsékletével, az arányossági tényező az izochor fajhő:

$$u = c_v T \quad (1-52)$$

A belsőenergia-változás differenciálegyenlete:

$$du = c_v dT \quad (1-53)$$

A két kísérlet során ugyanakkora a hőmérséklet-változás, így a belsőenergia-változás is. Az izobár módon közölt hő részben ezen belső energiára, részben a munkavégzésre fordítódott:

$$q_{12p} = \Delta u_{12} + w_{12p} \quad (1-54)$$

A folyamat elemi kicsi szakaszára felírt differenciálegyenlettel, **a termodinamika I. főtétele zárt rendszerekre:**

$$\partial q = du + \partial w \quad (1-55)$$

Ez a termodinamika I. főtételenek differenciálegyenlete.

Behelyettesítve a belső energia és a fizikai munka differenciálegyenletét, zárt és nyitott rendszerekre egyaránt érvényes összefüggés:

$$\partial q = c_v \cdot dT + p \cdot dv \quad (1-56)$$

$\partial q$  – az állapotváltozás elemi kis szakaszához tartozó fajlagos hőmennyiség (nem a fajlagos hőmennyiség elemi kis megváltozása)

$du$  – a fajlagos belső energia elemi kis megváltozása

$\partial w$  – az állapotváltozás elemi kis szakaszának fajlagos fizikai munkája (nem a fajlagos fizikai munka elemi kis megváltozása)

Kis  $d$  helyett  $\partial$ -t használunk azon változók jelölésére, amelyek nem teljes differenciálok.



- az állapotjelzők időben állandók,
- a kölcsönhatások intenzitása időben állandó.

A technikai munka számításának megkönnyítésére bevezették az entalpiát. Ahogy azt korábban tárgyaltuk, a tömegbelépés és –kilépés miatt a nyitott rendszereknél belépési és kilépési munkával is kell számolni. A belépési, a fizikai és a kilépési munka előjelhelyes összege a technikai munka:

$$w_{t12} = w_{be} + w_{12} + w_{ki} = p_1 v_1 + \int_{v_1}^{v_2} p dv - p_2 v_2 = \int_{p_1}^{p_2} -v dp \quad (1-60)$$

A zárt rendszerre felírt I. főtételel:

$$q_{12} = \Delta u_{12} + \int_{v_1}^{v_2} p dv \quad (1-61)$$

Nyitott rendszerre:

$$q_{12} = \Delta u_{12} + \left( p_1 v_1 + \int_{v_1}^{v_2} p dv - p_2 v_2 \right) - p_1 v_1 + p_2 v_2 \quad (1-62)$$

A zárójelben a három részmunka összegeként felírt technikai munka szerepel. Az egyenlőség megőrzéséhez szükséges a zárójel utáni rész: a belépési és a kilépési munka kivonása. Átrendezve az egyenletet:

$$q_{12} = (u_2 + p_2 v_2) - (u_1 + p_1 v_1) + \left( p_1 v_1 + \int_{v_1}^{v_2} p dv - p_2 v_2 \right) \quad (1-63)$$

Az entalpia fogalmának bevezetésével, a korábban leírtak szerint: az **entalpia** egyenlő a nyitott rendszer **belső energiájának** és a **belépési** (vagy **kilépési**) **munkájának** összegével (aszerint, hogy az entalpiát a belépési vagy kilépési állapotpontra írjuk föl):

$$h_1 = u_1 + p_1 v_1 \quad (1-64)$$

$$h_2 = u_2 + p_2 v_2 \quad (1-65)$$

Az egyenlet a zárójeles kifejezéseket átírva a következők szerint alakul:

$$q_{12} = h_2 - h_1 + w_{t12} = \Delta h_{12} + w_{t12} \quad (1-66)$$

Differenciálegyenlettel a folyamat elemi rövid szakaszára felírva **a termodinamika I. főtétele nyitott rendszerekre**:

$$\delta q = dh + \delta w_t \quad (1-67)$$

Behelyettesítve az entalpia és a munka differenciálegyenletét, a zárt és nyitott rendszerekre egyaránt érvényes összefüggés:

$$\partial q = c_p \cdot dT - v \cdot dp \quad (1-68)$$

$dh$  – a fajlagos entalpia elemi kis megváltozása

$\partial w_t$  – az állapotváltozás elemi kis szakaszának fajlagos technikai munkája

#### 1.8.2.4. I. főtétel stacionárius, mozgó, nyitott rendszerekre

A mozgási és potenciális energia változásának figyelembevételéhez bevezetjük a **totális entalpia** fogalmát, az entalpia a mozgási energia és a helyzeti energia összegeként:

$$H_{tot} = H + E_{mozgási} + E_{helyzeti} \quad (1-69)$$

$$H_{tot} = U + pV + \frac{1}{2}mc^2 + mgz \quad (1-70)$$

Ahol  $c$  az áramlási sebesség.

Stacionárius, mozgó, nyitott rendszerre a termodinamika I. főtétele:

$$Q = \Delta H_{tot} + W_t \quad (1-71)$$

Fajlagosan:

$$q = \Delta h_{tot} + w_t \quad (1-72)$$

#### 1.8.2.5. I. főtétel instacionárius, nyitott rendszerekre

A rendszerben lévő anyag energiájának az időegységenkénti megváltozása a rendszer határán átvitt energiaáramok összegével egyenlő. Ezen energiaáramok:

- munkavégzések teljesítményei,
- hőáramok,
- a rendszerbe belépő és onnan kilépő anyagokhoz tartozó energiaáramok: belső energia, kinetikai energia, potenciális energia, áttolási energia.

Az ***i*-edik belépő közegáram** nyomása  $p_i$ , hőmérséklete  $T_i$ , fajtérfogata  $V_i$ , belső energiája  $u_i$ , sebessége  $c_i$ , geodetikus magassága  $z_i$ , tömegárama  $\dot{m}_i$ . A ***j*-edik kilépő közegáramra** ugyanezek:  $p_j$ ,  $T_j$ ,  $V_j$ ,  $u_j$ ,  $c_j$ ,  $z_j$ ,  $\dot{m}_j$ . A  $V$  térfogatú **rendszer belsejében lévő**  $dV$  térfogat jellemzői:  $p$ ,  $T$ ,  $V$ ,  $u$ ,  $c$ ,  $z$ . A rendszer belsejében lévő anyag  $E$  energiája a kinetikai, a potenciális és a belső energia összege. Ezt a  $\rho$  sűrűséggel a  $dV$  térfogatra felírva:

$$E = \int \left( u + \frac{c^2}{2} + g \cdot z \right) \cdot \rho \cdot dV \quad (1-73)$$

A rendszerben lévő anyag energiájának időegységenkénti megváltozása:



$$\frac{dE}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} \int \left( u + \frac{c^2}{2} + g \cdot z \right) \cdot \rho \cdot dV \quad (1-74)$$

A rendszerbe az  $\dot{m}_i$  tömegáramú belépő anyagokkal egységnyi idő alatt érkező energia:

$$\sum_{(i)} \left( u_i + p_i \cdot v_i + \frac{c_i^2}{2} + g \cdot z_i \right) \cdot \dot{m}_i \quad (1-75)$$

A rendszerből az  $\dot{m}_j$  tömegáramú kilépő anyagokkal egységnyi idő alatt távozó energia:

$$\sum_{(j)} \left( u_j + p_j \cdot v_j + \frac{c_j^2}{2} + g \cdot z_j \right) \cdot \dot{m}_j \quad (1-76)$$

A rendszerrel időegységenként közölt hő:

$$\sum_{(k)} \dot{Q}_k \quad (1-77)$$

A rendszer által időegységenként végzett munka:

$$\sum_{(l)} \dot{W}_l \quad (1-78)$$

A termodinamika I. főtétele instacionárius, nyitott rendszerekre:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} \int \left( u + \frac{c^2}{2} + g \cdot z \right) \cdot \rho \cdot dV = \sum_{(i)} \left( u_i + p_i \cdot v_i + \frac{c_i^2}{2} + g \cdot z_i \right) \cdot \dot{m}_i - \\ - \sum_{(j)} \left( u_j + p_j \cdot v_j + \frac{c_j^2}{2} + g \cdot z_j \right) \cdot \dot{m}_j + \sum_{(k)} \dot{Q}_k - \sum_{(l)} \dot{W}_l \end{aligned} \quad (1-79)$$

### 1.8.3. A termodinamika II. főtétele

A termodinamika második főtétele a folyamatok lehetséges irányát határozza meg.

- A hőátadás mindig a melegebb testről a hidegebb test irányába történik,
- a hőmérsékletek (és a nyomások) spontán mindig a kiegyenlítődés irányába változnak.

Clausius: a hő magától sem közvetve, sem közvetlenül nem áramlik az alacsonyabb hőmérsékletű helyről a magasabb hőmérsékletű helyre.

Nem lehetséges olyan gép szerkesztése, amely folyamatos működésű, és működése során nem történik más, mint egy súly felemelése és egy hőtartály lehűlése.

Univerzális elvként kell a különbségek csökkenését elfogadni. A magára hagyott rendszerben nem nőhet a hőmérséklet különbség. A folyamatok irreverzibilisek.

### 1.8.4. A termodinamika III. főtétele

Nem lehetséges véges számú lépésben egy termodinamikai rendszer hőmérsékletét az abszolút nulla értékre csökkenteni.

Minden tiszta anyag (akár elem, akár vegyület) egyensúlyban lévő kristályos fázisának az entrópiája (az abszolút entrópia) az abszolút hőmérsékleti skála zérus pontjához (0 K) közelítve a nyomástól függetlenül zérushoz tart, és véges hőmérsékleten véges nagyságú.

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0 \quad (1-80)$$

Az **I. Főtétel** rögzíti a termodinamikai folyamatok energiamérlegét.

A **II. Főtétel** megszabja az állapotváltozások irányát, és lehetőséget ad az állapothatározók (hőmérséklet) abszolút skálájának megalkotására.

A termodinamika **III. Főtétele** kimondja, hogy a hőmérséklet abszolút nulla pontja közelében – a hélium kivételével – minden anyag szilárd halmazállapotban van, és egyes speciális állapotoktól eltekintve (amorf kristály és túlhűtött folyadék), egyensúlyi állapotban lévő rendszernek tekinthetők.

## 2. AZ IDEÁLIS GÁZOK ÁLLAPOTVÁLTOZÁSAI

### 2.1. AZ IDEÁLIS GÁZOK ÁLLAPOTEGYENLETE

#### Egyesített gáztörvény (Clapeyron – egyenlet)

$$\frac{p_1 \cdot v_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot v_2}{T_2} = \text{const.} = R \quad (2-1)$$

Átrendezve, az ideális gázok állapotegyenlete fajlagosan, illetve a teljes rendszerre felírva:

$$p \cdot v = R \cdot T \quad (2-2)$$

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T \quad (2-3)$$

R – specifikus gázállandó,  $[R] = \frac{J}{kgK}$

A specifikus gázállandó az izobár és az izochor fajhő különbségeként írható föl:

$$R = c_p - c_v \quad (2-4)$$

A gázállandó az a munkamennyiség, amelyet egységnyi tömegű gáz végez izobar állapotváltozás során, 1 K hőmérséklet-változás alatt.

$$p \cdot (v_2 - v_1) \quad (2-5)$$

$$\left. \begin{array}{l} p \cdot v_1 = R \cdot T_1 \\ p \cdot v_2 = R \cdot T_2 \end{array} \right\} - \quad (2-6)$$

$$R = \frac{p \cdot (v_2 - v_1)}{T_2 - T_1} \quad (2-7)$$

$R_0$  – univerzális gázállandó

M – mőtömeg (moláris tömeg)

$V_M$  – mőtérfoat

A gáz **molszáma** a gáz tömegének és mőtömegének a hányadosa:

$$n = \frac{m}{M} \quad (2-8)$$

Mivel a **specifikus gázállandó** a gáz izobár hőközlése során végzett fajlagos munka a hőmérséklet-változásra vonatkoztatva, a specifikus gázállandó megmérhető egy dugattyús géppel. Ha a specifikus gázállandót megszorozzuk a gáz mőtömegével, akkor bármely gáz esetében ugyanazt a számot kapjuk a szorzat végeredményeként. Ez az **univerzális gázállandó**:

$$R_0 = 8,314 \frac{kJ}{kmol \cdot K} \quad (2-9)$$

$$R = \frac{R_0}{M} \quad (2-10)$$

Behelyettesítve az ideális gázok állapotegyenletébe:

$$p \cdot V = n \cdot M \cdot R \cdot T \quad (2-11)$$

$$p \cdot V = n \cdot R_0 \cdot T \quad (2-12)$$

Az egyesített gáztörvény egyszerűsítésével izoterm, izochor és izobár állapotváltozásokra az alábbi összefüggések írhatók föl:

### **Boyle – Mariotte törvény**

$$\begin{aligned} T &= const. \\ p_1 \cdot v_1 &= p_2 \cdot v_2 = const. \end{aligned} \quad (2-13)$$

### **Gay – Lussac I.**

$$\begin{aligned} v &= const. \\ \frac{p_1}{p_2} &= \frac{T_1}{T_2} = const. \end{aligned} \quad (2-14)$$

### **Gay – Lussac II.**

$$\begin{aligned} p &= const. \\ \frac{v_1}{v_2} &= \frac{T_1}{T_2} = const. \end{aligned} \quad (2-15)$$

### **Ideális gázok fajhőinek meghatározása**

A specifikus gázállandó az izobár és az izochor fajhő különbsége. Az adiabatikus kitevő a két fajhő hányadosa. Ezen két egyenlettel a két fajhő meghatározható.

$$c_p = \kappa c_v \quad (2-16)$$

$$R = c_p - c_v = \kappa c_v - c_v = c_v (\kappa - 1) \quad (2-17)$$

$$c_v = \frac{r}{\kappa - 1} \quad (2-18)$$

$$c_p = R + c_v \quad (2-19)$$

Az **ideális gáz** modellje **csak bizonyos feltételekkel** használható. Ezen egyszerű modell jó közelítéssel leírja a gázok viselkedését, amennyiben azok **nyomása viszonylag alacsony**. Magasabb nyomás esetén a molekulák közelebb kerülnek egymáshoz, így köztük vonzóerő lép fel és a gázok viselkedése eltér az ideális gáz modellje által leírttól.

Az ideális gáz modellje **nem írja le a fázisátalakulásokat**.

## 2.2. VALÓSÁGOS GÁZOK ÁLLAPOTEGYENLETEI

### 2.2.1. Van der Waals egyenlet

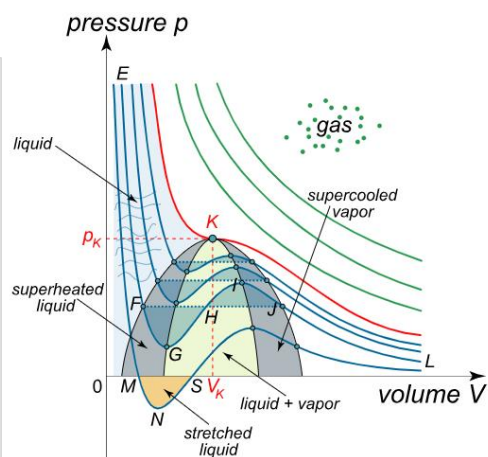
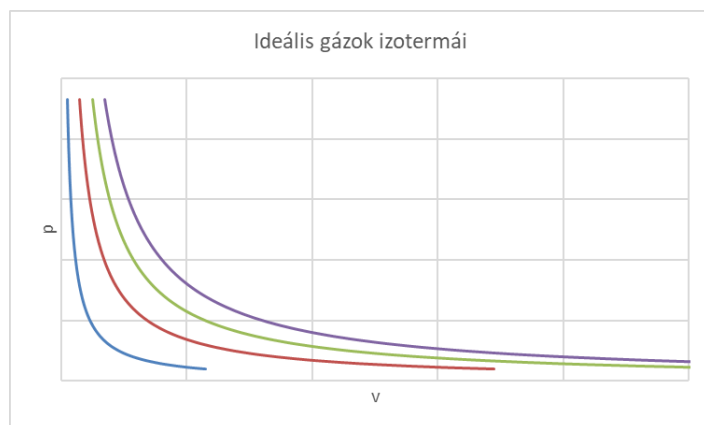
$$\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT \quad (2-20)$$

A rendszer 1 mol-jára felírva:

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT \quad (2-21)$$

Ahol **a** a molekulák közti vonzóerő, **b** a molekulák véges mérete miatt megjelenő, a gázra jellemző állandó.  $V_m$  a moláris térfogat.

Ezen állapotegyenlet **leírja a fázisátalakulásokat is**.



**2.1. ábra.** Ideális és valóságos gázok izotermái

A jobboldali diagramon látható, hogy az izotermák két-két pontban megtörnek. Ezen pontok a folyékony-légzemű fázisátalakulás kezdetét és végét jelentik. A pontokat összekötve kapjuk a baloldali és jobboldali határgörbét. Részletesen: 4. fejezet.

### 2.3. AZ IDEÁLIS GÁZOK REVERZIBILIS ÁLLAPOTVÁLTOZÁSAI

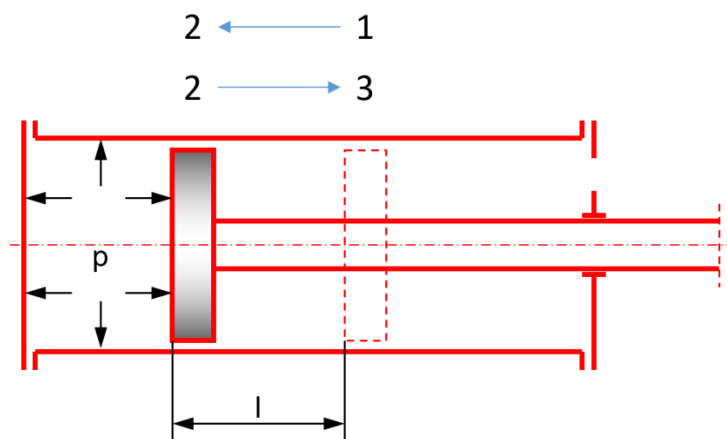
Az állapotváltozásokat két csoportba sorolhatjuk:

- **reverzibilis** állapotváltozások,
- **irreverzibilis** állapotváltozások.

A **reverzibilis** állapotváltozások mindkét irányban lejátszódhatnak. Az **irreverzibilisek** energiabefektetés nélkül csak az egyik irányban, a megfordításukhoz energiabefektetés szükséges.

Példa reverzibilis állapotváltozásra:

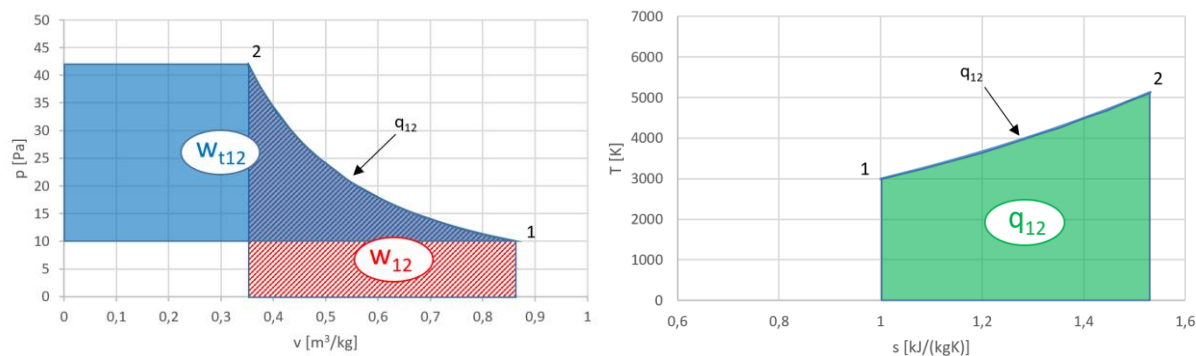
Ha egy dugattyúval lezárt henger dugattyúját benyomva a hengerben lévő gázt összesűríjtük (1 – 2 állapotváltozás), majd a dugattyút elengedjük (2 – 3 állapotváltozás), az elméletileg pontosan a kezdeti pozíciójába áll vissza (ha eltekintünk a súrlódási veszteségtől, valamint az energiaközlés miatt felmelegedett gáznak a henger falán fellépő hőveszteségétől). A dugattyú benyomásával kompressziómunkát vittünk a rendszerbe. Ugyanezt az energiát adta le a környezetének expanziómunkaként, mikor a dugattyú visszatért eredeti pozíciójába. A folyamat tehát reverzibilis, mindkét irányban végrehajtható. (A valóságos esetekben mindig fellépnek energiaveszteségek, ezért a kezdeti állapotba való visszatérés csak ezen veszteségek pótlásával lehetséges.)



2.2. ábra. Példa reverzibilis állapotváltozásra

#### Diagramok

Az állapotváltozásokat  $p - v$  és  $T - s$  diagramokban ábrázoljuk. Megismételve a korábban tárgyaltakat: a  $p - v$  diagramban a görbe alatti terület a **fizikai munkával**, a görbe melletti terület a **technikai munkával** arányos, a  $T - s$  diagramban a görbe alatti terület a **hőmennyiséggel** arányos:



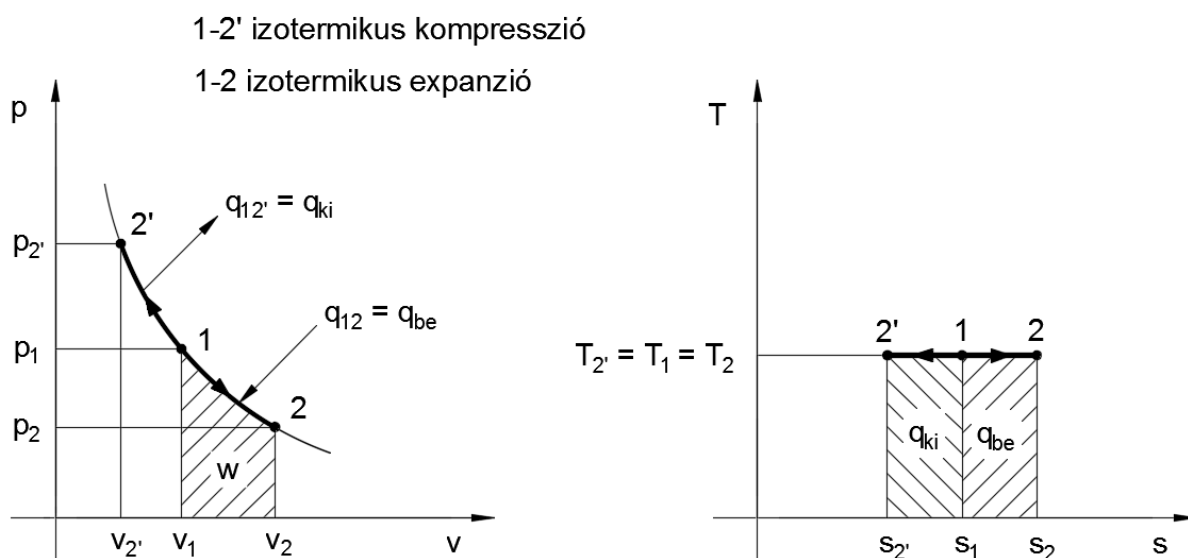
**2.3. ábra.** Fajlagos fizikai és technikai munka  $p - v$  diagramban, fajlagos hőmennyiség  $T - s$  diagramban

Ha az állapotváltozás hőközléses, azt a diagramban egy rámutató nyíl jelzi  $q$  betűvel. Hőelvonás esetén a nyíl elmutat az állapotváltozás görbétől.

### 2.3.1. Izoterm állapotváltozás

Izoterm állapotváltozás során a hőmérséklet állandó.

$$T = \text{const.} \rightarrow dT = 0$$



**2.4. ábra.** Ideális gáz izoterm állapotváltozása  $p - v$  és  $T - s$  diagramban

Az egyesített gáztörvény egyszerűsíthető:

$$\frac{p \cdot v}{T} = \text{const.} \quad (2-22)$$

$$T = \text{const.} \quad (2-23)$$

$$p \cdot v = \text{const.} \quad (2-24)$$

A  $p - v$  diagramban az állapotváltozás görbéjének egy pontja és az origó közé rajzolt téglalap területe ( $p \cdot v$ ) állandó.

Izotermikus kompressziónál (az ábrán 1-2' állapotváltozás) hőt kell elvonni, expanziónál (az ábrán 1-2 állapotváltozás) hőt kell közölni. A hőmérséklet állandó, így a vele egyenesen arányos belső energia szintén:

$$T = \text{const.} \rightarrow dT = 0$$

$$du = c_v \cdot dT = 0$$

$$\partial q = du + \partial w$$

$$\partial q = c_v \cdot dT + \partial w$$

$$dT = 0 \rightarrow \partial q_T = \partial w$$

Izoterm kompressziónál az összes befektetett munka hővé, izoterm expanziónál az összes közölt hő munkává alakul.

Izoterm folyamatoknál a technikai és a fizikai munka egyenlő:

$$q_{12} = w_{12} = w_{t12} \quad (2-25)$$

A fizikai munka:

$$w_{12} = \int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{v_1}^{v_2} \frac{RT}{v} dv = RT \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{v} dv = RT [\ln v]_{v_1}^{v_2} = RT (\ln v_2 - \ln v_1) \quad (2-26)$$

$$w_{12} = RT \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (2-27)$$

A technikai munka:

$$w_{t12} = \int_{p_1}^{p_2} -v dp = \int_{p_1}^{p_2} -\frac{RT}{p} dp = -RT \int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{p} dp = -RT [\ln p]_{p_1}^{p_2} = -RT (\ln p_2 - \ln p_1) \quad (2-28)$$

$$w_{t12} = -RT \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (2-29)$$

Az állapotváltozás egyenletét átrendezve:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1} \quad (2-30)$$

A két munka tehát egyenlő:

$$w_{t12} = -RT \ln \frac{p_2}{p_1} = RT \ln \frac{p_1}{p_2} = RT \ln \frac{v_2}{v_1} = w_{12} \quad (2-31)$$



Az entrópiaváltozás:

$$q_{12} = \int_{s_1}^{s_2} T ds = T \int_{s_1}^{s_2} ds = T \Delta s_{12} = T(s_2 - s_1) \quad (2-32)$$

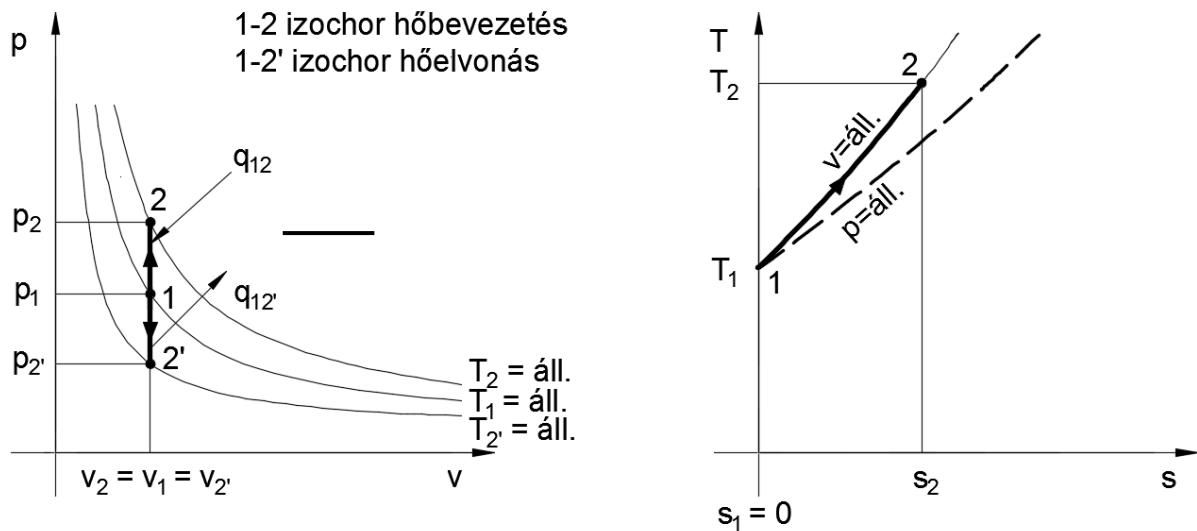
$$\Delta s_{12} = \frac{q_{12}}{T} \quad (2-33)$$

### 2.3.2. Izochor állapotváltozás

Izochor állapotváltozás esetén a fajtérfogat állandó.

$$v = \text{const.} \rightarrow dv = 0 \quad (2-34)$$

$$v = \text{const.} \rightarrow \frac{p}{T} = \text{const.} \quad (2-35)$$



**2.5. ábra.** Ideális gáz izochor állapotváltozása p – v és T – s diagramban

$$\partial q = du + \partial w \quad (2-36)$$

$$\partial q = c_v \cdot dT + p \cdot dv \quad (2-37)$$

$$dv = 0 \rightarrow \partial q_v = du = c_v \cdot dT \quad (2-38)$$

Fizikai munkavégzés nincs:  $dv = 0 \rightarrow \partial w = p \cdot dv = 0$ . A közeg technikai munkája:

$$w_t = -v \int_{p_1}^{p_2} dp = -v \Delta p_{12} = v(p_1 - p_2) \quad (2-39)$$

Zárt rendszer izochor állapotváltozása esetén a közölt hő csak a belső energia növelésére fordítódik, nyitott rendszer esetén nő a közeg entalpiája is:

$$h_2 - h_1 = u_2 - u_1 - v(p_2 - p_1) = q - w_t \quad (2-40)$$

Az entrópia változása:

$$ds = \frac{\partial q}{T} = \frac{c_v dT}{T} \quad (2-41)$$

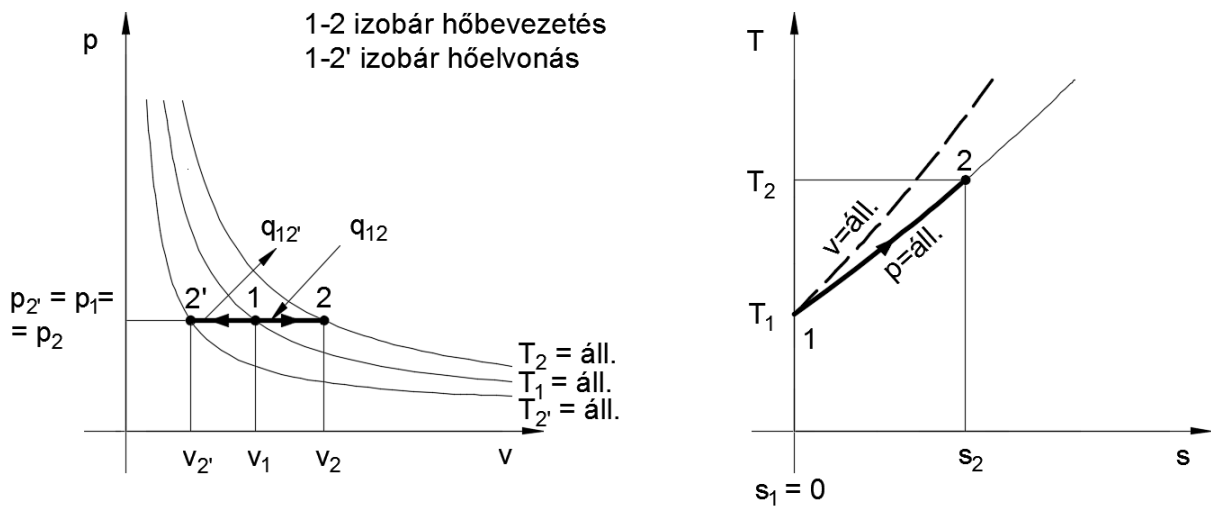
$$s_2 - s_1 = \int_{s_1}^{s_2} ds = \int_{s_1}^{s_2} c_v \frac{1}{T} dT = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (2-42)$$

### 2.3.3. Izobár állapotváltozás

Izobár állapotváltozás során a nyomás állandó.

$$p = \text{const.} \rightarrow dp = 0 \quad (2-43)$$

$$p = \text{const.} \rightarrow \frac{v}{T} = \text{const.} \quad (2-44)$$



**2.6. ábra.** Ideális gáz izobár állapotváltozása  $p - v$  és  $T - s$  diagramban

$$\partial q = du + \partial w \quad (2-45)$$

$$\partial q = c_v \cdot dT + p \cdot dv = c_p \cdot dT = dh \quad (2-46)$$

Az állapotváltozás fizikai és technikai munkája:

$$w = p(v_2 - v_1) \quad (2-47)$$

$$w_t = 0 \quad (2-48)$$

Az entrópiafüggvény:

$$ds = \frac{dq}{T} = c_p \frac{dT}{T} \quad (2-49)$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (2-50)$$

### 2.3.4. Adiabatus állapotváltozás

Az állapotváltozás során a rendszer és a környezete közt nincs hőcsere:

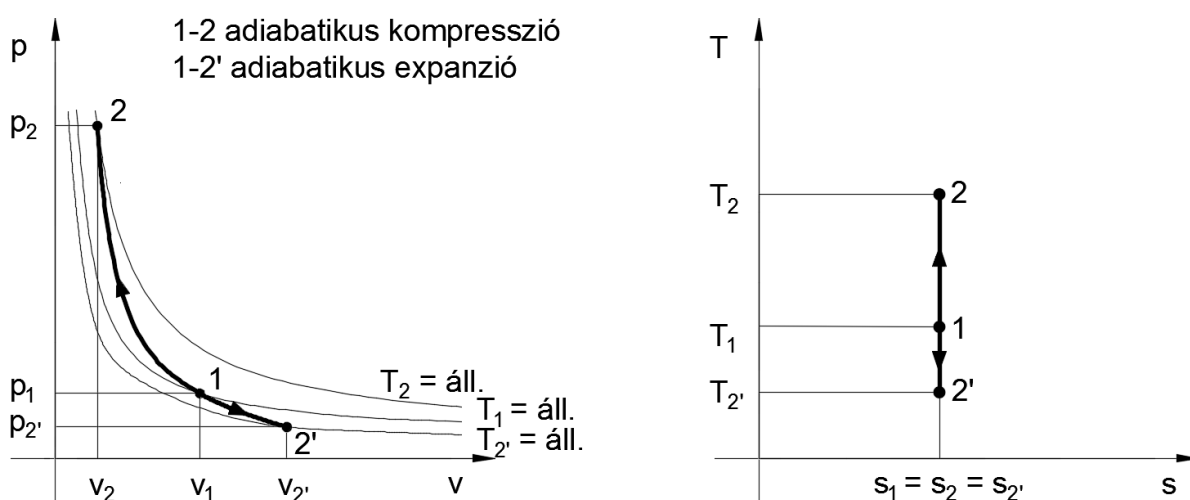
$$\delta q = 0 \quad (2-51)$$

Ideális adiabatus állapotváltozás esetén:

$$ds = 0 \quad (2-52)$$

Adiabatus állapotváltozásként az alábbi jelenségek számíthatók:

- tökéletesen elszigetelt rendszer,
- gyorsan végbemenő állapotváltozás (nincs idő a hőcserére).



**2.7. ábra.** Ideális gáz adiabatus állapotváltozása  $p-v$  és  $T-s$  diagramban

$$\begin{aligned} \delta q = 0 &= du + \delta w \\ \delta w &= -du = -c_v dT \\ w &= -\Delta u = -c_v \Delta T = c_v (T_1 - T_2) \end{aligned} \quad (2-53)$$

Az adiabatus kitevő:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (2-54)$$

(Tisztán kétatomos gázokra  $\kappa = 1,4$ )

$$pv = RT \quad (2-55)$$

$$R = c_p - c_v = c_v (\kappa - 1) \quad (2-56)$$

$$c_v = \frac{R}{\kappa - 1} \quad (2-57)$$

$$w = -\Delta u = u_1 - u_2 = c_v (T_1 - T_2) = \frac{R}{\kappa - 1} (T_1 - T_2) = \frac{1}{\kappa - 1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (2-58)$$

Az állapotváltozás technikai munkája az I. főtétel szerint:

$$dw_t = -dh \quad (2-59)$$

$$w_t = h_1 - h_2 \quad (2-60)$$

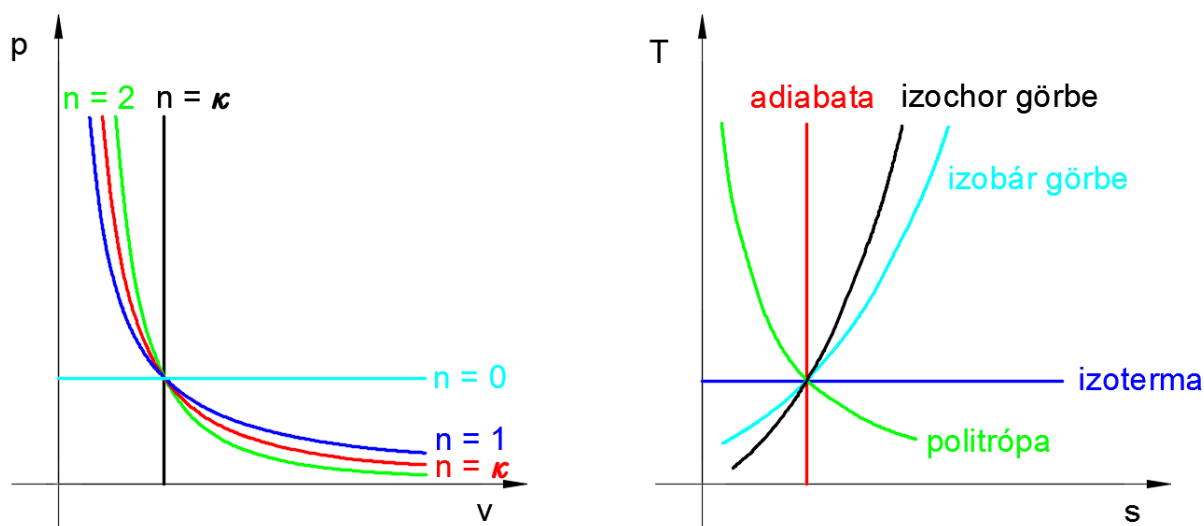
A Poisson - egyenlet:

$$p \cdot v^\kappa = \text{const.} \quad (2-61)$$

### 2.3.5. Politropikus állapotváltozás

A politropikus állapotváltozás egy olyan általánosított adiabatikus állapotváltozásként fogható fel, melynél van hőcsere a rendszer és a környezet közt. Az állapotváltozás jellegét a hőcsere mértéke határozza meg, ezt a politróp kitevő ( $n$ ) jellemzi.

Politropikusként írható le például az a kompresszió, mely során hőt vonunk el, de az elvont hő kisebb, mint a rendszerrel közölt kompressziómunka, ezért a belső energia és így a hőmérséklet emelkedni fog. Ebben a konkrét esetben az állapotváltozás az adiabatikus és az izoterm állapotváltozás közé esik, a fajhő pedig negatív (a hőmérséklet emelkedik, miközben hőt vonunk el). Az adiabatikus, izoterm, izochor, izobár állapotváltozások szintén leírhatók politropikusként.



**2.8. ábra.** Politropikus állapotváltozások  $p - v$  és  $T - s$  diagramban

$$p \cdot v^n = \text{const.} \quad (2-62)$$

A fizikai munka:

$$w = \frac{R}{n-1}(T_1 - T_2) = \frac{1}{n-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (2-63)$$

A technikai munka:

$$w_t = \frac{nR}{n-1}(T_1 - T_2) = \frac{n}{n-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (2-64)$$

A közölt hőmennyiség és a **politropikus fajhő** meghatározása:

$$pv = RT \quad (2-65)$$

$$R = c_p - c_v = c_v(\kappa - 1) \quad (2-66)$$

$$c_v = \frac{R}{\kappa - 1} \quad (2-67)$$

$$q = u_2 - u_1 + w = c_v(T_2 - T_1) + \frac{R}{n-1}(T_1 - T_2) \quad (2-68)$$

$$q = \left( c_v - \frac{R}{n-1} \right) (T_2 - T_1) = \left( c_v - \frac{c_v(\kappa - 1)}{n-1} \right) (T_2 - T_1) \quad (2-69)$$

$$q = c_v \frac{n - \kappa}{n - 1} (T_2 - T_1) = c_n (T_2 - T_1) \quad (2-70)$$

Ahol

$$c_n = c_v \frac{n - \kappa}{n - 1} \quad (2-71)$$

a politropikus fajhő.

A közölt hő és a munka viszonya:

$$\frac{q}{w} = \frac{\kappa - n}{\kappa - 1} \quad (2-72)$$

Az entrópiafüggvény:

$$ds = \frac{\partial q}{T} = \frac{c_n dT}{T} \quad (2-73)$$

$$s_2 - s_1 = c_n \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (2-74)$$

### **A politropikus állapotváltozás általánosítása**

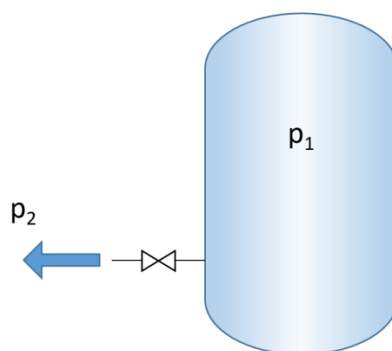
A politropikus kitevő értéke elméletileg  $-\infty < n < \infty$  is lehet, a műszaki gyakorlatban  $1 < n < \kappa$ . Negatív értéke csak néhány speciális esetben értelmezhető.

## 6. táblázat. A politropikus állapotváltozás általánosítása

| Állapotváltozás | Egyenlet                     | Változó állapotjelzők | Ható energiafajták | A görbe jellege $p - v$ diagramban | Az általános egyenlet kitevője | A politropikus fajhő |
|-----------------|------------------------------|-----------------------|--------------------|------------------------------------|--------------------------------|----------------------|
| izochor         | $v = \text{const.}$          | $p; T$                | $q; u$             | $p$ tengellyel párhuzamos          | $n = \infty$                   | $C_n = C_v$          |
| izobar          | $p = \text{const.}$          | $v; T$                | $q; u; w$          | $v$ tengellyel párhuzamos          | $n = 0$                        | $C_n = C_p$          |
| izotermikus     | $p v = \text{const.}$        | $p; v$                | $q; w$             | egyenlő szárú hiperbola            | $n = 1$                        | $C_n = \pm \infty$   |
| adiabatikus     | $p v^\kappa = \text{const.}$ | $p; v; T$             | $u; w$             | hiperbola                          | $n = \kappa$                   | $C_n = 0$            |
| politropikus    | $p v^n = \text{const.}$      | $p; v; T$             | $q; u; w$          | hiperbola                          | $n = n$                        | $C_n = C_n$          |

## 2.4. IRREVERZIBILIS ÁLLAPOTVÁLTOZÁSOK

Az **irreverzibilis** állapotváltozások csak egy irányban játszódnak le, **megfordításukhoz energiabefektetés szükséges**. Ha pl. egy  $p_1$  nyomású légtartályból kiengedjük a benne lévő levegőt a  $p_2$  alacsonyabb nyomású térbe, akkor **izoentalpikus fojtás** játszódik le. A folyamat irreverzibilis, mert miközben lejátszódik, munkát nem végez, energiát nem tudunk kinyerni a termodinamikai rendszerből, de energiabefektetés szükséges ahhoz, hogy az eredeti állapotot, a tartályban lévő magasabb  $p_1$  nyomást újra előállítsuk.



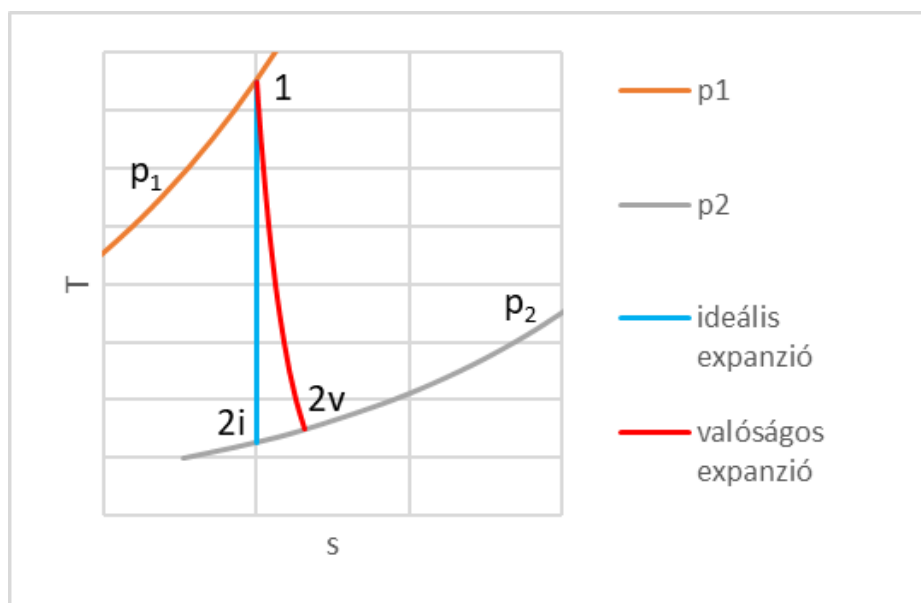
2.9. ábra. Példa irreverzibilis állapotváltozásra

Irreverzibilis folyamat például az **intenzív állapotjelzők kiegyenlítődése**, pl. a hőmérséklet kiegyenlítődése két eltérő hőmérsékletű termodinamikai rendszer egyesítésekor. Két különböző hőmérsékletű gáz összekeverésekor a kezdetben alacsonyabb hőmérsékletű fel fog melegedni, a kezdetben magasabb hőmérsékletű le fog hűlni. A melegedő gázmennyiség entrópiája nő, a lehűlő gázmennyiségé csökken. A folyamat irreverzibilitása azt okozza, hogy

ezen entrópiaváltozások előjelhelyes összege pozitív lesz, a teljes rendszer entrópiája tehát növekedni fog. **Minden irreverzibilis állapotváltozás során fellép a veszteségből adódó entrópia növekedés.** Ha hőközléses vagy hőelvonásos a folyamat, akkor ezen entrópiaváltozások előjelhelyesen összegzendők.

### Ideális és valóságos turbina expanzió összehasonlítása

Valóságos állapotváltozások esetében mindig lépnek fel energiaveszteségek, ezek hatására az entrópia növekszik. A következő ábrán  $p_1$  és  $p_2$  nyomásértékek közt végbemenő ideális és valóságos turbina expanziót ábrázoltunk:



**2.10. ábra.** Ideális ( $1 - 2i$ ) és valóságos ( $1 - 2v$ ) turbina expanzió T – s diagramban

A turbina hatásfoka a két állapotváltozás technikai munkájának hányadosa:

$$\eta_{turbina} = \frac{w_{tv}}{w_{ti}} = \frac{w_{t12v}}{w_{t12i}} \quad (2-75)$$

### 3. GÁZOK KÖRFOLYAMATAI

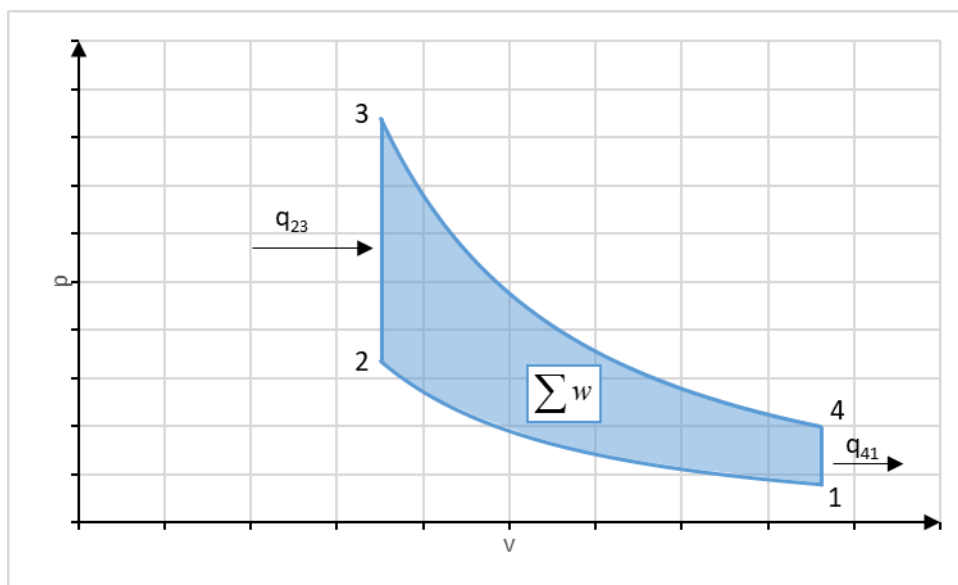
Az olyan termodinamikai folyamatokat, melyeknél a kezdeti és a végállapot jellemzői megegyeznek, körfolyamatoknak nevezzük.

A munkát adó körfolyamatok a közölt hő munkává alakítják. A gép szerkezetének megfelelően ez fizikai vagy technikai munka. Körfolyamatok esetében az összes fizikai munka egyenlő az összes technikai munkával (mivel nyitott rendszerek körfolyamatainál a belépési és kilépési munkák előjelhelyes összege nulla):

$$\sum w = \sum w_t = w_h \quad (3-1)$$

Ez a **hasznos munka** az egyes állapotváltozások munkáinak előjelhelyes összege.

A körfolyamatot  $p - v$  diagramban ábrázolva a hasznos munka a körfolyamat által körbezárt területtel arányos:



**3.1. ábra.** Ideális  $(1 - 2i)$  és valóságos  $(1 - 2v)$  turbina expanzió  $T - s$  diagramban

A körfolyamat egyes szakaszain munkát kell befektetni, más szakaszain munka nyerhető ki a rendszerből. A körfolyamat működésének feltétele, hogy **a kinyert munka nagyobb legyen, mint a befektetett**, vagyis az egyes munkák előjelhelyes összege (a hasznos munka) pozitív legyen. Ahhoz, hogy a körfolyamat által technikailag hasznosítható munkát kapjunk, a gázon végzett **kompresszió**nak kevesebb munkával kell járnia, mint a közeg által a körfolyamat másik szakaszában végzett **expanzió** munka. Ez úgy valósítható meg, hogy az expanzió magasabb hőmérsékleten megy végbe, mint a kompresszió, azaz  **$p - v$  diagramban** ábrázolva az expanzió állapotváltozásának görbéje magasabban van, mint a kompresszióé. Az expanzió térfogatnövekedést jelent, tehát ezen felső görbe a diagramban jobbra halad, az



alsó görbe pedig balra, így megállapítható, hogy **a munkát adó körfolyamatok forgásiránya  $p - v$  diagramban az óramutató járásával megegyező.**

A hőt nem lehetséges teljes mértékben munkává alakítani, egy része a körfolyamatból átalakítatlanul, hő formájában távozik. A **termodinamikai hatásfok** értéke azt fejezi ki, hogy a **közölt hő** milyen arányban alakította át a körfolyamat **munkává**:

$$\eta_t = \frac{\sum w}{\sum q_{BE}} \quad (3-2)$$

Az összefüggés bármely körfolyamatra érvényes.

Az energiamegmaradás törvényéből adódóan szintén bármely körfolyamatra megállapítható, hogy az **összes munka** (az egyes állapotváltozások munkáinak előjelhelyes összege) **megegyezik az összes hővel** (az egyes állapotváltozásokhoz tartozó hőmennyiségek előjelhelyes összegével). Az I. főtétel, megfordítható állapotváltozásokkal felépített körfolyamatokra, zárt görbe menti integrálokkal a teljes körfolyamatra felírva:

$$\oint dQ = \oint dU + \oint dW \quad (3-3)$$

$$\oint dU = 0 \rightarrow \oint dQ = \oint dW \quad (3-4)$$

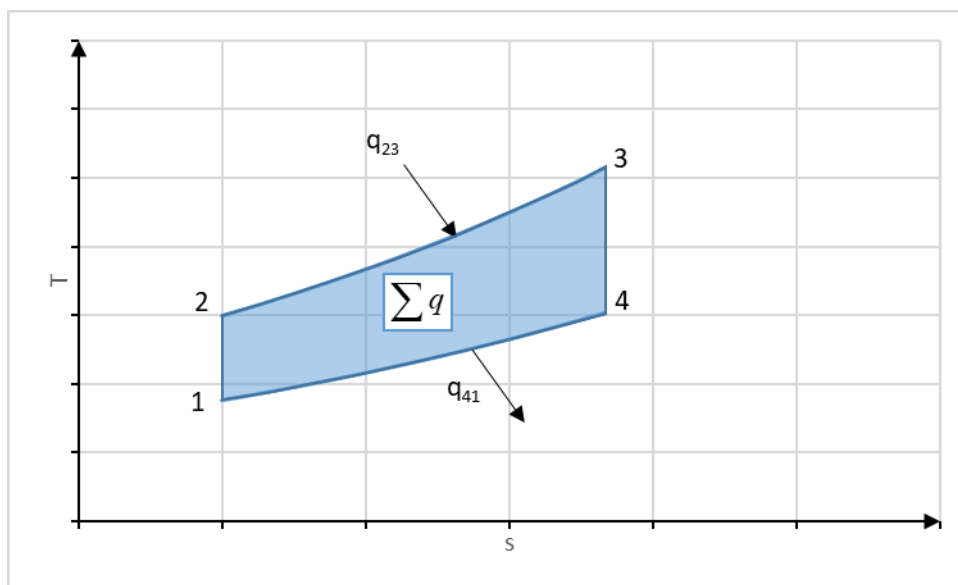
$$\sum w = \sum q \quad (3-5)$$

Az előző összefüggésbe behelyettesítve a termodinamikai hatásfokot, felírhatjuk a hőmennyiségek arányaként is:

$$\eta_t = \frac{\sum q}{\sum q_{BE}} = \frac{\sum q_{BE} + \sum q_{EL}}{\sum q_{BE}} = \frac{\sum q_{BE} - |\sum q_{EL}|}{\sum q_{BE}} \quad (3-6)$$

A közölt hőmennyiség tehát abszolútértékben nagyobb, mint az eltávolított hő.

$T - s$  diagramban ábrázolva a körfolyamatot, az állapotváltozások alatti terület a hőmennyiséggel arányos. A munkát adó körfolyamatok esetében a hőközléses állapotváltozások magasabb hőmérsékleten mennek végbe, mint a hőelvonásosak. A körfolyamat által **körbezárt terület** az **összes hővel** arányos:



**3.2. ábra.** Az összes hővel arányos terület  $T - s$  diagramban

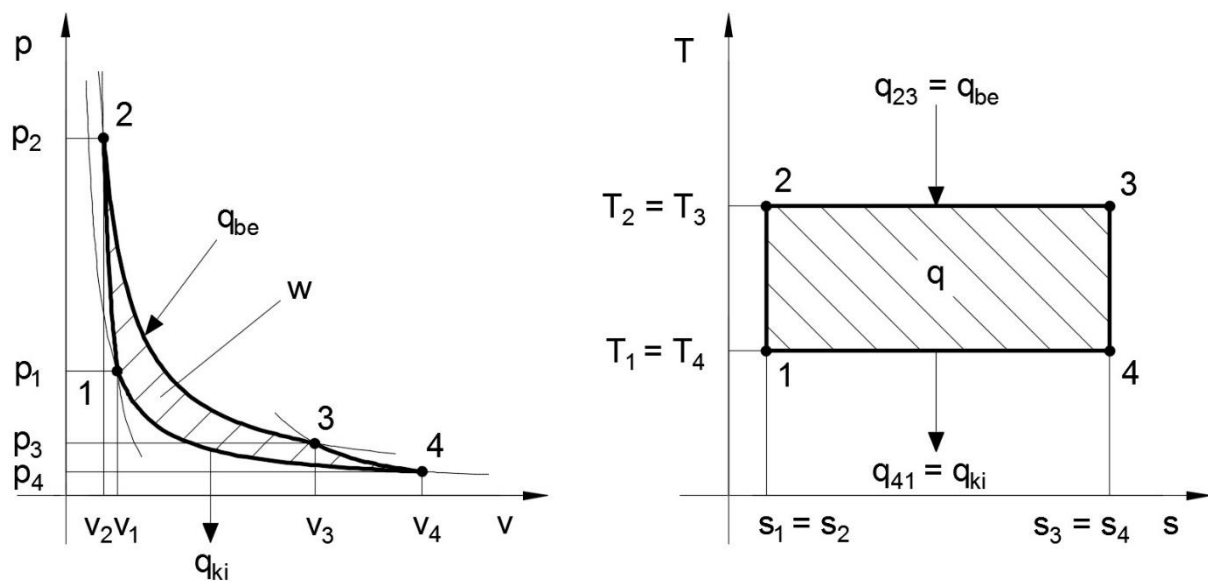
Hőközlés esetén növekszik az entrópia, hőelvonás esetén csökken, tehát a  **$T - s$  diagramban** a körfolyamat felső szakasza halad jobbra, alsó szakasza balra, így a **forgási irány** ezen diagram esetében is **az óramutató járásával megegyező**.

### 3.1.1. Carnot körfolyamat

Azonos hőmérséklet-határok közt a termodinamikai körfolyamatok közül a legjobb hatásfokot a Carnot-körfolyamat adja.

A körfolyamat állapotváltozásai:

- 1 – 2: adiabatikus kompresszió.
- 2 – 3: izotermikus kompresszió,
- 3 – 4: adiabatikus expanzió,
- 4 – 1: adiabatikus expanzió.



**3.3. ábra.** Carnot-körfolyamat  $p$ - $v$  és  $T$  –  $s$  diagramban

A termodinamikai hatásfok:

$$\eta_t = \frac{w}{q_{be}} = \frac{w}{q_{T2-3}} \quad (3-7)$$

Speciálisan Carnot-ciklusra:

$$\eta_t = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_a}{T_f} \quad (3-8)$$

vagyis a Carnot – körfolyamat hatásfoka csak az alsó és felső hőmérséklettől függ.

### 3.1.2. Otto körfolyamat

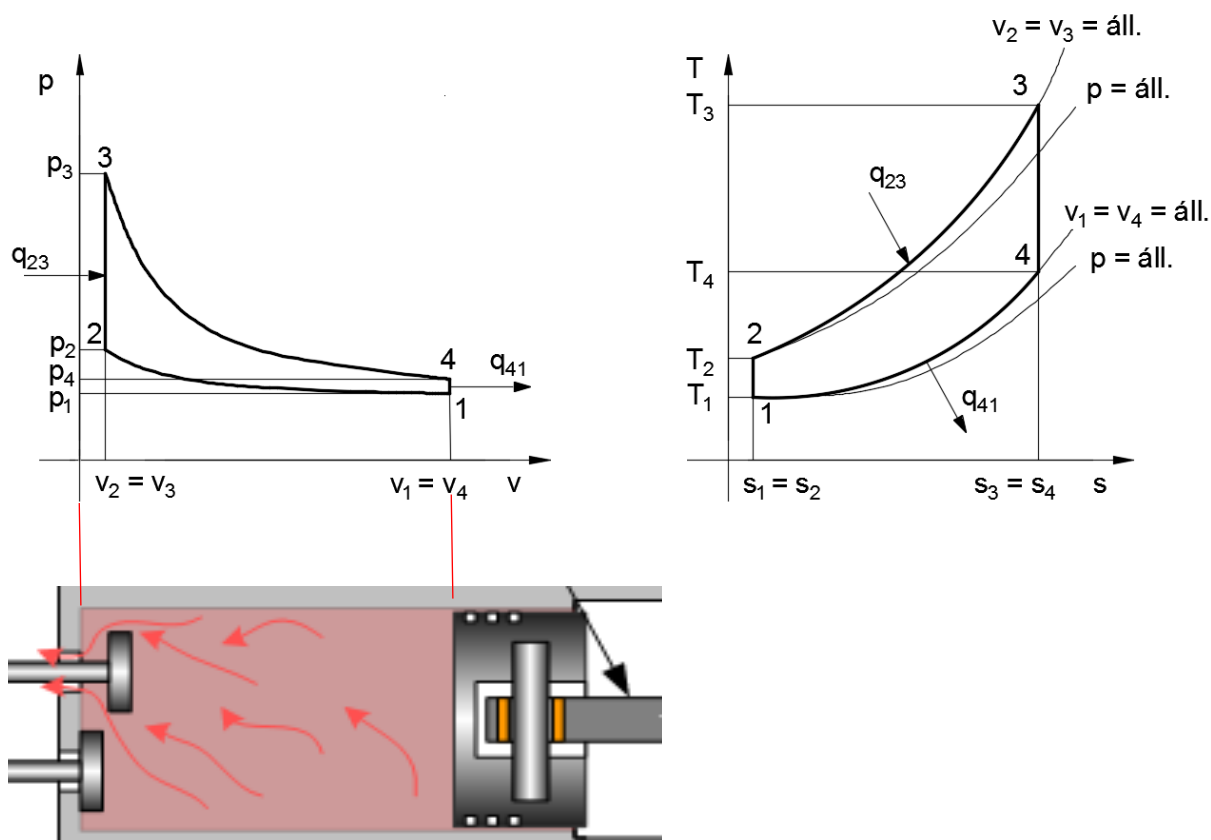
Az elméleti körfolyamat az alábbi négy reverzibilis állapotváltozásból áll:

1 – 2: adiabatikus kompresszió

2 – 3: izochor hőközlés

3 – 4: adiabatikus expanzió

4 – 1: izochor hőelvonás



**3.4. ábra.** Otto-körfolyamat p-v diagramban

A kompresszióviszony:

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} \quad (3-9)$$

A nyomásemelkedési tényező:

$$\lambda = \frac{p_3}{p_2} \quad (3-10)$$

Az állapotpontok meghatározása, ha ismert a munkaközeg, illetve  $p_1$ ,  $T_1$ ,  $\varepsilon$ ,  $\lambda$ ,  $m$ :

1 – 2:

$$R = \frac{p \cdot v}{T} \rightarrow v_1 = \frac{R \cdot T_1}{p_1} \quad (3-11)$$

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \frac{v_1}{v_2} \rightarrow v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon} \quad (3-12)$$

$$p_1 v_1^\kappa = p_2 v_2^\kappa \rightarrow p_2 = p_1 \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^\kappa = p_1 \epsilon^\kappa \quad (3-13)$$

$$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R} \quad (3-14)$$

2 – 3:

$$v_3 = v_2 \quad (3-15)$$

$$\lambda = \frac{p_3}{p_2} \rightarrow p_3 = \lambda p_2 \quad (3-16)$$

$$R = \frac{p \cdot v}{T} \rightarrow T_3 = \frac{p_3 \cdot v_3}{R} \quad (3-17)$$

3 – 4:

$$v_4 = v_1 \quad (3-18)$$

$$p_3 v_3^\kappa = p_4 v_4^\kappa \rightarrow p_4 = p_3 \left( \frac{v_3}{v_4} \right)^\kappa = p_3 \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^\kappa = p_3 \epsilon^{-\kappa} \quad (3-19)$$

$$T_4 = \frac{p_4 v_4}{R} \quad (3-20)$$

A fajlagos belső energia:

$$u_1 = c_v \cdot T_1 \quad (3-21)$$

$$u_2 = c_v \cdot T_2 \quad (3-22)$$

$$u_3 = c_v \cdot T_3 \quad (3-23)$$

$$u_4 = c_v \cdot T_4 \quad (3-24)$$

A fajlagos entalpia:

$$h_1 = c_p \cdot T_1 \quad (3-25)$$

$$h_2 = c_p \cdot T_2 \quad (3-26)$$

$$h_3 = c_p \cdot T_3 \quad (3-27)$$

$$h_4 = c_p \cdot T_4 \quad (3-28)$$

A közölt és elvont hőmennyiség:

$$q_{be} = q_{v23} = c_v (T_3 - T_2) \quad (3-29)$$

$$q_{el} = q_{v41} = c_v (T_1 - T_4) \quad (3-30)$$

A körfolyamat egy ciklusának munkája:

$$\sum w = \sum q = q_{be} + q_{el} = q_{be} - |q_{el}| \quad (3-31)$$

Az egyes folyamatok munkája:

$$w_{12} = q_{12} - \Delta u_{12} = -\Delta u_{12} = u_1 - u_2 = \frac{1}{\kappa - 1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (3-32)$$

$$w_{23} = 0 \quad (3-33)$$

$$w_{34} = q_{34} - \Delta u_{34} = -\Delta u_{34} = u_3 - u_4 = \frac{1}{\kappa - 1} (p_3 v_3 - p_4 v_4) \quad (3-34)$$

$$w_{41} = 0 \quad (3-35)$$

A körfolyamat termodinamikai hatásfoka:

$$\eta_t = \frac{\sum w}{q_{be}} = \frac{\sum q}{q_{be}} \quad (3-36)$$

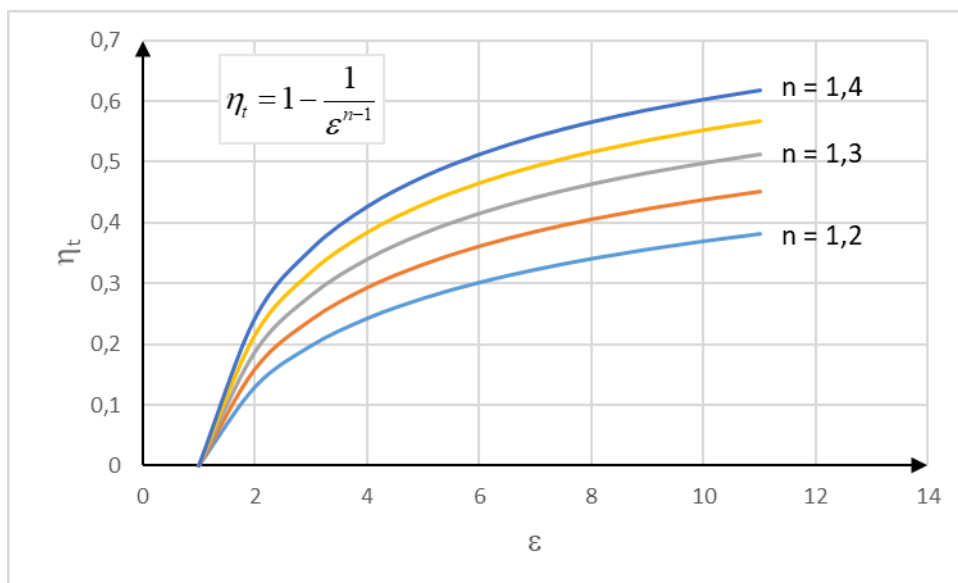
Speciálisan Otto-körfolyamatra:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \quad (3-37)$$

Az Otto-körfolyamat termodinamikai hatásfoka kizárólag a kompresszióviszony nagyságától függ. A körfolyamat pontosítható, ha politropikus állapotváltozásokkal írjuk le a kompressziót és az expanziót:

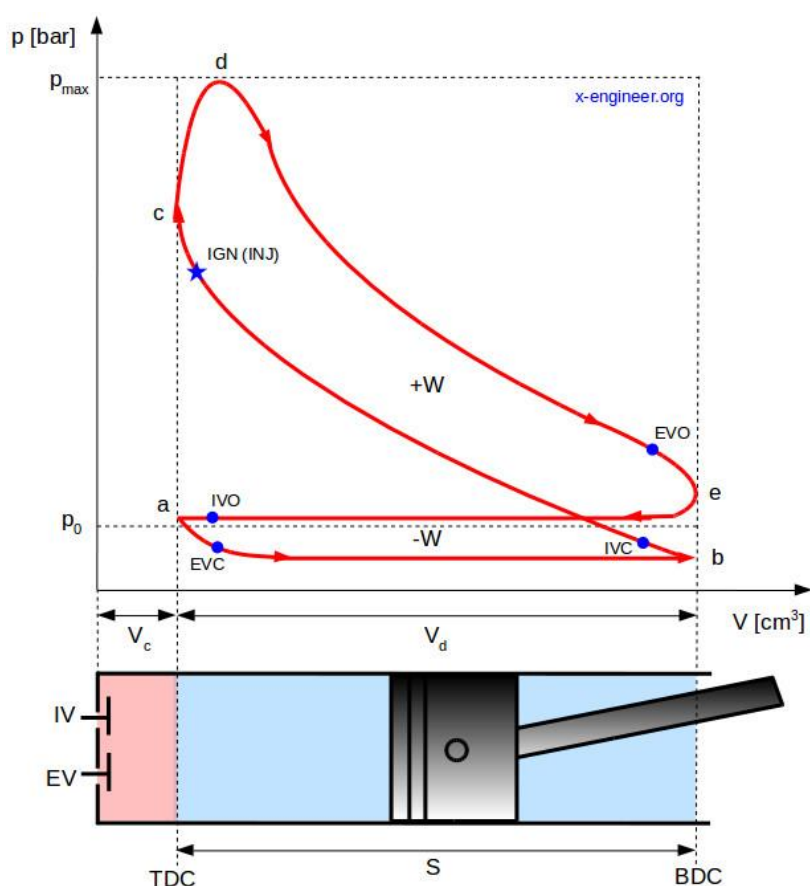
$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{n-1}} \quad (3-38)$$

A termodinamikai hatásfok a kompresszióviszony és a politropikus kitevő függvényében:



**3.5. ábra.** Otto-körfolyamat termodinamikai hatásfoka a kompresszióviszony és a politropikus kitevő függvényében

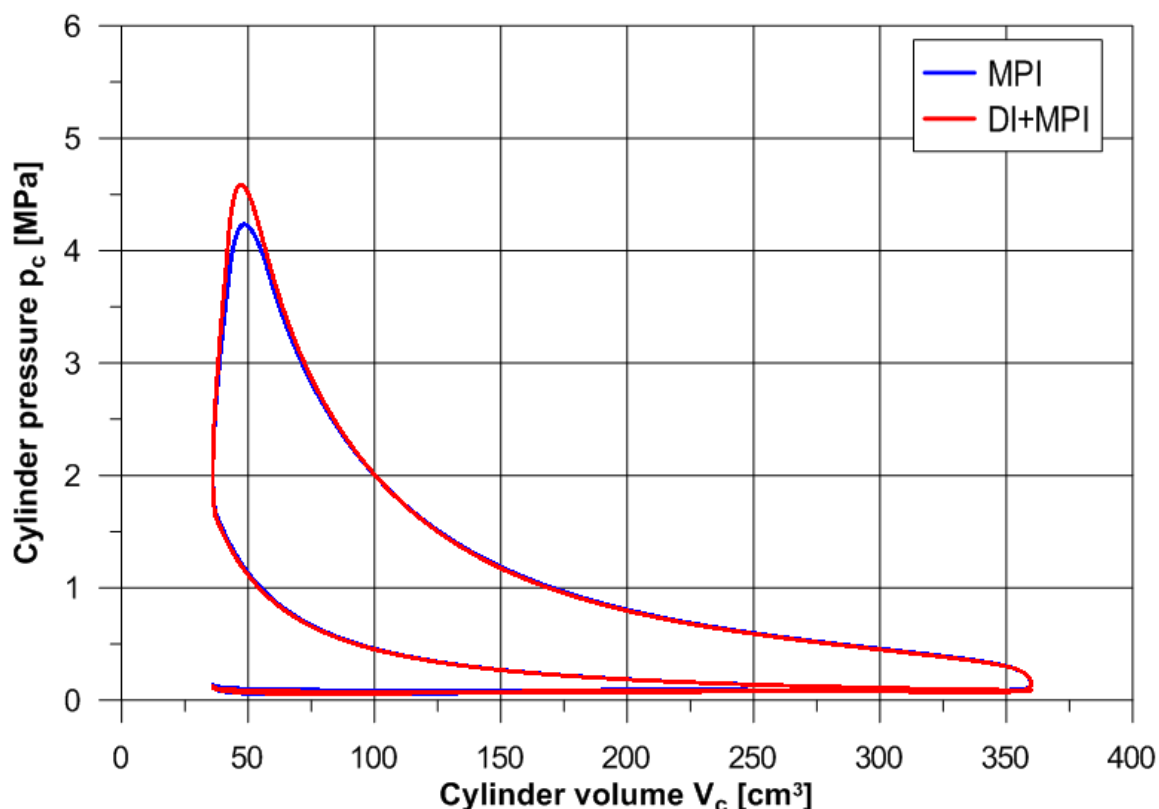
A valóságos körfolyamat  $p - v$  diagramja:



**3.6. ábra.** Valóságos Otto-körfolyamat  $p - V$  diagramban, megjelölve a gyújtás, valamint a szelepek nyitása és zárása (IVO – szívószelep nyitás, IVC – szívószelep zárás, EVO – kipufogószelep nyitás, EVC – kipufogószelep zárás, IGN – gyújtás)

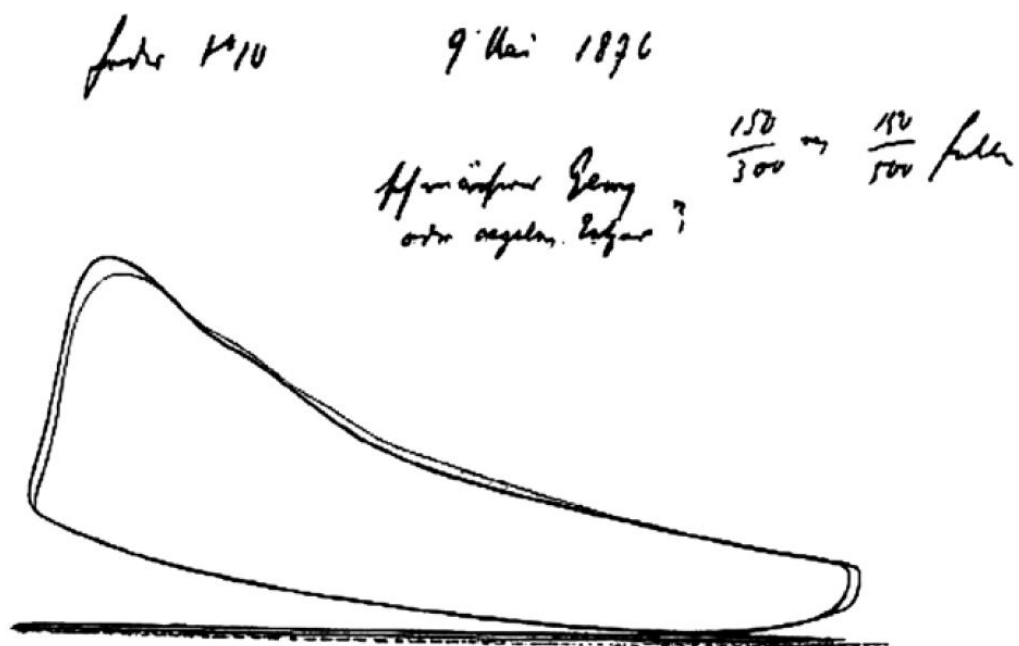
Láthatóak az elméleti körfolyamattól való eltérések: a hőközlés csak közelítőleg izochor, hiszen nem lehet pillanatnyi, minimális időszükséglete mindenképp van, ezalatt az idő alatt a dugattyú halad. Ezt mutatja a kompressziós folyamat végének meredekebb nyomásemelkedése a felső holtpont elérése előtt. A szükséges előgyújtás miatt itt már megkezdődik az égés. A 2 – 3 folyamat jobbra elhajlik, a dugattyú elhalad a felső holtponttól, miközben növekszik a nyomás, tart a hőközlés. Az égés befejeztével a görbe letörik, az expanzió ezt követően adiabatikusként vagy politropikusként írható le. Az alsó holtpont elérése előtt az expanzió nyomásgörbéje letörik, itt nyitnak a kipufogószelepek. Megtörténik a gázcsera (a diagram alján látható izobár jellegű állapotváltozások: e – a kipufogás, a – b szívás), és a körfolyamat hideg benzin-levegő keverékkel kezdődik újra, emiatt a hőelvonás izochornak tekinthető. Ezen alacsony hőmérsékletű levegő a henger falától hőt vesz fel a kompresszió során, ezért a kompresszió is politropikus.

Valós mérésen alapuló indikátordiagram:

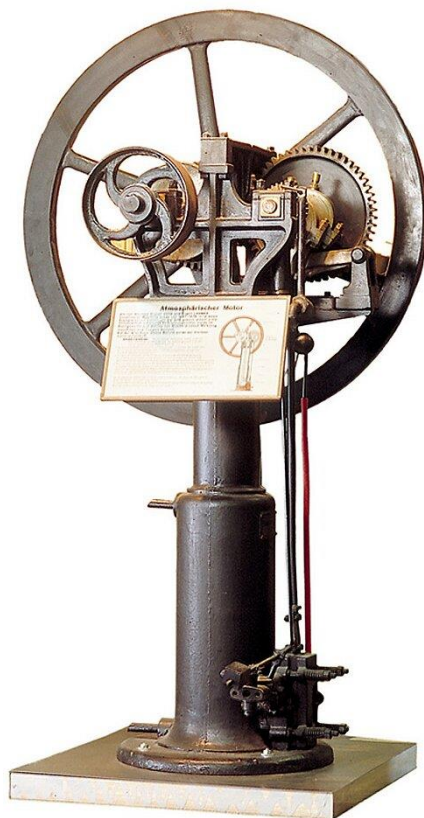


**3.7. ábra.** Valóságos Otto-körfolyamat  $p - V$  diagramban (2SZ-FE típusú  $1298 \text{ cm}^3$ -es Toyota Yaris motor, kétféle befecskendezés összehasonlítása 20 %-os fojtószelep állásnál és 2000 1/min főtengely fordulatszámon)





3.8. ábra. Nikolaus Otto által rögzített p – V indikátordiagram, 1876



3.9. ábra. Otto motor, 1870

### 3.1.3. Diesel körfolyamat

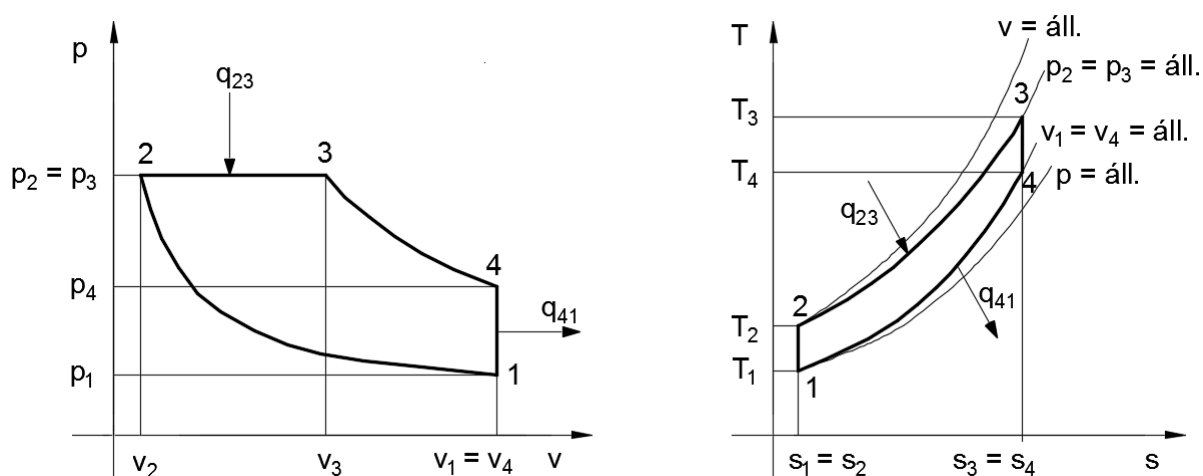
Diesel körfolyamat esetén az üzemanyag égése lassabb, mint az Otto körfolyamatban, ezért a dugattyú a hőközlés során hosszabb utat tesz meg. A hőközlés pontosabban közelíthető izobár folyamatként.

1 – 2: adiabatikus kompresszió

2 – 3: izobár hőközlés

3 – 4: adiabatikus expanzió

4 – 1: izochor hőelvonás



**3.10. ábra.** Diesel-körfolyamat p-v és T-s diagramban

A kompresszióviszony:

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad (3-39)$$

Az előzetes expanzióviszony:

$$\rho = \frac{V_3}{V_2} = \frac{v_3}{v_2} \quad (3-40)$$

Az utólagos expanzióviszony:

$$\delta = \frac{V_4}{V_3} = \frac{v_4}{v_3} \quad (3-41)$$

$$\varepsilon = \rho \delta \quad (3-42)$$

Az állapotpontok meghatározása, ha ismert a munkaközeg, illetve  $p_1, T_1, \varepsilon, \lambda, \rho, m$ :

1 – 2:

$$R = \frac{p \cdot v}{T} \rightarrow v_1 = \frac{R \cdot T_1}{p_1} \quad (3-43)$$

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \frac{v_1}{v_2} \rightarrow v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon} \quad (3-44)$$

$$p_1 v_1^\kappa = p_2 v_2^\kappa \rightarrow p_2 = p_1 \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^\kappa = p_1 \varepsilon^\kappa \quad (3-45)$$

$$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R} \quad (3-46)$$

2 – 3:

$$p_3 = p_2 \quad (3-47)$$

$$\rho = \frac{v_3}{v_2} \rightarrow v_3 = \rho v_2 \quad (3-48)$$

$$R = \frac{p \cdot v}{T} \rightarrow T_3 = \frac{p_3 \cdot v_3}{R} \quad (3-49)$$

3 – 4:

$$v_4 = v_1 \quad (3-50)$$

$$p_3 v_3^\kappa = p_4 v_4^\kappa \rightarrow p_4 = p_3 \left( \frac{v_3}{v_4} \right)^\kappa \quad (3-51)$$

$$T_4 = \frac{p_4 v_4}{R} \quad (3-52)$$

A fajlagos belső energia:

$$u_1 = c_v \cdot T_1 \quad (3-53)$$

$$u_2 = c_v \cdot T_2 \quad (3-54)$$

$$u_3 = c_v \cdot T_3 \quad (3-55)$$

$$u_4 = c_v \cdot T_4 \quad (3-56)$$

A fajlagos entalpia:

$$h_1 = c_p \cdot T_1 \quad (3-57)$$

$$h_2 = c_p \cdot T_2 \quad (3-58)$$

$$h_3 = c_p \cdot T_3 \quad (3-59)$$

$$h_4 = c_p \cdot T_4 \quad (3-60)$$

A közölt és elvont hőmennyiség:

$$q_{be} = q_{p23} = c_p (T_3 - T_2) \quad (3-61)$$

$$q_{el} = q_{v41} = c_v (T_1 - T_4) \quad (3-62)$$

A körfolyamat egy ciklusának munkája:

$$w = \sum q = q_{be} + q_{el} = q_{be} - |q_{el}| \quad (3-63)$$

Az egyes folyamatok munkája:

$$w_{12} = q_{12} - \Delta u_{12} = -\Delta u_{12} = u_1 - u_2 = \frac{1}{\kappa - 1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (3-64)$$

$$w_{23} = q_{23} - \Delta u_{23} = p \cdot \Delta v_{23} = p \cdot (v_3 - v_2) \quad (3-65)$$

$$w_{34} = q_{34} - \Delta u_{34} = -\Delta u_{34} = u_3 - u_4 = \frac{1}{\kappa - 1} (p_3 v_3 - p_4 v_4) \quad (3-66)$$

$$w_{41} = 0 \quad (3-67)$$

A körfolyamat termikus hatásfoka:

$$\eta_t = \frac{\sum w}{q_{be}} = \frac{\sum q}{q_{be}} \quad (3-68)$$

speciálisan Diesel-körfolyamatra:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \cdot \frac{\rho^{\kappa} - 1}{\kappa(\rho - 1)} \quad (3-69)$$

### 3.1.4. Sabathier körfolyamat

A valóságos motorok diagramjain látható, hogy az elmélettel szemben az Otto és a Diesel motoroknál a hőközlés során változik a fajtérfogat és a nyomás is. Az elméleti Otto, illetve Diesel körfolyamat jó közelítéssel írja le a hengerben zajló állapotváltozásokat, de ez a közelítés tovább pontosítható, ha a hőközlés folyamatát felbontjuk egy izochor és egy izobár szakaszra. A Sabathier körfolyamat tehát az Otto és Diesel körfolyamatok kombinációjaként értelmezhető.

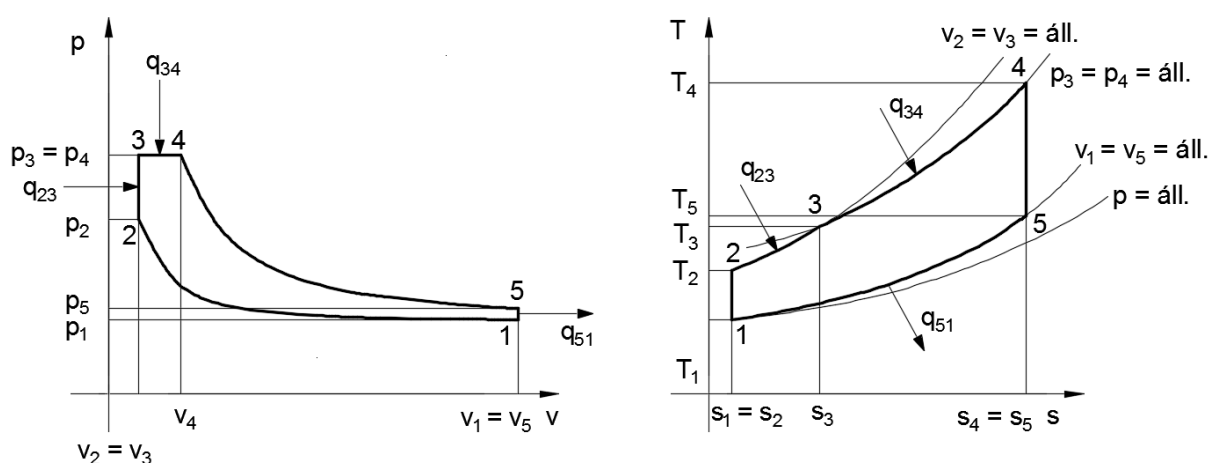
1 – 2: adiabatikus kompresszió

2 – 3: izochor hőközlés

3 – 4: izobár hőközlés

4 – 5: adiabatikus expanzió

5 – 1: izochor hőelvonás



**3.11. ábra.** Sabathier-körfolyamat p-v és T-s diagramban

A kompresszióviszony:

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} \quad (3-70)$$

A nyomásemelkedési tényező:

$$\lambda = \frac{p_3}{p_2} \quad (3-71)$$

Az előzetes expanzióviszony:

$$\rho = \frac{V_4}{V_3} = \frac{v_4}{v_3} \quad (3-72)$$

Az utólagos expanzióviszony:

$$\delta = \frac{V_5}{V_4} = \frac{v_5}{v_4} \quad (3-73)$$

$$\varepsilon = \rho \delta \quad (3-74)$$

Az állapotpontok meghatározása, ha ismert a munkaközeg, illetve  $p_1$ ,  $T_1$ ,  $\varepsilon$ ,  $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $m$ :

1 – 2:

$$R = \frac{p \cdot v}{T} \rightarrow v_1 = \frac{R \cdot T_1}{p_1} \quad (3-75)$$

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \frac{v_1}{v_2} \rightarrow v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon} \quad (3-76)$$

$$p_1 v_1^\kappa = p_2 v_2^\kappa \rightarrow p_2 = p_1 \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^\kappa = p_1 \varepsilon^\kappa \quad (3-77)$$

$$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R} \quad (3-78)$$

2 – 3:

$$v_3 = v_2 \quad (3-79)$$

$$\lambda = \frac{p_3}{p_2} \rightarrow p_3 = \lambda p_2 \quad (3-80)$$

$$R = \frac{p \cdot v}{T} \rightarrow T_3 = \frac{p_3 \cdot v_3}{R} \quad (3-81)$$

3 – 4:

$$p_3 = p_4 \quad (3-82)$$

$$\rho = \frac{v_4}{v_3} \rightarrow v_4 = \rho v_3 \quad (3-83)$$

$$T_4 = \frac{p_4 V_4}{R} \quad (3-84)$$

4 – 5:

$$v_5 = v_1 \quad (3-85)$$

$$p_4 v_4^\kappa = p_5 v_5^\kappa \rightarrow p_5 = p_4 \left( \frac{v_4}{v_5} \right)^\kappa = p_4 \delta^{-\kappa} \quad (3-86)$$

$$T_5 = \frac{p_5 V_5}{R} \quad (3-87)$$

A fajlagos belső energia:

$$u_1 = c_v \cdot T_1 \quad (3-88)$$

$$u_2 = c_v \cdot T_2 \quad (3-89)$$

$$u_3 = c_v \cdot T_3 \quad (3-90)$$

$$u_4 = c_v \cdot T_4 \quad (3-91)$$

$$u_5 = c_v \cdot T_5 \quad (3-92)$$

A fajlagos entalpia:

$$h_1 = c_p \cdot T_1 \quad (3-93)$$

$$h_2 = c_p \cdot T_2 \quad (3-94)$$

$$h_3 = c_p \cdot T_3 \quad (3-95)$$

$$h_4 = c_p \cdot T_4 \quad (3-96)$$

$$h_5 = c_p \cdot T_5 \quad (3-97)$$

A közölt és elvont hőmennyiség:

$$q_{be} = q_{v23} + q_{p34} = c_v (T_3 - T_2) + c_p (T_4 - T_3) \quad (3-98)$$

$$q_{el} = q_{v41} = c_v (T_1 - T_4) \quad (3-99)$$

A körfolyamat egy ciklusának munkája:

$$\sum w = \sum q = q_{be} + q_{el} = q_{be} - |q_{el}| \quad (3-100)$$

Az egyes folyamatok munkája:

$$w_{12} = q_{12} - \Delta u_{12} = -\Delta u_{12} = u_1 - u_2 = \frac{1}{\kappa - 1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (3-101)$$

$$w_{23} = 0 \quad (3-102)$$

$$w_{34} = q_{34} - \Delta u_{34} = p \cdot \Delta v_{34} = p \cdot (v_4 - v_3) \quad (3-103)$$

$$w_{45} = q_{45} - \Delta u_{45} = -\Delta u_{45} = u_4 - u_5 = \frac{1}{\kappa - 1} (p_4 v_4 - p_5 v_5) \quad (3-104)$$

A körfolyamat termodinamikai hatásfoka:

$$\eta_t = \frac{\sum w}{\sum q_{be}} \quad (3-105)$$

A közölt és elvont hőmennyiség:

$$q_{v23} = c_v (T_3 - T_2) \quad (3-106)$$

$$q_{p34} = c_p (T_4 - T_3) \quad (3-107)$$

$$\sum q_{be} = q_{v23} + q_{p34} \quad (3-108)$$

$$q_{el} = q_{v41} = c_v (T_1 - T_4) \quad (3-109)$$

A körfolyamat egy ciklusának munkája:

$$w = \sum q = \sum q_{be} - |q_{el}| \quad (3-110)$$

Az egyes folyamatok munkája:

$$w_{12} = -\Delta u_{12} = u_1 - u_2 = \frac{1}{\kappa - 1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (3-111)$$

$$w_{23} = 0 \quad (3-112)$$

$$w_{34} = p_3 (v_4 - v_3) \quad (3-113)$$



$$w_{45} = -\Delta u_{45} = u_4 - u_5 = \frac{1}{\kappa - 1} (p_4 v_4 - p_5 v_5) \quad (3-114)$$

$$w_{51} = 0 \quad (3-115)$$

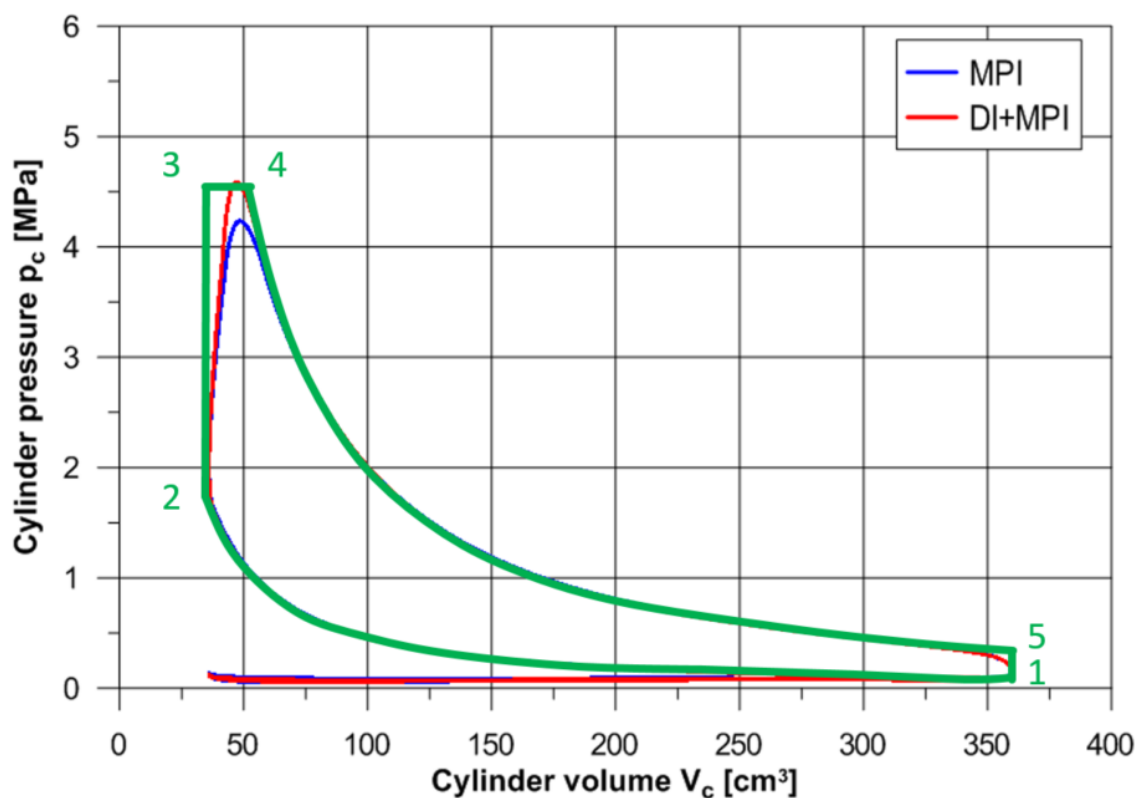
A körfolyamat termikus hatásfoka:

$$\eta_t = \frac{\sum w}{\sum q_{be}} = \frac{\sum q}{\sum q_{be}} \quad (3-116)$$

speciálisan vegyes hőbevezetésű körfolyamatra:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \cdot \frac{\lambda \rho^{\kappa} - 1}{\lambda - 1 + \lambda \kappa (\rho - 1)} \quad (3-117)$$

Pirossal jelzett indikátordiagram közelítése Sabathier-körfolyamatként (zöld):



**3.12. ábra.** Valós indikátordiagram közelítése Sabathier-körfolyamatként

### 3.1.5. Gázturbina körfolyamat

A gőzerőművek mellett komoly szerepe van a gázturbinás, valamint a kombinált körfolyamatú erőműveknek is. Gázturbinás erőművekből léteznek **zárt** és **nyílt** ciklusú blokkok, utóbbiak elterjedtebbek.

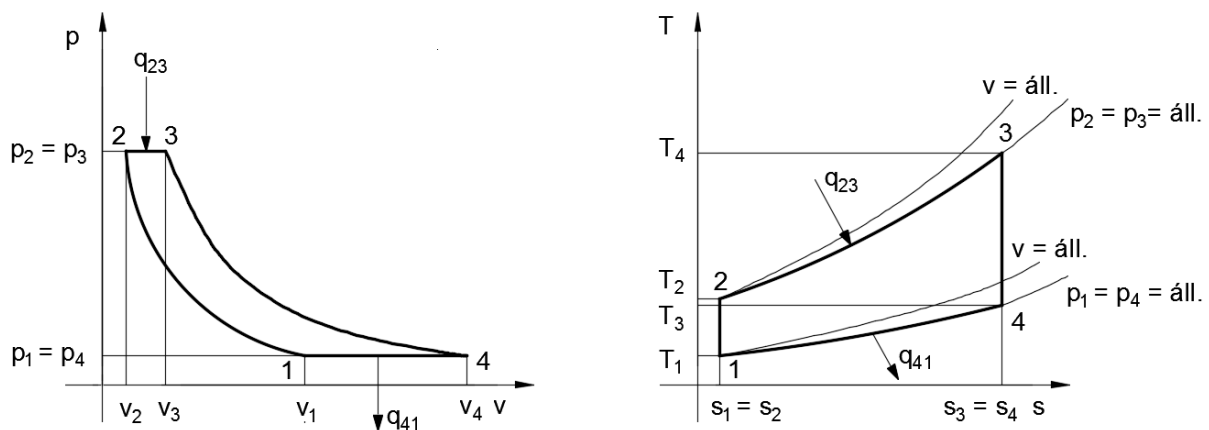
A gázturbina erőművek működési alapja a **Joule-Brayton körfolyamat**:

1 – 2: adiabatikus kompresszió

2 – 3: izobar hőközlés

3 – 4: adiabatikus expanzió

4 – 1: izobar hőelvonás



**3.13. ábra.** Joule-Brayton körfolyamat p-v és T-s diagramban

A méretezést illetően fontos megemlíteni, hogy akár **zárt**, akár **nyílt** ciklusú blokkokról van szó, a körfolyamat egyes elemei – így a kompresszor és a turbina is – mindenképp **nyílt termodinamikai rendszerként** modellezendők, munkájuk **technikai munka**. Nyílt ciklusú körfolyamatnál a légkör, mint végtelen nagy hőcserélő kapcsolódik a körfolyamathoz (4 – 1 izobár hőelvonás).

A körfolyamat jellemzői:

$p_1$  – a beszívott levegő nyomása,

$T_1$  – a beszívott levegő hőmérséklete,

$\pi$  – kompresszió nyomásviszony,

$\rho$  – előzetes expanzióviszony.

Ezek ismeretében az állapotjelzők meghatározásának menete:

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} \quad (3-118)$$

$$\pi = \frac{p_2}{p_1} \rightarrow p_2 = \frac{p_1}{\pi} \quad (3-119)$$

$$p_1 v_1^\kappa = p_2 v_2^\kappa \rightarrow v_2 = v_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \quad (3-120)$$

$$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R} \quad (3-121)$$

A 3. állapotpont meghatározása, ha adott az előzetes expanzióviszony:

$$p_3 = p_2 \quad (3-122)$$

$$\rho = \frac{v_3}{v_2} \rightarrow v_3 = \rho \cdot v_2 \quad (3-123)$$

$$T_3 = \frac{p_3 v_3}{R} \quad (3-124)$$

A 3. állapotpont meghatározása, ha adott a közölt fajlagos hőmennyiség:

$$q_{23} = c_p (T_3 - T_2) \rightarrow T_3 = \frac{q_{23}}{c_p} + T_2 \quad (3-125)$$

A 3. állapotpont meghatározása, ha adott a hőközlés véghőmérséklete:

$$v_3 = \frac{RT_3}{p_3} \quad (3-126)$$

A 4. állapotpont meghatározása:

$$p_4 = p_1 \quad (3-127)$$

$$p_3 v_3^\kappa = p_4 v_4^\kappa \rightarrow v_4 = v_3 \left( \frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \quad (3-128)$$

$$T_4 = \frac{p_4 v_4}{R} \quad (3-129)$$

A fajlagos kompresszormunka:

$$w_{t12} = -\Delta h_{12} = h_1 - h_2 \quad (3-130)$$

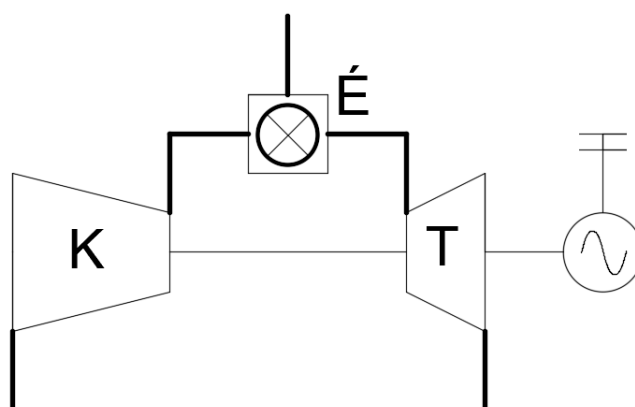
A turbina fajlagos munkája:

$$w_{t34} = -\Delta h_{34} = h_3 - h_4 \quad (3-131)$$

A körfolyamat termodinamikai hatásfoka:

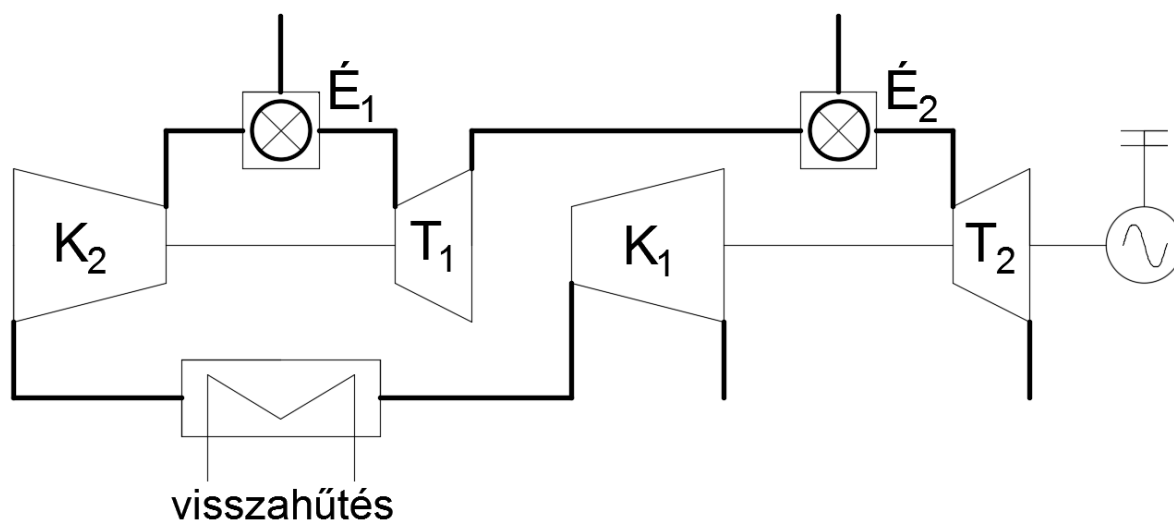
$$\eta_t = \frac{\sum w_t}{q_{be}} = \frac{w_{t12} + w_{t34}}{q_{34}} = \frac{h_1 - h_2 + h_3 - h_4}{h_3 - h_2} \quad (3-132)$$

### 3.1.5.1. Egytengelyes, nyílt ciklusú



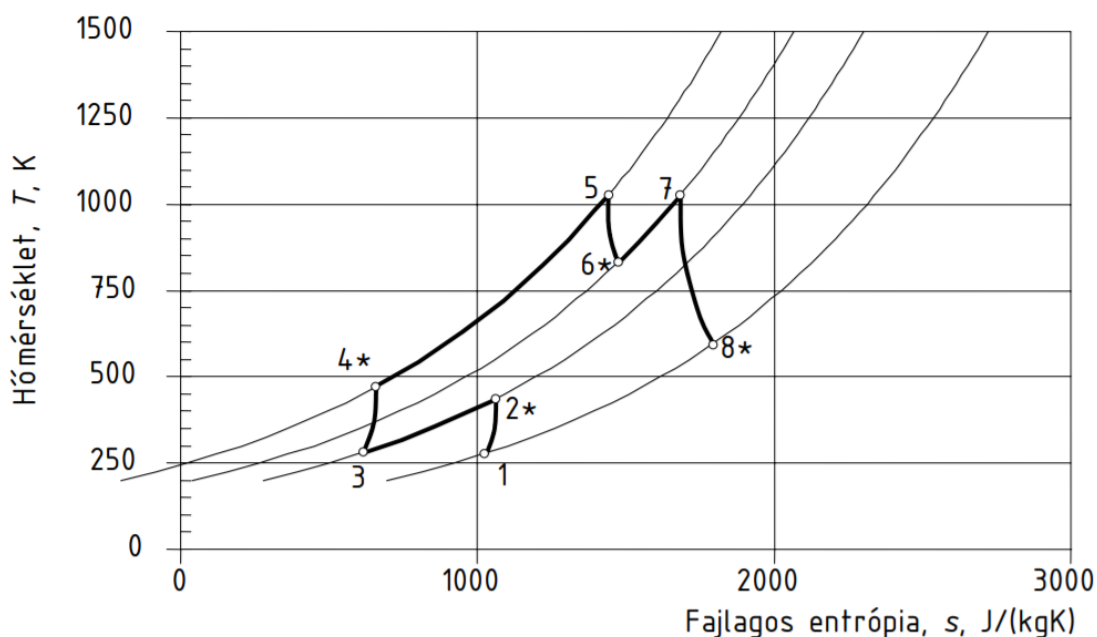
**3.14. ábra.** Egytengelyes, nyílt ciklusú gázturbina körfolyamat

### 3.1.5.2. Kéttengelyes, nyílt ciklusú



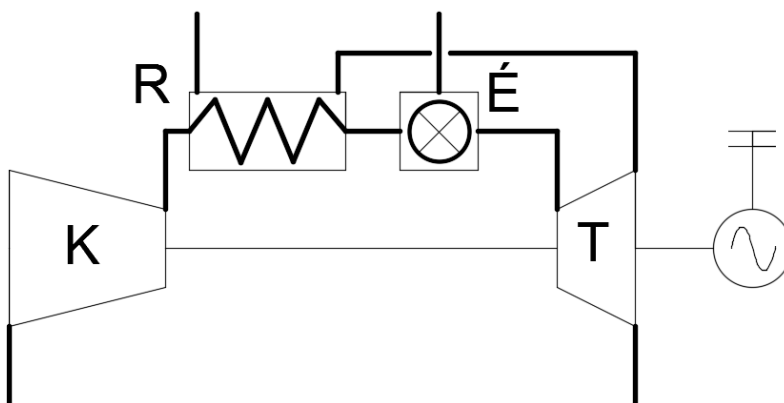
**3.15. ábra.** Kéttengelyes, nyílt ciklusú gázturbina körfolyamat

Az alábbi diagramban látható, ahogy a valóságos, veszteséges állapotváltozásoknál hőközlés nélkül is nő az entrópia. Az 1 – 2, 3 – 4, 5 – 6 és 7 – 8 állapotváltozások görbéje ennek megfelelően jobbra hajlik el.



**3.16. ábra.** Kéttengelyes, nyílt ciklusú, valóságos gázturbina körfolyamat

### 3.1.5.3. Regeneratív hőcserélővel ellátott körfolyamat

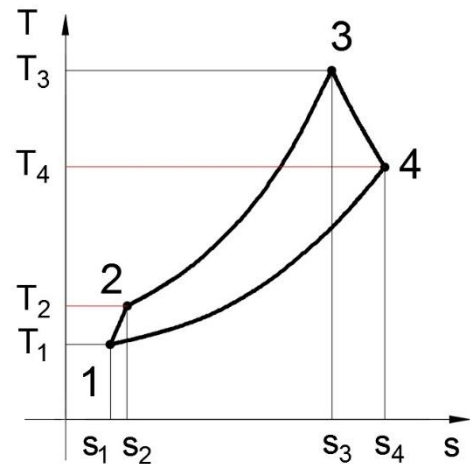
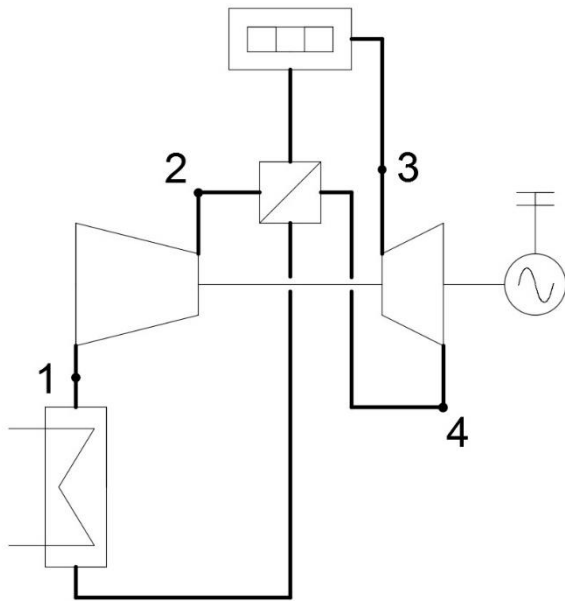


**3.17. ábra.** Egytengelyes, nyílt ciklusú gázturbina körfolyamat regeneratív hőcserélővel

A regeneratív hőcserélő a 2 – 3 izobár hőközlés és a 4 – 1 izobár hőelvonás közt hoz létre hőáramot: a 4 – 1 folyamat hőmennyiségének egy részét a 2 – 3 állapotváltozás során közli a gázzal, így előmelegítve azt. Csak abban az esetben alkalmazható, ha:

$$T_4 > T_2 \quad (3-133)$$

#### 3.1.5.4. Zárt ciklusú



**3.18. ábra.** Egytengelyes, zárt ciklusú gázturbina körfolyamat regeneratív hőcserélővel

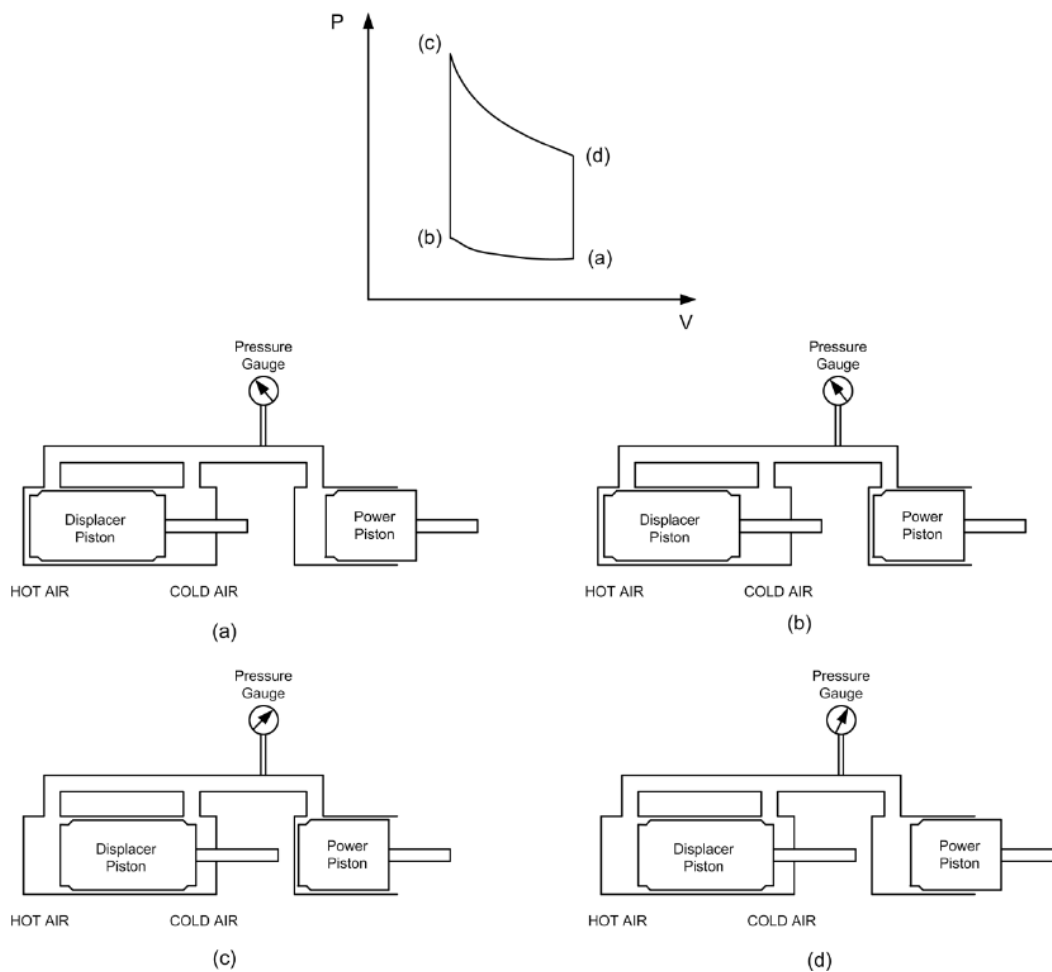
#### 3.1.6. Stirling motorok

A motort Robert Stirling lelkész találta fel 1816-ban, majd mérnök fivérével, James Stirling-gel fejlesztették tovább. A Stirling motor külsőégésű motor. Bármilyen módon előállított hőmérséklet-különbséggel működtethető. A külső égés sokkal kontrolláltabb, így sokkal tisztább is lehet. Hatásfoka megközelíti a Carnot körfolyamatét. Két dugattyúval működik:

- **munkadugattyú:** a motorban lévő gáz nyomása ezen dugattyún alakul munkává, ez a dugattyú hajtja a motort,
- **terelődugattyú:** ez a dugattyú munkát nem végez, feladata a gáz áterelése a hideg és meleg kamrák közt.

Fontos eleme a **regenerátor:** ezen hőcserélő a hideg és meleg kamrák közt áramló gázt fűti, illetve hűti.

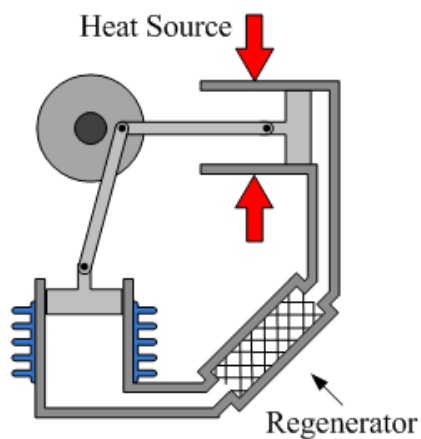
A körfolyamat izoterm és izochor állapotváltozásokból áll. Az alábbi ábra a dugattyúk helyzetét mutatja a négy állapotpontban:



**3.19. ábra.** Stirling körfolyamat (power piston – munkadugattyú, displacer piston – terelődugattyú)

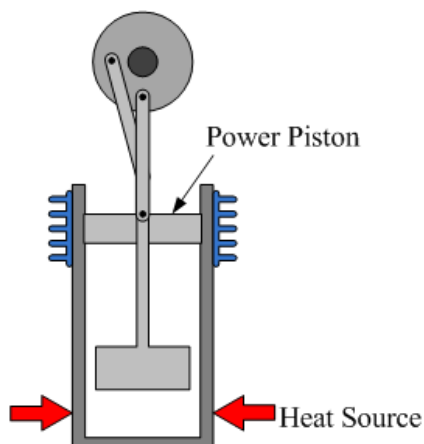
Elrendezés szerint **alfa**, **béta** és **gamma** típusú Stirling motorok léteznek.

Az alfa típusú motorban 2 db munkadugattyú kapcsolódik ugyanahhoz a forgattyúcsaphoz a főtengelyen:



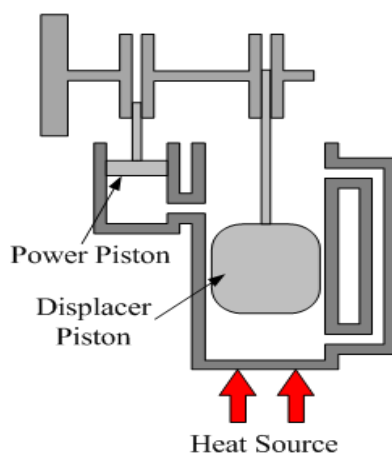
**3.20. ábra.** Alfa típusú Stirling motor

A béta típusú Stirling motor esetében a munkadugattyú és a terelődugattyú ugyanabban a hengerben mozog, a főtengelyen 90 °-kal eltérő forgattyúcsapokhoz kapcsoltnak:



**3.21. ábra.** Béta típusú Stirling motor

A gamma típus a bétához hasonló, de a terelődugattyú külön hengerben mozog:

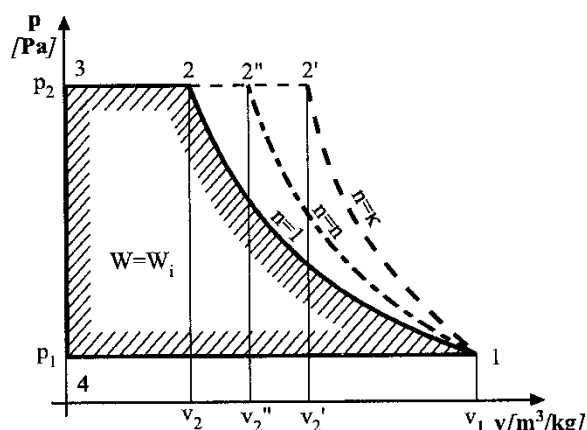


**3.22. ábra.** Gamma típusú Stirling motor

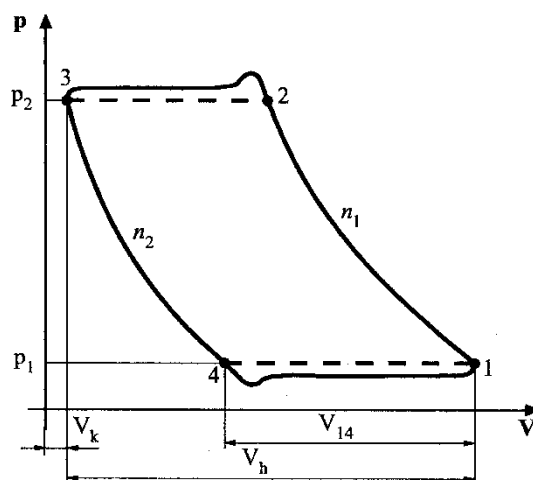
### 3.1.7. Kompresszor körfolyamat

A következő ábrán **elméleti** (káros tér nélküli) és **valóságos**, dugattyús kompresszor körfolyamata látható:

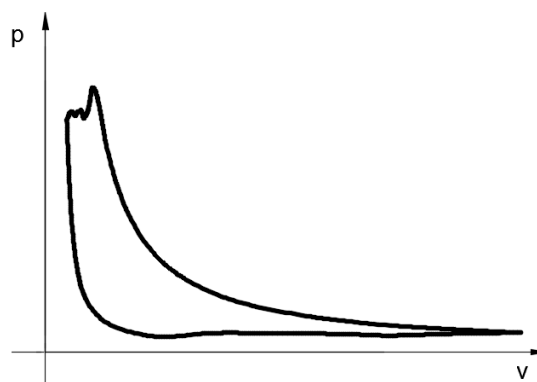
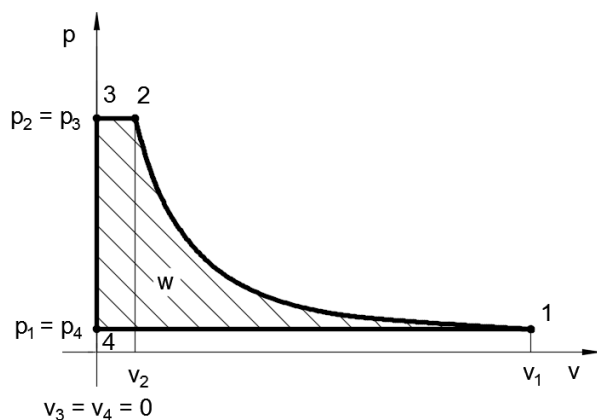




A dugattyús kompresszor ideális munkafolyamata



A valóságos kompresszor munkafolyamata



### 3.23. ábra. Ideális és valóságos kompresszor körfolyamat

A munkát adó technikai körfolyamatokkal ellentétben a kompresszor körfolyamatok végrehajtása során munka befektetésével közegáramot hozunk létre. A **forgásirány** a  $p - v$  diagramban ennek megfelelően **az óramutató járásával ellentétes**.

1 – 2: sűrítés (adiabatikus vagy politropikus)

2 – 3: kitolás

3 – 4: nyomásesés

4 – 1: szívás

A 3 – 4 és 4 – 1 folyamatok alatt a hengerben a közeg mennyisége változik.

Az ideális kompresszor körfolyamatának fenntartásához szükséges munka az 1 – 2 állapotváltozás technikai munkája. A hűtéstől függően az állapotváltozás lehet:

– izotermikus:

$$w_t = q_{el} = RT \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (3-134)$$

– adiabatikus:

$$w_t = \frac{\kappa}{\kappa-1} R(T_1 - T_2) = h_1 - h_2 \quad (3-135)$$

$$q_{el} = 0 \quad (3-136)$$

– politropikus

$$w_t = \frac{n}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) = q_{el} - \Delta h \quad (3-137)$$

$$q_{el} = c_n (T_2 - T_1) \quad (3-138)$$

A valóságos kompresszor esetében a dugattyú felső helyzetekor a szelepek miatt marad tér a dugattyú és a hengerfedél közt. Ez a  $V_k$  káros tér, mely csökkenti a kompresszor szállítási teljesítményét, mivel a benne lévő gáz a hengerben marad, és a szívás alatt expandál, így a kompresszor a lökettérfogatánál kevesebb gázt ( $V_1 - V_4$ ) tud beszívni. Ez a veszteség a **volumetrikus hatásfokkal** jellemezhető:

$$\eta_V = \frac{V_1 - V_4}{V_h} \quad (3-139)$$

$$\eta_V = 0,82 \div 0,95 \quad (3-140)$$

Az egy fordulat alatt szállított közegmennyiség:

$$V = \eta_V \cdot V_h = V_1 - V_4 \quad (3-141)$$

Az elméleti és geometriai térfogatáram:

$$\dot{V}_{th} = V_h n = \frac{d^2 \pi}{4} snz \quad (3-142)$$

$$\dot{V}_{geo} = V_h n \eta_V \quad (3-143)$$

ahol:

d – a hengerátmérő

- s – a lökethossz
- n – a fordulatszám
- z – a hengerek száma

A kompresszor hajtásához szükséges elméleti és effektív teljesítmény:

$$P_{th} = \dot{m} w_t \quad (3-144)$$

$$P_{eff} = \frac{P_{th}}{\eta_{eff}} \quad (3-145)$$

ahol:

$\eta_{eff}$  – a hajtás effektív hatásfoka

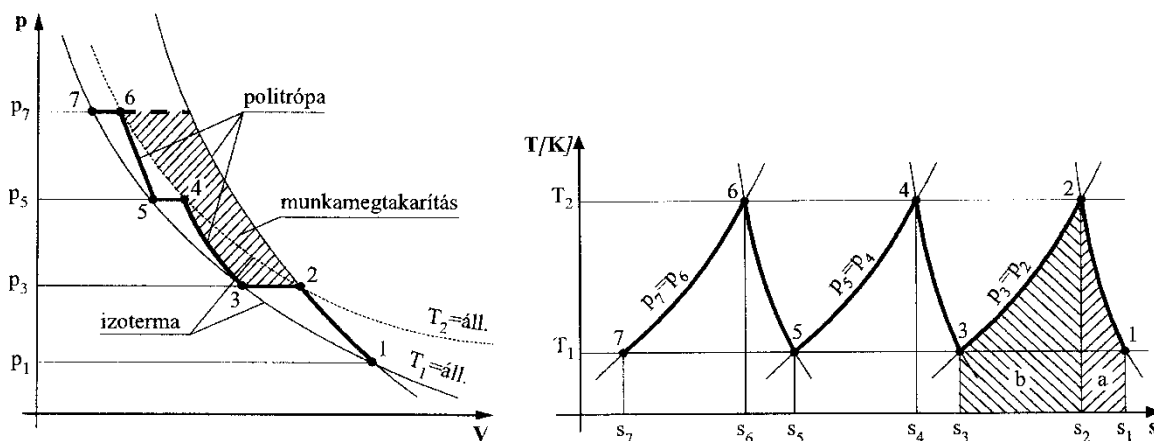
### Többfokozatú kompresszorok

A sűrítési folyamatot több fokra osztjuk, és az egyes fokozatok közé közbenső hűtőt építünk, amelyben a közeg hőmérséklete lecsökken a kompresszió kiindulási hőmérsékletére.

A több fokozat alkalmazásának célja:

- a szállítóképesség kedvező értéken tartása,
- kedvezőbb energetikai viszonyok kialakítása.

A következő ábra többfokozatú, politropikus kompressziót szemléltet:



**3.24. ábra.** Többfokozatú kompresszió

Az egyes fokozatok nyomásviszonyait 3 – 6 értékre szokás felvenni.

## 4. TÖBBFÁZISÚ RENDSZEREK TERMODINAMIKAI ALAPJAI

A termodinamikai rendszer nyomásától és hőmérsékletétől függően az anyag különböző fázisokban lehet jelen (pl.  $H_2O$  esetében: jég, víz és vízgőz). Ugyanazon anyag különböző fázisainak belső mikroszkopikus felépítése eltérő, ebből következően az anyag termodinamikai (helyesebben termosztatikai) tulajdonságait leíró összefüggések (állapotegyenlet, fázisjellemző mennyiségek stb.) is fázisonként különbözőek.

A hőmérséklet és a nyomás változtatásával különböző fázisátalakulásokat hozhatunk létre. Bizonyos körülmények között az anyagnak egyszerre több fázisa is jelen lehet. Az ilyen rendszereket **többfázisú rendszereknek** nevezzük.

### **Elsőrendű fázisátalakulások:**

- |                    |                                                  |
|--------------------|--------------------------------------------------|
| – olvadás          | szilárd fázisból folyadékba,                     |
| – párolgás         | folyadék fázisból gőz fázisba,                   |
| – szublimáció      | szilárd fázisból gőz fázisba,                    |
| – fagyás           | folyadék fázisból szilárd fázisba,               |
| – kondenzáció      | gőz fázisból folyadék vagy szilárd fázisba,      |
| – átkristályosodás | szilárd fázisból más szerkezetű szilárd fázisba. |

A felsorolt fázisátalakulások közös jellemzője, hogy **hőhatással járnak** és az extenzív állapotjelzők számértéke ugrásszerűen megváltozik (pl. térfogat, belső energia, entrópia stb.).

### **Gibbs-féle fázisszabály**

$$F + SZ = K + 2 \quad (4-1)$$

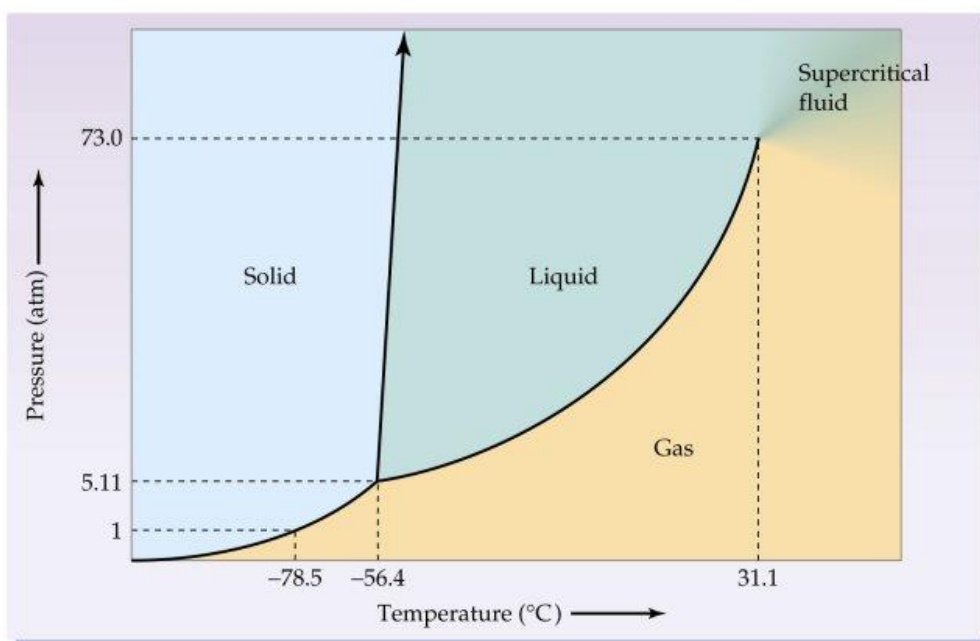
F – a rendszer fázisainak száma,

SZ – a rendszer szabadsági foka,

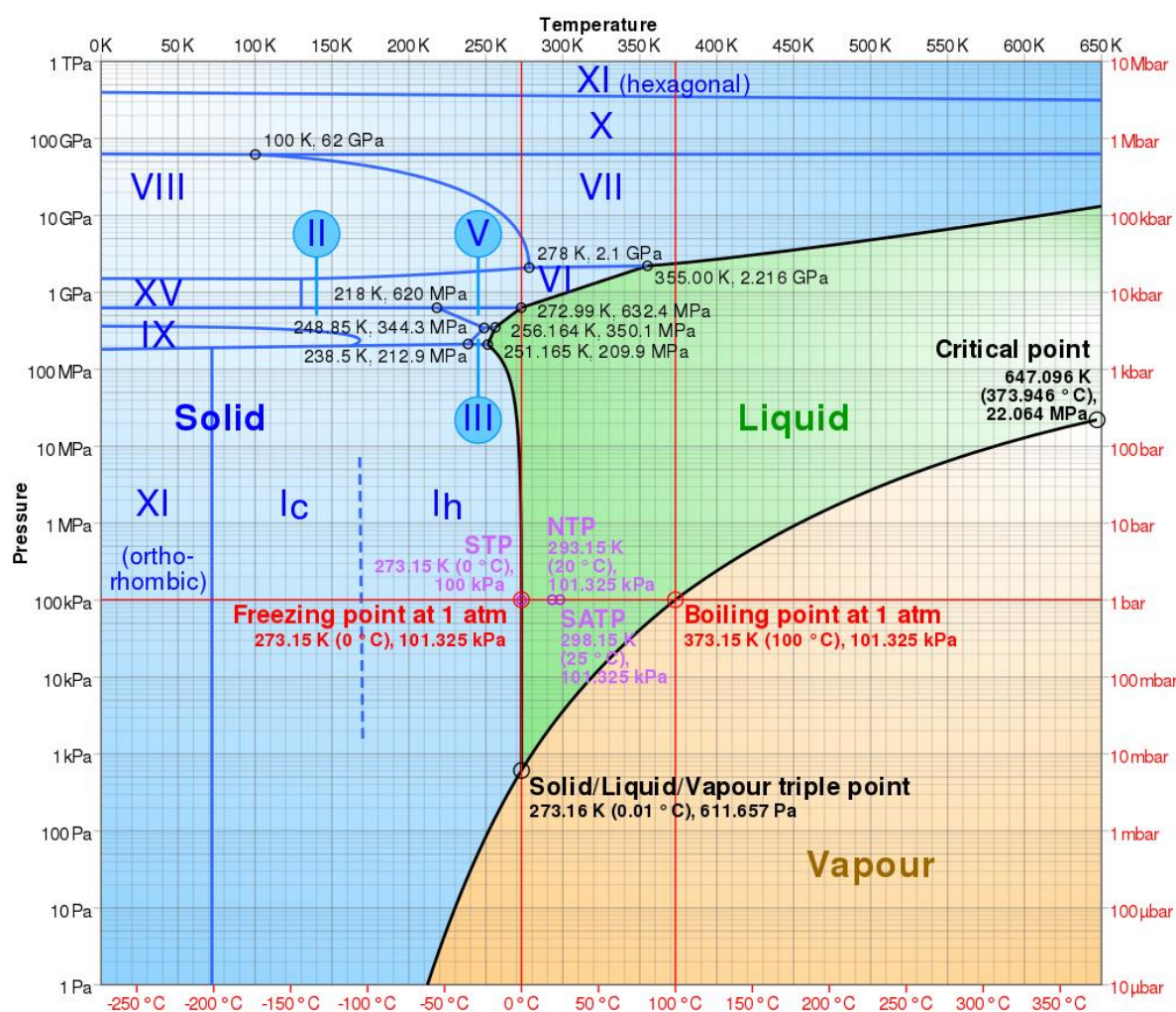
K – a rendszer komponenseinek száma.

A szabadsági foknak azon független intenzív állapotjelzők számát nevezzük, amelyeket bizonyos határon belül szabadon változtathatunk anélkül, hogy egy új fázis eltűnne vagy megjelenne.

## 4.1. VÍZGŐZ FÁZISVÁLTOZÁSI DIAGRAMOK



4.1. ábra. Vízgőz  $p - t$  fázisváltozási diagramja



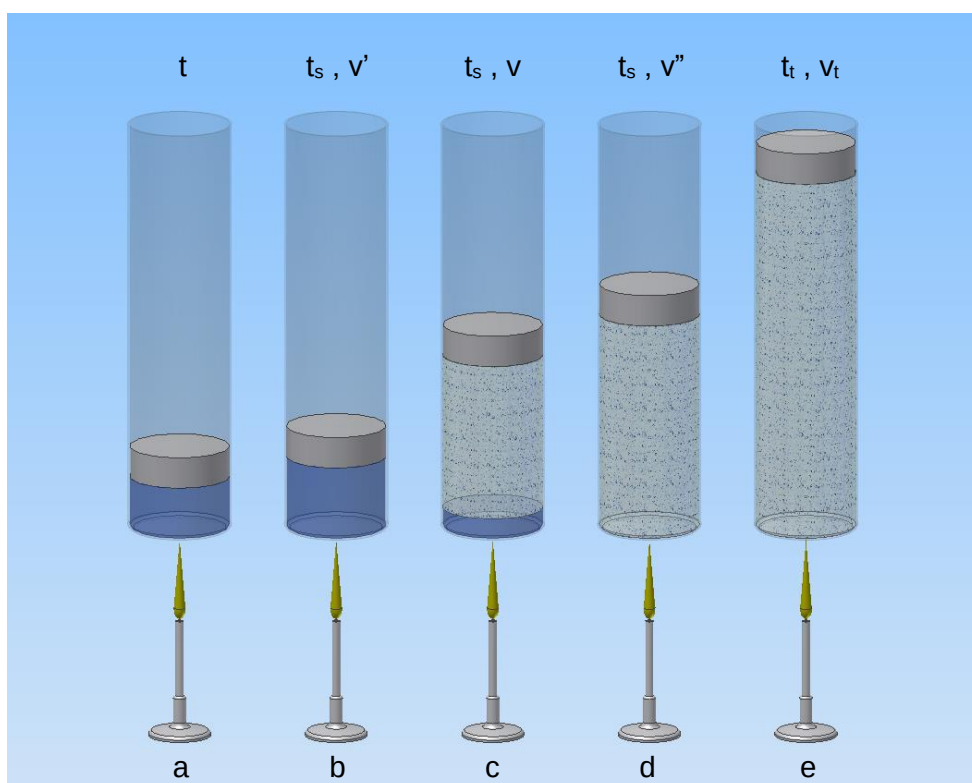
4.2. ábra. Vízgőz  $p - t$  fázisváltozási diagramja

### Másodrendű fázisátalakulások:

Ezen változások **nem járnak hőhatással** és az extenzív állapotjelzők számértéke sem változik meg ugrásszerűen. Ilyen átalakulások például a következők:

- a hélium szuperfolyékonnyá válása 2,18 K-nél,
- a ferromágneses anyagok paramágnesessé válása a Curie – pontban,
- a szupravezetés kialakulása alacsony hőmérséklete stb.

A fázisátmenet folyamatát a következő ábrán látható kísérlet mutatja be:



**4.3. ábra.** Izobár fázisátmenet: a – telítetlen folyadék, b – telített vagy forrponti folyadék, c – nedves gőz, d – száraz telített gőz, e – túlhevített gőz

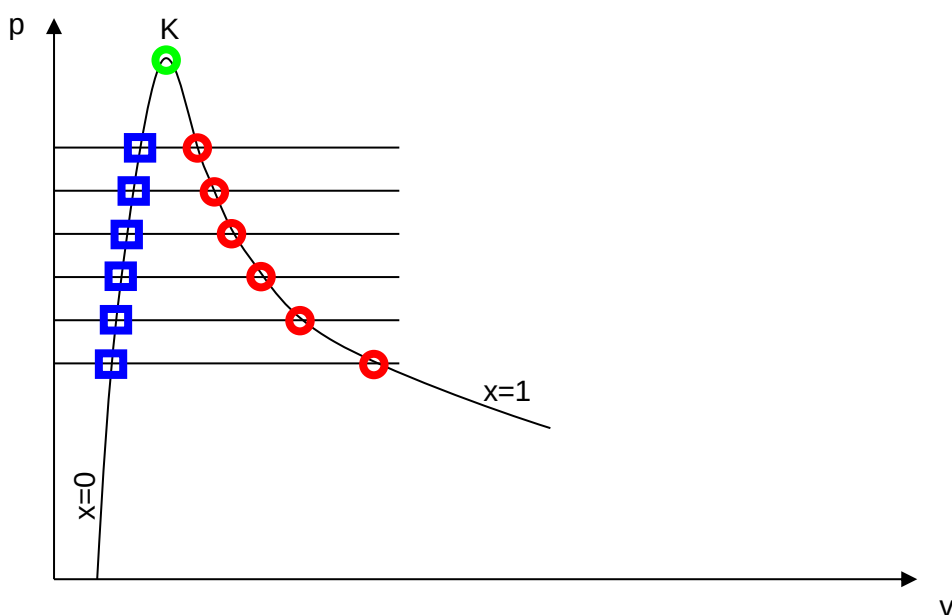
Egy hengerbe vizet töltünk, majd egy dugattyút helyezünk rá. A folyadékkal hőt közlünk, melynek hatására eléri a telítési hőmérsékletet, ezt követően állandó nyomáson és hőmérsékleten végbemegy a fázisátalakulás, majd a hőmérséklet tovább emelkedik. Az ábra nem méretarányos, a térfogat növekedése a folyamat során többeszeres.

A gőzképződés folyamata a melegített, **izobar** hengerben, az ábra betűjeleit használva:

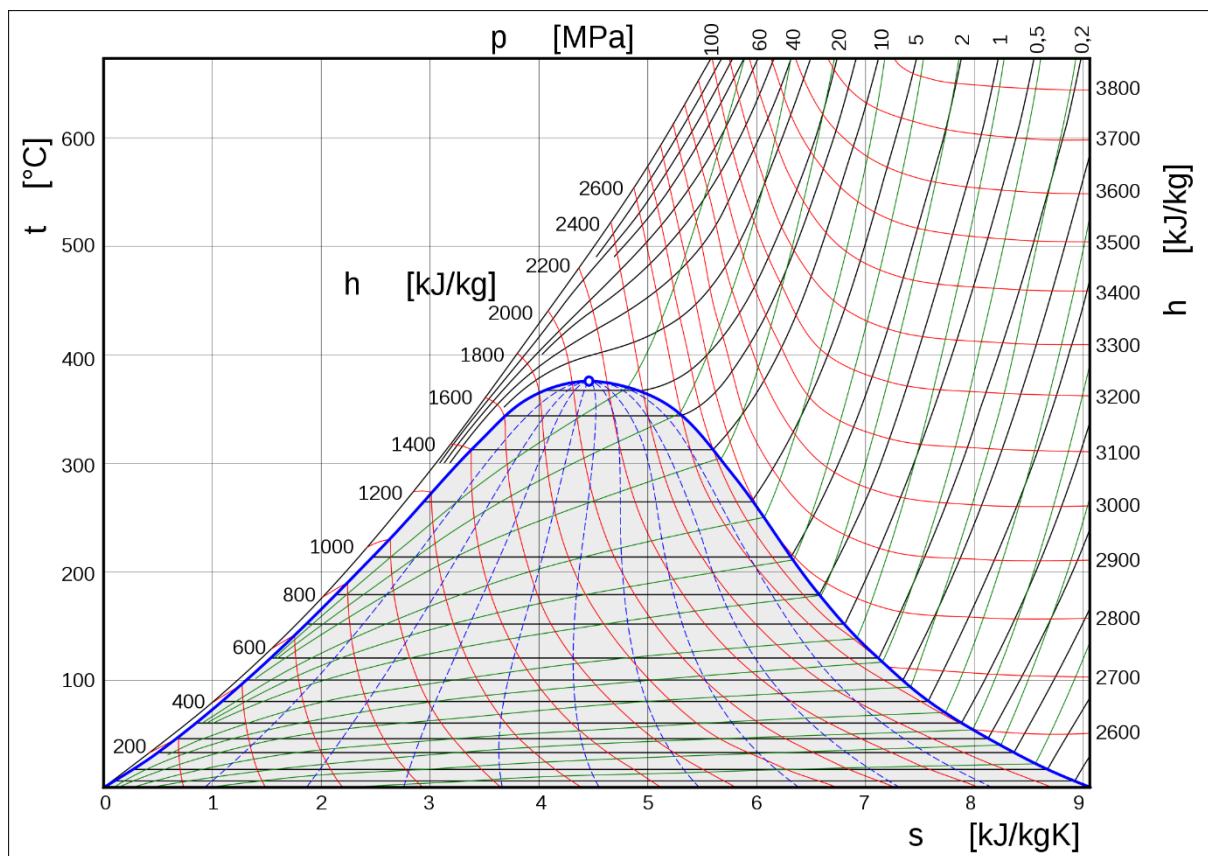
- **Telítetlen folyadék** (a): a víz melegszik, és térfogata kismértékben nő.
- **Telített folyadék** (b): a nyomástól függő telítési hőmérsékleten ( $t_s$ ) a víz forni kezd.

- **Nedves gőz** (c): a forrás során  $t_s$  hőmérsékletű gőz keletkezik, a hengerben folyadék és gőz van együtt.
- **Száraz telített gőz** (d): folyadék már nincs jelen a hengerben, a gőz még mindig  $t_s$  hőmérsékletű, mivel a fázisátmenet idején a hőmérséklet állandó.
- **Túlhevített gőz** (e): további melegítés hatására a gőz hőmérséklete nő.

A kísérletet különböző nyomásokon lefolytatva, a folyamatot T-s és h-s diagramban ábrázolva, megjelölve a telített folyadék (4-3. ábra, b jelű állapot, 4-4. ábra. kék négyzetei) és a száraz telített gőz (4-3. ábra, d jelű állapot, 4-4. ábra. piros köröi) állapotokhoz tartozó pontokat az ábrán látható baloldali (telített folyadék,  $x=0$ ) és jobboldali (száraz telített gőz,  $x=1$ ) határgörbéket kapjuk:

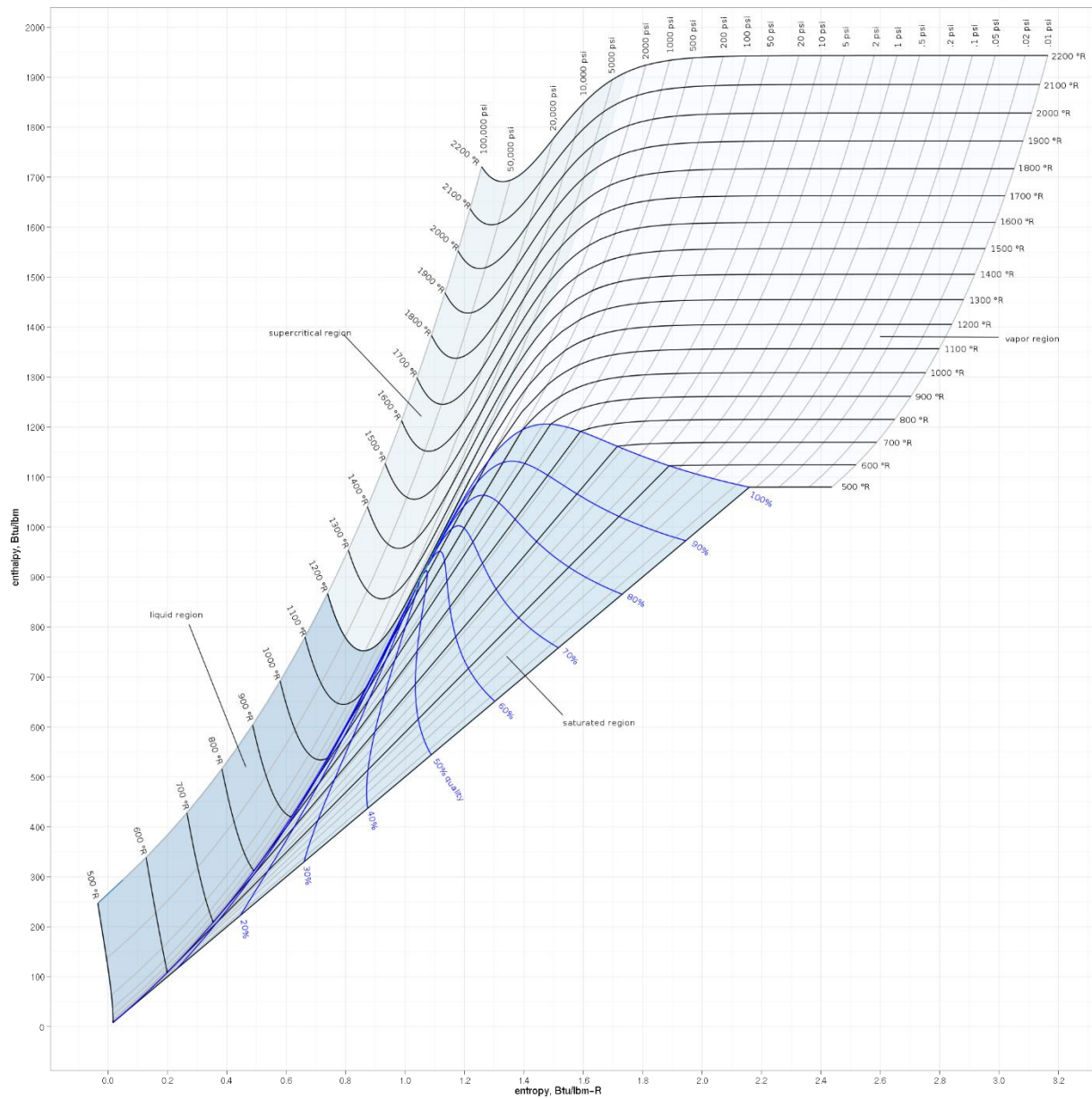


4.4. ábra. Vízgőz  $p - v$  fázisváltozási diagramja

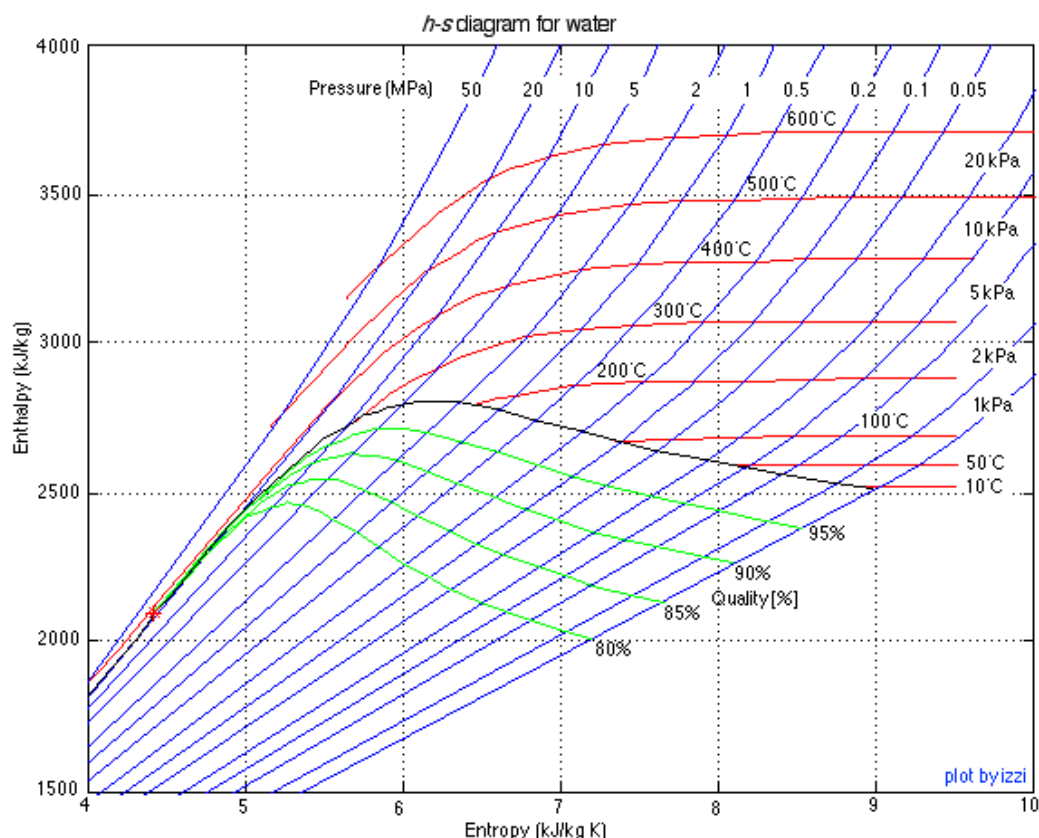


**4.5. ábra.** Vízgőz  $T - s$  fázisváltozási diagramjai





**4.6. ábra.** Vízgőz  $h - s$  fázisváltozási diagramja



**4.7. ábra.** Vízgőz  $h - s$  fázisváltozási diagramja

A különböző nyomásokhoz tartozó b pontok a **baloldali vagy alsó határgörbét** (a telített vagy forrponi folyadék állapothoz tartozó görbét), a d pontok a **jobb oldali vagy felső határgörbét** (a száraz telített gőz állapothoz tartozó határgörbét) alkotják. A két görbe a **kritikus pontban** találkozik. A kritikus pont hőmérsékleténél magasabb hőmérsékletű légnemű fázist **gáznak**, az annál alacsonyabb hőmérsékletűt **gőznek** nevezzük.

Az állapotjelzőket a következők szerint jelöljük:

**4-1. táblázat.** Állapotjelzők jelölése

|               | Telített folyadék | Nedves gőz               | Száraz telített gőz | Túlhevített gőz |
|---------------|-------------------|--------------------------|---------------------|-----------------|
| Hőmérséklet   | $t_s$             | $t_s$                    | $t_s$               | $t_t$           |
| Fajtérfogat   | $v'$              | $v_x = v' + x(v'' - v')$ | $v''$               | $v_t$           |
| Belső energia | $u'$              | $u_x$                    | $u''$               | $u_t$           |
| Entalpia      | $h'$              | $h_x = h' + x(h'' - h')$ | $h''$               | $h_t$           |
| Entrópia      | $s'$              | $s_x = s' + x(s'' - s')$ | $s''$               | $s_t$           |

Izobar körülmények közt a fázisátmenet során a közeg hőmérséklete nem változik, mert a közölt hő a fázisátmenethez szükséges, a hőmérsékletet nem emeli. Az egységnyi anyagmennyiség izobar fázisváltásához szükséges hőmennyiség a párolgáshő. A belső párolgáshő az állandó térfogaton történő fázisátmenethez szükséges hő. A külső párolgáshő a közeg izobar fázisátmenete során végzett munkája.

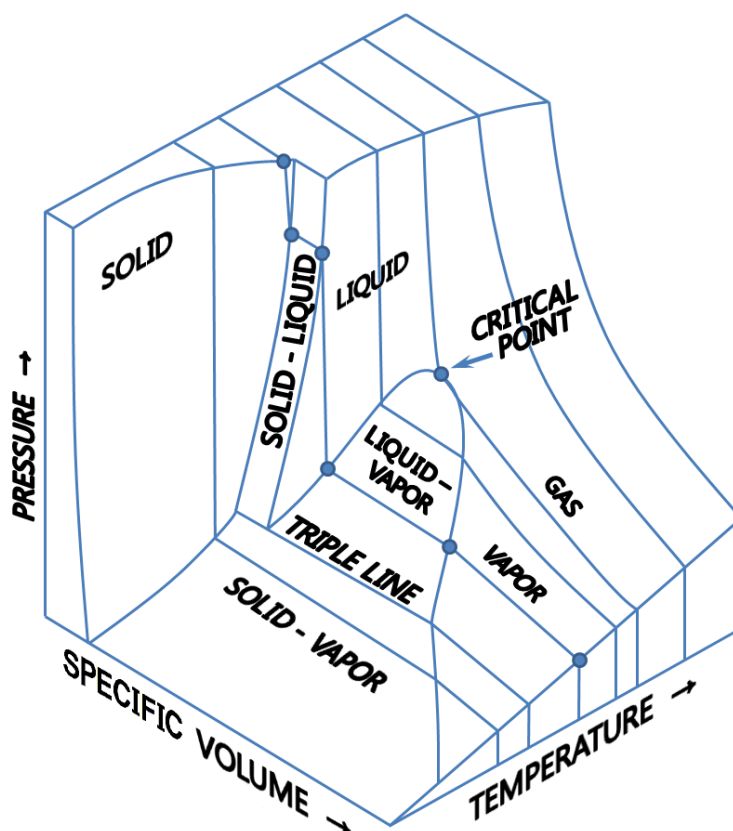
$r$  – párolgáshő

$\rho$  – belső párolgáshő

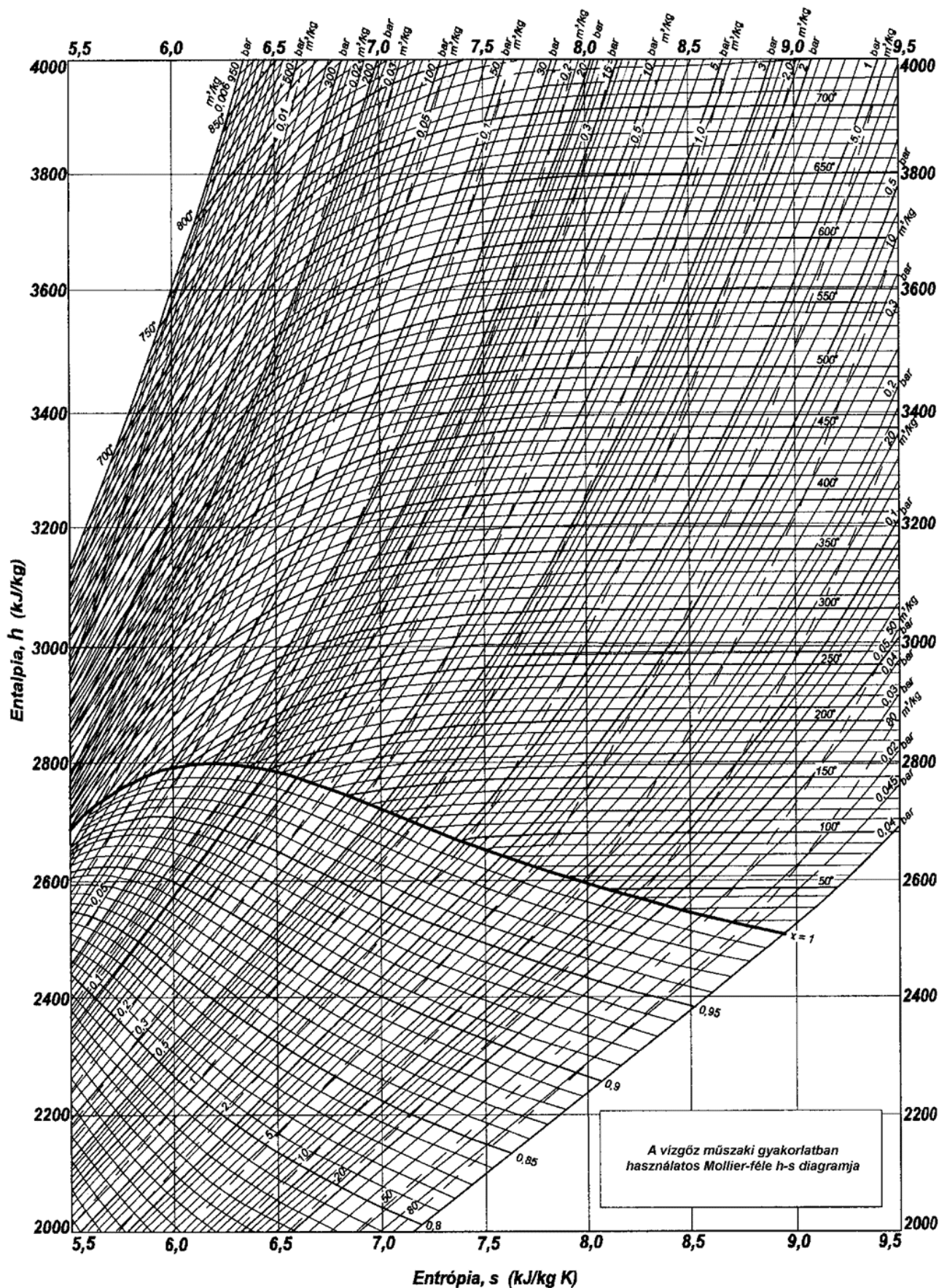
$\psi$  – külső párolgáshő

$$r = \rho + \psi \quad (4-2)$$

Nedves gőz állapot esetén a rendszerben gőz és folyadék is jelen van. A **fajlagos gőztartalom** az 1 kg vízből gőzzé vált komponens mutatószáma. A baloldali határgörbén  $x=0$ , a jobboldalin  $x=1$ .



4.8. ábra. Vízgőz  $p - v - T$  fázisváltozási diagramja

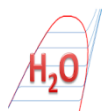


4.9. ábra. Vízgőz  $h - s$  fázisváltozási diagramja

## 4.2. VÍZGŐZ TÁBLÁZATOK

A nyomtatásban megjelent táblázatokon kívül számos weboldal és Android alkalmazás is elérhető. Utóbbiak közül kettő:

- Steam Property Pro



- Steam Tables



Ezen programokkal állapotváltozások is számíthatók.

Az alábbi táblázat a telített folyadék (baloldali határgörbe) és a száraz telített gőz (jobboldali határgörbe) állapotjelzőit tartalmazza a nyomás vagy a hőmérséklet függvényében. A nedves gőz állapotjelzőinek meghatározása:

$$v_x = v' + x(v'' - v') \quad (4-3)$$

$$u_x = u' + x(u'' - u') \quad (4-4)$$

$$h_x = h' + x(h'' - h') \quad (4-5)$$

$$s_x = s' + x(s'' - s') \quad (4-6)$$

## 4-2. táblázat. Vízgőz állapotjelzők a baloldali és jobboldali határgörbén, hőmérséklet szerint

Forrásban levő víz és telített gőz állapotjelzői a hőmérséklet szerint megadva

| t    | T      | p         | v'        | v''     | h'     | h''    | r      | s'     | s''    | t   | T      | p        | v'        | v''     | h'     | h''    | r      | s'     | s''    |
|------|--------|-----------|-----------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|-----|--------|----------|-----------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,01 | 273,15 | 0,0006112 | 0,0010002 | 206,178 | 0,00   | 2501,0 | 2501,0 | 0,0000 | 9,1562 | 65  | 338,15 | 0,025008 | 0,0010199 | 5,2042  | 272,03 | 2610,2 | 2346,1 | 0,8933 | 7,6320 |
| 1    | 274,15 | 0,0006566 | 0,0010001 | 192,617 | 4,17   | 2502,8 | 2498,6 | 0,0153 | 9,1299 | 66  | 339,15 | 0,026148 | 0,0010205 | 5,9501  | 275,21 | 2619,9 | 2343,7 | 0,9057 | 7,6107 |
| 2    | 275,15 | 0,0007054 | 0,0010001 | 179,928 | 8,39   | 2504,7 | 2496,3 | 0,0306 | 9,1035 | 67  | 340,15 | 0,027332 | 0,0010211 | 5,7081  | 280,40 | 2621,6 | 2341,2 | 0,9180 | 7,6015 |
| 3    | 276,15 | 0,0007575 | 0,0010001 | 168,171 | 12,60  | 2506,5 | 2493,9 | 0,0459 | 9,0775 | 68  | 341,15 | 0,028561 | 0,0010217 | 5,4779  | 284,59 | 2623,3 | 2338,8 | 0,9303 | 7,7864 |
| 4    | 277,15 | 0,0008129 | 0,0010000 | 157,271 | 16,80  | 2508,3 | 2491,5 | 0,0611 | 9,0514 | 69  | 342,15 | 0,029837 | 0,0010223 | 5,2576  | 288,78 | 2625,1 | 2336,3 | 0,9426 | 7,7714 |
| 5    | 278,15 | 0,0008719 | 0,0010000 | 147,159 | 21,01  | 2510,2 | 2489,2 | 0,0762 | 9,0257 | 70  | 343,15 | 0,031161 | 0,0010228 | 5,0480  | 292,97 | 2626,8 | 2333,8 | 0,9548 | 7,7565 |
| 6    | 279,15 | 0,0009346 | 0,0010000 | 137,773 | 25,21  | 2512,0 | 2488,8 | 0,0913 | 9,0005 | 71  | 344,15 | 0,032535 | 0,0010235 | 4,8481  | 297,16 | 2628,5 | 2331,3 | 0,9670 | 7,7417 |
| 7    | 280,15 | 0,0009991 | 0,0010001 | 129,679 | 29,41  | 2513,9 | 2488,5 | 0,1063 | 8,9751 | 72  | 345,15 | 0,033957 | 0,0010241 | 4,6573  | 301,36 | 2630,2 | 2328,9 | 0,9792 | 7,7270 |
| 8    | 281,15 | 0,0010721 | 0,0010001 | 120,957 | 33,60  | 2515,7 | 2488,1 | 0,1213 | 8,9501 | 73  | 346,15 | 0,035435 | 0,0010247 | 4,4753  | 305,55 | 2631,9 | 2326,4 | 0,9915 | 7,7125 |
| 9    | 282,15 | 0,0011473 | 0,0010002 | 113,426 | 37,80  | 2517,5 | 2487,7 | 0,1362 | 8,9254 | 74  | 347,15 | 0,036963 | 0,0010253 | 4,3016  | 309,74 | 2633,6 | 2323,9 | 1,0034 | 7,6980 |
| 10   | 283,15 | 0,0012271 | 0,0010003 | 106,420 | 41,99  | 2519,4 | 2477,4 | 0,1510 | 8,9008 | 75  | 348,15 | 0,038548 | 0,0010259 | 4,1356  | 313,94 | 2635,3 | 2321,4 | 1,0154 | 7,6837 |
| 11   | 284,15 | 0,0013118 | 0,0010003 | 99,899  | 46,19  | 2521,2 | 2475,0 | 0,1658 | 8,8766 | 76  | 349,15 | 0,040190 | 0,0010266 | 3,9772  | 318,13 | 2637,0 | 2318,9 | 1,0275 | 7,6694 |
| 12   | 285,15 | 0,0014015 | 0,0010004 | 93,825  | 50,38  | 2523,1 | 2472,7 | 0,1805 | 8,8525 | 77  | 350,15 | 0,041899 | 0,0010272 | 3,8258  | 322,33 | 2638,7 | 2316,4 | 1,0395 | 7,6553 |
| 13   | 286,15 | 0,0014967 | 0,0010006 | 88,166  | 54,57  | 2524,9 | 2470,3 | 0,1952 | 8,8284 | 78  | 351,15 | 0,043680 | 0,0010279 | 3,6811  | 326,52 | 2640,4 | 2313,9 | 1,0514 | 7,6413 |
| 14   | 287,15 | 0,0015974 | 0,0010007 | 82,890  | 58,75  | 2526,7 | 2468,0 | 0,2098 | 8,8043 | 79  | 352,15 | 0,045545 | 0,0010285 | 3,5427  | 330,72 | 2642,1 | 2311,4 | 1,0634 | 7,6274 |
| 15   | 288,15 | 0,0017041 | 0,0010008 | 77,969  | 62,94  | 2528,6 | 2465,6 | 0,2243 | 8,7813 | 80  | 353,15 | 0,047439 | 0,0010292 | 3,4105  | 334,92 | 2643,7 | 2308,8 | 1,0753 | 7,6135 |
| 16   | 289,15 | 0,0018170 | 0,0010010 | 73,376  | 67,13  | 2530,4 | 2463,3 | 0,2388 | 8,7583 | 81  | 354,15 | 0,049310 | 0,0010299 | 3,2839  | 339,11 | 2645,4 | 2306,3 | 1,0871 | 7,5998 |
| 17   | 290,15 | 0,0019364 | 0,0010012 | 69,087  | 71,31  | 2532,2 | 2460,9 | 0,2533 | 8,7353 | 82  | 355,15 | 0,051328 | 0,0010305 | 3,1629  | 343,31 | 2647,1 | 2303,6 | 1,0990 | 7,5862 |
| 18   | 291,15 | 0,0020626 | 0,0010013 | 65,080  | 75,50  | 2534,0 | 2458,6 | 0,2677 | 8,7123 | 83  | 356,15 | 0,053435 | 0,0010312 | 3,0471  | 347,51 | 2648,8 | 2301,2 | 1,1108 | 7,5726 |
| 19   | 292,15 | 0,0021960 | 0,0010015 | 61,335  | 79,68  | 2535,9 | 2456,2 | 0,2820 | 8,6898 | 84  | 357,15 | 0,055572 | 0,0010319 | 2,9362  | 351,71 | 2650,4 | 2298,7 | 1,1225 | 7,5592 |
| 20   | 293,15 | 0,0023368 | 0,0010017 | 57,852  | 83,86  | 2537,7 | 2453,8 | 0,2963 | 8,6674 | 85  | 358,15 | 0,057803 | 0,0010326 | 2,8300  | 355,92 | 2652,1 | 2296,2 | 1,1343 | 7,5459 |
| 21   | 294,15 | 0,0024855 | 0,0010019 | 54,555  | 88,04  | 2539,5 | 2451,5 | 0,3105 | 8,6452 | 86  | 359,15 | 0,060107 | 0,0010333 | 2,7284  | 360,12 | 2653,7 | 2293,6 | 1,1460 | 7,5326 |
| 22   | 295,15 | 0,0026424 | 0,0010022 | 51,468  | 92,23  | 2541,4 | 2449,1 | 0,3247 | 8,6231 | 87  | 360,15 | 0,062498 | 0,0010340 | 2,6310  | 364,32 | 2655,4 | 2291,1 | 1,1577 | 7,5195 |
| 23   | 296,15 | 0,0028079 | 0,0010024 | 48,615  | 96,41  | 2543,2 | 2446,8 | 0,3389 | 8,6013 | 88  | 361,15 | 0,064947 | 0,0010347 | 2,5376  | 368,53 | 2657,0 | 2288,5 | 1,1693 | 7,5064 |
| 24   | 297,15 | 0,0029824 | 0,0010026 | 45,923  | 100,59 | 2545,0 | 2444,4 | 0,3530 | 8,5797 | 89  | 362,15 | 0,067486 | 0,0010354 | 2,4482  | 372,73 | 2658,7 | 2285,9 | 1,1809 | 7,4934 |
| 25   | 298,15 | 0,0031663 | 0,0010029 | 43,399  | 104,77 | 2546,8 | 2442,1 | 0,3670 | 8,5581 | 90  | 363,15 | 0,070108 | 0,0010361 | 2,3624  | 376,94 | 2660,3 | 2283,3 | 1,1925 | 7,4805 |
| 26   | 299,15 | 0,0033600 | 0,0010032 | 41,032  | 108,95 | 2548,6 | 2439,7 | 0,3810 | 8,5370 | 91  | 364,15 | 0,072814 | 0,0010369 | 2,2801  | 381,15 | 2661,9 | 2280,8 | 1,2041 | 7,4677 |
| 27   | 300,15 | 0,0035639 | 0,0010034 | 38,811  | 113,13 | 2550,5 | 2437,3 | 0,3949 | 8,5159 | 92  | 365,15 | 0,075607 | 0,0010376 | 2,2012  | 385,36 | 2663,5 | 2278,2 | 1,2156 | 7,4550 |
| 28   | 301,15 | 0,0037785 | 0,0010037 | 36,726  | 117,31 | 2552,3 | 2435,0 | 0,4088 | 8,4950 | 93  | 366,15 | 0,078488 | 0,0010384 | 2,1256  | 389,57 | 2665,2 | 2275,6 | 1,2271 | 7,4424 |
| 29   | 302,15 | 0,0040043 | 0,0010040 | 34,768  | 121,48 | 2554,1 | 2432,6 | 0,4227 | 8,4747 | 94  | 367,15 | 0,081460 | 0,0010391 | 2,0529  | 393,78 | 2666,8 | 2273,0 | 1,2386 | 7,4299 |
| 30   | 303,15 | 0,0042417 | 0,0010043 | 32,928  | 125,66 | 2555,9 | 2430,3 | 0,4365 | 8,4537 | 95  | 368,15 | 0,084525 | 0,0010399 | 1,9832  | 397,99 | 2668,4 | 2270,4 | 1,2501 | 7,4174 |
| 31   | 304,15 | 0,0044913 | 0,0010046 | 31,199  | 129,84 | 2557,7 | 2427,9 | 0,4503 | 8,4334 | 96  | 369,15 | 0,087685 | 0,0010406 | 1,9162  | 402,20 | 2670,0 | 2267,8 | 1,2615 | 7,4051 |
| 32   | 305,15 | 0,0047536 | 0,0010049 | 29,573  | 134,02 | 2559,5 | 2425,5 | 0,4640 | 8,4132 | 97  | 370,15 | 0,090943 | 0,0010414 | 1,8520  | 406,42 | 2671,6 | 2265,2 | 1,2729 | 7,3928 |
| 33   | 306,15 | 0,0050290 | 0,0010053 | 28,042  | 138,20 | 2561,4 | 2423,2 | 0,4777 | 8,3931 | 98  | 371,15 | 0,094301 | 0,0010421 | 1,7902  | 410,63 | 2673,2 | 2262,5 | 1,2842 | 7,3806 |
| 34   | 307,15 | 0,0053182 | 0,0010056 | 26,602  | 142,38 | 2563,2 | 2420,8 | 0,4913 | 8,3733 | 99  | 372,15 | 0,097760 | 0,0010429 | 1,7309  | 414,85 | 2674,7 | 2259,9 | 1,2956 | 7,3685 |
| 35   | 308,15 | 0,0056217 | 0,0010060 | 25,246  | 146,56 | 2565,0 | 2418,4 | 0,5049 | 8,3538 | 100 | 373,15 | 0,101332 | 0,0010437 | 1,6739  | 419,06 | 2676,3 | 2257,3 | 1,3069 | 7,3564 |
| 36   | 309,15 | 0,0059401 | 0,0010063 | 23,968  | 150,74 | 2566,8 | 2416,0 | 0,5184 | 8,3341 | 101 | 374,15 | 0,105000 | 0,0010445 | 1,6188  | 423,28 | 2677,9 | 2254,6 | 1,3182 | 7,3445 |
| 37   | 310,15 | 0,0062740 | 0,0010067 | 22,764  | 154,92 | 2568,6 | 2413,7 | 0,5319 | 8,3147 | 102 | 375,15 | 0,108768 | 0,0010453 | 1,5664  | 427,50 | 2679,5 | 2252,0 | 1,3294 | 7,3326 |
| 38   | 311,15 | 0,0066240 | 0,0010070 | 21,629  | 159,09 | 2570,4 | 2411,3 | 0,5453 | 8,2955 | 103 | 376,15 | 0,112647 | 0,0010461 | 1,5157  | 431,73 | 2681,0 | 2249,3 | 1,3406 | 7,3209 |
| 39   | 312,15 | 0,0069907 | 0,0010074 | 20,558  | 163,27 | 2572,2 | 2408,9 | 0,5588 | 8,2765 | 104 | 377,15 | 0,116668 | 0,0010469 | 1,4669  | 435,95 | 2682,6 | 2246,6 | 1,3518 | 7,3090 |
| 40   | 313,15 | 0,0073749 | 0,0010078 | 19,548  | 167,45 | 2574,0 | 2406,5 | 0,5721 | 8,2576 | 105 | 378,15 | 0,120800 | 0,0010477 | 1,4200  | 440,17 | 2684,1 | 2244,0 | 1,3630 | 7,2974 |
| 41   | 314,15 | 0,0077772 | 0,0010082 | 18,594  | 171,63 | 2575,8 | 2404,1 | 0,5854 | 8,2389 | 106 | 379,15 | 0,125044 | 0,0010485 | 1,3749  | 444,40 | 2685,7 | 2241,3 | 1,3742 | 7,2858 |
| 42   | 315,15 | 0,0081983 | 0,0010086 | 17,694  | 175,81 | 2577,6 | 2401,8 | 0,5987 | 8,2203 | 107 | 380,15 | 0,129401 | 0,0010494 | 1,3315  | 448,63 | 2687,2 | 2238,6 | 1,3853 | 7,2743 |
| 43   | 316,15 | 0,0086389 | 0,0010090 | 16,843  | 179,99 | 2579,4 | 2399,4 | 0,6120 | 8,2019 | 108 | 381,15 | 0,133868 | 0,0010502 | 1,2897  | 452,85 | 2688,8 | 2235,9 | 1,3964 | 7,2629 |
| 44   | 317,15 | 0,0090998 | 0,0010094 | 16,039  | 184,17 | 2581,1 | 2397,0 | 0,6252 | 8,1834 | 109 | 382,15 | 0,138452 | 0,0010510 | 1,2494  | 457,08 | 2690,3 | 2233,2 | 1,4074 | 7,2515 |
| 45   | 318,15 | 0,0095817 | 0,0010099 | 15,279  | 188,35 | 2582,9 | 2394,6 | 0,6385 | 8,1655 | 110 | 383,15 | 0,143266 | 0,0010519 | 1,2106  | 461,32 | 2691,8 | 2230,5 | 1,4185 | 7,2402 |
| 46   | 319,15 | 0,0100805 | 0,0010103 | 14,560  | 192,53 | 2584,7 | 2392,2 | 0,6514 | 8,1475 | 111 | 384,15 | 0,148314 | 0,0010527 | 1,1733  | 465,55 | 2693,3 | 2227,8 | 1,4295 | 7,2290 |
| 47   | 320,15 | 0,0106112 | 0,0010107 | 13,879  | 196,71 | 2586,5 | 2389,8 | 0,6645 | 8,1297 | 112 | 385,15 | 0,153516 | 0,0010536 | 1,1373  | 469,78 | 2694,8 | 2225,0 | 1,4405 | 7,2179 |
| 48   | 321,15 | 0,0111761 | 0,0010112 | 13,235  | 200,89 | 2588,3 | 2387,4 | 0,6776 | 8,1120 | 113 | 386,15 | 0,158862 | 0,0010544 | 1,1026  | 474,02 | 2696,3 | 2222,3 | 1,4515 | 7,2068 |
| 49   | 322,15 | 0,0117735 | 0,0010117 | 12,626  | 205,07 | 2590,1 | 2385,0 | 0,6906 | 8,0945 | 114 | 387,15 | 0,164361 | 0,0010553 | 1,0691  | 478,26 | 2697,8 | 2219,5 | 1,4624 | 7,1958 |
| 50   | 323,15 | 0,0123355 | 0,0010121 | 12,048  | 209,26 | 2591,8 | 2382,6 | 0,7035 | 8,0771 | 115 | 388,15 | 0,169906 | 0,0010562 | 1,0369  | 482,50 | 2699,3 | 2216,8 | 1,4733 | 7,1848 |
| 51   | 324,15 | 0,0128660 | 0,0010125 | 11,501  | 213,44 | 2593,6 | 2380,2 | 0,7164 | 8,0598 | 116 | 389,15 | 0,175594 | 0,0010571 | 1,0058  | 486,74 | 2700,8 | 2214,0 | 1,4842 | 7,1739 |
| 52   | 325,15 | 0,0133712 | 0,0010131 | 10,982  | 217,62 | 2595,4 | 2377,8 | 0,7293 | 8,0427 | 117 | 390,15 | 0,181438 | 0,0010579 | 0,97581 | 490,98 | 2702,2 | 2211,3 | 1,4951 | 7,1631 |
| 53   | 326,15 |           |           |         |        |        |        |        |        |     |        |          |           |         |        |        |        |        |        |

| t   | T      | p       | v'        | v''     | h'     | h''    | r      | s'     | s''    | t   | T      | p      | v'        | v''     | h'      | h''    | r      | s'     | s''    |
|-----|--------|---------|-----------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|-----|--------|--------|-----------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|
| 130 | 403.15 | 0.27012 | 0.0010700 | 0.66851 | 546.31 | 2720.7 | 2174.4 | 1.6344 | 7.0281 | 195 | 468.15 | 1.3989 | 0.0011489 | 0.14082 | 829.89  | 2788.3 | 1958.4 | 2.2833 | 6.4468 |
| 131 | 404.15 | 0.27830 | 0.0010710 | 0.65007 | 550.58 | 2722.1 | 2171.5 | 1.6449 | 7.0181 | 196 | 469.15 | 1.4291 | 0.0011504 | 0.13795 | 834.38  | 2789.0 | 1954.6 | 2.2928 | 6.4591 |
| 132 | 405.15 | 0.28668 | 0.0010720 | 0.63223 | 554.85 | 2723.4 | 2168.6 | 1.6555 | 7.0082 | 197 | 470.15 | 1.4598 | 0.0011519 | 0.13515 | 838.87  | 2789.6 | 1950.7 | 2.3023 | 6.4515 |
| 133 | 406.15 | 0.29526 | 0.0010730 | 0.61497 | 559.12 | 2724.8 | 2165.6 | 1.6660 | 6.9983 | 198 | 471.15 | 1.4910 | 0.0011534 | 0.13241 | 843.37  | 2790.2 | 1946.9 | 2.3118 | 6.4440 |
| 134 | 407.15 | 0.30406 | 0.0010740 | 0.59828 | 563.40 | 2726.1 | 2162.7 | 1.6765 | 6.9885 | 199 | 472.15 | 1.5228 | 0.0011549 | 0.12974 | 847.87  | 2790.8 | 1942.9 | 2.3212 | 6.4364 |
| 135 | 408.15 | 0.31306 | 0.0010750 | 0.58212 | 567.68 | 2727.4 | 2159.8 | 1.6869 | 6.9787 | 200 | 473.15 | 1.5551 | 0.0011565 | 0.12714 | 852.38  | 2791.4 | 1939.0 | 2.3307 | 6.4289 |
| 136 | 409.15 | 0.32227 | 0.0010760 | 0.56648 | 571.96 | 2728.8 | 2156.8 | 1.6974 | 6.9690 | 201 | 474.15 | 1.5879 | 0.0011581 | 0.12459 | 856.89  | 2792.0 | 1935.1 | 2.3401 | 6.4214 |
| 137 | 410.15 | 0.33171 | 0.0010770 | 0.55135 | 576.24 | 2730.1 | 2153.8 | 1.7078 | 6.9594 | 202 | 475.15 | 1.6212 | 0.0011596 | 0.12211 | 861.41  | 2792.5 | 1931.1 | 2.3496 | 6.4139 |
| 138 | 411.15 | 0.34136 | 0.0010780 | 0.53669 | 580.53 | 2731.4 | 2150.8 | 1.7182 | 6.9498 | 203 | 476.15 | 1.6551 | 0.0011612 | 0.11968 | 865.93  | 2793.1 | 1927.1 | 2.3590 | 6.4064 |
| 139 | 412.15 | 0.35125 | 0.0010790 | 0.52250 | 584.82 | 2732.7 | 2147.9 | 1.7286 | 6.9402 | 204 | 477.15 | 1.6895 | 0.0011628 | 0.11732 | 870.46  | 2793.6 | 1923.1 | 2.3684 | 6.3990 |
| 140 | 413.15 | 0.36136 | 0.0010801 | 0.50875 | 589.11 | 2734.0 | 2144.9 | 1.7390 | 6.9307 | 205 | 478.15 | 1.7245 | 0.0011644 | 0.11500 | 875.00  | 2794.1 | 1919.1 | 2.3778 | 6.3915 |
| 141 | 414.15 | 0.37170 | 0.0010811 | 0.49544 | 593.40 | 2735.2 | 2141.8 | 1.7493 | 6.9212 | 206 | 479.15 | 1.7601 | 0.0011660 | 0.11274 | 879.54  | 2794.6 | 1915.1 | 2.3872 | 6.3841 |
| 142 | 415.15 | 0.38229 | 0.0010821 | 0.48254 | 597.69 | 2736.5 | 2138.8 | 1.7597 | 6.9118 | 207 | 480.15 | 1.7962 | 0.0011676 | 0.11054 | 884.08  | 2795.1 | 1911.0 | 2.3966 | 6.3767 |
| 143 | 416.15 | 0.39311 | 0.0010832 | 0.47004 | 601.99 | 2737.8 | 2135.8 | 1.7700 | 6.9024 | 208 | 481.15 | 1.8329 | 0.0011693 | 0.10838 | 888.63  | 2795.6 | 1906.9 | 2.4060 | 6.3693 |
| 144 | 417.15 | 0.40418 | 0.0010843 | 0.45792 | 606.29 | 2739.0 | 2132.7 | 1.7803 | 6.8931 | 209 | 482.15 | 1.8701 | 0.0011709 | 0.10627 | 893.19  | 2796.0 | 1902.8 | 2.4153 | 6.3619 |
| 145 | 418.15 | 0.41550 | 0.0010853 | 0.44618 | 610.60 | 2740.3 | 2129.7 | 1.7906 | 6.8838 | 210 | 483.15 | 1.9080 | 0.0011726 | 0.10421 | 897.75  | 2796.4 | 1898.7 | 2.4247 | 6.3546 |
| 146 | 419.15 | 0.42707 | 0.0010864 | 0.43480 | 614.90 | 2741.5 | 2126.6 | 1.8008 | 6.8746 | 211 | 484.15 | 1.9464 | 0.0011743 | 0.10220 | 902.32  | 2796.9 | 1894.5 | 2.4341 | 6.3473 |
| 147 | 420.15 | 0.43890 | 0.0010875 | 0.42376 | 619.21 | 2742.7 | 2123.5 | 1.8110 | 6.8654 | 212 | 485.15 | 1.9859 | 0.0011760 | 0.10024 | 906.89  | 2797.3 | 1890.4 | 2.4434 | 6.3399 |
| 148 | 421.15 | 0.45099 | 0.0010886 | 0.41306 | 623.52 | 2743.9 | 2120.4 | 1.8213 | 6.8563 | 213 | 486.15 | 2.0251 | 0.0011777 | 0.09832 | 911.47  | 2797.6 | 1886.2 | 2.4527 | 6.3326 |
| 149 | 422.15 | 0.46334 | 0.0010897 | 0.40268 | 627.83 | 2745.1 | 2117.3 | 1.8315 | 6.8472 | 214 | 487.15 | 2.0634 | 0.0011794 | 0.09644 | 916.05  | 2798.0 | 1882.0 | 2.4621 | 6.3253 |
| 150 | 423.15 | 0.47597 | 0.0010908 | 0.39261 | 632.15 | 2746.3 | 2114.2 | 1.8416 | 6.8381 | 215 | 488.15 | 2.1063 | 0.0011811 | 0.09460 | 920.64  | 2798.4 | 1877.7 | 2.4714 | 6.3181 |
| 151 | 424.15 | 0.48887 | 0.0010919 | 0.38284 | 636.47 | 2747.5 | 2111.0 | 1.8518 | 6.8291 | 216 | 489.15 | 2.1478 | 0.0011829 | 0.09281 | 925.24  | 2798.7 | 1873.5 | 2.4807 | 6.3108 |
| 152 | 425.15 | 0.50205 | 0.0010930 | 0.37336 | 640.79 | 2748.7 | 2107.9 | 1.8619 | 6.8201 | 217 | 490.15 | 2.1899 | 0.0011846 | 0.09105 | 929.84  | 2799.0 | 1869.2 | 2.4900 | 6.3035 |
| 153 | 426.15 | 0.51551 | 0.0010941 | 0.36416 | 645.12 | 2749.8 | 2104.7 | 1.8721 | 6.8112 | 218 | 491.15 | 2.2327 | 0.0011864 | 0.08934 | 934.45  | 2799.3 | 1864.9 | 2.4993 | 6.2963 |
| 154 | 427.15 | 0.52926 | 0.0010953 | 0.35523 | 649.45 | 2751.0 | 2101.5 | 1.8822 | 6.8023 | 219 | 492.15 | 2.2761 | 0.0011882 | 0.08766 | 939.07  | 2799.6 | 1860.6 | 2.5086 | 6.2891 |
| 155 | 428.15 | 0.54331 | 0.0010964 | 0.34657 | 653.78 | 2752.1 | 2098.4 | 1.8923 | 6.7934 | 220 | 493.15 | 2.3201 | 0.0011900 | 0.08602 | 943.69  | 2799.9 | 1856.2 | 2.5178 | 6.2819 |
| 156 | 429.15 | 0.55764 | 0.0010976 | 0.33813 | 658.11 | 2753.3 | 2095.3 | 1.9023 | 6.7846 | 221 | 494.15 | 2.3648 | 0.0011918 | 0.08441 | 948.32  | 2800.2 | 1851.8 | 2.5271 | 6.2747 |
| 157 | 430.15 | 0.57228 | 0.0010987 | 0.32998 | 662.45 | 2754.4 | 2091.9 | 1.9124 | 6.7759 | 222 | 495.15 | 2.4102 | 0.0011936 | 0.08284 | 952.96  | 2800.4 | 1847.4 | 2.5364 | 6.2675 |
| 158 | 431.15 | 0.58722 | 0.0010999 | 0.32204 | 666.79 | 2755.5 | 2088.7 | 1.9224 | 6.7671 | 223 | 496.15 | 2.4565 | 0.0011954 | 0.08130 | 957.60  | 2800.6 | 1843.0 | 2.5456 | 6.2603 |
| 159 | 432.15 | 0.60248 | 0.0011011 | 0.31434 | 671.13 | 2756.6 | 2085.5 | 1.9325 | 6.7584 | 224 | 497.15 | 2.5030 | 0.0011973 | 0.07980 | 962.25  | 2800.8 | 1838.6 | 2.5549 | 6.2531 |
| 160 | 433.15 | 0.61804 | 0.0011022 | 0.30685 | 675.48 | 2757.7 | 2082.2 | 1.9425 | 6.7498 | 225 | 498.15 | 2.5504 | 0.0011992 | 0.07833 | 966.91  | 2801.0 | 1834.1 | 2.5641 | 6.2460 |
| 161 | 434.15 | 0.63393 | 0.0011034 | 0.29957 | 679.83 | 2758.8 | 2078.9 | 1.9525 | 6.7412 | 226 | 499.15 | 2.5985 | 0.0012010 | 0.07689 | 971.57  | 2801.2 | 1829.6 | 2.5733 | 6.2388 |
| 162 | 435.15 | 0.65014 | 0.0011046 | 0.29250 | 684.18 | 2759.8 | 2075.6 | 1.9624 | 6.7326 | 227 | 500.15 | 2.6473 | 0.0012029 | 0.07548 | 976.24  | 2801.3 | 1825.1 | 2.5826 | 6.2317 |
| 163 | 436.15 | 0.66668 | 0.0011058 | 0.28563 | 688.53 | 2760.9 | 2072.3 | 1.9724 | 6.7240 | 228 | 501.15 | 2.6968 | 0.0012048 | 0.07410 | 980.92  | 2801.5 | 1820.6 | 2.5918 | 6.2246 |
| 164 | 437.15 | 0.68355 | 0.0011070 | 0.27895 | 692.89 | 2761.9 | 2069.0 | 1.9823 | 6.7155 | 229 | 502.15 | 2.7470 | 0.0012068 | 0.07275 | 985.60  | 2801.6 | 1816.0 | 2.6010 | 6.2175 |
| 165 | 438.15 | 0.70075 | 0.0011082 | 0.27246 | 697.26 | 2763.0 | 2065.7 | 1.9923 | 6.7070 | 230 | 503.15 | 2.7979 | 0.0012087 | 0.07143 | 990.29  | 2801.7 | 1811.4 | 2.6102 | 6.2103 |
| 166 | 439.15 | 0.71830 | 0.0011095 | 0.26615 | 701.62 | 2764.0 | 2062.4 | 2.0022 | 6.6986 | 231 | 504.15 | 2.8495 | 0.0012107 | 0.07014 | 994.99  | 2801.8 | 1806.8 | 2.6194 | 6.2032 |
| 167 | 440.15 | 0.73620 | 0.0011107 | 0.26001 | 705.99 | 2765.0 | 2059.0 | 2.0121 | 6.6902 | 232 | 505.15 | 2.9019 | 0.0012127 | 0.06887 | 999.70  | 2801.8 | 1802.1 | 2.6286 | 6.1962 |
| 168 | 441.15 | 0.75445 | 0.0011119 | 0.25404 | 710.36 | 2766.0 | 2055.6 | 2.0219 | 6.6818 | 233 | 506.15 | 2.9550 | 0.0012147 | 0.06763 | 1004.42 | 2801.9 | 1797.4 | 2.6378 | 6.1891 |
| 169 | 442.15 | 0.77305 | 0.0011132 | 0.24824 | 714.74 | 2767.0 | 2052.2 | 2.0318 | 6.6735 | 234 | 507.15 | 3.0089 | 0.0012167 | 0.06642 | 1009.14 | 2801.9 | 1792.7 | 2.6470 | 6.1820 |
| 170 | 443.15 | 0.79202 | 0.0011145 | 0.24259 | 719.12 | 2768.0 | 2048.8 | 2.0416 | 6.6652 | 235 | 508.15 | 3.0635 | 0.0012187 | 0.06523 | 1013.87 | 2801.9 | 1788.0 | 2.6562 | 6.1749 |
| 171 | 444.15 | 0.81135 | 0.0011157 | 0.23710 | 723.50 | 2769.0 | 2045.4 | 2.0515 | 6.6569 | 236 | 509.15 | 3.1189 | 0.0012207 | 0.06406 | 1018.61 | 2801.9 | 1783.3 | 2.6654 | 6.1678 |
| 172 | 445.15 | 0.83106 | 0.0011170 | 0.23175 | 727.89 | 2769.9 | 2042.0 | 2.0613 | 6.6486 | 237 | 510.15 | 3.1750 | 0.0012228 | 0.06292 | 1023.35 | 2801.8 | 1778.5 | 2.6746 | 6.1608 |
| 173 | 446.15 | 0.85114 | 0.0011183 | 0.22655 | 732.28 | 2770.8 | 2038.5 | 2.0711 | 6.6404 | 238 | 511.15 | 3.2319 | 0.0012249 | 0.06181 | 1028.11 | 2801.8 | 1773.7 | 2.6837 | 6.1537 |
| 174 | 447.15 | 0.87161 | 0.0011196 | 0.22149 | 736.67 | 2771.7 | 2035.1 | 2.0809 | 6.6322 | 239 | 512.15 | 3.2896 | 0.0012270 | 0.06071 | 1032.87 | 2801.7 | 1768.8 | 2.6929 | 6.1467 |
| 175 | 448.15 | 0.89246 | 0.0011209 | 0.21656 | 741.07 | 2772.7 | 2031.6 | 2.0907 | 6.6241 | 240 | 513.15 | 3.3480 | 0.0012291 | 0.05964 | 1037.64 | 2801.6 | 1764.0 | 2.7021 | 6.1396 |
| 176 | 449.15 | 0.91370 | 0.0011222 | 0.21177 | 745.47 | 2773.6 | 2028.1 | 2.1004 | 6.6160 | 241 | 514.15 | 3.4073 | 0.0012312 | 0.05859 | 1042.42 | 2801.5 | 1759.1 | 2.7113 | 6.1326 |
| 177 | 450.15 | 0.93534 | 0.0011235 | 0.20710 | 749.88 | 2774.5 | 2024.6 | 2.1102 | 6.6079 | 242 | 515.15 | 3.4674 | 0.0012334 | 0.05756 | 1047.21 | 2801.4 | 1754.2 | 2.7204 | 6.1256 |
| 178 | 451.15 | 0.95739 | 0.0011248 | 0.20255 | 754.29 | 2775.3 | 2021.1 | 2.1199 | 6.5998 | 243 | 516.15 | 3.5282 | 0.0012355 | 0.05655 | 1052.01 | 2801.2 | 1749.2 | 2.7296 | 6.1185 |
| 179 | 452.15 | 0.97984 | 0.0011262 | 0.19812 | 758.70 | 2776.2 | 2017.5 | 2.1296 | 6.5918 | 244 | 517.15 | 3.5899 | 0.0012377 | 0.05556 | 1056.81 | 2801.0 | 1744.2 | 2.7387 | 6.1115 |
| 180 | 453.15 | 1.0027  | 0.0011275 | 0.19381 | 763.12 | 2777.1 | 2013.9 | 2.1393 | 6.5838 | 245 | 518.15 | 3.6524 | 0.0012399 | 0.05459 | 1061.63 | 2800.8 | 1739.2 | 2.7479 | 6.1044 |
| 181 | 454.15 | 1.0260  | 0.0011289 | 0.18960 | 767.54 | 2777.9 | 2010.4 | 2.1490 | 6.5758 | 246 | 519.15 | 3.7158 | 0.0012422 | 0.05364 | 1066.45 | 2800.6 | 1734.2 | 2.7570 | 6.0974 |
| 182 | 455.15 | 1.0497  | 0.0011302 | 0.18551 | 771.97 | 2778.7 | 2006.8 | 2.1587 | 6.5678 | 247 | 520.15 | 3.7800 | 0.0012444 | 0.05271 | 1071.29 | 2800.4 | 1729.1 | 2.7662 | 6.0904 |
| 183 | 456.15 | 1.0738  | 0.0011316 | 0.18152 | 776.40 | 2779.6 | 2003.2 | 2.1683 | 6.5599 | 248 | 521.15 | 3.8450 |           |         |         |        |        |        |        |



| t   | T      | p      | v'        | v''     | h'      | h''    | r      | s'     | s''    |
|-----|--------|--------|-----------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|
| 260 | 533.15 | 4.6940 | 0.0012756 | 0.04212 | 1135.03 | 2795.2 | 1660.2 | 2.8850 | 5.9989 |
| 261 | 534.15 | 4.7707 | 0.0012782 | 0.04141 | 1140.01 | 2794.6 | 1654.6 | 2.8942 | 5.9918 |
| 262 | 535.15 | 4.8486 | 0.0012808 | 0.04071 | 1145.00 | 2794.0 | 1649.0 | 2.9033 | 5.9847 |
| 263 | 536.15 | 4.9270 | 0.0012834 | 0.04003 | 1150.00 | 2793.4 | 1643.4 | 2.9125 | 5.9777 |
| 264 | 537.15 | 5.0066 | 0.0012861 | 0.03935 | 1155.01 | 2792.8 | 1637.8 | 2.9216 | 5.9706 |
| 265 | 538.15 | 5.0872 | 0.0012887 | 0.03870 | 1160.04 | 2792.1 | 1632.1 | 2.9308 | 5.9635 |
| 266 | 539.15 | 5.1688 | 0.0012914 | 0.03805 | 1165.08 | 2791.4 | 1626.3 | 2.9399 | 5.9564 |
| 267 | 540.15 | 5.2514 | 0.0012942 | 0.03741 | 1170.13 | 2790.7 | 1620.5 | 2.9491 | 5.9492 |
| 268 | 541.15 | 5.3349 | 0.0012969 | 0.03679 | 1175.19 | 2789.9 | 1614.7 | 2.9583 | 5.9421 |
| 269 | 542.15 | 5.4195 | 0.0012997 | 0.03617 | 1180.27 | 2789.1 | 1608.9 | 2.9674 | 5.9350 |
| 270 | 543.15 | 5.5051 | 0.0013025 | 0.03557 | 1185.36 | 2788.3 | 1603.0 | 2.9766 | 5.9278 |
| 271 | 544.15 | 5.5917 | 0.0013053 | 0.03498 | 1190.46 | 2787.5 | 1597.0 | 2.9858 | 5.9207 |
| 272 | 545.15 | 5.6794 | 0.0013082 | 0.03440 | 1195.57 | 2786.6 | 1591.0 | 2.9950 | 5.9135 |
| 273 | 546.15 | 5.7681 | 0.0013111 | 0.03383 | 1200.70 | 2785.7 | 1585.0 | 3.0041 | 5.9063 |
| 274 | 547.15 | 5.8579 | 0.0013141 | 0.03327 | 1205.85 | 2784.8 | 1578.9 | 3.0133 | 5.8991 |
| 275 | 548.15 | 5.9487 | 0.0013170 | 0.03272 | 1211.00 | 2783.8 | 1572.8 | 3.0225 | 5.8919 |
| 276 | 549.15 | 6.0406 | 0.0013200 | 0.03218 | 1216.18 | 2782.8 | 1566.7 | 3.0317 | 5.8846 |
| 277 | 550.15 | 6.1336 | 0.0013231 | 0.03165 | 1221.36 | 2781.8 | 1560.5 | 3.0410 | 5.8774 |
| 278 | 551.15 | 6.2277 | 0.0013261 | 0.03112 | 1226.57 | 2780.8 | 1554.2 | 3.0502 | 5.8701 |
| 279 | 552.15 | 6.3228 | 0.0013293 | 0.03061 | 1231.78 | 2779.7 | 1547.9 | 3.0594 | 5.8628 |
| 280 | 553.15 | 6.4191 | 0.0013324 | 0.03011 | 1237.02 | 2778.6 | 1541.6 | 3.0686 | 5.8555 |
| 281 | 554.15 | 6.5165 | 0.0013356 | 0.02961 | 1242.26 | 2777.4 | 1535.2 | 3.0779 | 5.8482 |
| 282 | 555.15 | 6.6150 | 0.0013388 | 0.02912 | 1247.53 | 2776.2 | 1528.7 | 3.0871 | 5.8408 |
| 283 | 556.15 | 6.7147 | 0.0013420 | 0.02864 | 1252.81 | 2775.0 | 1522.2 | 3.0964 | 5.8334 |
| 284 | 557.15 | 6.8155 | 0.0013453 | 0.02817 | 1258.11 | 2773.8 | 1515.7 | 3.1057 | 5.8261 |
| 285 | 558.15 | 6.9175 | 0.0013487 | 0.02771 | 1263.42 | 2772.5 | 1509.1 | 3.1150 | 5.8188 |
| 286 | 559.15 | 7.0206 | 0.0013520 | 0.02726 | 1268.75 | 2771.2 | 1502.4 | 3.1243 | 5.8112 |
| 287 | 560.15 | 7.1249 | 0.0013555 | 0.02681 | 1274.10 | 2769.8 | 1495.7 | 3.1336 | 5.8037 |
| 288 | 561.15 | 7.2305 | 0.0013589 | 0.02637 | 1279.47 | 2768.4 | 1488.9 | 3.1429 | 5.7962 |
| 289 | 562.15 | 7.3370 | 0.0013624 | 0.02594 | 1284.85 | 2767.0 | 1482.1 | 3.1522 | 5.7887 |
| 290 | 563.15 | 7.4448 | 0.0013659 | 0.02551 | 1290.26 | 2765.5 | 1475.2 | 3.1615 | 5.7812 |
| 291 | 564.15 | 7.5539 | 0.0013695 | 0.02509 | 1295.68 | 2764.0 | 1468.3 | 3.1709 | 5.7736 |
| 292 | 565.15 | 7.6642 | 0.0013732 | 0.02468 | 1301.12 | 2762.4 | 1461.3 | 3.1803 | 5.7660 |
| 293 | 566.15 | 7.7757 | 0.0013769 | 0.02428 | 1306.58 | 2760.8 | 1454.3 | 3.1897 | 5.7583 |
| 294 | 567.15 | 7.8885 | 0.0013806 | 0.02388 | 1312.06 | 2759.2 | 1447.1 | 3.1991 | 5.7507 |
| 295 | 568.15 | 8.0025 | 0.0013844 | 0.02349 | 1317.57 | 2757.5 | 1440.0 | 3.2085 | 5.7430 |
| 296 | 569.15 | 8.1178 | 0.0013882 | 0.02310 | 1323.09 | 2755.8 | 1432.7 | 3.2179 | 5.7352 |
| 297 | 570.15 | 8.2343 | 0.0013921 | 0.02272 | 1328.63 | 2754.1 | 1425.4 | 3.2274 | 5.7274 |
| 298 | 571.15 | 8.3521 | 0.0013960 | 0.02235 | 1334.20 | 2752.3 | 1418.1 | 3.2368 | 5.7196 |
| 299 | 572.15 | 8.4712 | 0.0014000 | 0.02198 | 1339.79 | 2750.4 | 1410.6 | 3.2463 | 5.7118 |
| 300 | 573.15 | 8.5917 | 0.0014041 | 0.02162 | 1345.40 | 2748.5 | 1403.1 | 3.2558 | 5.7039 |
| 301 | 574.15 | 8.7134 | 0.0014082 | 0.02126 | 1351.03 | 2746.6 | 1395.5 | 3.2653 | 5.6960 |
| 302 | 575.15 | 8.8364 | 0.0014123 | 0.02091 | 1356.69 | 2744.6 | 1387.9 | 3.2749 | 5.6880 |
| 303 | 576.15 | 8.9608 | 0.0014164 | 0.02057 | 1362.37 | 2742.6 | 1380.2 | 3.2844 | 5.6800 |
| 304 | 577.15 | 9.0865 | 0.0014208 | 0.02023 | 1368.08 | 2740.5 | 1372.4 | 3.2940 | 5.6719 |
| 305 | 578.15 | 9.2136 | 0.0014252 | 0.01989 | 1373.81 | 2738.3 | 1364.5 | 3.3036 | 5.6638 |
| 306 | 579.15 | 9.3420 | 0.0014296 | 0.01957 | 1379.57 | 2736.2 | 1356.6 | 3.3133 | 5.6557 |
| 307 | 580.15 | 9.4719 | 0.0014341 | 0.01924 | 1385.35 | 2733.9 | 1348.6 | 3.3229 | 5.6475 |
| 308 | 581.15 | 9.6031 | 0.0014386 | 0.01892 | 1391.17 | 2731.6 | 1340.5 | 3.3326 | 5.6392 |
| 309 | 582.15 | 9.7357 | 0.0014433 | 0.01861 | 1397.00 | 2729.3 | 1332.3 | 3.3423 | 5.6309 |
| 310 | 583.15 | 9.8697 | 0.0014480 | 0.01830 | 1402.87 | 2726.9 | 1324.0 | 3.3521 | 5.6226 |
| 311 | 584.15 | 10.005 | 0.0014527 | 0.01799 | 1408.77 | 2724.5 | 1315.7 | 3.3618 | 5.6142 |
| 312 | 585.15 | 10.142 | 0.0014576 | 0.01769 | 1414.69 | 2722.0 | 1307.3 | 3.3716 | 5.6057 |
| 313 | 586.15 | 10.280 | 0.0014625 | 0.01740 | 1420.65 | 2719.4 | 1298.7 | 3.3814 | 5.5972 |
| 314 | 587.15 | 10.420 | 0.0014675 | 0.01711 | 1426.64 | 2716.8 | 1290.1 | 3.3913 | 5.5886 |
| 315 | 588.15 | 10.561 | 0.0014726 | 0.01682 | 1432.66 | 2714.1 | 1281.4 | 3.4012 | 5.5800 |
| 316 | 589.15 | 10.704 | 0.0014778 | 0.01654 | 1438.71 | 2711.3 | 1272.6 | 3.4111 | 5.5713 |
| 317 | 590.15 | 10.848 | 0.0014831 | 0.01626 | 1444.79 | 2708.5 | 1263.7 | 3.4211 | 5.5625 |
| 318 | 591.15 | 10.994 | 0.0014885 | 0.01598 | 1450.91 | 2705.7 | 1254.8 | 3.4311 | 5.5537 |
| 319 | 592.15 | 11.141 | 0.0014939 | 0.01571 | 1457.07 | 2702.7 | 1245.7 | 3.4411 | 5.5447 |
| 320 | 593.15 | 11.290 | 0.0014995 | 0.01544 | 1463.26 | 2699.7 | 1236.5 | 3.4512 | 5.5358 |
| 321 | 594.15 | 11.440 | 0.0015051 | 0.01518 | 1469.49 | 2696.6 | 1227.2 | 3.4613 | 5.5267 |
| 322 | 595.15 | 11.592 | 0.0015109 | 0.01492 | 1475.76 | 2693.5 | 1217.7 | 3.4714 | 5.5176 |
| 323 | 596.15 | 11.746 | 0.0015168 | 0.01466 | 1482.07 | 2690.3 | 1208.2 | 3.4816 | 5.5084 |
| 324 | 597.15 | 11.901 | 0.0015228 | 0.01441 | 1488.41 | 2687.0 | 1198.6 | 3.4919 | 5.4991 |

| t      | T      |        | v'        | v''      | h'      | h''     | r      | s'     | s''    |
|--------|--------|--------|-----------|----------|---------|---------|--------|--------|--------|
| 325    | 598.15 | 12.057 | 0.0015289 | 0.01416  | 1494.80 | 2683.6  | 1188.8 | 3.5022 | 5.4897 |
| 326    | 599.15 | 12.215 | 0.0015351 | 0.01391  | 1501.24 | 2680.2  | 1178.9 | 3.5125 | 5.4802 |
| 327    | 600.15 | 12.375 | 0.0015415 | 0.01367  | 1507.71 | 2676.6  | 1168.9 | 3.5229 | 5.4706 |
| 328    | 601.15 | 12.537 | 0.0015480 | 0.01343  | 1514.24 | 2673.0  | 1158.8 | 3.5333 | 5.4610 |
| 329    | 602.15 | 12.700 | 0.0015546 | 0.01320  | 1520.80 | 2669.3  | 1148.5 | 3.5438 | 5.4512 |
| 330    | 603.15 | 12.865 | 0.0015614 | 0.01296  | 1527.42 | 2665.6  | 1138.1 | 3.5544 | 5.4414 |
| 331    | 604.15 | 13.031 | 0.0015683 | 0.01273  | 1534.09 | 2661.7  | 1127.6 | 3.5650 | 5.4314 |
| 332    | 605.15 | 13.199 | 0.0015754 | 0.01250  | 1540.81 | 2657.7  | 1116.9 | 3.5757 | 5.4214 |
| 333    | 606.15 | 13.369 | 0.0015827 | 0.01228  | 1547.59 | 2653.7  | 1106.1 | 3.5864 | 5.4112 |
| 334    | 607.15 | 13.541 | 0.0015901 | 0.01206  | 1554.42 | 2649.5  | 1095.1 | 3.5973 | 5.4009 |
| 335    | 608.15 | 13.714 | 0.0015977 | 0.01184  | 1561.31 | 2645.2  | 1083.9 | 3.6081 | 5.3905 |
| 336    | 609.15 | 13.889 | 0.0016055 | 0.01162  | 1568.26 | 2640.9  | 1072.6 | 3.6191 | 5.3799 |
| 337    | 610.15 | 14.066 | 0.0016134 | 0.01141  | 1575.27 | 2636.4  | 1061.1 | 3.6301 | 5.3692 |
| 338    | 611.15 | 14.245 | 0.0016216 | 0.01120  | 1582.34 | 2631.8  | 1049.5 | 3.6412 | 5.3584 |
| 339    | 612.15 | 14.426 | 0.0016300 | 0.01099  | 1589.49 | 2627.1  | 1037.6 | 3.6524 | 5.3475 |
| 340    | 613.15 | 14.608 | 0.0016386 | 0.01078  | 1596.70 | 2622.3  | 1025.6 | 3.6637 | 5.3363 |
| 341    | 614.15 | 14.792 | 0.0016479 | 0.01058  | 1604.05 | 2617.3  | 1013.3 | 3.6750 | 5.3251 |
| 342    | 615.15 | 14.978 | 0.0016570 | 0.01037  | 1611.53 | 2612.3  | 1000.9 | 3.6864 | 5.3136 |
| 343    | 616.15 | 15.166 | 0.0016663 | 0.01017  | 1619.10 | 2607.0  | 988.3  | 3.6978 | 5.3020 |
| 344    | 617.15 | 15.356 | 0.0016760 | 0.00998  | 1626.85 | 2601.7  | 975.5  | 3.7094 | 5.2902 |
| 345    | 618.15 | 15.548 | 0.0016859 | 0.009779 | 1633.68 | 2596.2  | 962.5  | 3.7211 | 5.2782 |
| 346    | 619.15 | 15.742 | 0.0016961 | 0.009584 | 1641.31 | 2590.5  | 949.2  | 3.7329 | 5.2660 |
| 347    | 620.15 | 15.937 | 0.0017067 | 0.009391 | 1649.05 | 2584.7  | 935.6  | 3.7448 | 5.2536 |
| 348    | 621.15 | 16.135 | 0.0017176 | 0.009200 | 1656.89 | 2578.7  | 921.8  | 3.7569 | 5.2410 |
| 349    | 622.15 | 16.335 | 0.0017290 | 0.009010 | 1664.84 | 2572.5  | 907.6  | 3.7692 | 5.2281 |
| 350    | 623.15 | 16.537 | 0.0017407 | 0.008822 | 1672.92 | 2566.1  | 893.1  | 3.7816 | 5.2149 |
| 351    | 624.15 | 16.741 | 0.0017529 | 0.008635 | 1681.13 | 2559.5  | 878.3  | 3.7942 | 5.2015 |
| 352    | 625.15 | 16.947 | 0.0017656 | 0.008449 | 1689.49 | 2552.6  | 863.1  | 3.8070 | 5.1877 |
| 353    | 626.15 | 17.155 | 0.0017789 | 0.008264 | 1697.99 | 2545.5  | 847.6  | 3.8200 | 5.1736 |
| 354    | 627.15 | 17.365 | 0.0017928 | 0.008079 | 1706.66 | 2538.2  | 831.5  | 3.8332 | 5.1592 |
| 355    | 628.15 | 17.577 | 0.0018073 | 0.007893 | 1715.51 | 2530.5  | 815.0  | 3.8467 | 5.1442 |
| 356    | 629.15 | 17.792 | 0.0018226 | 0.007711 | 1724.55 | 2522.5  | 797.9  | 3.8604 | 5.1288 |
| 357    | 630.15 | 18.009 | 0.0018387 | 0.007527 | 1733.81 | 2514.1  | 780.3  | 3.8745 | 5.1128 |
| 358    | 631.15 | 18.228 | 0.0018557 | 0.007342 | 1743.30 | 2505.2  | 761.9  | 3.8889 | 5.0961 |
| 359    | 632.15 | 18.450 | 0.0018737 | 0.007157 | 1753.06 | 2495.7  | 742.7  | 3.9037 | 5.0786 |
| 360    | 633.15 | 18.674 | 0.0018930 | 0.006978 | 1763.11 | 2485.7  | 722.6  | 3.9189 | 5.0603 |
| 361    | 634.15 | 18.900 | 0.0019136 | 0.006787 | 1773.49 | 2475.0  | 701.5  | 3.9347 | 5.0409 |
| 362    | 635.15 | 19.129 | 0.0019358 | 0.006593 | 1784.26 | 2463.5  | 679.2  | 3.9509 | 5.0204 |
| 363    | 636.15 | 19.360 | 0.0019598 | 0.006402 | 1795.47 | 2451.2  | 655.8  | 3.9679 | 4.9987 |
| 364    | 637.15 | 19.594 | 0.0019861 | 0.006209 | 1807.20 | 2438.1  | 630.9  | 3.9855 | 4.9759 |
| 365    | 638.15 | 19.830 | 0.0020150 | 0.006013 | 1819.53 | 2424.2  | 604.7  | 4.0041 | 4.9517 |
| 366    | 639.15 | 20.066 | 0.0020452 | 0.005815 | 1832.59 | 2409.3  | 576.7  | 4.0238 | 4.9262 |
| 367    | 640.15 | 20.311 | 0.0020836 | 0.005612 | 1846.56 | 2393.4  | 546.8  | 4.0449 | 4.8992 |
| 368    | 641.15 | 20.555 | 0.0021253 | 0.005404 | 1861.64 | 2376.51 | 514.5  | 4.0676 | 4.8701 |
| 369    | 642.15 | 20.803 | 0.0021738 | 0.005187 | 1878.11 | 2357.1  | 479.0  | 4.0925 | 4.8384 |
| 370    | 643.15 | 21.053 | 0.0022306 | 0.004958 | 1896.23 | 2335.7  | 439.4  | 4.1198 | 4.8031 |
| 371    | 644.15 | 21.306 | 0.0022990 | 0.004710 | 1916.45 | 2310.7  | 394.2  | 4.1503 | 4.7624 |
| 372    | 645.15 | 21.562 | 0.0023792 | 0.004431 | 1948.02 | 2280.0  | 338.0  | 4.1891 | 4.7130 |
| 373    | 646.15 | 21.821 | 0.0024746 | 0.004089 | 1979.35 | 2238.3  | 263.0  | 4.2384 | 4.6466 |
| 374    | 647.15 | 22.084 | 0.0026340 | 0.003680 | 2039.19 | 2150.3  | 111.1  | 4.3373 | 4.5090 |
| 374.12 | 647.27 | 22.115 | 0.0031470 | 0.003147 | 2095.20 | 2095.2  | 0.0    | 4.4237 | 4.4237 |



### 4-3. táblázat. Vízgőz állapotjelzők a baloldali és jobboldali határgörbén, nyomás szerint

Forrásban levő víz és telített gőz állapotjelzői a nyomás szerint megadva

| p      | t     | T      | v'        | v''     | h'     | h''    | r      | s'     | s''    | p    | t      | T      | v'        | v''     | h'     | h''    | r      | s'     | s''    |
|--------|-------|--------|-----------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|------|--------|--------|-----------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,0010 | 6,98  | 280,13 | 0,0010001 | 129,208 | 29,33  | 2513,8 | 2484,5 | 0,1060 | 8,9755 | 0,10 | 99,63  | 372,78 | 0,0010434 | 1,6946  | 417,51 | 2675,7 | 2258,2 | 1,3027 | 7,3608 |
| 0,0015 | 13,03 | 286,18 | 0,0010006 | 87,981  | 54,71  | 2525,0 | 2470,2 | 0,1956 | 8,8278 | 0,11 | 102,32 | 375,47 | 0,0010455 | 1,5500  | 428,84 | 2680,0 | 2251,1 | 1,3330 | 7,3288 |
| 0,0020 | 17,51 | 290,66 | 0,0010012 | 67,006  | 73,45  | 2533,2 | 2459,7 | 0,2606 | 8,7236 | 0,12 | 104,81 | 377,96 | 0,0010476 | 1,4289  | 439,36 | 2683,8 | 2244,5 | 1,3609 | 7,2996 |
| 0,0025 | 21,09 | 294,24 | 0,0010020 | 54,257  | 88,44  | 2539,7 | 2451,3 | 0,3119 | 8,6431 | 0,13 | 107,13 | 380,28 | 0,0010495 | 1,3258  | 449,19 | 2687,4 | 2238,2 | 1,3868 | 7,2728 |
| 0,0030 | 24,10 | 297,25 | 0,0010027 | 45,668  | 101,00 | 2545,2 | 2444,2 | 0,3543 | 8,5776 | 0,14 | 109,32 | 382,47 | 0,0010513 | 1,2370  | 458,42 | 2690,8 | 2232,3 | 1,4109 | 7,2479 |
| 0,0035 | 26,69 | 299,84 | 0,0010033 | 39,480  | 111,84 | 2549,9 | 2438,1 | 0,3907 | 8,5224 | 0,15 | 111,37 | 384,52 | 0,0010530 | 1,1597  | 467,13 | 2693,9 | 2226,7 | 1,4334 | 7,2248 |
| 0,0040 | 28,98 | 302,13 | 0,0010040 | 34,803  | 121,41 | 2554,1 | 2432,7 | 0,4224 | 8,4747 | 0,16 | 113,17 | 386,47 | 0,0010547 | 1,0917  | 475,38 | 2696,8 | 2221,4 | 1,4550 | 7,2032 |
| 0,0045 | 31,03 | 304,18 | 0,0010046 | 31,142  | 129,98 | 2557,8 | 2427,8 | 0,4507 | 8,4327 | 0,17 | 115,17 | 388,32 | 0,0010563 | 1,0315  | 483,22 | 2699,5 | 2216,3 | 1,4752 | 7,1829 |
| 0,0050 | 32,90 | 306,05 | 0,0010052 | 28,196  | 137,77 | 2561,2 | 2423,4 | 0,4763 | 8,3952 | 0,18 | 116,93 | 390,08 | 0,0010579 | 0,97776 | 490,70 | 2702,1 | 2211,4 | 1,4944 | 7,1638 |
| 0,0055 | 34,60 | 307,75 | 0,0010058 | 25,772  | 144,91 | 2564,3 | 2419,3 | 0,4995 | 8,3614 | 0,19 | 118,62 | 391,77 | 0,0010594 | 0,92950 | 497,85 | 2704,6 | 2206,8 | 1,5127 | 7,1457 |
| 0,0060 | 36,18 | 309,35 | 0,0010064 | 23,743  | 151,50 | 2567,1 | 2415,6 | 0,5209 | 8,3305 | 0,20 | 120,23 | 393,38 | 0,0010608 | 0,88592 | 504,71 | 2706,9 | 2202,2 | 1,5301 | 7,1286 |
| 0,0065 | 37,65 | 310,80 | 0,0010069 | 22,018  | 157,64 | 2569,7 | 2412,1 | 0,5407 | 8,3022 | 0,21 | 121,78 | 394,93 | 0,0010623 | 0,84636 | 511,29 | 2709,2 | 2197,9 | 1,5468 | 7,1123 |
| 0,0070 | 39,02 | 312,17 | 0,0010074 | 20,533  | 163,38 | 2572,2 | 2408,6 | 0,5591 | 8,2760 | 0,22 | 123,27 | 396,42 | 0,0010636 | 0,81027 | 517,63 | 2711,3 | 2193,7 | 1,5628 | 7,0967 |
| 0,0075 | 40,32 | 313,47 | 0,0010079 | 19,241  | 168,77 | 2574,5 | 2405,8 | 0,5763 | 8,2517 | 0,23 | 124,72 | 397,86 | 0,0010650 | 0,77723 | 523,74 | 2713,3 | 2189,6 | 1,5781 | 7,0819 |
| 0,0080 | 41,53 | 314,68 | 0,0010084 | 18,106  | 173,87 | 2576,7 | 2402,9 | 0,5926 | 8,2289 | 0,24 | 126,09 | 399,24 | 0,0010663 | 0,74685 | 529,64 | 2715,3 | 2185,6 | 1,5929 | 7,0676 |
| 0,0085 | 42,69 | 315,84 | 0,0010089 | 17,102  | 178,69 | 2578,8 | 2400,1 | 0,6079 | 8,2076 | 0,25 | 127,43 | 400,58 | 0,0010675 | 0,71882 | 535,35 | 2717,2 | 2181,8 | 1,6072 | 7,0540 |
| 0,0090 | 43,79 | 316,94 | 0,0010094 | 16,206  | 183,28 | 2580,8 | 2397,5 | 0,6224 | 8,1875 | 0,26 | 128,73 | 401,88 | 0,0010688 | 0,69287 | 540,88 | 2719,9 | 2178,1 | 1,6209 | 7,0409 |
| 0,0095 | 44,83 | 317,98 | 0,0010098 | 15,402  | 187,66 | 2582,6 | 2395,0 | 0,6361 | 8,1685 | 0,27 | 129,99 | 403,14 | 0,0010700 | 0,66879 | 546,24 | 2720,7 | 2174,4 | 1,6342 | 7,0283 |
| 0,010  | 45,83 | 318,98 | 0,0010102 | 14,678  | 191,84 | 2584,4 | 2392,6 | 0,6493 | 8,1505 | 0,28 | 131,20 | 404,35 | 0,0010712 | 0,64637 | 551,45 | 2722,3 | 2170,9 | 1,6471 | 7,0161 |
| 0,011  | 47,71 | 320,86 | 0,0010111 | 13,418  | 199,68 | 2587,8 | 2389,1 | 0,6738 | 8,1171 | 0,29 | 132,59 | 405,54 | 0,0010724 | 0,62544 | 556,51 | 2723,9 | 2167,4 | 1,6596 | 7,0044 |
| 0,012  | 49,45 | 322,60 | 0,0010119 | 12,364  | 206,94 | 2590,9 | 2383,9 | 0,6963 | 8,0867 | 0,30 | 133,54 | 406,69 | 0,0010735 | 0,60586 | 561,44 | 2725,5 | 2164,1 | 1,6717 | 6,9930 |
| 0,013  | 51,06 | 324,21 | 0,0010126 | 11,468  | 213,70 | 2593,7 | 2380,0 | 0,7172 | 8,0588 | 0,31 | 134,66 | 407,81 | 0,0010746 | 0,58751 | 566,23 | 2727,0 | 2160,8 | 1,6834 | 6,9820 |
| 0,014  | 52,58 | 325,73 | 0,0010133 | 10,696  | 220,03 | 2596,4 | 2376,4 | 0,7367 | 8,0329 | 0,32 | 135,76 | 408,91 | 0,0010757 | 0,57026 | 570,91 | 2728,4 | 2157,5 | 1,6948 | 6,9714 |
| 0,015  | 54,00 | 327,15 | 0,0010140 | 10,025  | 225,98 | 2598,9 | 2372,9 | 0,7549 | 8,0089 | 0,33 | 136,82 | 409,97 | 0,0010768 | 0,55402 | 575,47 | 2729,8 | 2154,4 | 1,7059 | 6,9611 |
| 0,016  | 55,34 | 328,49 | 0,0010147 | 9,4349  | 231,60 | 2601,3 | 2369,7 | 0,7721 | 7,9865 | 0,34 | 137,86 | 411,01 | 0,0010779 | 0,53871 | 579,93 | 2731,2 | 2151,3 | 1,7168 | 6,9511 |
| 0,017  | 56,62 | 329,77 | 0,0010154 | 8,9127  | 236,93 | 2603,5 | 2366,8 | 0,7883 | 7,9654 | 0,35 | 138,88 | 412,03 | 0,0010789 | 0,52424 | 584,28 | 2732,5 | 2148,2 | 1,7273 | 6,9414 |
| 0,018  | 57,83 | 330,98 | 0,0010160 | 8,4469  | 242,00 | 2605,7 | 2363,7 | 0,8036 | 7,9458 | 0,36 | 139,87 | 413,02 | 0,0010799 | 0,51055 | 588,53 | 2733,8 | 2145,3 | 1,7376 | 6,9319 |
| 0,019  | 58,98 | 332,13 | 0,0010166 | 8,0289  | 246,83 | 2607,7 | 2360,6 | 0,8182 | 7,9269 | 0,37 | 140,84 | 413,99 | 0,0010809 | 0,49758 | 592,70 | 2735,0 | 2142,3 | 1,7477 | 6,9228 |
| 0,020  | 60,09 | 333,24 | 0,0010172 | 7,6515  | 251,46 | 2609,6 | 2358,2 | 0,8321 | 7,9092 | 0,38 | 141,79 | 414,94 | 0,0010819 | 0,48526 | 596,77 | 2736,2 | 2139,5 | 1,7575 | 6,9138 |
| 0,021  | 61,15 | 334,30 | 0,0010178 | 7,3090  | 255,89 | 2611,5 | 2355,6 | 0,8454 | 7,8925 | 0,39 | 142,72 | 415,87 | 0,0010829 | 0,47356 | 600,77 | 2737,4 | 2136,6 | 1,7670 | 6,9051 |
| 0,022  | 62,16 | 335,31 | 0,0010183 | 6,9968  | 260,14 | 2613,2 | 2353,1 | 0,8581 | 7,8762 | 0,40 | 143,63 | 416,78 | 0,0010839 | 0,46242 | 604,68 | 2738,5 | 2133,9 | 1,7764 | 6,8966 |
| 0,023  | 63,14 | 336,29 | 0,0010189 | 6,7110  | 264,24 | 2614,9 | 2350,7 | 0,8703 | 7,8609 | 0,41 | 144,52 | 417,67 | 0,0010848 | 0,45181 | 608,52 | 2739,7 | 2131,1 | 1,7856 | 6,8883 |
| 0,024  | 64,08 | 337,23 | 0,0010194 | 6,4483  | 268,19 | 2616,6 | 2348,4 | 0,8820 | 7,8462 | 0,42 | 145,39 | 418,54 | 0,0010858 | 0,44168 | 612,28 | 2740,7 | 2128,5 | 1,7946 | 6,8802 |
| 0,025  | 64,99 | 338,14 | 0,0010199 | 6,2061  | 272,00 | 2618,2 | 2346,2 | 0,8933 | 7,8322 | 0,43 | 146,25 | 419,40 | 0,0010867 | 0,43201 | 615,98 | 2741,8 | 2125,8 | 1,8034 | 6,8723 |
| 0,026  | 65,87 | 339,02 | 0,0010204 | 5,9819  | 275,68 | 2619,7 | 2344,0 | 0,9041 | 7,8187 | 0,44 | 147,09 | 420,24 | 0,0010876 | 0,42276 | 619,61 | 2742,8 | 2123,2 | 1,8120 | 6,8646 |
| 0,027  | 66,72 | 339,87 | 0,0010209 | 5,7739  | 279,24 | 2621,1 | 2341,9 | 0,9146 | 7,8057 | 0,45 | 147,92 | 421,07 | 0,0010885 | 0,41391 | 623,17 | 2743,8 | 2120,7 | 1,8204 | 6,8570 |
| 0,028  | 67,55 | 340,70 | 0,0010214 | 5,5884  | 282,70 | 2622,6 | 2339,9 | 0,9248 | 7,7932 | 0,46 | 148,73 | 421,88 | 0,0010894 | 0,40544 | 626,68 | 2744,8 | 2118,1 | 1,8287 | 6,8496 |
| 0,029  | 68,35 | 341,50 | 0,0010219 | 5,3998  | 286,05 | 2623,9 | 2337,9 | 0,9346 | 7,7811 | 0,47 | 149,53 | 422,68 | 0,0010903 | 0,39731 | 630,12 | 2745,8 | 2115,6 | 1,8369 | 6,8424 |
| 0,030  | 69,13 | 342,28 | 0,0010223 | 5,2308  | 289,31 | 2625,3 | 2336,0 | 0,9441 | 7,7695 | 0,48 | 150,31 | 423,46 | 0,0010911 | 0,38951 | 633,51 | 2746,7 | 2113,2 | 1,8448 | 6,8353 |
| 0,032  | 70,62 | 343,77 | 0,0010232 | 4,9238  | 295,55 | 2627,8 | 2332,3 | 0,9623 | 7,7474 | 0,49 | 151,09 | 424,24 | 0,0010920 | 0,38201 | 636,84 | 2747,6 | 2110,8 | 1,8527 | 6,8283 |
| 0,034  | 72,03 | 345,18 | 0,0010241 | 4,6318  | 301,48 | 2630,3 | 2328,8 | 0,9795 | 7,7266 | 0,50 | 151,85 | 425,00 | 0,0010928 | 0,37481 | 640,13 | 2748,5 | 2108,4 | 1,8604 | 6,8215 |
| 0,036  | 73,37 | 346,52 | 0,0010249 | 4,4092  | 307,12 | 2632,6 | 2325,4 | 0,9958 | 7,7070 | 0,52 | 153,35 | 426,48 | 0,0010939 | 0,36810 | 646,54 | 2750,2 | 2103,7 | 1,8754 | 6,8083 |
| 0,038  | 74,66 | 347,81 | 0,0010257 | 4,1914  | 312,50 | 2634,7 | 2322,2 | 1,0113 | 7,6886 | 0,54 | 154,77 | 427,92 | 0,0010961 | 0,34857 | 652,76 | 2751,9 | 2099,1 | 1,8899 | 6,7955 |
| 0,040  | 75,89 | 349,04 | 0,0010265 | 3,9948  | 317,65 | 2636,8 | 2319,2 | 1,0261 | 7,6711 | 0,56 | 156,16 | 429,31 | 0,0010977 | 0,33681 | 658,81 | 2753,4 | 2094,6 | 1,9040 | 6,7832 |
| 0,042  | 77,06 | 350,21 | 0,0010273 | 3,8164  | 322,59 | 2638,6 | 2316,2 | 1,0402 | 7,6544 | 0,58 | 157,52 | 430,67 | 0,0010993 | 0,32583 | 664,70 | 2755,0 | 2090,3 | 1,9176 | 6,7713 |
| 0,044  | 78,19 | 351,34 | 0,0010280 | 3,6537  | 327,34 | 2640,7 | 2313,4 | 1,0537 | 7,6386 | 0,60 | 158,84 | 431,99 | 0,0011009 | 0,31556 | 670,43 | 2756,2 | 2088,0 | 1,9309 | 6,7598 |
| 0,046  | 79,28 | 352,43 | 0,0010287 | 3,5047  | 331,91 | 2642,5 | 2310,6 | 1,0667 | 7,6234 | 0,62 | 160,12 | 433,27 | 0,0011024 | 0,30593 | 676,02 | 2757,8 | 2081,8 | 1,9437 | 6,7487 |
| 0,048  | 80,33 | 353,48 | 0,0010294 | 3,3678  | 336,31 | 2644,3 | 2308,0 | 1,0792 | 7,6090 | 0,64 | 161,38 | 434,53 | 0,0011039 | 0,29688 | 681,47 | 2759,2 | 2077,7 | 1,9562 | 6,7379 |
| 0,050  | 81,35 | 354,50 | 0,0010301 | 3,2415  | 340,57 | 2646,0 | 2305,4 | 1,0912 | 7,5951 | 0,66 | 162,60 | 435,75 | 0,0011053 | 0,28836 | 686,79 | 2760,5 | 2073,7 | 1,9684 | 6,7274 |
| 0,055  | 83,74 | 356,89 | 0,0010317 | 2,9648  | 350,61 | 2650,0 | 2299,4 | 1,1194 | 7,5627 | 0,68 | 163,79 | 436,94 | 0,0011068 | 0,28033 | 691,98 | 2761,7 | 2069,7 | 1,9803 | 6,7173 |
| 0,060  | 85,95 | 359,10 | 0,0010333 | 2,7329  | 359,93 | 2653,7 | 2293,7 | 1,1454 | 7,5332 | 0,70 | 164,96 | 438,11 | 0,0011082 | 0,27274 | 697,07 | 2762,9 | 2065,8 | 1,9918 | 6,7074 |
| 0,065  | 88,02 | 361,17 | 0,0010347 | 2,5357  | 368,62 | 2657,1 | 2288,4 | 1,1696 | 7,5061 | 0,72 | 166,10 | 439,25 | 0,0011096 | 0,26556 | 702,04 | 2764,1 | 2062,0 | 2,0031 | 6,6978 |
| 0,070  | 89,96 | 363,11 | 0,0010361 | 2,3658  | 376,77 | 2660,2 | 2283,3 | 1,1921 | 7,4811 | 0,74 | 167,21 | 440,36 | 0,0011110 | 0,25875 | 706,91 | 2765,2 | 2058,3 | 2,0141 | 6,6884 |
| 0,075  | 91    |        |           |         |        |        |        |        |        |      |        |        |           |         |        |        |        |        |        |

| p    | t      | T      | v'        | v''     | h'      | h''    | r      | s'     | s''    |
|------|--------|--------|-----------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|
| 0.90 | 175.36 | 446.51 | 0.0011213 | 0.21483 | 742.64  | 2773.0 | 2030.3 | 2.0941 | 6.6212 |
| 0.92 | 176.29 | 449.44 | 0.0011226 | 0.21038 | 746.76  | 2773.8 | 2027.1 | 2.1033 | 6.6136 |
| 0.94 | 177.21 | 450.36 | 0.0011238 | 0.20612 | 750.82  | 2774.7 | 2023.8 | 2.1122 | 6.6062 |
| 0.96 | 178.12 | 451.27 | 0.0011250 | 0.20202 | 754.81  | 2775.4 | 2020.6 | 2.1210 | 6.5989 |
| 0.98 | 179.01 | 452.16 | 0.0011262 | 0.19809 | 758.73  | 2776.2 | 2017.5 | 2.1297 | 6.5917 |
| 1.00 | 179.88 | 453.03 | 0.0011274 | 0.19431 | 762.60  | 2777.0 | 2014.4 | 2.1382 | 6.5847 |
| 1.05 | 182.01 | 459.16 | 0.0011303 | 0.18546 | 772.02  | 2778.8 | 2006.7 | 2.1548 | 6.5677 |
| 1.10 | 184.06 | 457.21 | 0.0011331 | 0.17739 | 781.12  | 2780.4 | 1999.3 | 2.1786 | 6.5515 |
| 1.15 | 186.04 | 459.19 | 0.0011359 | 0.17000 | 789.91  | 2782.0 | 1992.1 | 2.1977 | 6.5359 |
| 1.20 | 187.96 | 461.11 | 0.0011386 | 0.16320 | 798.42  | 2783.4 | 1985.0 | 2.2160 | 6.5210 |
| 1.25 | 189.81 | 462.96 | 0.0011412 | 0.15693 | 806.68  | 2784.8 | 1978.1 | 2.2338 | 6.5066 |
| 1.30 | 191.60 | 464.75 | 0.0011438 | 0.15112 | 814.69  | 2786.1 | 1971.4 | 2.2509 | 6.4928 |
| 1.35 | 193.35 | 466.50 | 0.0011464 | 0.14573 | 822.48  | 2787.2 | 1964.8 | 2.2675 | 6.4794 |
| 1.40 | 195.04 | 468.19 | 0.0011489 | 0.14071 | 830.06  | 2788.4 | 1958.3 | 2.2836 | 6.4665 |
| 1.45 | 196.68 | 469.83 | 0.0011514 | 0.13603 | 837.45  | 2789.4 | 1952.0 | 2.2993 | 6.4540 |
| 1.50 | 198.28 | 471.43 | 0.0011538 | 0.13165 | 844.65  | 2790.4 | 1945.7 | 2.3144 | 6.4418 |
| 1.55 | 199.84 | 472.99 | 0.0011563 | 0.12754 | 851.68  | 2791.3 | 1939.6 | 2.3292 | 6.4301 |
| 1.60 | 201.37 | 474.52 | 0.0011586 | 0.12368 | 858.55  | 2792.2 | 1933.6 | 2.3436 | 6.4186 |
| 1.65 | 202.85 | 476.00 | 0.0011610 | 0.12004 | 865.26  | 2793.0 | 1927.7 | 2.3576 | 6.4075 |
| 1.70 | 204.36 | 477.45 | 0.0011633 | 0.11661 | 871.83  | 2793.8 | 1921.9 | 2.3712 | 6.3967 |
| 1.75 | 205.72 | 478.87 | 0.0011656 | 0.11337 | 878.26  | 2794.5 | 1916.2 | 2.3846 | 6.3861 |
| 1.80 | 207.10 | 480.25 | 0.0011678 | 0.11031 | 884.56  | 2795.1 | 1910.6 | 2.3976 | 6.3759 |
| 1.85 | 208.46 | 481.61 | 0.0011700 | 0.10740 | 890.73  | 2795.8 | 1905.0 | 2.4103 | 6.3659 |
| 1.90 | 209.79 | 482.94 | 0.0011723 | 0.10464 | 896.79  | 2796.3 | 1899.6 | 2.4227 | 6.3561 |
| 1.95 | 211.09 | 484.24 | 0.0011744 | 0.10202 | 902.74  | 2796.9 | 1894.2 | 2.4349 | 6.3466 |
| 2.00 | 212.37 | 485.52 | 0.0011766 | 0.09953 | 908.57  | 2797.4 | 1888.8 | 2.4468 | 6.3372 |
| 2.05 | 213.62 | 486.77 | 0.0011787 | 0.09715 | 914.31  | 2797.9 | 1883.6 | 2.4585 | 6.3281 |
| 2.10 | 214.85 | 488.00 | 0.0011808 | 0.09488 | 919.94  | 2798.3 | 1878.4 | 2.4700 | 6.3192 |
| 2.15 | 216.05 | 489.20 | 0.0011830 | 0.09271 | 925.49  | 2798.7 | 1873.2 | 2.4812 | 6.3104 |
| 2.20 | 217.24 | 490.39 | 0.0011850 | 0.09064 | 930.94  | 2799.1 | 1868.2 | 2.4922 | 6.3018 |
| 2.25 | 218.40 | 491.55 | 0.0011871 | 0.08866 | 936.31  | 2799.5 | 1863.2 | 2.5030 | 6.2934 |
| 2.30 | 219.54 | 492.69 | 0.0011891 | 0.08676 | 941.59  | 2799.8 | 1858.2 | 2.5136 | 6.2851 |
| 2.35 | 220.67 | 493.82 | 0.0011912 | 0.08494 | 946.79  | 2800.1 | 1853.3 | 2.5240 | 6.2770 |
| 2.40 | 221.78 | 494.93 | 0.0011932 | 0.08319 | 951.92  | 2800.4 | 1848.4 | 2.5343 | 6.2691 |
| 2.45 | 222.86 | 496.01 | 0.0011952 | 0.08151 | 956.97  | 2800.6 | 1843.6 | 2.5444 | 6.2613 |
| 2.50 | 223.94 | 497.09 | 0.0011972 | 0.07990 | 961.95  | 2800.8 | 1838.9 | 2.5543 | 6.2536 |
| 2.55 | 224.99 | 498.14 | 0.0011991 | 0.07834 | 966.87  | 2801.0 | 1834.1 | 2.5640 | 6.2460 |
| 2.60 | 226.03 | 499.18 | 0.0012011 | 0.07683 | 971.72  | 2801.2 | 1829.3 | 2.5736 | 6.2386 |
| 2.65 | 227.06 | 500.21 | 0.0012030 | 0.07540 | 976.50  | 2801.3 | 1824.8 | 2.5831 | 6.2313 |
| 2.70 | 228.06 | 501.21 | 0.0012050 | 0.07401 | 981.22  | 2801.5 | 1820.3 | 2.5924 | 6.2241 |
| 2.75 | 229.06 | 502.21 | 0.0012069 | 0.07267 | 985.88  | 2801.6 | 1815.7 | 2.6016 | 6.2170 |
| 2.80 | 230.04 | 503.19 | 0.0012088 | 0.07138 | 990.49  | 2801.7 | 1811.2 | 2.6107 | 6.2101 |
| 2.85 | 231.01 | 504.16 | 0.0012107 | 0.07013 | 995.04  | 2801.8 | 1806.7 | 2.6195 | 6.2032 |
| 2.90 | 231.96 | 505.11 | 0.0012126 | 0.06892 | 999.53  | 2801.8 | 1802.3 | 2.6283 | 6.1964 |
| 2.95 | 232.91 | 506.06 | 0.0012145 | 0.06775 | 1003.97 | 2801.9 | 1797.9 | 2.6370 | 6.1897 |
| 3.0  | 233.84 | 506.99 | 0.0012163 | 0.06662 | 1008.36 | 2801.9 | 1793.5 | 2.6455 | 6.1831 |
| 3.1  | 235.66 | 508.81 | 0.0012200 | 0.06446 | 1017.00 | 2801.9 | 1784.9 | 2.6623 | 6.1702 |
| 3.2  | 237.44 | 510.59 | 0.0012237 | 0.06243 | 1025.45 | 2801.8 | 1776.4 | 2.6786 | 6.1577 |
| 3.3  | 239.18 | 512.33 | 0.0012273 | 0.06052 | 1033.73 | 2801.7 | 1768.0 | 2.6946 | 6.1454 |
| 3.4  | 240.88 | 514.03 | 0.0012310 | 0.05872 | 1041.84 | 2801.5 | 1759.7 | 2.7101 | 6.1333 |
| 3.5  | 242.54 | 515.69 | 0.0012345 | 0.05701 | 1049.79 | 2801.3 | 1751.5 | 2.7253 | 6.1218 |
| 3.6  | 244.16 | 517.31 | 0.0012381 | 0.05540 | 1057.59 | 2801.0 | 1743.4 | 2.7402 | 6.1103 |
| 3.7  | 245.75 | 518.90 | 0.0012416 | 0.05388 | 1065.26 | 2800.7 | 1735.4 | 2.7548 | 6.0992 |
| 3.8  | 247.31 | 520.46 | 0.0012451 | 0.05243 | 1072.79 | 2800.3 | 1727.5 | 2.7690 | 6.0882 |
| 3.9  | 248.84 | 521.99 | 0.0012486 | 0.05105 | 1080.19 | 2799.9 | 1719.7 | 2.7830 | 6.0775 |
| 4.0  | 250.33 | 523.48 | 0.0012521 | 0.04974 | 1087.46 | 2799.4 | 1712.0 | 2.7967 | 6.0670 |
| 4.1  | 251.80 | 524.95 | 0.0012555 | 0.04849 | 1094.63 | 2798.9 | 1704.3 | 2.8101 | 6.0566 |
| 4.2  | 253.24 | 526.39 | 0.0012589 | 0.04729 | 1101.68 | 2798.4 | 1696.7 | 2.8232 | 6.0465 |
| 4.3  | 254.66 | 527.81 | 0.0012623 | 0.04615 | 1108.62 | 2797.8 | 1689.2 | 2.8362 | 6.0365 |
| 4.4  | 256.05 | 529.20 | 0.0012657 | 0.04506 | 1115.46 | 2797.2 | 1681.7 | 2.8489 | 6.0268 |

| p    | t      | T      | v'        | v''     | h'      | h''    | r      | s'     | s''    |
|------|--------|--------|-----------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|
| 4,5  | 257.41 | 530.56 | 0.0012691 | 0.04402 | 1122.21 | 2796.5 | 1674.3 | 2.8614 | 6.0171 |
| 4,6  | 258.76 | 531.91 | 0.0012725 | 0.04302 | 1128.86 | 2795.9 | 1667.0 | 2.8737 | 6.0077 |
| 4,7  | 260.08 | 533.23 | 0.0012758 | 0.04206 | 1135.42 | 2795.1 | 1659.7 | 2.8857 | 5.9983 |
| 4,8  | 261.38 | 534.53 | 0.0012792 | 0.04114 | 1141.89 | 2794.4 | 1652.5 | 2.8976 | 5.9891 |
| 4,9  | 262.66 | 535.81 | 0.0012825 | 0.04026 | 1148.29 | 2793.6 | 1645.3 | 2.9093 | 5.9801 |
| 5,0  | 263.92 | 537.07 | 0.0012858 | 0.03941 | 1154.60 | 2792.8 | 1638.2 | 2.9209 | 5.9712 |
| 5,1  | 265.16 | 538.31 | 0.0012891 | 0.03859 | 1160.83 | 2792.0 | 1631.2 | 2.9322 | 5.9623 |
| 5,2  | 266.38 | 539.53 | 0.0012925 | 0.03780 | 1166.99 | 2791.1 | 1624.1 | 2.9434 | 5.9537 |
| 5,3  | 267.58 | 540.73 | 0.0012958 | 0.03705 | 1173.08 | 2790.2 | 1617.2 | 2.9544 | 5.9451 |
| 5,4  | 268.77 | 541.92 | 0.0012990 | 0.03631 | 1179.10 | 2789.3 | 1610.2 | 2.9653 | 5.9366 |
| 5,5  | 269.94 | 543.09 | 0.0013023 | 0.03561 | 1185.05 | 2788.4 | 1603.3 | 2.9760 | 5.9282 |
| 5,6  | 271.09 | 544.24 | 0.0013056 | 0.03493 | 1190.94 | 2787.4 | 1596.5 | 2.9866 | 5.9200 |
| 5,7  | 272.23 | 545.38 | 0.0013089 | 0.03427 | 1196.77 | 2786.4 | 1589.6 | 2.9971 | 5.9118 |
| 5,8  | 273.36 | 546.51 | 0.0013122 | 0.03363 | 1202.54 | 2785.4 | 1582.9 | 3.0074 | 5.9037 |
| 5,9  | 274.47 | 547.62 | 0.0013154 | 0.03301 | 1208.24 | 2784.3 | 1576.1 | 3.0176 | 5.8957 |
| 6,0  | 275.56 | 548.71 | 0.0013187 | 0.03241 | 1213.90 | 2783.3 | 1569.4 | 3.0277 | 5.8878 |
| 6,1  | 276.64 | 549.79 | 0.0013220 | 0.03184 | 1219.49 | 2782.2 | 1562.7 | 3.0376 | 5.8800 |
| 6,2  | 277.71 | 550.86 | 0.0013252 | 0.03128 | 1225.04 | 2781.1 | 1556.0 | 3.0475 | 5.8722 |
| 6,3  | 278.76 | 551.91 | 0.0013285 | 0.03073 | 1230.53 | 2779.9 | 1549.4 | 3.0572 | 5.8646 |
| 6,4  | 279.80 | 552.95 | 0.0013318 | 0.03021 | 1235.98 | 2778.7 | 1542.8 | 3.0668 | 5.8569 |
| 6,5  | 280.83 | 553.98 | 0.0013350 | 0.02969 | 1241.38 | 2777.6 | 1536.2 | 3.0763 | 5.8494 |
| 6,6  | 281.85 | 555.00 | 0.0013383 | 0.02920 | 1246.73 | 2776.4 | 1529.7 | 3.0857 | 5.8419 |
| 6,7  | 282.85 | 556.00 | 0.0013416 | 0.02871 | 1252.03 | 2775.2 | 1523.2 | 3.0950 | 5.8345 |
| 6,8  | 283.85 | 557.00 | 0.0013448 | 0.02825 | 1257.29 | 2774.0 | 1516.7 | 3.1043 | 5.8272 |
| 6,9  | 284.83 | 557.98 | 0.0013481 | 0.02779 | 1262.51 | 2772.7 | 1510.2 | 3.1134 | 5.8199 |
| 7,0  | 285.80 | 558.95 | 0.0013514 | 0.02735 | 1267.69 | 2771.4 | 1503.7 | 3.1224 | 5.8127 |
| 7,1  | 286.76 | 559.91 | 0.0013546 | 0.02691 | 1272.83 | 2770.1 | 1497.3 | 3.1313 | 5.8055 |
| 7,2  | 287.71 | 560.86 | 0.0013579 | 0.02649 | 1277.93 | 2768.8 | 1490.9 | 3.1402 | 5.7984 |
| 7,3  | 288.65 | 561.80 | 0.0013612 | 0.02609 | 1282.99 | 2767.5 | 1484.5 | 3.1490 | 5.7913 |
| 7,4  | 289.59 | 562.74 | 0.0013645 | 0.02569 | 1288.01 | 2766.1 | 1478.1 | 3.1577 | 5.7843 |
| 7,5  | 290.51 | 563.66 | 0.0013678 | 0.02530 | 1293.00 | 2764.7 | 1471.7 | 3.1663 | 5.7773 |
| 7,6  | 291.42 | 564.57 | 0.0013711 | 0.02492 | 1297.96 | 2763.3 | 1465.4 | 3.1748 | 5.7704 |
| 7,7  | 292.32 | 565.47 | 0.0013744 | 0.02455 | 1302.88 | 2761.9 | 1459.0 | 3.1833 | 5.7635 |
| 7,8  | 293.22 | 566.37 | 0.0013777 | 0.02419 | 1307.77 | 2760.5 | 1452.7 | 3.1917 | 5.7567 |
| 7,9  | 294.10 | 567.25 | 0.0013810 | 0.02384 | 1312.62 | 2759.0 | 1446.4 | 3.2000 | 5.7499 |
| 8,0  | 294.98 | 568.13 | 0.0013843 | 0.02349 | 1317.45 | 2757.6 | 1440.1 | 3.2083 | 5.7431 |
| 8,1  | 295.85 | 569.00 | 0.0013876 | 0.02316 | 1322.24 | 2756.1 | 1433.8 | 3.2165 | 5.7364 |
| 8,2  | 296.71 | 569.86 | 0.0013909 | 0.02283 | 1327.01 | 2754.6 | 1427.6 | 3.2246 | 5.7297 |
| 8,3  | 297.56 | 570.71 | 0.0013943 | 0.02251 | 1331.74 | 2753.1 | 1421.3 | 3.2326 | 5.7231 |
| 8,4  | 298.40 | 571.55 | 0.0013976 | 0.02220 | 1336.45 | 2751.5 | 1415.1 | 3.2406 | 5.7165 |
| 8,5  | 299.24 | 572.39 | 0.0014010 | 0.02189 | 1341.13 | 2750.0 | 1408.8 | 3.2486 | 5.7099 |
| 8,6  | 300.07 | 573.22 | 0.0014043 | 0.02159 | 1345.79 | 2748.4 | 1402.6 | 3.2565 | 5.7034 |
| 8,7  | 300.89 | 574.04 | 0.0014077 | 0.02130 | 1350.42 | 2746.8 | 1396.4 | 3.2643 | 5.6968 |
| 8,8  | 301.71 | 574.86 | 0.0014111 | 0.02102 | 1355.02 | 2745.2 | 1390.2 | 3.2721 | 5.6904 |
| 8,9  | 302.51 | 575.66 | 0.0014145 | 0.02074 | 1359.60 | 2743.6 | 1384.0 | 3.2798 | 5.6839 |
| 9,0  | 303.31 | 576.46 | 0.0014178 | 0.02046 | 1364.16 | 2741.9 | 1377.8 | 3.2874 | 5.6773 |
| 9,1  | 304.11 | 577.26 | 0.0014213 | 0.02019 | 1368.69 | 2740.3 | 1371.6 | 3.2950 | 5.6711 |
| 9,2  | 304.89 | 578.04 | 0.0014247 | 0.01993 | 1373.20 | 2738.6 | 1365.4 | 3.3026 | 5.6647 |
| 9,3  | 305.67 | 578.82 | 0.0014282 | 0.01967 | 1377.69 | 2736.9 | 1359.2 | 3.3101 | 5.6583 |
| 9,4  | 306.45 | 579.60 | 0.0014316 | 0.01942 | 1382.16 | 2735.2 | 1353.0 | 3.3176 | 5.6520 |
| 9,5  | 307.22 | 580.37 | 0.0014351 | 0.01917 | 1386.60 | 2733.4 | 1346.8 | 3.3250 | 5.6457 |
| 9,6  | 307.98 | 581.13 | 0.0014385 | 0.01893 | 1391.03 | 2731.7 | 1340.7 | 3.3324 | 5.6394 |
| 9,7  | 308.73 | 581.88 | 0.0014420 | 0.01869 | 1395.44 | 2729.9 | 1334.5 | 3.3397 | 5.6332 |
| 9,8  | 309.48 | 582.63 | 0.0014455 | 0.01846 | 1399.83 | 2728.2 | 1328.3 | 3.3470 | 5.6269 |
| 9,9  | 310.22 | 583.37 | 0.0014490 | 0.01823 | 1404.19 | 2726.4 | 1322.2 | 3.3543 | 5.6207 |
| 10,0 | 310.96 | 584.11 | 0.0014526 | 0.01801 | 1408.55 | 2724.6 | 1316.0 | 3.3615 | 5.6145 |
| 10,1 | 311.69 | 584.84 | 0.0014561 | 0.01778 | 1412.88 | 2722.7 | 1309.9 | 3.3686 | 5.6083 |
| 10,2 | 312.42 | 585.57 | 0.0014597 | 0.01757 | 1417.20 | 2720.9 | 1303.7 | 3.3758 | 5.6021 |
| 10,3 | 313.14 | 586.29 | 0.0014632 | 0.01736 | 1421.50 | 2719.0 | 1297.5 | 3.3828 | 5.5960 |
| 10,4 | 313.86 | 587.01 | 0.0014668 | 0.01715 | 1425.78 | 2717.2 | 1291.4 | 3.3899 | 5.5899 |

| p    | t      | T      | v'        | v''      | h'      | h''    | r      | s'     | s''    | p    | t      | T      | v'        | v''      | h'      | h''    | r     | s'     | s''    |
|------|--------|--------|-----------|----------|---------|--------|--------|--------|--------|------|--------|--------|-----------|----------|---------|--------|-------|--------|--------|
| 10.5 | 314.57 | 587.72 | 0.0014704 | 0.01694  | 1430.05 | 2715.3 | 1285.2 | 3.3969 | 5.5837 | 16.5 | 349.62 | 622.97 | 0.0017385 | 0.008856 | 1671.45 | 2567.2 | 895.8 | 3.7793 | 5.2174 |
| 10.6 | 315.27 | 586.42 | 0.0014740 | 0.01674  | 1434.30 | 2715.4 | 1279.1 | 3.4039 | 5.5776 | 16.6 | 350.31 | 623.46 | 0.0017443 | 0.008764 | 1675.47 | 2564.0 | 888.6 | 3.7855 | 5.2108 |
| 10.7 | 315.97 | 589.12 | 0.0014777 | 0.01654  | 1438.54 | 2711.4 | 1272.9 | 3.4108 | 5.5715 | 16.7 | 350.80 | 623.95 | 0.0017509 | 0.008672 | 1679.49 | 2560.8 | 881.3 | 3.7917 | 5.2042 |
| 10.8 | 316.67 | 589.82 | 0.0014813 | 0.01635  | 1442.76 | 2709.5 | 1266.7 | 3.4178 | 5.5654 | 16.8 | 351.29 | 624.44 | 0.0017566 | 0.008581 | 1683.54 | 2557.5 | 874.0 | 3.7979 | 5.1976 |
| 10.9 | 317.37 | 590.51 | 0.0014850 | 0.01616  | 1446.97 | 2707.5 | 1260.5 | 3.4246 | 5.5594 | 16.9 | 351.77 | 624.92 | 0.0017627 | 0.008491 | 1687.59 | 2554.2 | 866.6 | 3.8041 | 5.1909 |
| 11.0 | 318.04 | 591.19 | 0.0014887 | 0.01597  | 1451.17 | 2705.5 | 1254.4 | 3.4315 | 5.5533 | 17.0 | 352.26 | 625.41 | 0.0017690 | 0.008401 | 1691.66 | 2550.8 | 859.2 | 3.8103 | 5.1842 |
| 11.1 | 318.72 | 591.87 | 0.0014924 | 0.01579  | 1455.35 | 2703.6 | 1248.2 | 3.4383 | 5.5472 | 17.1 | 352.74 | 625.89 | 0.0017754 | 0.008312 | 1695.75 | 2547.4 | 851.7 | 3.8165 | 5.1774 |
| 11.2 | 319.40 | 592.55 | 0.0014961 | 0.01560  | 1459.52 | 2701.5 | 1242.0 | 3.4451 | 5.5412 | 17.2 | 353.22 | 626.37 | 0.0017819 | 0.008224 | 1699.85 | 2544.0 | 844.1 | 3.8228 | 5.1705 |
| 11.3 | 320.07 | 593.22 | 0.0014999 | 0.01543  | 1463.68 | 2699.5 | 1235.8 | 3.4519 | 5.5352 | 17.3 | 353.69 | 626.84 | 0.0017884 | 0.008136 | 1703.97 | 2540.5 | 836.5 | 3.8291 | 5.1637 |
| 11.4 | 320.75 | 593.88 | 0.0015036 | 0.01525  | 1467.83 | 2697.5 | 1229.6 | 3.4586 | 5.5291 | 17.4 | 354.17 | 627.32 | 0.0017951 | 0.008049 | 1708.11 | 2536.9 | 828.8 | 3.8354 | 5.1567 |
| 11.5 | 321.39 | 594.54 | 0.0015074 | 0.01508  | 1471.96 | 2695.4 | 1223.4 | 3.4653 | 5.5231 | 17.5 | 354.64 | 627.79 | 0.0018019 | 0.007962 | 1712.27 | 2533.3 | 821.1 | 3.8418 | 5.1497 |
| 11.6 | 322.05 | 595.20 | 0.0015112 | 0.01491  | 1476.09 | 2693.3 | 1217.2 | 3.4720 | 5.5171 | 17.6 | 355.11 | 628.26 | 0.0018089 | 0.007876 | 1716.45 | 2529.7 | 813.2 | 3.8481 | 5.1426 |
| 11.7 | 322.70 | 595.85 | 0.0015151 | 0.01474  | 1480.20 | 2691.2 | 1211.0 | 3.4786 | 5.5111 | 17.7 | 355.57 | 628.72 | 0.0018159 | 0.007790 | 1720.65 | 2526.0 | 805.3 | 3.8545 | 5.1355 |
| 11.8 | 323.35 | 596.50 | 0.0015189 | 0.01457  | 1484.30 | 2689.1 | 1204.8 | 3.4852 | 5.5051 | 17.8 | 356.04 | 629.19 | 0.0018231 | 0.007704 | 1724.88 | 2522.2 | 797.3 | 3.8610 | 5.1285 |
| 11.9 | 324.00 | 597.15 | 0.0015228 | 0.01441  | 1488.39 | 2687.0 | 1198.6 | 3.4918 | 5.4991 | 17.9 | 356.50 | 629.65 | 0.0018303 | 0.007619 | 1729.13 | 2518.3 | 789.2 | 3.8674 | 5.1209 |
| 12.0 | 324.64 | 597.79 | 0.0015267 | 0.01425  | 1492.48 | 2684.9 | 1192.4 | 3.4984 | 5.4931 | 18.0 | 356.96 | 630.11 | 0.0018380 | 0.007535 | 1733.42 | 2514.4 | 781.0 | 3.8739 | 5.1135 |
| 12.1 | 325.27 | 598.42 | 0.0015306 | 0.01409  | 1496.55 | 2682.7 | 1186.1 | 3.5050 | 5.4871 | 18.1 | 357.42 | 630.57 | 0.0018456 | 0.007450 | 1737.72 | 2510.4 | 772.7 | 3.8805 | 5.1059 |
| 12.2 | 325.90 | 599.05 | 0.0015345 | 0.01394  | 1500.61 | 2680.5 | 1179.9 | 3.5115 | 5.4811 | 18.2 | 357.87 | 631.02 | 0.0018534 | 0.007366 | 1742.06 | 2506.3 | 764.3 | 3.8871 | 5.0983 |
| 12.3 | 326.53 | 599.68 | 0.0015385 | 0.01379  | 1504.67 | 2678.3 | 1173.6 | 3.5180 | 5.4751 | 18.3 | 358.32 | 631.47 | 0.0018614 | 0.007282 | 1746.44 | 2502.2 | 755.7 | 3.8937 | 5.0905 |
| 12.4 | 327.15 | 600.30 | 0.0015425 | 0.01363  | 1508.72 | 2676.1 | 1167.4 | 3.5245 | 5.4692 | 18.4 | 358.78 | 631.93 | 0.0018696 | 0.007198 | 1750.84 | 2497.9 | 747.1 | 3.9004 | 5.0826 |
| 12.5 | 327.77 | 600.92 | 0.0015465 | 0.01349  | 1512.76 | 2673.9 | 1161.1 | 3.5310 | 5.4632 | 18.5 | 359.22 | 632.37 | 0.0018780 | 0.007115 | 1755.29 | 2493.5 | 738.3 | 3.9071 | 5.0746 |
| 12.6 | 328.39 | 601.54 | 0.0015506 | 0.01334  | 1516.79 | 2671.6 | 1154.8 | 3.5374 | 5.4572 | 18.6 | 359.67 | 632.82 | 0.0018865 | 0.007032 | 1759.77 | 2489.1 | 729.3 | 3.9139 | 5.0664 |
| 12.7 | 329.00 | 602.15 | 0.0015547 | 0.01320  | 1520.81 | 2669.3 | 1148.5 | 3.5439 | 5.4512 | 18.7 | 360.12 | 633.27 | 0.0018953 | 0.006948 | 1764.30 | 2484.5 | 720.2 | 3.9208 | 5.0581 |
| 12.8 | 329.61 | 602.76 | 0.0015588 | 0.01305  | 1524.83 | 2667.0 | 1142.2 | 3.5503 | 5.4453 | 18.8 | 360.56 | 633.71 | 0.0019043 | 0.006865 | 1768.87 | 2479.8 | 710.9 | 3.9277 | 5.0496 |
| 12.9 | 330.21 | 603.36 | 0.0015629 | 0.01291  | 1528.84 | 2664.7 | 1135.9 | 3.5567 | 5.4393 | 18.9 | 361.00 | 634.15 | 0.0019136 | 0.006782 | 1773.49 | 2475.0 | 701.5 | 3.9347 | 5.0409 |
| 13.0 | 330.81 | 603.96 | 0.0015670 | 0.01278  | 1532.85 | 2662.4 | 1129.6 | 3.5630 | 5.4333 | 19.0 | 361.44 | 634.59 | 0.0019231 | 0.006700 | 1778.17 | 2470.0 | 691.9 | 3.9417 | 5.0320 |
| 13.1 | 331.41 | 604.56 | 0.0015712 | 0.01264  | 1536.85 | 2660.1 | 1123.2 | 3.5694 | 5.4273 | 19.1 | 361.87 | 635.02 | 0.0019320 | 0.006617 | 1782.89 | 2465.0 | 682.1 | 3.9489 | 5.0230 |
| 13.2 | 332.00 | 605.15 | 0.0015753 | 0.01250  | 1540.84 | 2657.7 | 1116.9 | 3.5757 | 5.4213 | 19.2 | 362.31 | 635.46 | 0.0019430 | 0.006534 | 1787.66 | 2459.8 | 671.1 | 3.9561 | 5.0138 |
| 13.3 | 332.59 | 605.74 | 0.0015797 | 0.01237  | 1544.83 | 2655.3 | 1110.5 | 3.5821 | 5.4153 | 19.3 | 362.74 | 635.89 | 0.0019534 | 0.006451 | 1792.53 | 2454.5 | 661.9 | 3.9634 | 5.0044 |
| 13.4 | 333.18 | 606.33 | 0.0015840 | 0.01224  | 1548.82 | 2652.9 | 1104.1 | 3.5884 | 5.4093 | 19.4 | 363.17 | 636.32 | 0.0019642 | 0.006369 | 1797.45 | 2449.0 | 651.6 | 3.9708 | 4.9949 |
| 13.5 | 333.76 | 606.91 | 0.0015883 | 0.01211  | 1552.80 | 2650.5 | 1097.7 | 3.5947 | 5.4033 | 19.5 | 363.60 | 636.75 | 0.0019753 | 0.006286 | 1802.44 | 2443.5 | 641.0 | 3.9784 | 4.9851 |
| 13.6 | 334.34 | 607.49 | 0.0015927 | 0.01198  | 1556.77 | 2648.0 | 1091.3 | 3.6010 | 5.3973 | 19.6 | 364.03 | 637.18 | 0.0019868 | 0.006204 | 1807.51 | 2437.8 | 630.3 | 3.9860 | 4.9752 |
| 13.7 | 334.92 | 608.07 | 0.0015971 | 0.01184  | 1560.74 | 2645.6 | 1084.8 | 3.6072 | 5.3913 | 19.7 | 364.45 | 637.60 | 0.0019987 | 0.006121 | 1812.67 | 2432.0 | 619.3 | 3.9938 | 4.9651 |
| 13.8 | 335.49 | 608.64 | 0.0016015 | 0.01173  | 1564.71 | 2643.1 | 1078.4 | 3.6135 | 5.3853 | 19.8 | 364.87 | 638.02 | 0.0020112 | 0.006038 | 1817.92 | 2426.0 | 608.1 | 4.0017 | 4.9549 |
| 13.9 | 336.06 | 609.21 | 0.0016059 | 0.01161  | 1568.68 | 2640.6 | 1071.9 | 3.6198 | 5.3793 | 19.9 | 365.29 | 638.44 | 0.0020241 | 0.005956 | 1823.28 | 2419.9 | 596.7 | 4.0098 | 4.9444 |
| 14.0 | 336.63 | 609.78 | 0.0016104 | 0.01149  | 1572.64 | 2638.1 | 1065.4 | 3.6260 | 5.3732 | 20.0 | 365.71 | 638.86 | 0.0020376 | 0.005873 | 1828.74 | 2413.7 | 585.0 | 4.0180 | 4.9337 |
| 14.1 | 337.19 | 610.34 | 0.0016150 | 0.01137  | 1576.60 | 2635.5 | 1058.9 | 3.6322 | 5.3672 | 20.1 | 366.13 | 639.28 | 0.0020516 | 0.005789 | 1834.33 | 2407.4 | 573.0 | 4.0265 | 4.9229 |
| 14.2 | 337.75 | 610.90 | 0.0016195 | 0.01125  | 1580.56 | 2633.0 | 1052.4 | 3.6384 | 5.3611 | 20.2 | 366.54 | 639.69 | 0.0020664 | 0.005706 | 1840.05 | 2400.8 | 560.8 | 4.0351 | 4.9118 |
| 14.3 | 338.31 | 611.46 | 0.0016242 | 0.01113  | 1584.52 | 2630.4 | 1045.9 | 3.6447 | 5.3551 | 20.3 | 366.96 | 640.11 | 0.0020819 | 0.005622 | 1845.91 | 2394.1 | 548.2 | 4.0439 | 4.9004 |
| 14.4 | 338.86 | 612.01 | 0.0016288 | 0.01102  | 1588.48 | 2627.8 | 1039.3 | 3.6509 | 5.3490 | 20.4 | 367.37 | 640.52 | 0.0020982 | 0.005537 | 1851.93 | 2387.3 | 535.3 | 4.0530 | 4.8888 |
| 14.5 | 339.41 | 612.56 | 0.0016335 | 0.01090  | 1592.43 | 2625.1 | 1032.7 | 3.6571 | 5.3429 | 20.5 | 367.77 | 640.92 | 0.0021154 | 0.005452 | 1858.13 | 2380.2 | 522.0 | 4.0623 | 4.8769 |
| 14.6 | 339.96 | 613.11 | 0.0016382 | 0.01079  | 1596.39 | 2622.5 | 1026.1 | 3.6632 | 5.3368 | 20.6 | 368.18 | 641.33 | 0.0021336 | 0.005365 | 1864.52 | 2372.8 | 508.3 | 4.0720 | 4.8646 |
| 14.7 | 340.50 | 613.65 | 0.0016435 | 0.01068  | 1600.44 | 2619.8 | 1019.4 | 3.6694 | 5.3307 | 20.7 | 368.59 | 641.74 | 0.0021528 | 0.005278 | 1871.11 | 2365.2 | 494.1 | 4.0819 | 4.8519 |
| 14.8 | 341.04 | 614.19 | 0.0016483 | 0.01057  | 1604.36 | 2617.1 | 1012.8 | 3.6755 | 5.3246 | 20.8 | 368.99 | 642.14 | 0.0021732 | 0.005190 | 1877.93 | 2357.3 | 479.4 | 4.0922 | 4.8388 |
| 14.9 | 341.58 | 614.73 | 0.0016531 | 0.01046  | 1608.27 | 2614.4 | 1006.1 | 3.6816 | 5.3184 | 20.9 | 369.39 | 642.54 | 0.0021949 | 0.005100 | 1884.98 | 2349.1 | 464.1 | 4.1028 | 4.8251 |
| 15.0 | 342.12 | 615.27 | 0.0016581 | 0.01035  | 1612.19 | 2611.6 | 999.5  | 3.6877 | 5.3123 | 21.0 | 369.79 | 642.94 | 0.0022179 | 0.005008 | 1892.28 | 2340.4 | 448.1 | 4.1138 | 4.8109 |
| 15.1 | 342.65 | 615.80 | 0.0016630 | 0.01024  | 1616.11 | 2608.9 | 992.8  | 3.6938 | 5.3061 | 21.1 | 370.19 | 643.34 | 0.0022423 | 0.004913 | 1899.84 | 2331.3 | 431.5 | 4.1253 | 4.7959 |
| 15.2 | 343.18 | 616.33 | 0.0016680 | 0.01014  | 1620.03 | 2606.1 | 986.1  | 3.6999 | 5.2999 | 21.2 | 370.58 | 643.73 | 0.0022683 | 0.004817 | 1907.69 | 2321.6 | 413.9 | 4.1371 | 4.7802 |
| 15.3 | 343.71 | 616.86 | 0.0016731 | 0.01003  | 1623.95 | 2603.3 | 979.3  | 3.7060 | 5.2937 | 21.3 | 370.98 | 644.13 | 0.0022963 | 0.004716 | 1915.95 | 2311.3 | 395.4 | 4.1496 | 4.7634 |
| 15.4 | 344.23 | 617.38 | 0.0016782 | 0.00993  | 1627.87 | 2600.4 | 972.5  | 3.7121 | 5.2875 | 21.4 | 371.37 | 644.52 | 0.0023278 | 0.004612 | 1924.96 | 2300.2 | 375.3 | 4.1632 | 4.7454 |
| 15.5 | 344.75 | 617.90 | 0.0016834 | 0.009828 | 1631.80 | 2597.5 | 965.7  | 3.7182 | 5.2812 | 21.5 | 371.76 | 644.91 | 0.0023611 | 0.004505 | 1935.22 | 2288.1 | 352.9 | 4.1788 | 4.7260 |
| 15.6 | 345.27 | 618.42 | 0.0016886 | 0.009726 | 1635.73 | 2594.6 | 958.9  | 3.7243 | 5.2750 | 21.6 | 372.15 | 645.30 | 0.0024092 | 0.004386 | 1946.33 | 2274.8 | 328.5 | 4.1956 | 4.7047 |
| 15.7 | 345.79 | 618.94 | 0.0016939 | 0.009628 | 1639.67 | 2591.7 | 952.1  | 3.7303 | 5.2687 | 21.7 | 372.53 | 645.68 | 0.0024569 | 0.004261 | 1958.27 | 2259.8 | 301.5 | 4.2137 | 4.6807 |

### 4.3. A VÍZGŐZ ÁLLAPOTVÁLTOZÁSAI

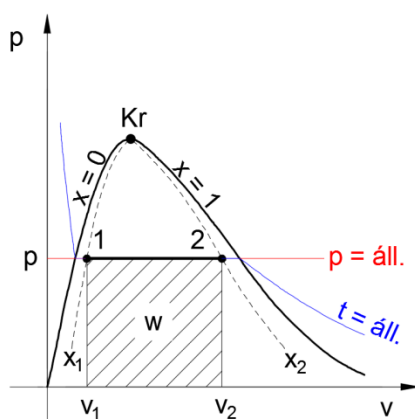
#### 4.3.1. Izoterm – izobár állapotváltozás, $p = \text{const.}$ , $T = \text{const.}$

A nedves gőz mezőben, azaz a két határgörbe közt az izobár állapotváltozás egyben izoterm is. A közölt hő és a végzett munka:

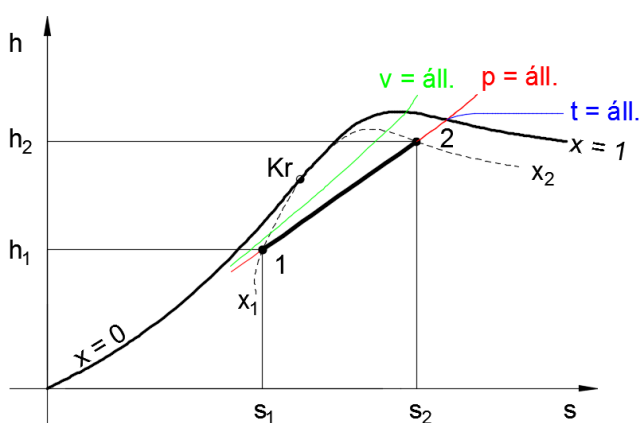
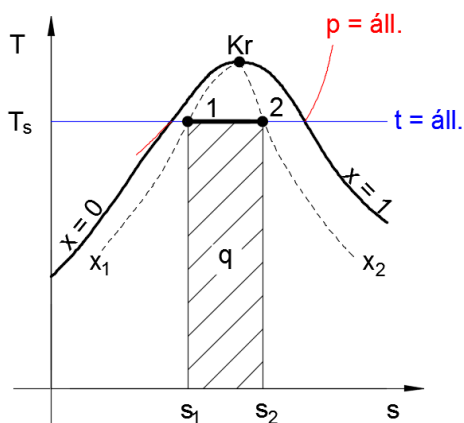
$$q = T_s (s_2 - s_1) = (x_2 - x_1) r = h_2 - h_1 \quad (4-7)$$

$$w = p(v_2 - v_1) \quad (4-8)$$

$$w_t = 0 \quad (4-9)$$



4.10. ábra. Izoterm-izobár állapotváltozás



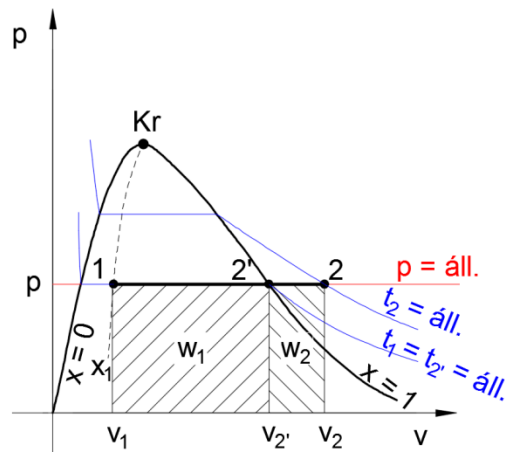
4.11. ábra. Izoterm-izobár állapotváltozás

#### 4.3.2. Izobár állapotváltozás, $p = \text{const.}$

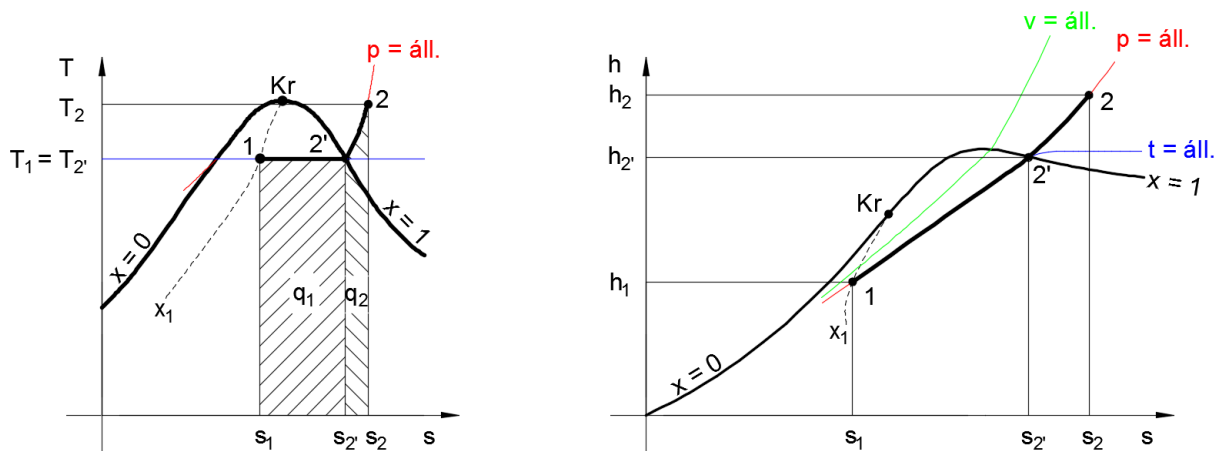
$$q = h_2 - h_1 \quad (4-10)$$

$$w = q - \Delta u = p(v_2 - v_1) \quad (4-11)$$

$$w_t = 0 \quad (4-12)$$



4.12. ábra. Izobár állapotváltozás



4.13. ábra. Izobár állapotváltozás

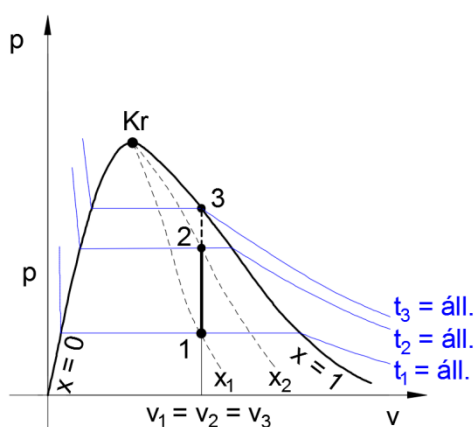
#### 4.3.3. Izochor állapotváltozás, $v = \text{const.}$

Az állapotváltozás során fizikai munka nincs, van viszont nyomásváltozás, tehát technikai munka is.

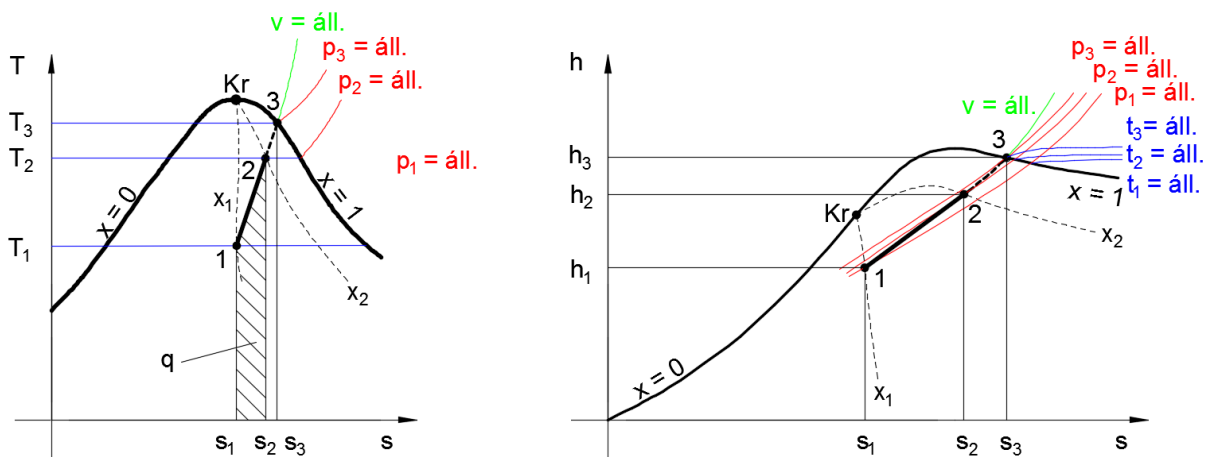
$$w_t = v(p_2 - p_1) \quad (4-13)$$

$$q = u_2 - u_1 = h_2 - h_1 - v(p_2 - p_1) \quad (4-14)$$

$$w = 0 \quad (4-15)$$



4.14. ábra. Izochor állapotváltozás



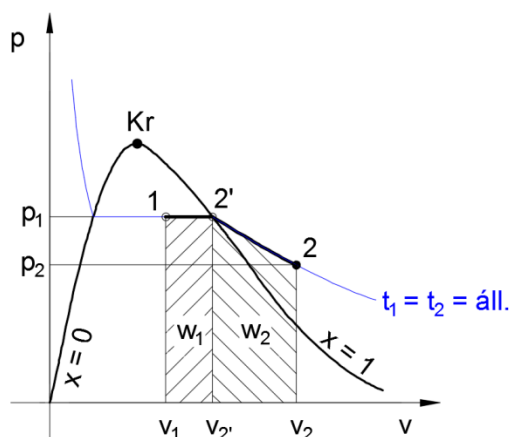
4.15. ábra. Izochor állapotváltozás

#### 4.3.4. Izoterm állapotváltozás, $T = \text{const.}$

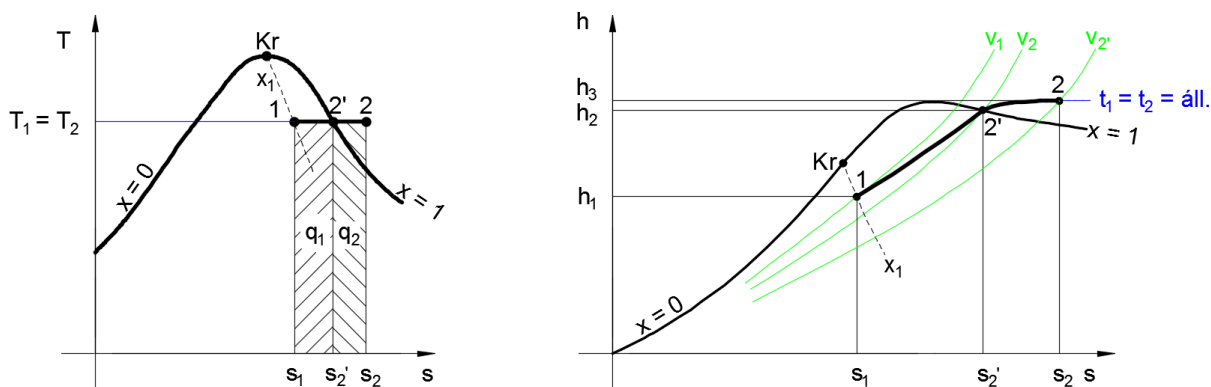
Az állapotváltozást itt is két szakaszra bontjuk. A nedves mezőbe eső szakasz az 1 – 2', a és a túlhevített mezőbe eső szakasz a 2' – 2.

$$q_1 = T_s (s_2 - s_1) \quad (4-16)$$

$$w_t = q - \Delta h \quad (4-17)$$



4.16. ábra. Izoterm állapotváltozás



4.17. ábra. Izoterm állapotváltozás

#### 4.3.5. Adiabatus állapotváltozás, $s = \text{const.}$

Ha nedves gőzt adiabatusan expandáltatunk, nyomása és hőmérséklete csökken, és attól függően, hogy az állapotváltozás az alsó vagy felső határgörbe közelében játszódik le, szárazabb vagy nedvesebb lesz.

A fizikai munka:

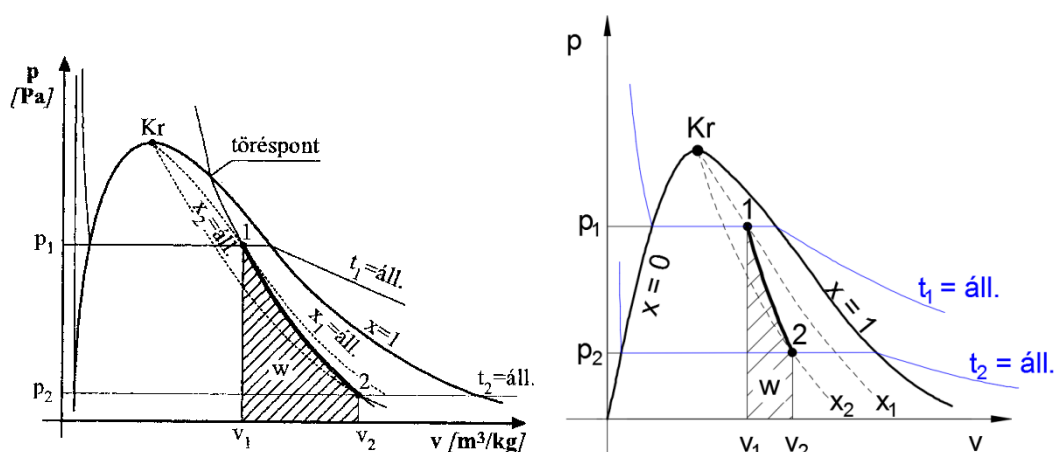
$$w = u_1 - u_2 = h_1 - h_2 - (p_1 v_1 + p_2 v_2) \quad (4-18)$$

A technikai munka:

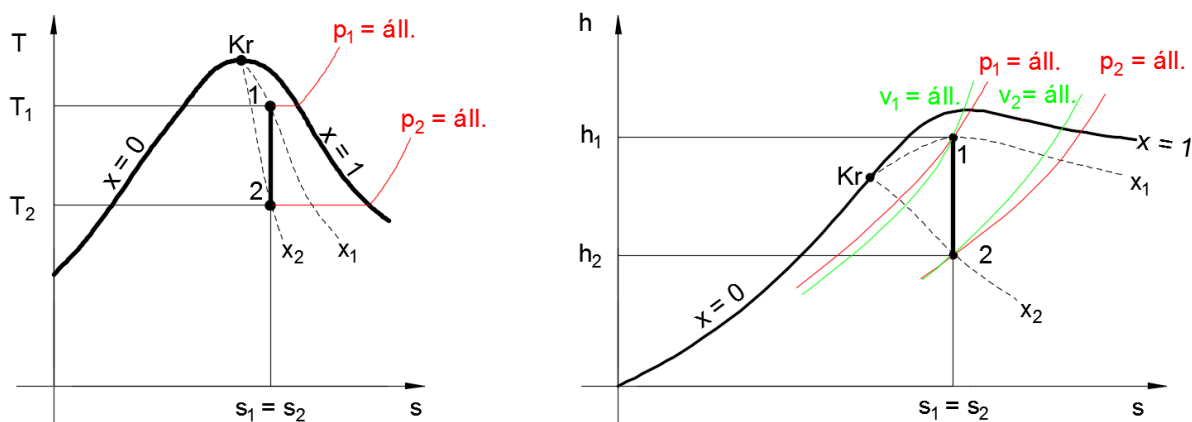
$$w_t = h_1 - h_2 \quad (4-19)$$

A munka az  $0,7 < x < 1, p \leq 25 \text{ bar}$  területen a  $w = \frac{1}{\kappa - 1} (p_1 v_1 - p_2 v_2)$  képlettel is számítható,

ahol Zeuner szerint:  $\kappa = 1,035 + 0,1x$



4.18. ábra. Adiabatus állapotváltozás

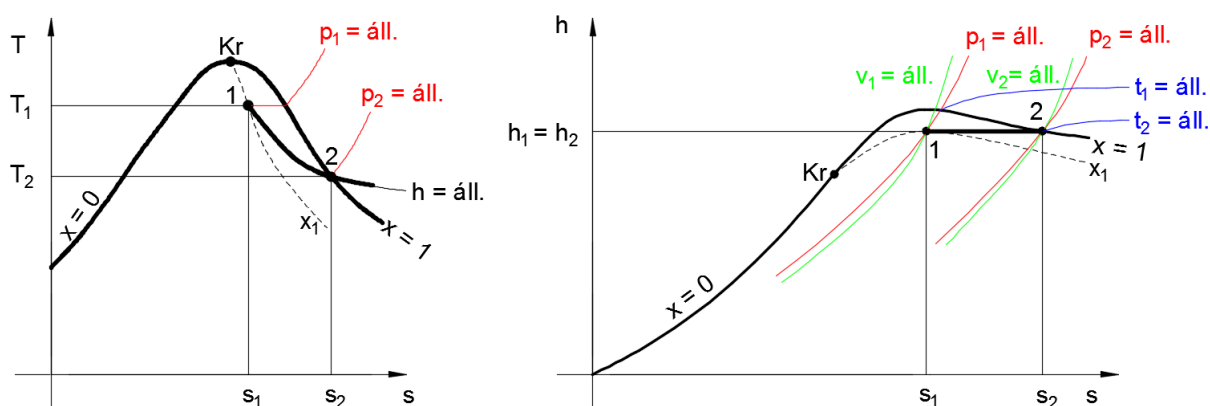


4.19. ábra. Adiabatus állapotváltozás



#### 4.3.6. Fojtásos állapotváltozás, $h = \text{const.}$

Fojtást akkor alkalmazunk, ha az áramló közeg nyomását csökkentenünk kell, de nincs lehetőség arra, hogy a nyomáscsökkenés munkát végezzen. Ilyen alkalmazás pl. a térfogatáram szabályozása szeleppel. A folyamat adiabatikus és izoentalpikus, munkavégzés nincs. A fojtás irreverzibilis állapotváltozás, mivel csak a nyomáscsökkenés irányában folyhat le. A nedves gőz szárazabb lesz, sőt túl is hevülhet. A közeg áramlási sebessége a kisebb nyomáson fellépő nagyobb fajtérfogat miatt nem változik. Ideális gáz esetén a hőmérséklet is állandó. A **nem ideális gázok** fojtásánál fellépő hőmérséklet-változás a **Joule – Thomson effektus**, melyet gázok cseppfolyósítására használnak fel.



**4.20. ábra. Izoentalpikus fojtás**

Mivel fojtásnál az entalpia állandó, az 1 állapotú nedves gőz entalpiáját jellemző  $Oab1cO$  területnek egyenlőnek kell lenni a 2 állapotú telített gőz entalpiáját jellemző  $Oae2dO$  területtel.

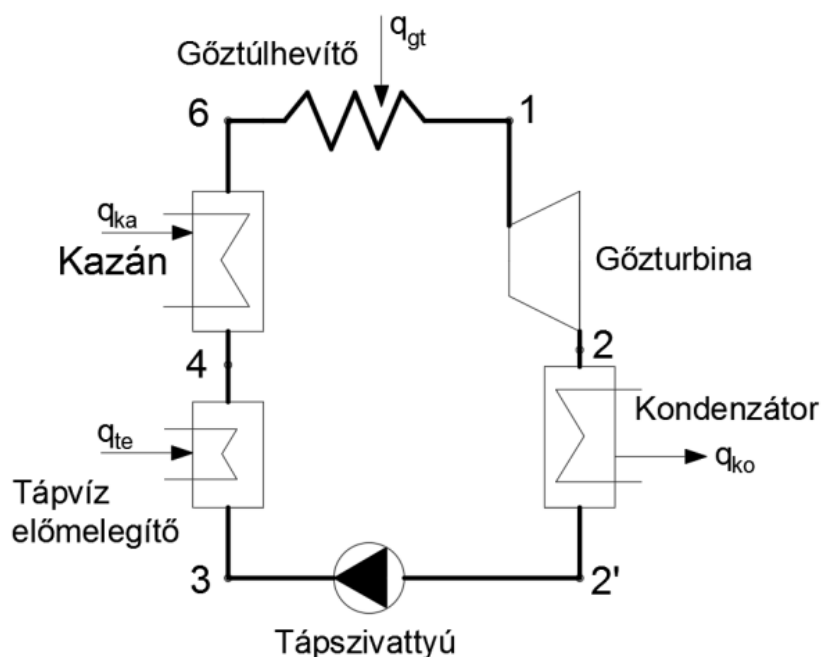
## 5. GŐZGÉPEK TERMODINAMIKÁJA

### 5.1. RANKINE-CLAUSIUS KÖRFOLYAMAT

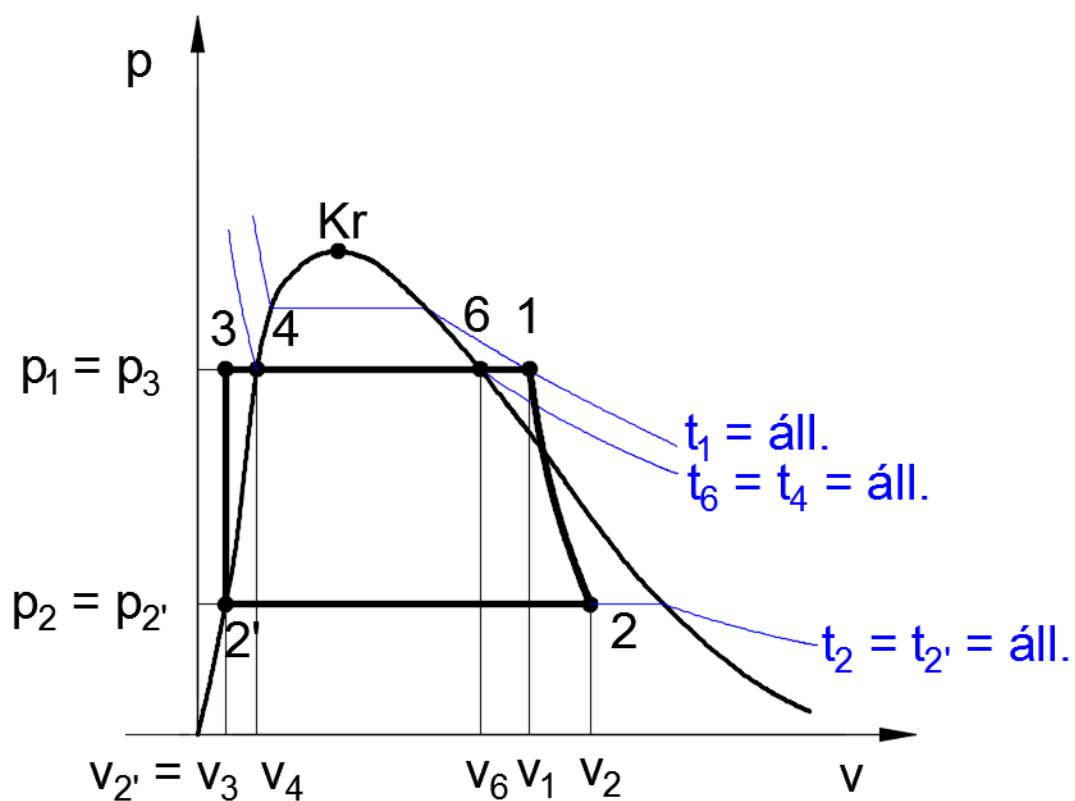
A legfontosabb munkaszolgáltató körfolyamat a hő- és atomerőművekben megvalósított, vízgőz munkaközegű Rankine-Clausius körfolyamat. A folyamat a következő főbb folyamatokra bontható fel:

- A nagynyomású tápvizet a tápvíz-előmelegítőben telítési hőmérsékletre melegítik, majd a kazánban elgőzölögtetik, végül túlhevítik.
- Az így keletkezett nagynyomású és magas hőmérsékletű gőz a turbinába kerül, ahol belső energiája egy részét munkává alakítjuk.
- A turbinából kilépő kisnyomású és alacsony hőmérsékletű gőz a kondenzátorba kerül, ahol fázisváltozáson (kondenzáción) megy keresztül. A kondenzátorból a csapadék a tápszivattyúba jut, amely annak nyomását kazánnyomásra emeli.

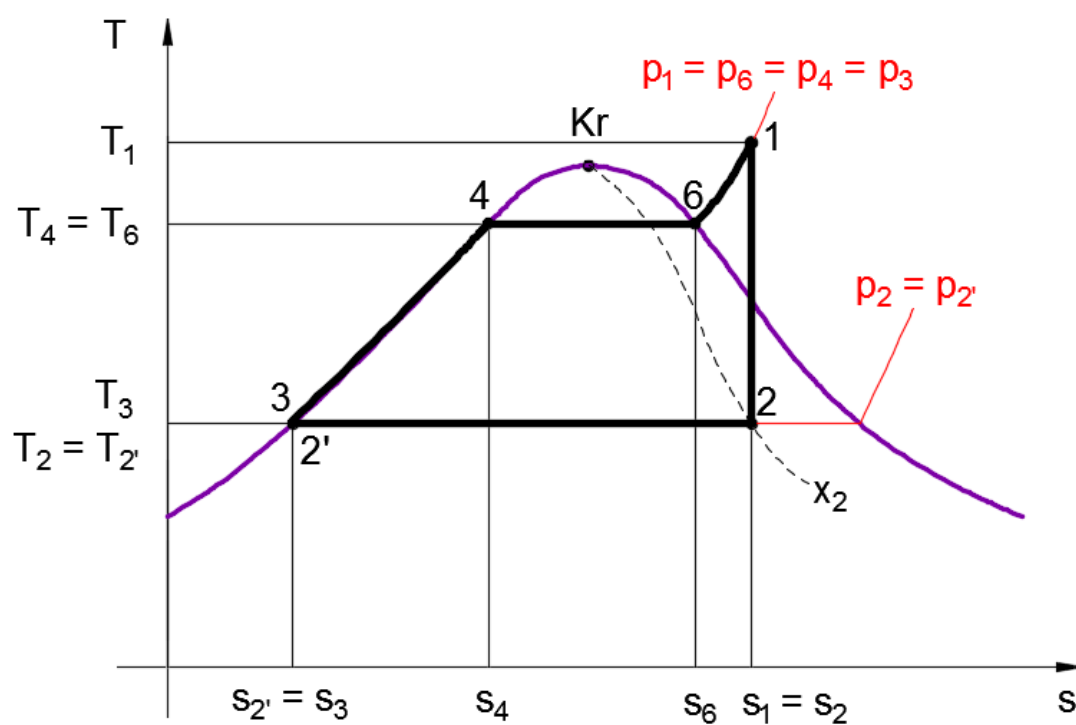
A valóságos folyamat ennél sokkal összetettebb, nehezebben követhető, ezért a működést helyettesítő kapcsoláson keresztül tanulmányozzuk:



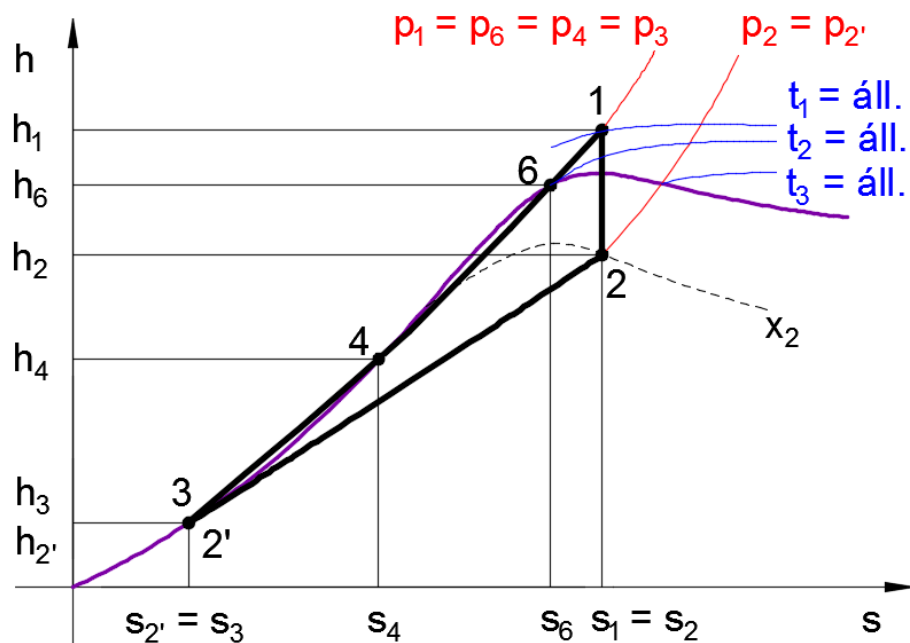
**5.1. ábra.** Rankine-Clausius körfolyamat elvi kapcsolása



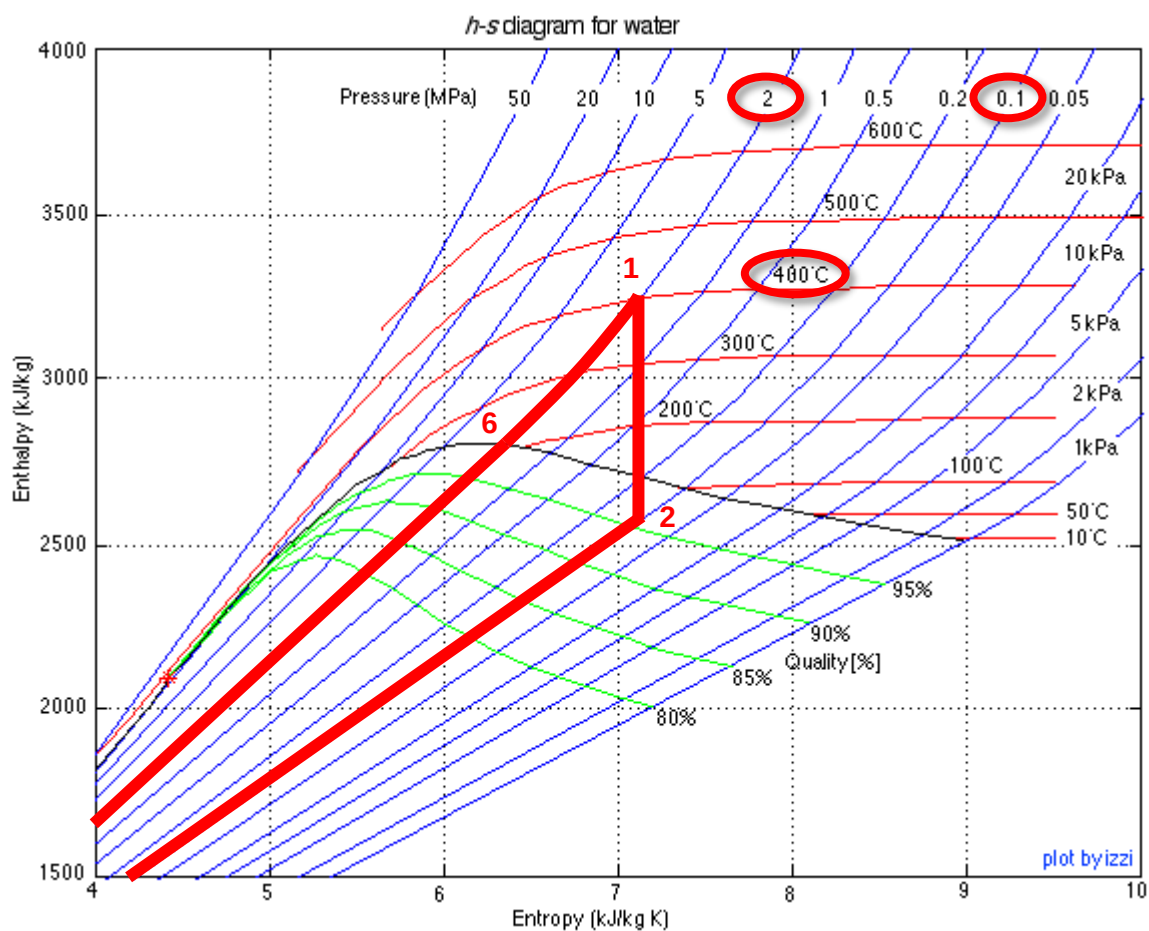
5.2. ábra. Rankine-Clausius körfolyamat  $p-v$  diagramban



5.3. ábra. Rankine-Clausius körfolyamat  $T-s$  diagramban



5.4. ábra. Rankine-Clausius körfolyamat



5.5. ábra. Rankine-Clausius körfolyamat h-s diagramban (diagram: ohio.edu)

$$p_{ka} = 2 \text{ MPa}, t_t = 400 \text{ } ^\circ\text{C}, p_{ko} = 0,1 \text{ MPa}$$

A körfolyamatot három jellemzője határozza meg:

- a kazánnnyomás:  $p_{ka}$
- a kondenzátornnyomás:  $p_{ko}$
- a túlhevítési hőmérséklet:  $t_t$

A körfolyamat elemei állandósult **nyitott rendszerek**.

A tápvíz-előmelegítés, a gőzfejlesztés és a gőztúlhevítés a **kazánnnyomáson**, a kondenzáció a **kondenzátornnyomáson** végbemenő izobar folyamatok, tehát a hőmennyiségek az entalpiakülönbségekből határozhatók meg.

A tápvíz-előmelegítőben közölt hő:

$$q_{te} = h_4 - h_3 \quad (5-1)$$

A gőzfejlesztőben (kazánban) közölt hő:

$$q_{gf} = h_6 - h_4 \quad (5-2)$$

A gőztúlhevítőben közölt hő:

$$q_{gt} = h_1 - h_6 \quad (5-3)$$

Az egy ciklus alatt közölt hő:

$$\sum q_{be} = h_1 - h_3 \quad (5-4)$$

A kondenzátorban elvont hő:

$$q_{ko} = h_{2'} - h_2 \quad (5-5)$$

A tápszivattyúban, illetve a turbinában a gőz állapotváltozása adiabatikus, tehát a technikai munka is entalpiakülönbségekből számolható.

A tápszivattyú munkája:

$$w_{tsz} = h_{2'} - h_3 = v(p_{2'} - p_3) \quad (5-6)$$

$$v = v_{2'} = v_3 \quad (5-7)$$

A turbinán kinyert munka:

$$w_{tt} = h_1 - h_2 \quad (5-8)$$

A körfolyamat hasznos munkája:

$$w_t = w_{tsz} + w_{tt} \quad (5-9)$$

A szivattyú munkája a turbináéhoz képest legtöbbször elhanyagolható.

A körfolyamat termodinamikai hatásfoka:

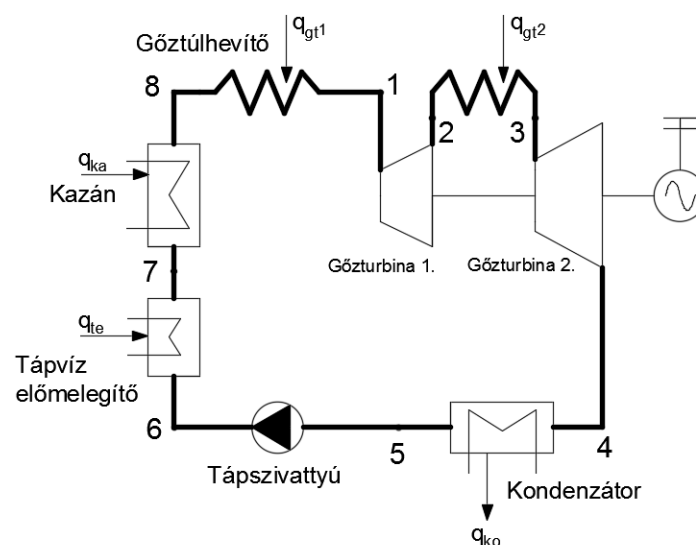
$$\eta_t = \frac{\sum w_t}{\sum q_{be}} = \frac{h_1 - h_2 + h_{2'} - h_3}{h_1 - h_3} \approx \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2'}} \quad (5-10)$$

A hatásfok növelhető:

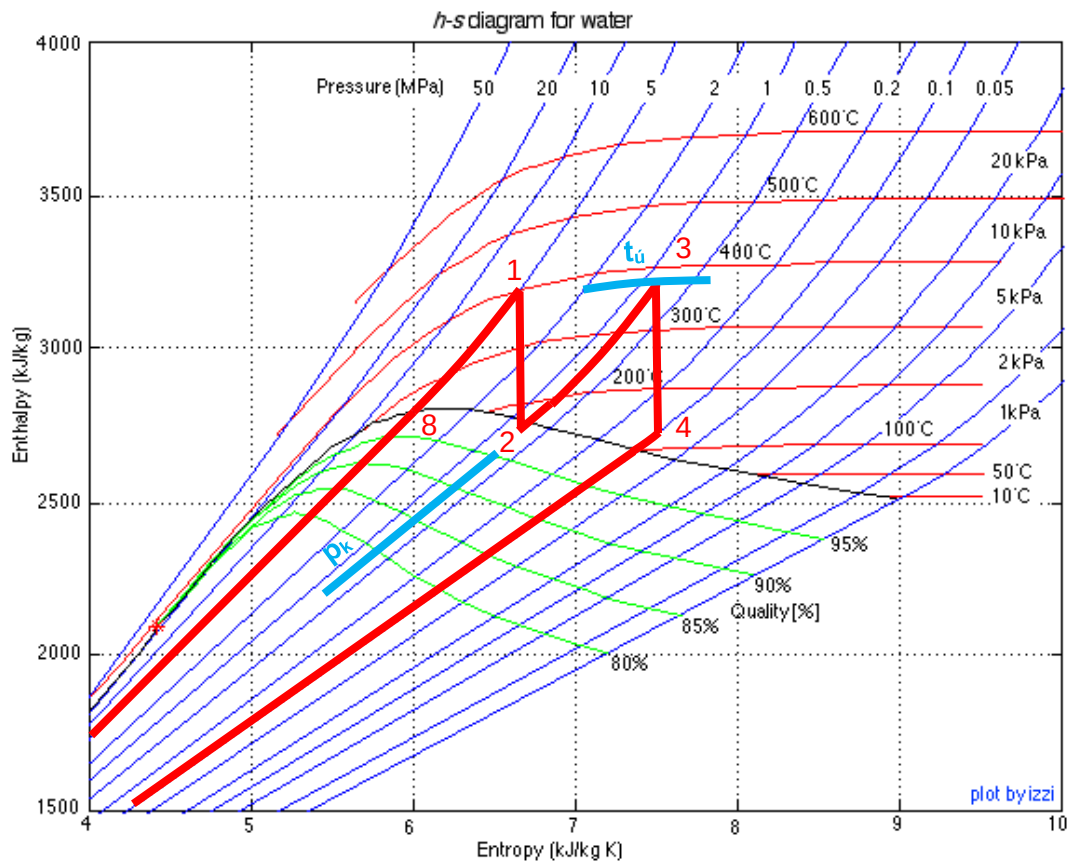
- a kazánnyomás növelésével,
- a kondenzátornyomás csökkentésével,
- a túlhevítési hőmérséklet növelésével,
- újrahevítéssel, többfokozatú expanzióval,
- turbina megcsapolással.

#### 5.1.1. Újrahevítés, többfokozatú expanzió

A körfolyamatban két turbinafokozat található, köztük a gőzt újrahevítik:



**5.6. ábra.** Újrahevítéses Rankine-Clausius körfolyamat



**5.7. ábra.** Rankine-Clausius körfolyamat újrahevítéssel

### 5.1.2. Turbina megcsapolás

A gőz egy részét a turbináról elvezetik és a tápvíz előmelegítéséhez használják fel. Másik megoldás, hogy a megcsapolt gőzt az újrahevítőbe vezetik.

## 6. PASSZÍV HŐTRANSPORT

**A hőközlési formák alapesetei:** Hővezetés ( $\lambda$ ), hőátadás (konvekció/kényszer és szabad) ( $\alpha$ ), hősugárzás (C), hőátszármaztatás (összetett hőátvitel) (k)

**Hőfokmező:** A vizsgált test vagy térrész pontjaiban uralkodó hőmérsékletek összessége és megoszlása.

**Izotermikus felület:** Az azonos hőmérsékletű pontokat összekötő felület. A testen ill. térrészen belül nincs vége!

**Hőmérséklet-gradiens (gradt):** vektormennyiség, merőleges az izotermikus felületre. Kiszámítása:

$$\lim_{\Delta n \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta t}{\Delta n} \right) = \frac{\partial t}{\partial n} = \text{grad } t \left( \frac{K}{m} \right) \quad (6-1)$$

**Hőáramsűrűség ( $\varphi$ ):** Egységnyi felületen, időegység alatt átmenő hőmennyiség

$$\bar{q} (\varphi) \left( \frac{W}{m^2} \right) \quad (6-2)$$

A hőáramsűrűség vektor éppen ellentétes a hőfokgradiens vektor irányával, hiszen a hő a magasabb hőmérsékletű hely felől az alacsonyabb hőmérsékletű felé áramlik.

Összefüggés a hőfokgradiens vektor és a hőáramsűrűség között:

$$\bar{q} = -\lambda \cdot \text{grad } t = -\lambda \cdot \bar{\nabla} \cdot t \quad (6-3)$$

### 6.1. HŐVEZETÉS

A szilárd testekben és nyugvó közegekben, az anyagon belül, részecskéről részecskére lezajló hőterjedési jelenség.

**Határfeltételek:** Áramlási sebesség zérus, hőforrás nincs, stacionárius a jelenség.

**Stacionárius** körülmények között az egységnyi keresztmetszeten vezetéssel átvitt hő egyenesen arányos a hőmérsékletkülönbséggel és fordítottan arányos a távolsággal.

A hővezetés alapegyenlete **stacionárius** körülmények között, általános esetben:

$$d\varphi = \frac{d\Phi}{dA} = -\lambda \cdot \text{grad } t = -\lambda \cdot \frac{\partial t}{\partial n} \quad (6-4)$$

**Fourier**-féle tapasztalati törvény az egységnyi felületen, időegység alatt átvitt hőmennyiségre stacionárius esetben:

$$dQ = -\lambda \cdot dA \cdot \text{grad } t \cdot d\tau = -\lambda \cdot dA \cdot \frac{\partial t}{\partial n} d\tau \quad (6-5)$$

$\lambda$  – hővezetési tényező,



$[\lambda] = \frac{W}{mK}$ . egységnyi vastagságú falon, a fal két oldala közti egységnyi hőmérséklet-különbség esetén időegység alatt átáramló hő nagyságát fejezi ki.

$A \text{ (m}^2\text{)}$  – a vezetések hőtranszportra merőleges keresztmetszet

$gradt = \frac{\partial t}{\partial n}$  – hőmérséklet-gradiens,

**A hőáram:** az egységnyi idő alatt átáramlott hő:

$$d\Phi = \frac{dQ}{d\tau} = -\lambda \cdot dA \cdot gradt = -\lambda \cdot dA \frac{\partial t}{\partial n} \quad (6-6)$$

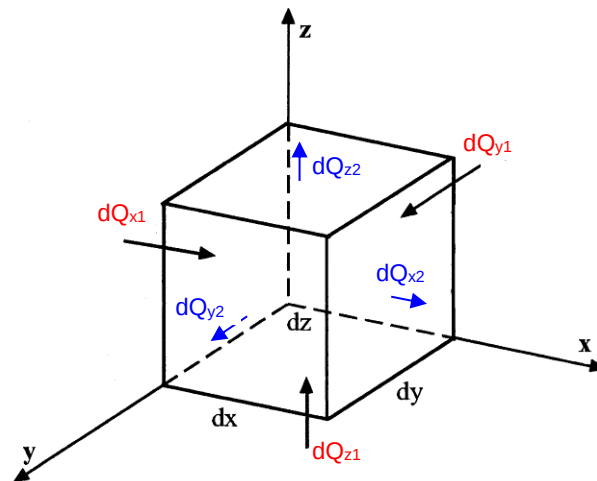
$$[\Phi] = \frac{J}{s} = W \quad (6-7)$$

**A hőáramsűrűség:** az egységnyi felületre vonatkoztatott hőáram:

$$d\phi = \frac{d\Phi}{dA} = -\lambda \cdot gradt = -\lambda \cdot \frac{\partial t}{\partial n} \quad (6-8)$$

$$[\phi] = \frac{J}{m^2s} = \frac{W}{m^2} \quad (6-9)$$

**A hővezetés differenciál egyenlete,** egységnyi élhosszúságú test hővezetése:



**6.1. ábra.** Egységnyi élhosszúságú test hővezetése

A belső energiaváltozás a z tengely irányában:

$$dQ_{z1} = -\lambda dx dy \frac{\partial t}{\partial z} d\tau \quad (6-10)$$

$$dQ_{z2} = -\lambda dx dy \frac{\partial \left( t + \frac{\partial t}{\partial z} dz \right)}{\partial z} d\tau = -\lambda dx dy \frac{\partial t}{\partial z} d\tau - \lambda dx dy dz \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} d\tau \quad (6-11)$$

$$dQ_z = dQ_{z1} - dQ_{z2} = \lambda dx dy dz \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} d\tau \quad (6-12)$$

A belső energiaváltozás a x tengely irányában:

$$dQ_x = dQ_{x1} - dQ_{x2} = \lambda dx dy dz \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} d\tau \quad (6-13)$$

A belső energiaváltozás a y tengely irányában:

$$dQ_y = dQ_{y1} - dQ_{y2} = \lambda dx dy dz \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} d\tau \quad (6-14)$$

A teljes belső energiaváltozás:

$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z = \lambda dx dy dz \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) d\tau \quad (6-15)$$

Az energiamegmaradás értelmében:

$$dQ = dx dy dz \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{dt}{d\tau} d\tau \quad (6-16)$$

A két utóbbi egyenletet egyenlővé téve:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c} \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) \quad (6-17)$$

A hővezetés differenciálegyenlete:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 \quad (6-18)$$

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \quad \text{– hőmérséklet-vezetési tényező} \quad (6-19)$$

c – fajhő

$\nabla$  – Laplace – operátor

### **Egyrétegű sík falon keresztüli időben állandósult (stacioner) hővezetés**

Stacioner körülményre:  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ . Sík falra  $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0$ . Ezt kétszer integrálva:  $\frac{dt}{dx} = \text{const.}$

A hőmérséklet-gradiens állandó, tehát a hőmérséklet-változás a falban lineáris képet mutat (6.2. ábra).

$$\frac{dt}{dx} = \frac{t_{w2} - t_{w1}}{\delta} \quad (6-20)$$

$t_{w1}, t_{w2}$  – a falfelületek hőmérsékletei

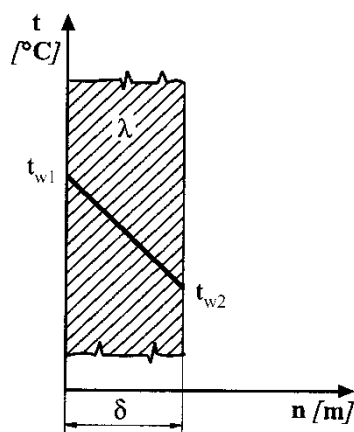
$\delta$  – a fal vastagsága

$$\varphi = -\lambda \frac{dt}{dx} = \frac{\lambda}{\delta} (t_{w1} - t_{w2}) \quad (6-21)$$

$$\Phi = \varphi A = \frac{\lambda}{\delta} (t_{w1} - t_{w2}) A \quad (6-22)$$

$$Q = \Phi \tau = \frac{\lambda}{\delta} (t_{w1} - t_{w2}) A \tau \quad (6-23)$$

A – falfelület



**6.2. ábra.** Hővezetés egyrétegű sík falon keresztül

### Többrétegű sík falon keresztüli hővezetés

A fal minden rétegén azonos nagyságú a hőáram. Feltételezzük, hogy a rétegek egymással érintkező felületei azonos hőmérsékletűek. A hőáramsűrűség az egyes rétegekre felírva:

$$\varphi = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (t_{w1} - t_a) = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (t_a - t_b) = \dots = \frac{\lambda_z}{\delta_z} (t_z - t_{w2}) \quad (6-24)$$

A hőmérséklet-különbségek az egyes rétegekben:

$$\begin{aligned} (t_{w1} - t_a) &= \varphi \frac{\delta_1}{\lambda_1} \\ (t_a - t_b) &= \varphi \frac{\delta_2}{\lambda_2} \\ &\vdots \\ (t_z - t_{w2}) &= \varphi \frac{\delta_z}{\lambda_z} \end{aligned} \quad (6-25)$$

Ezek összege:

$$(t_{w1} - t_a) + (t_a - t_b) + \dots + (t_z - t_{w2}) = (t_{w1} - t_{w2}) = \varphi \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \varphi \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \varphi \frac{\delta_z}{\lambda_z} = \varphi \sum_{i=1}^z \frac{\delta_i}{\lambda_i} \quad (6-26)$$

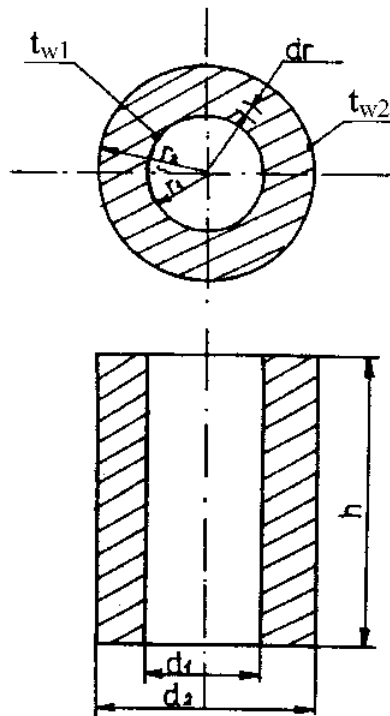
A hőáramsűrűség, a hőáram és a hőmennyiség:

$$\varphi = \frac{(t_{w1} - t_{w2})}{\sum_{i=1}^z \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \quad (6-27)$$

$$\Phi = \varphi A \quad (6-28)$$

$$Q = \Phi \tau \quad (6-29)$$

### Hővezetés egyrétegű hengeres falon keresztül



**6.3. ábra.** Hővezetés egyrétegű hengeres falon keresztül

A hőmérsékletgradiens a sugárral felírva:

$$\text{grad}t = \frac{dt}{dr} \quad (6-30)$$

A hőáram:

$$\Phi = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dt}{dr} = -\lambda \cdot 2\pi r h \cdot \frac{dt}{dr} \quad (6-31)$$

Az elemi hőmérséklet-változás a fenti egyenletből kifejezve és a belső és külső felületnek megfelelő határok közt integrálva:

$$dt = -\frac{\Phi dr}{\lambda \cdot 2\pi r h} \quad (6-32)$$

$$\int_{t_{w1}}^{t_{w2}} dt = -\int_{r1}^{r2} \frac{\Phi dr}{\lambda \cdot 2\pi r h} \quad (6-33)$$

$$t_{w1} - t_{w2} = \frac{\Phi}{\lambda \cdot 2\pi h} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (6-34)$$

Az egyrétegű hengeres falon keresztül a vezetési hőáram:

$$\Phi = \frac{\lambda \cdot 2\pi h (t_{w1} - t_{w2})}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \quad (6-35)$$

Többrétegű hengeres falon keresztül a vezetési hőáram:

$$\Phi = \frac{2\pi h (t_{w1} - t_{w2})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}} \quad (6-36)$$

## 6.2. HŐÁTADÁS

**Hőátadás/konvekció:** áramló közegek (fluidum) és a vele érintkező szilárd felület között lezajló hőterjedési jelenség. Elvileg alkalmazható a **Fourier-féle összefüggés**, de az áramlás határrétegére vonatkozóan gyakorlatilag lehetetlen meghatározni a hővezetési tényezőt, mely ráadásul távolról sem tekinthető állandónak. Ezért egy hasonló, de más elvi alapokon álló tapasztalati összefüggést használnak ilyen esetekre.

A hőátadás szabadkonvekció esetén a hőmérséklet-különbség eredménye. Kényszerkonvekció esetén a fluidumot mozgatjuk/áramoltatjuk a fal mentén ventilátor, szívatyú segítségével.

A Newton-féle tapasztalati törvény az időegység alatt átvitt hőmennyiségre:

$$\varphi = \alpha \cdot \Delta t \quad (6-37)$$

$$\Phi = \alpha \cdot A \cdot \Delta t \quad (6-38)$$

$\alpha$  – hőátadási tényező, [W/(m<sup>2</sup>K)]

$\alpha$  **nem anyagjellemző**, hanem függ: az áramlás jellegétől, az áramlás kialakulásának körülményeitől, az áramló közeg fizikai jellemzőitől, a hőáramlás irányától, a hőátadó felület tulajdonságaitól, az áramlástani és termikus határréteg kölcsönös alakulásától.

A hőátadási tényező tájékoztató értékei:

**6-1. táblázat. A hőátadási tényező tájékoztató értékei**

| A folyamat és a közeg megnevezése | $\alpha \left[ \frac{W}{m^2 K} \right]$ |
|-----------------------------------|-----------------------------------------|
| Gáz természetes konvekció esetén  | $6 \div 35$                             |
| Gáz csövekben áramoltatva         | $10 \div 350$                           |
| Víz természetes konvekció esetén  | $110 \div 1100$                         |
| Víz csövekben áramoltatva         | $600 \div 12000$                        |
| Forrásban lévő víz                | $2500 \div 45000$                       |
| Hártyás kondenzáció               | $4000 \div 15000$                       |
| Csepp kondenzáció                 | $30000 \div 120000$                     |

**Hidraulikai határreteg:** a fluidum azon rétege, melyben a fal közelsége az áramkép kialakulására hatással van.

**A termikus határreteg** a fluidumnak a fal mellett kialakuló azon rétege, melynek hőmérséklete meghatározott mértéknél jobban eltér a fluidum jellemző hőmérsékletétől. A termikus határretegben a hőtranszport vezetéses.

**Hőtani hasonlósági kritériumok:** a Pr és Nu - szám

A hőfok- és sebességmező hasonlóságára a Prandtl – szám, dimenzió nélküli kritériumot alkalmazzuk:

$$Pr = \frac{\nu}{\frac{\lambda}{\rho \cdot c_p}} = \frac{\nu}{a} \quad (6-39)$$

A hőátadási folyamatok hasonlóságára a Nusselt – szám, dimenzió nélküli kritériumot alkalmazzuk:

$$Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda} \quad (6-40)$$

A hasonlósági kritériumokat, lévén azok mértékegység nélküli ún. nevezetlen számok, egymással össze lehet szorozni, el lehet osztani, a hasonlósági kritériumot lehet hatványra emelni, úgy ahogy azt az adott jelenség modellezése megkívánja.

Példaként közöljük a hőátadási tényező meghatározására alkalmas kritériális egyenletet:

$$Nu = C \cdot Re^m \cdot Gr^n \cdot Pr^p \cdot \left( \frac{L}{d} \right)^q \quad (6-41)$$

A  $C$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $p$  és  $q$  konstansokat mérésrel határozzák meg a különböző hőátadási jelenségekhez. Kényszerített áramlásoknál (*kényszerkonvekció*) a  $Gr$  szám, a szabad áramlásoknál (*szabad konvekció*) a  $Re$  szám nem játszik szerepet. Az  $L/d$  viszonyszám csak csövek esetében játszik szerepet.

### 6.2.1. Hőátadás halmazállapot-változás esetén

#### Hőátadás kondenzációnál

Ha a gőz a telítettségi hőmérsékleténél – más szóval forráspontjánál – alacsonyabb hőmérsékletű fallal érintkezik, lekondenzál. Ez lehet:

- Hártyás vagy film kondenzáció, amely nedvesítő közegre jellemző. Hőtani szempontból hátrányos, mivel a hűtőfelületen a lekondenzált folyadékból kialakult összefüggő filmréteg gátolja a hőátadást. A hőátadó felület kémiai anyagokkal, például zsírszerű anyagokkal való kezelése megbontja az összefüggő film réteget és ezáltal javul a hőtadás.

Speciális műszaki átalakításokkal például a vízszintes elhelyezkedésű csőkötegeknél a Ginobat-féle elrendezéssel, a függőleges csöveknél a folyadék elvezető karimák, gallérok beépítésével érhetünk el eredményt.

- Csepp kondenzáció alakul ki a nem nedvesítő folyadékok gőzeinek kondenzálásakor, amely kalorikus szempontból igen előnyös, ugyanis a felületen a kondenzált cseppek között nagy szabad felület található és a gőzök szabad felületen könnyen lekondenzálnak és leadják a párolgáshőjüket. E felszabadult hőt a kondenzáció rejtett hőjének nevezzük.

Kondenzáció során tehát rejtett hő (párolgáshő) szabadul fel állandó hőmérsékleten a folyadék forráspont értékén.

A hőátadási tényező meghatározását itt is Nusselt függvények segítségével végezzük el.

a, Függőleges csöveknél ill. síklapoknál:

$$\alpha_{\text{kond}} = 0,94 \left( \frac{\rho^2 \lambda^3 g}{\eta} \cdot \frac{r}{l \Delta t} \right)^{0,25} \quad (6-42)$$

A Nusselt függvényeknél a  $Re$  szám nem, de a  $K$  kondenzációs szám, melyben az  $r$  párolgás/kondenzációs hő található, annál nagyobb szerepet kap a  $Gr$  és a  $Pr$  szám mellett.

$$K = \frac{r}{c_p \Delta t} \quad (6-43)$$

$$Nu = 1,15 (Gr Pr K)^{1/4} \quad (6-44)$$

b, Vízszintes csöveknél:

$$Nu = 0,72 (Gr Pr K)^{0,25} \quad (6-45)$$

A fenti összefüggések film-kondenzációnál használhatók elsősorban, csepp kondenzációnál  $\alpha$  értéke tízszer nagyobb is lehet a kiszámítottnál, hiszen nem alakul ki kondenzfilm, ami szigetelőréteggént a gőz és a fal közé ékelődik. A nem kondenzálódó gázok is nagymértékben lerontják a hőátadást.

### *Hőátadás forrásnál*

A legismertebb definíció alapján a forrás olyan párolgás, amely nem csak a felületre, hanem a folyadék teljes terjedelmére kiterjed.

Minden folyadék párolog, és ez a párolgás gőztenziót (gőznyomást) eredményez. Az anyag akkor forr, ha a folyadék gőznyomása eléri a környezeti nyomás értékét.

A gőz hőmérsékletét, azaz a telítési hőmérsékletet ( $t_s$ ) a környezeti (külső) nyomás határozza meg. A folyadék a fűtött falnál mindig túlhevül, ezért a forráspont mérésekor nem a forrásban lévő folyadék, hanem a folyadékkal egyensúlyban lévő gőztér hőmérsékletét határozzuk meg.

A túlhevülés ( $\Delta t$ ) értéke a hőterheléstől  $\left( \frac{Q}{A} \left[ \frac{W}{m^2} \right] \right)$  függ.

A forralásnál a hőközlés céljából telített gőzt alkalmaznak, amely a berendezés fűtőterében lekondenzál, és a felszabaduló rejtett hő, az úgynevezett kondenzációs hő biztosítja a forrás állandóságát.

A forrás megindulását a gőzbuborékok megjelenése jelzi. A buborékok mindig a fűtött falnál, a gőzképződés középpontjaiban – érdesség, vízkő, esetleg zománchiba – keletkeznek, méretüket a gravitáció, a hidrosztatikai nyomás, a felületi feszültség, környezeti nyomás és az áramlási viszonyok befolyásolják. A keletkező buborékok alakja, elszakadása stb. a folyadék nedvesítő tulajdonságaitól ( $\beta$  illeszkedési szögtől) függ.

A nedvesítő folyadékoknál (pl. víz) a buborékos forrás jön létre, itt a buborék vékony nyakon tapad a felülethez, és így jó a hőátadás a faltól a folyadék fő tömege irányában (az illeszkedési szög  $\beta < 90^\circ$ ).

A nem nedvesítő folyadékoknál (pl. higany) a buborékok széles vállakon fekszenek a felületen (az illeszkedési szög  $\beta > 90^\circ$ ), szinte befedik a felületet. Rossz a hőátadás, mivel a buborékok között kevés a szabad felület, a folyadék fázis felé a hő csak gőzbuborékon keresztül vezetéssel jut el, a gőzbuborék pedig rossz hővezető.

Nagy hőterheléskor a buborékos forrás hártvás forrássá alakul, ekkor romlik a kalorikus teljesítmény. Ennek a magyarázata az, hogy megnövekszik a keletkező buborékok száma, amelyek oly sűrűn helyezkednek el, hogy egyetlen hártvává alakulnak át – egyetlen hártvává szakadnak össze – amely a fűtőfelületen helyezkedik el, és teljesen lerontja a hőátadást. Ez a hártva mint óriás buborék leszakad a felületről, de rövid idő alatt újra megkezdődik a hártva kialakulása.



A forrással kapcsolatos a Clausius-Clapeyron egyenlet, amely alkalmas a párolgáshő, valamint a forrással kapcsolatos gőznyomások, illetve a hőmérsékletek meghatározására.

$$\lg \frac{p_1}{p_2} = \frac{r}{19,12 \left( \frac{T_1 - T_2}{T_1 \cdot T_2} \right)} \quad (6-46)$$

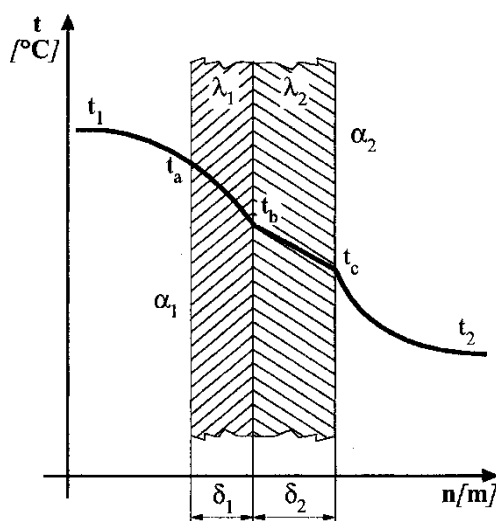
ahol:

- $p_1$  és  $p_2$  a  $T_1$  és  $T_2$  hőmérsékletekhez (K) tartozó gőznyomások,
- $r$  a párolgáshő (J/mol).

### 6.3. HŐÁTSZÁRMAZTATÁS

Összetett hőátvitelnek tekinthető az a folyamat, amelyben az előzőleg tárgyalt egyszerű hőátmenetek (hővezetés, hőátadás, hősugárzás) közül egyidejűleg több is lejátszódik.

**A hő átszármaztatása:** rendszerint egyik közegből a másikba történik hőátadás és a fluidumokat elválasztó falon keresztüli hővezetés – **összetett hőátvitel** – útján.. A hőátszármaztatást a **hőátbocsátási együttható:**  $k$  jellemzi.



6.4. ábra. Hőátszármaztatás többretegű sík falon keresztül

A hőáramsűrűség az ábrán látható kétrétegű, határtalan méretű sík fal hőátszármaztatásának négy szakaszára:

$$\begin{aligned}
\phi &= \alpha_1(t_1 - t_a) \rightarrow \frac{\phi}{\alpha_1} = t_1 - t_a \\
\phi &= \frac{\lambda_1}{\delta_1}(t_a - t_b) \rightarrow \phi \frac{\delta_1}{\lambda_1} = t_a - t_b \\
\phi &= \frac{\lambda_2}{\delta_2}(t_b - t_c) \rightarrow \phi \frac{\delta_2}{\lambda_2} = t_b - t_c \\
\phi &= \alpha_2(t_c - t_2) \rightarrow \frac{\phi}{\alpha_2} = t_c - t_2
\end{aligned} \tag{6-47}$$

A hőmérséklet-változásokat összegezve:

$$\phi \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2} \right) = t_1 - t_2 \tag{6-48}$$

$$\phi = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} = k(t_1 - t_2) \tag{6-49}$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad \left( \frac{W}{m^2 K} \right) \tag{6-50}$$

$$\phi = k \cdot A \cdot \Delta t \quad (W) \tag{6-51}$$

**A hőátvezetés egyrétegű hengeres falon keresztül:**

$$\phi = k \cdot A_e \cdot (t_1 - t_2) (W) \tag{6-52}$$

$$A_e = \frac{A_2 - A_1}{\ln \left( \frac{A_2}{A_1} \right)} (m^2) \tag{6-53}$$

$$k = \frac{1}{\frac{A_e}{A_1} \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{A_e}{A_2} \frac{1}{\alpha_2}} \left( \frac{W}{m^2 \cdot K} \right) \tag{6-54}$$

Ha  $r_2/r_1 < 2$  akkor  $A_e$  lehet a számtani közép. Vékony falú (szigetetlen) csövek esetében  $A_1 \approx A_2 \approx A_e$

**A hőátvezetés bordázott felületen keresztül:**

$$\phi = k \cdot A_e \cdot (t_1 - t_2) (W) \tag{6-55}$$

$$A_e = \frac{A_2 - A_1}{\ln\left(\frac{A_2}{A_1}\right)} (m^2) \quad (6-56)$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \frac{A_e}{A_1} \frac{1}{\eta_{b1}} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{A_e}{A_2} \frac{1}{\eta_{b2}}} \left( \frac{W}{m^2 \cdot K} \right) \quad (6-57)$$

$\eta_b$  a bordahatásfok azt veszi figyelembe, hogy a bordatőtől távolodva a bordák mentén a hőmérséklet csökken a bordatőnél lévő értékről. Értéke kisebb, mint 1.

$$\eta_b = \frac{t_{\text{bordaközepes}} - t_2}{t_{\text{bordatő}} - t_2} \quad (6-58)$$

#### 6.4. HŐSUGÁRZÁS

Közvetítő anyag illetve közeg nélküli hőterjedési jelenség. (elektromágneses sugárzás). **Az elektromágneses sugárzás:** az elektromos és a mágneses térerősség időbeni változásának tovaterjedése. Az elektromos térerősség, a mágneses térerősség és a terjedési irány jobbsodrású, derékszögű vektorrendszert alkot.

Környezeti hőmérsékleten a sugárzás mértéke elhanyagolhatóan kicsi, azonban 5-700 °C hőmérséklet felett minden más átadási formát meghaladó mértékű.

**Sugárzóképeség:** a T hőmérsékletű test által, abszolút nulla hőmérsékletű közegben, időegység alatt, egységnyi felületen, teljes hullámhossz tartományban kisugárzott összes hőmennyiség a test T hőmérsékletéhez tartozó sugárzóképesége. Jele **E**, mértékegysége  $\frac{W}{m^2}$

A sugárzás hőegyensúlya:

$$\Phi = \Phi_A + \Phi_R + \Phi_D \quad (6-59)$$

$$A = \frac{\Phi_A}{\Phi}; B = \frac{\Phi_B}{\Phi}; C = \frac{\Phi_C}{\Phi} \quad (6-60)$$

$\Phi$  – a test által sugárzás útján kapott hőáram

$\Phi_A$  – a test által elnyelt hőáram

$\Phi_R$  – a test által visszavert hőáram

$\Phi_D$  – a test által áteresztett hőáram

Abszolút fekete test:  $A=1; R=D=0$  (6-61)

Abszolút fehér test:  $R=1; A=D=0$  (6-62)

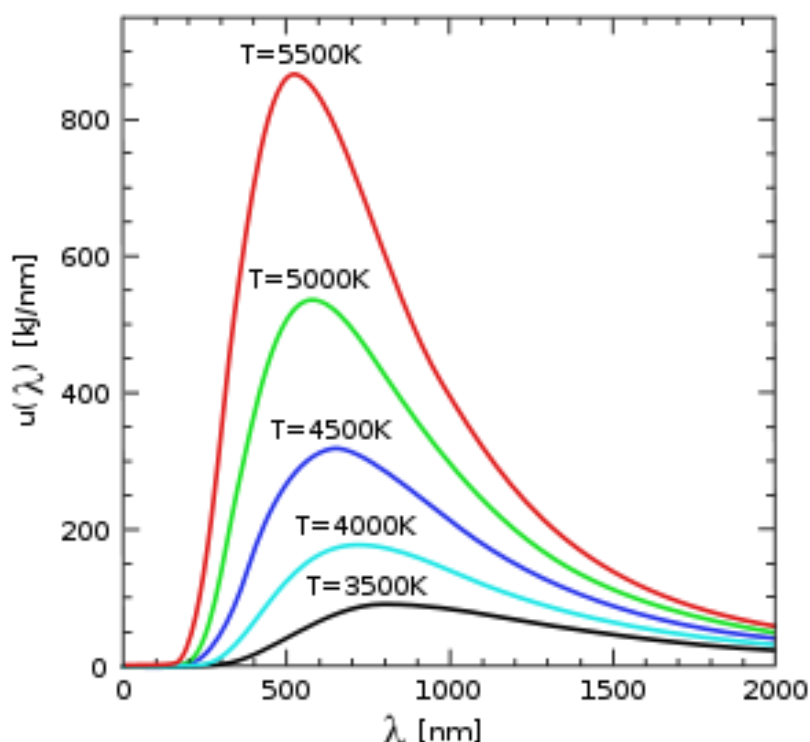
Diatermikus anyagok:  $D=1; A=R=0$  (6-63)

$$\frac{E}{A} = \frac{E_0}{A_0} \text{ valamennyi testre állandó, csak a hőmérséklet függvénye.} \quad (6-64)$$

**Sugárzási intenzitás:** valamely  $\lambda$  és  $\lambda + d\lambda$  hullámhosszúágok által határolt elemi hullámhossztartományban a felületegységről időegység alatt kisugárzott elemi energia. Jele:

$I$ , mértékegysége  $\frac{W}{m^2} \mu$ .

Teljes hullámhossz tartományban a sugárzás intenzitását a Planck – féle eloszlásgörbék szemléltetik:



6.5. ábra. Planck-féle eloszlásgörbék (thefullwiki.org)

**Wien – féle eltolódási törvény:** a hőmérséklet csökkenésével az emisszió maximuma a nagyobb hullámhosszak felé tolódik el.

**Stefan – Boltzmann törvény:** egy T hőmérsékletű abszolút fekete test által a teljes hullámhossz tartományban 0K hőmérsékletű térbe kisugárzott összes energia a termodinamikai hőmérséklet negyedik hatványával arányos:

$$E_0 = \int_{\lambda=0}^{\infty} I_0 d\lambda = KT^4 = C_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4 \quad (6-65)$$

Abszolút fekete test esetén

$$K = 5,77 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}; C_0 = 5,77 \frac{W}{m^2 K^4} . \quad (6-66)$$

A szürke test sugárzóképesége:

$$E = C \left( \frac{T}{100} \right)^4 \quad (6-67)$$

$C$  – a szürke test sugárzási tényezője.

A sugárzási tényező függ a test: fizikai jellemzőitől, felületének állapotától, a hőmérséklettől és a sugárzás hullámhosszától.

Feketeségi fok:

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0} = \frac{A}{A_0} = \frac{C}{C_0} \quad (6-68)$$

**Lambert – féle távolsági törvény:** pontszerű sugárforrás sugárzásának intenzitása a távolság négyzetével arányosan csökken.

**Lambert cosinus törvénye:** a sík, sugárzó felület normális irányú ( $E$ ) és a normálishoz mért  $\varphi$  szögbeni kisugárzása ( $E_\varphi$ ) közötti összefüggés:

$$E_\varphi = E \cos \varphi \quad (6-69)$$

Sugárzással átadott hő szilárd testek közt:

$$Q = C_{12} \tau A_f \cos \varphi \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \quad (6-70)$$

$C_{12}$  – az eredő sugárzási tényező

$\tau$  – az idő

$A_f$  – a hőt befogadó felület

$\varphi$  – a normálishoz mért beesési szög

$T_1$  – a melegebb test hőfoka K-ben

$T_2$  – a hidegebb test hőfoka K-ben

Az eredő sugárzási tényező zárt térben (a hőt kisugárzó testet a másik test teljesen körülveszi):

$$C_{12} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{A_1}{A_2} \left( \frac{1}{C_2} - \frac{1}{5,77} \right)} \quad (6-71)$$

$A_1$  – a hőt kisugárzó felület

$A_2$  – a hőt befogadó felület

Az eredő sugárzási tényező párhuzamosan elhelyezkedő testek közt:

$$C_{12} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{5,77}} \quad (6-72)$$

Az eredő sugárzási tényező két, a térben önkényesen elhelyezett test közt:

$$C_{12} = \frac{C_1 C_2}{5,77} \quad (6-73)$$

$$A \cos \varphi = \iint_{A_1 A_2} \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{l^2} dA_1 dA_2 \quad (6-74)$$

$\varphi_1; \varphi_2$  – a beesési szögek

$l$  – a felületek közti közepes távolság

Gáz által falra sugárzott hő:

$$Q = \varepsilon'_f C_0 \tau A_f \left[ \varepsilon_1 \left( \frac{T_g}{100} \right)^4 - \varepsilon_2 \left( \frac{T_f}{100} \right)^4 \right] \quad (6-75)$$

$$\varepsilon'_f = \frac{\varepsilon_{fal} + 1}{2} \quad (6-76)$$

$\varepsilon'_f$  – a fal effektív feketeségi foka

A gázok és gőzök nem követik egyértelműen a Stefan – Boltzmann törvényt, a kisugárzás nem arányos az abszolút hőmérséklet negyedik hatványával, hanem anyagonként eltérő. Ezt a gáz feketeségi fokának megfelelő felvételével kompenzáljuk, és a hőmérséklet negyedik hatványát vesszük figyelembe.

A fal effektív feketeségi fokának felvételére azért van szükség, mert az üreges testek mindig nagyobb feketeségi fokkal rendelkeznek, mint az anyagi szerkezetükből következne.

A gőz közepes hőmérséklete:

$$T_g = \sqrt{T_{g1} T_{g2}} \quad (6-77)$$

$T_{g1}$  – a gőz kezdeti hőmérséklete

$T_{g2}$  – a gőz véghőmérséklete

## 7. HŐCSERÉLŐK

### *Felületi, vagy rekuperatív hőcserélők*

A melegebb és a hidegebb közeget egy szilárd fal elválasztja egymástól. A hőcsere a falon keresztül valósul meg a hőátvitel törvényei szerint.

### *Regeneratív hőcserélők*

A melegebb közeg nagy hőkapacitású, porózus anyagot tartalmazó tartályon átáramolva azt felhevíti. Ezt követően a melegebb közeget elterelik (*célszerűen egy olyan másik tartály felé, melyben alacsonyabb hőmérsékletű ugyanolyan porózus anyag van*) és a felmelegített porózus anyagon a hidegebb közeget vezetik át, mely hőt vesz fel. Két azonos töltetű tartály alkalmazásával a melegebb és a hidegebb közeg áramlását periodikusan váltogatva valósulhat meg a folyamatos hőcsere.

### *Keverő hőcserélők*

A melegebb és a hidegebb közeg egyszerű összekeverése során létrejön a hőmérsékletkiegyenlítődés, azaz a hőcsere.

### 7.1. FELÜLETI HŐCSERÉLŐK

A hő átszármaztatása rendszerint egyik közegből a másikba történik. Ha a közegeket egymástól fal választja el, akkor a készülék neve, amelyben a művelet lefolyik, felületi hőcserélő, ha a közegek keveredhetnek, akkor a készülék neve: keverős hőcserélő. Az olyan hőcserélő készülékeket, amelyekben a hőcsere állandósult állapotú és a hőcserélőben részt vevő közegek mindegyike egy időben a készülékben áramlik, rekuperátoroknak is neveik. Olyan készülékeket, amelyekben felváltva tartózkodik vagy áramlik minden, a hőcserében részt vevő közeg, regenerátornak nevezik.

A hőcserélő készülékek többféle szempontból osztályozhatók. Az egyik ilyen a **művelet célja szerinti felosztás**. Ily módon beszélhetünk:

- **hűtőkről**, ahol a művelet célja valamilyen meleg közeg hűtése. A hűtőközeg lehet víz, levegő, sólé, vagy más alkalmas folyadék, fűtőkről, amelyekben levegőt, vagy más gázt, esetleg folyadékot melegítünk rendszerint gőzzel, mint fűtőközeggel,
- **hőhasznosítókról**, amikor hulladékhővel valamilyen közeget felmelegítünk, vagy forralunk,
- **forralókról**, amelyekben rendszerint vízgőzzel forralunk fel más közeget,

- **bepárlókról**, ahol egymástól nagyon eltérő forrponút alkotók oldataiból az alacsonyabb forrponút alkotót (*rendszerint vízgőzt*) elgőzölögtetjük többnyire fűtőgőzzel,
- **elpárologtatókról**, ahol hűtő körfolyamatokban a hőelvonás történik,
- **visszaforralókról**, ahol a desztillációs oszlopban lefolyó folyadékfázis (a *reflux*) részben gőzfázissá alakítják fűtőközeg (*rendszerint vízgőz*) által leadott hővel.

### 7.1.1. Felületi vagy rekuperatív hőcserélők méretezése

**Hőtechnikai méretezés:** A szükséges hőcserélő felület meghatározása.

**Hidraulikai méretezés:** A keletkező hidraulikai ellenállás meghatározása.

**Felületi hőcserélők hőtechnikai méretezése** során meghatározzuk a hőátbocsátási tényező ( $k$ ) értékét, felállítjuk a hőmérséklet és meghatározzuk a logaritmikus hőmérséklet különbség értékét ( $\Delta t$ ), majd a hőátvitel ismert egyenletéből (2-62) meghatározzuk a hőcserélő szükséges felületét.

**A hőátbocsátási tényező** felületi hőcserélők esetében:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \frac{A_e}{A_1} \frac{1}{\eta_{b1}} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{A_e}{A_2} \frac{1}{\eta_{b2}}} \left( \frac{W}{m^2 \cdot K} \right) \quad (7-1)$$

Szokványos esetekben a közegeket elválasztó fal hőellenállása ( $\delta/\lambda$ )  $10^{-5}$  nagyságrendű, ugyanakkor a két közeg oldalán jelentkező hőellenállás a szokványos közegek esetén - a kondenzálódás és a forrás esetét kivéve - kb.  $10^{-3}$  nagyságrendű. Közelítésként tehát

$$k_o \approx \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \frac{A_e}{A_1} \frac{1}{\eta_{b1}} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{A_e}{A_2} \frac{1}{\eta_{b2}}} \left( \frac{W}{m^2 \cdot K} \right) \quad (7-2)$$

### A hőmérleg egyenlet

A hőcserélő fajtájától függetlenül elhanyagoljuk a környezet felé átadott hőt, azaz feltételezzük, hogy a melegebb közeg által leadott hő éppen megegyezik a hidegebb közeg által felvett hővel. Ez az energia-megmaradás törvénye a hőcserélő készülékekre, melyet kifejező egyenletet hőmérleg-egyenletnek neveznek.

$$c_h \cdot \dot{m}_h \cdot \Delta t_h = c_m \cdot \dot{m}_m \cdot \Delta t_m \quad (W) \quad (7-3)$$

Gáz halmazállapotú közeg esetén az állandó nyomású fajhővel kell számolni.



$$W_h \cdot \Delta t_h = W_m \cdot \Delta t_m \quad (W) \quad (7-4)$$

Ahol  $W_h$  és  $W_m$  a hidegebb ill. a melegebb közeg ún. vízáramlása (*hőkapacitásárama*), ami az egy Kelvin hőmérsékletkülönbség mellett felvett ill. leadott hőmennyiséget jelöli

A hőcserére a hőátvitel már ismert egyenlete érvényes:

$$\phi = k \cdot A \cdot \Delta t \quad (W) \quad (7-5)$$

A klasszikus hőátviteli problémákhoz képest eltérés, hogy a hőcserélő felülete mentén a legtöbb esetben pontról pontra változó hőmérsékletkülönbség van, annak ellenére, hogy a hőcsere folyamatát csaknem mindig stacionáriusnak tekintjük. Ez azt jelenti, hogy ilyen esetben  $\Delta t$  csak egy közepes érték lehet, ami összefüggésben van a hőmérsékletkülönbségnek a felület mentén történő változásával.

### Egyenáramú hőcserélők

A melegebb és a hidegebb közeg az elválasztó felület két oldalán jellemzően egymással párhuzamosan, azonos irányban halad.

A műveletek nagy részénél a hőcserében részt vevő közegek hőmérséklete az átszármaztatott hő mennyiségével egyenes arányban - lineárisan - változik. Ez a helyzet akkor, ha meleg folyadék érzékelhető hőjével melegítünk fel hideg folyadékot, vagy fordítva. Ilyenkor a meleg folyadék, ha  $T_1$  hőmérsékleten lép be a készülékbe

$$Q = WC(T_1 - T) \quad (7-6)$$

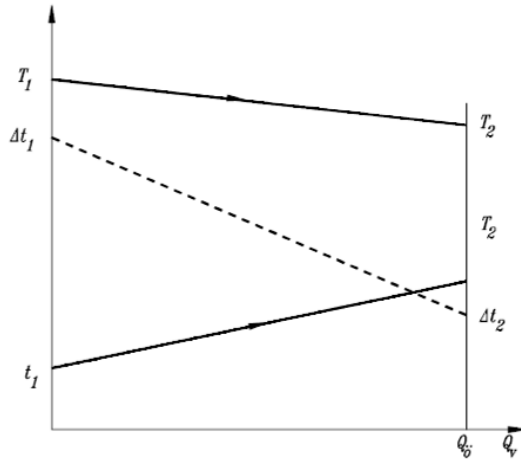
hőmennyiséget ad le, mire  $T$  hőmérsékletű lesz, míg a hideg folyadék egyenáram esetén ugyanakkora hőmennyiséget vesz fel és hőfoka  $t_1$ -ről  $t$ -re nő. Mindkét közeg hőmérsékletének változása az átszármaztatott hőmennyiség függvényében

$$T = T_1 - \frac{Q}{WC} \quad (7-7)$$

illetve

$$t = t_1 - \frac{Q}{wc} \quad (7-8)$$

lineárisan változik. Ugyancsak lineárisan változik  $Q$  függvényében  $\Delta t$  is.



**7.1. ábra.** Hőmérséklet-különbségek egyenáramú hőcserélőben

$$T - t_1 = \Delta t = \left( T_1 - \frac{Q}{WC} \right) - \left( t_1 + \frac{Q}{wc} \right) = \Delta t_1 - Q \left( \frac{1}{WC} + \frac{1}{wc} \right) \quad (7-9)$$

Az egyenes egyenletéből következik, hogy

$$\frac{d\Delta t}{dQ} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{Q_\delta} \quad (7-10)$$

$dQ$  az előző egyenlet szerinti értékét helyettesítve:

$$\frac{d\Delta t}{kdA\Delta t} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{Q_s} \quad (7-11)$$

Innen a hőátadó felület:

$$A = \frac{Q_s}{k(\Delta t_2 - \Delta t_1)} \int_{\Delta t_2}^{\Delta t_1} \frac{d\Delta t}{\Delta t} = \frac{Q_s}{k(\Delta t_1 - \Delta t_2)} [\ln \Delta t]_{\Delta t_2}^{\Delta t_1} = \frac{Q_s \ln \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}}{k(\Delta t_1 - \Delta t_2)} = \frac{Q_s}{k\Delta t_{\log}} \quad (7-12)$$

ahol:

$$\Delta t_{\log} = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\ln \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}} \quad (7-13)$$

az ún. logaritmikus közepes hőmérséklet-különbség.

**Ellenáramú hőcserélők:** A melegebb és a hidegebb közeg az elválasztó felület két oldalán jellemzően egymással párhuzamosan, ellentétes irányban halad.

Tekintettel arra, hogy a korábbi levezetésben nem volt szó arról, hogy az elválasztó felület két oldalán párhuzamosan áramló közegek **azonos vagy ellentétes irányban** haladnak-e, ugyanazon összefüggést lehet használni. Azaz a logaritmikus közepes hőfokkülönbség a hőcserélő peremén ( $A=0$  és  $A=1$ ) tapasztalható hőmérséklet-különbségek logaritmikus átlaga.

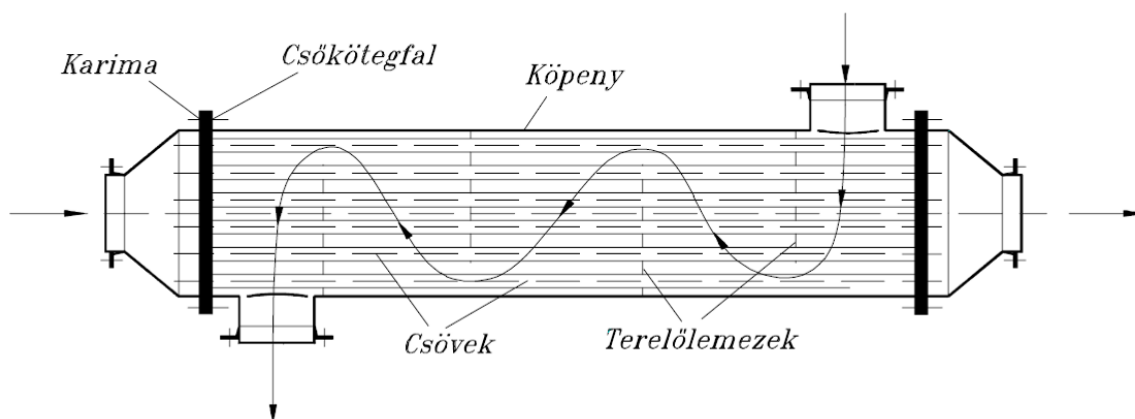
$$\Delta t_k = \frac{\Delta t_{A=0} - \Delta t_{A=1}}{\ln \left( \frac{\Delta t_{A=0}}{\Delta t_{A=1}} \right)} \quad (7-14)$$

### **Csőköteges hőcserélők**

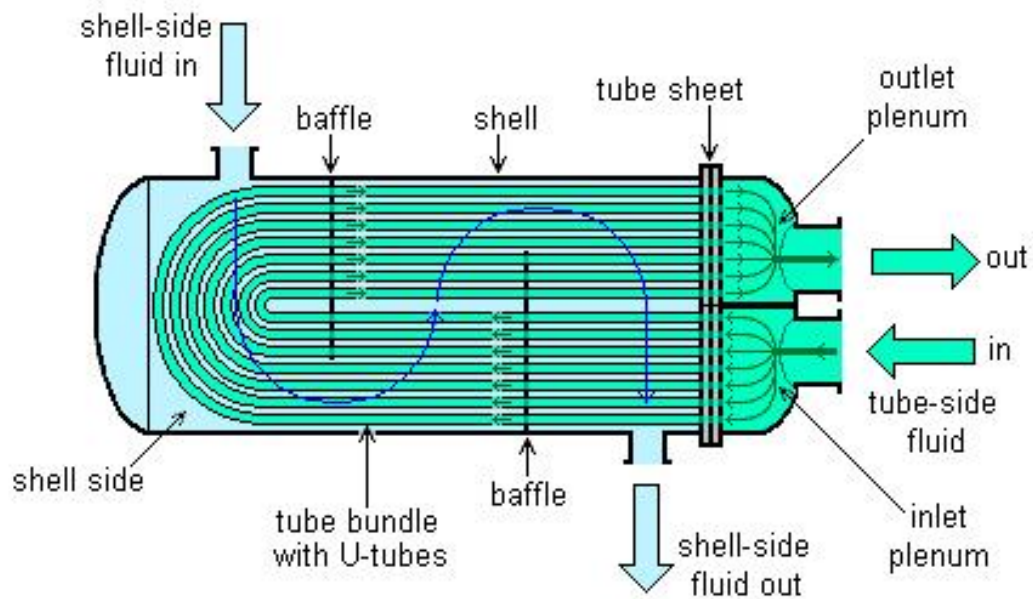
**Folyadék-folyadék hőcsere:** Csőköteges-köpenyes hőcserélők, lemezes hőcserélők.

**Folyadék-gáz hőcsere:** Csőköteges hőcserélők, hőcsöves hőcserélők

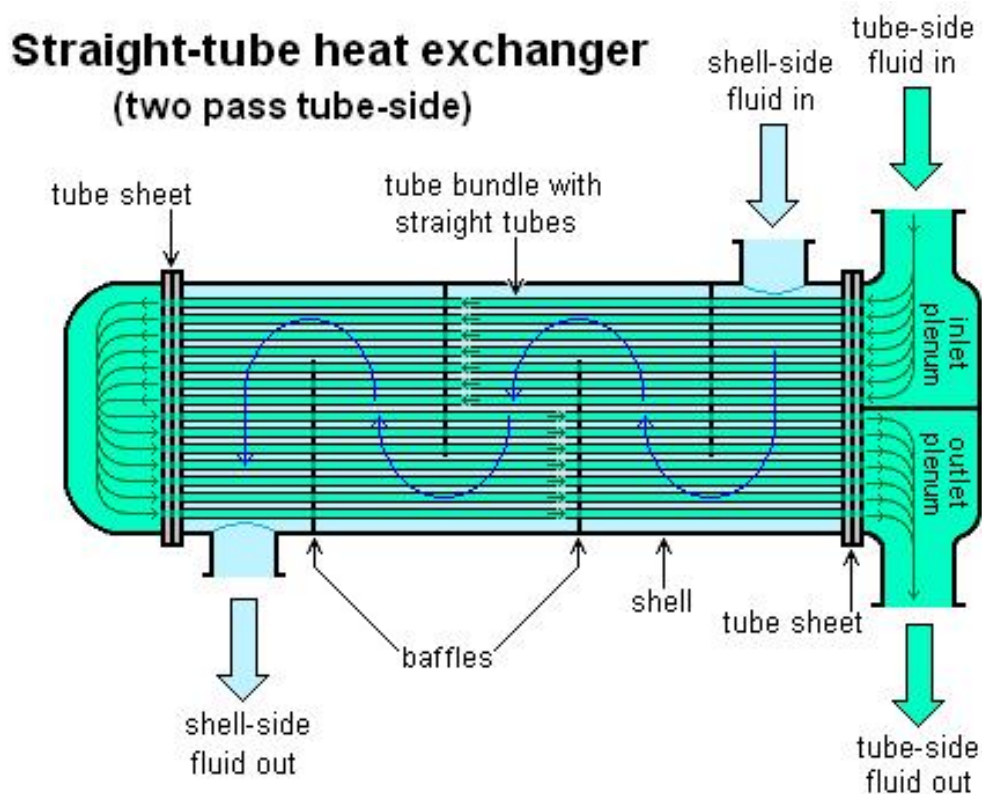
A hőcserélő készülékek legnagyobb része csőköteges készülék. Egyszerű felépítése sokoldalú alkalmazhatósága és viszonylagos olcsósága következtében minden iparágban elterjedt. A készülék hengeres köpenyből és annak végeihez csatlakozó csőkötegekből áll. A köpenyen be- és kilépő csomók vannak, a cső kötegfalra erősítik a csöveket. A cső kötegfalat fedél zárja le, amelyen a csövön belül áramló közeg be- ill. kilépő csomkja található. A köpenyoldali térben terelőlemezek vannak.



**7.2. ábra.** Csőköteges hőcserélő



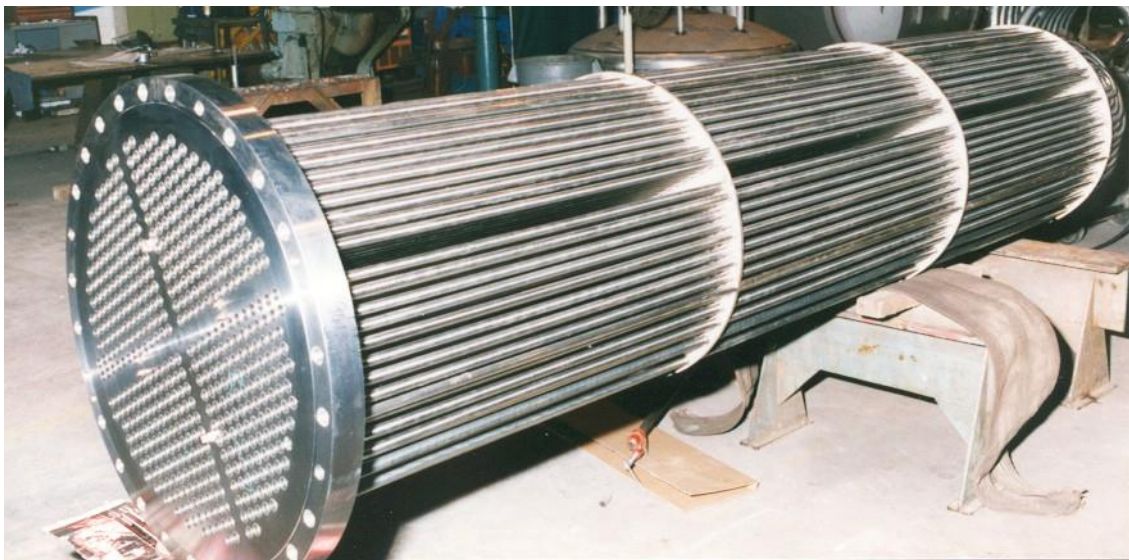
7.3. ábra. U-csöves csőköteges hőcserélő



7.4. ábra. Egyenes csövű csőköteges hőcserélő



**7.5. ábra.** Csőköteges hőcserélő köpeny



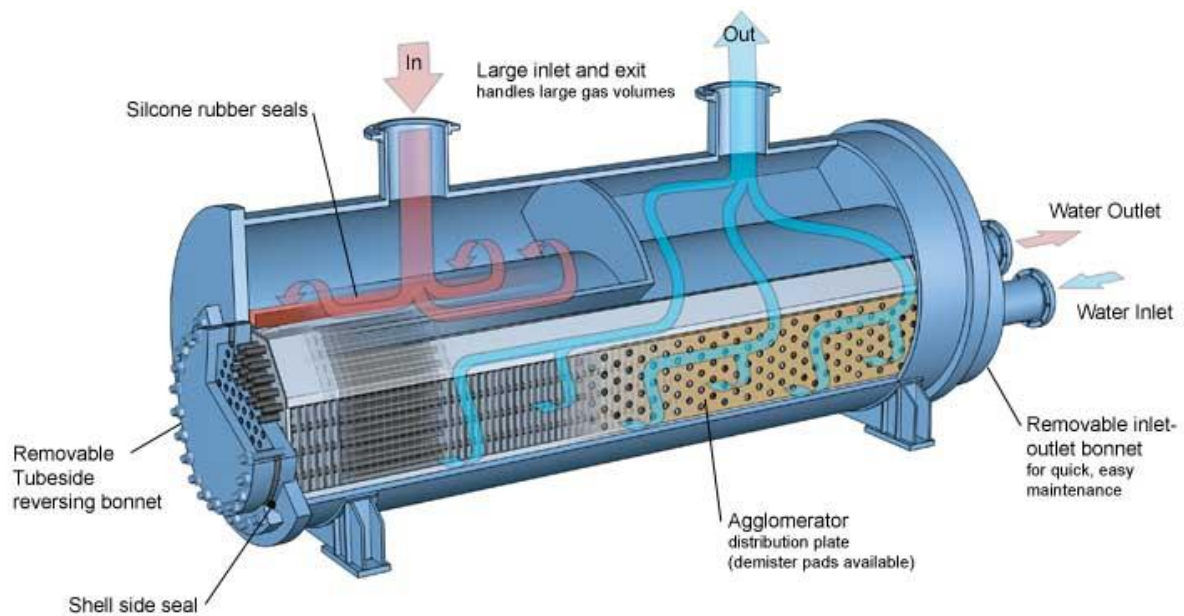
**7.6. ábra.** Csőköteg

Legegyszerűbb konstrukciójú hőcserélőknél ha a kiválasztott készüléknél a hőátadási tényező túl kicsi, akkor azt köpenyoldalon a terelőlemezek számának növelésével, csőoldalon pedig a járatok számának növelésével javíthatjuk, mivel ekkor az áramlási sebességek nőnek.



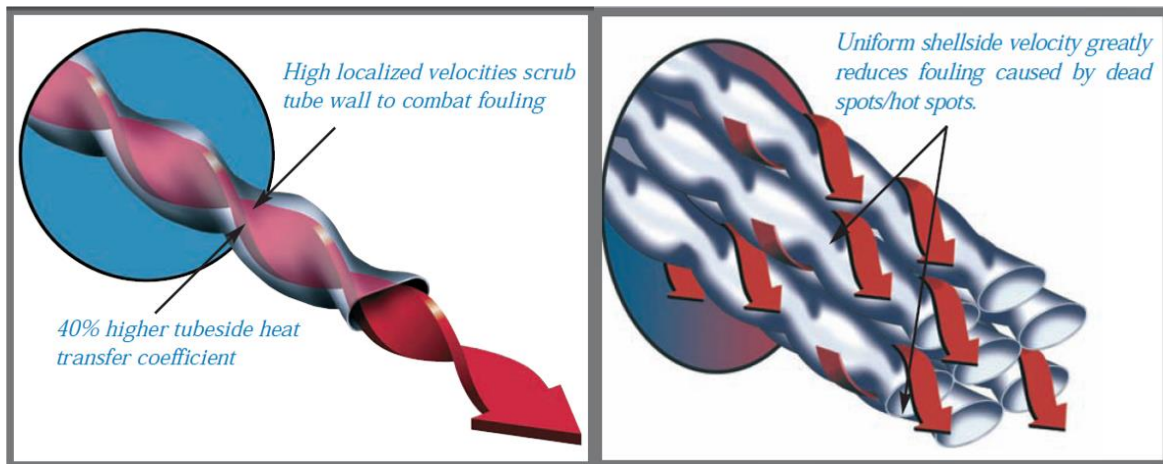


**7-7. ábra.** Csőköteg spirális terelőlemezekkel



**7-8. ábra.** Gázlehűtő hőcserélő

Speciális cső kialakítással nem csak a hőátadó felület növelhető, hanem turbulenssé tehető az áramlás, így növekszik a csövek belső oldalán a hőátadási tényező:



7-9. ábra. Csavart profilú csövek

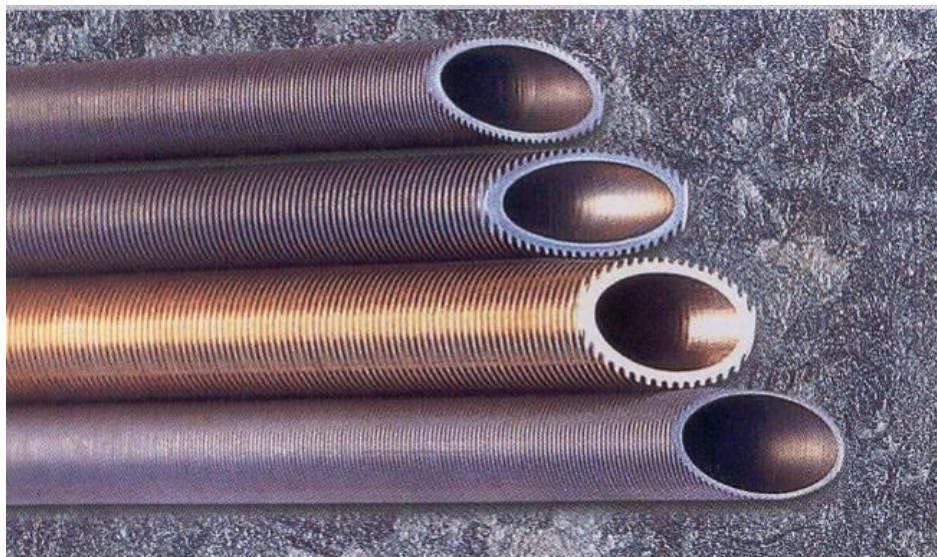
### Bordáscsöves hőcserélők

A legáltalánosabban alkalmazott bordáscsöves hőcserélők a közvetlen léghűtők. A készülék lábakon áll a szabadban. A lábakra van építve a keresztbordás csöveket tartó keret. A csövek itt is cső kötegfalba vannak erősítve. A cső kötegfalhoz csatlakozik a csövön belül áramló meleg közeg elosztó és fordulókamrája. A hűtőközeget, a levegőt axiál-ventillátor szívja át a csövek között. A ventilátort a csövek alatt is el lehet helyezni. A levegő, mint hűtő és kondenzáló közeg rendszerint

a vízhűtést pótolja a vegyiparban. Előnye, hogy a technológiai folyamatban részt vevő közeg kilépő hőmérséklete korlátozás nélkül szabályozható az átszívott levegő mennyiségének változtatásával.



**7-10. ábra.** Bordás cső



**7-11. ábra.** Bordás cső ([www.tradekorea.com](http://www.tradekorea.com))

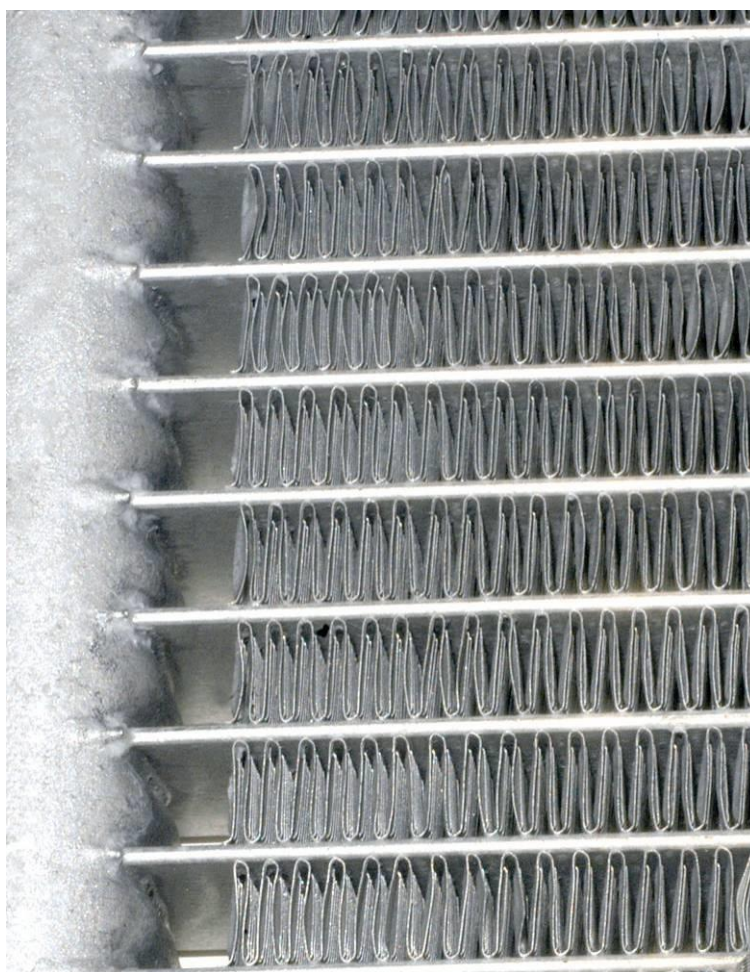




**7-12. ábra.** Léghűtő ([www.cooling4industry.com](http://www.cooling4industry.com))



**7-13. ábra.** Léghűtő ([www.cooling4industry.com](http://www.cooling4industry.com))



**7-14. ábra.** Léghűtő hőcserélő felülete ([www.cooling4industry.com](http://www.cooling4industry.com))

Természetesen vannak a léghűtésnek hátrányai is. Az egyik legfontosabb, a levegő kis fajhője és kis hővezetési tényezője. Emiatt nagytömegű hűtőközegre és nagy levegőoldali hőátadó felületre van szükség, ami a berendezést drágítja. Emiatt a léghűtők ventilátorainak mennyiségi szabályozása többnyire elkerülhetetlen.

#### **Kettőscsöves hőcserélők**

Két csőből állnak, melyekben ellenáram valósítható meg. A hőátadó felület a belső cső különböző speciális kialakításával növelhető meg.



**7-15. ábra.** Kettőscsöves hőcserélő elvi felépítése

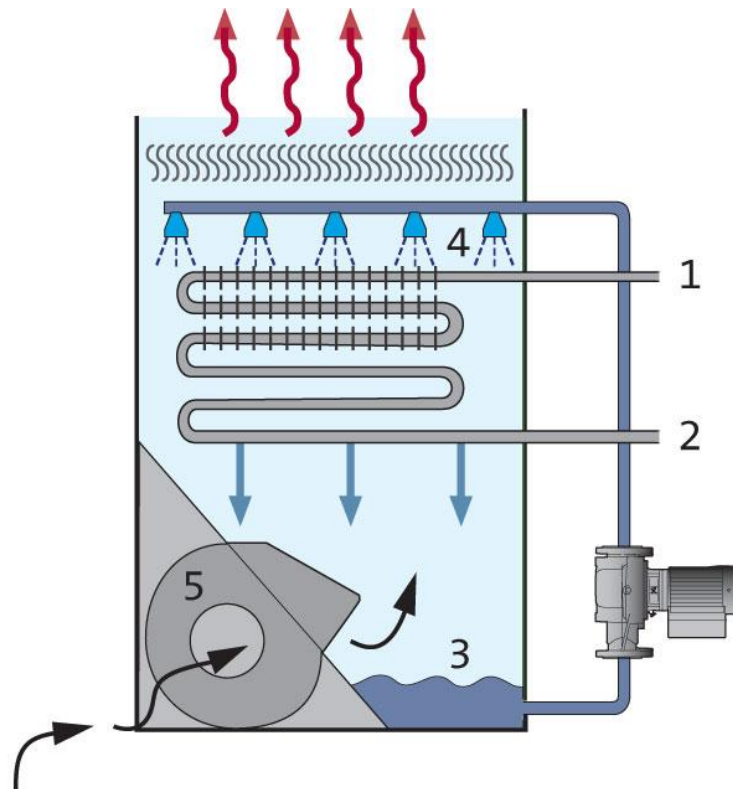


**7-16. ábra.** Kettőscsöves hőcserélők speciális profilú belső csővel ([www.nishiyama-ss.co.jp](http://www.nishiyama-ss.co.jp))

### **Csörgedezettett hűtők**

A levegővel hűtött hőcserélő külső felületére vizet permeteznek. A víz elpárolog, párolgáshőjét a hőcserélőben lehűtendő anyagtól vonja el. Ezt a megoldást használják pl. ipari hűtőberendezések kondenzátorainál (evaporatív kondenzátorok).

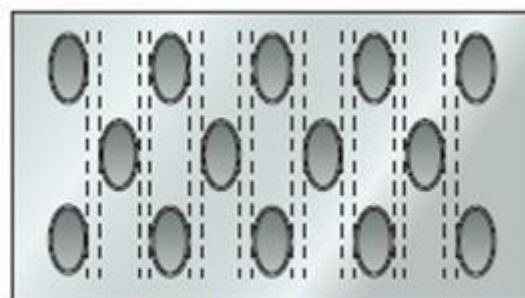




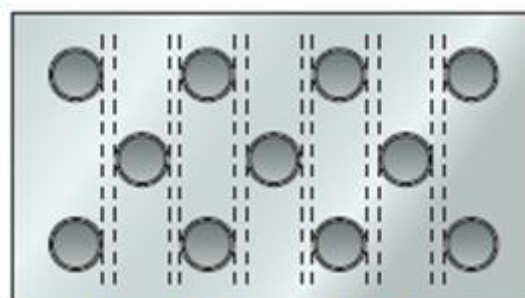
**7-17. ábra.** Evaporatív kondenzátor ([www.grundfos.com](http://www.grundfos.com))

1 – gőz bevezetés, 2 – folyadék elvezetés, 3 – hideg víz, 4 – víz permetező fúvókák  
5 – centrifugál ventilátor

A hőcserélők csöveinek speciális kialakításával intenzívebbé tehető a hűtés, és a berendezés helyigénye is csökkenthető:



Thermal-Pak® Coil by EVAPCO

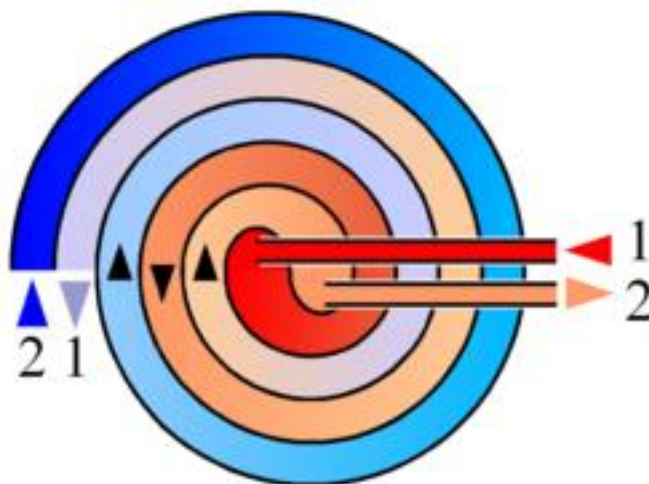


Round Tube Coil by Others

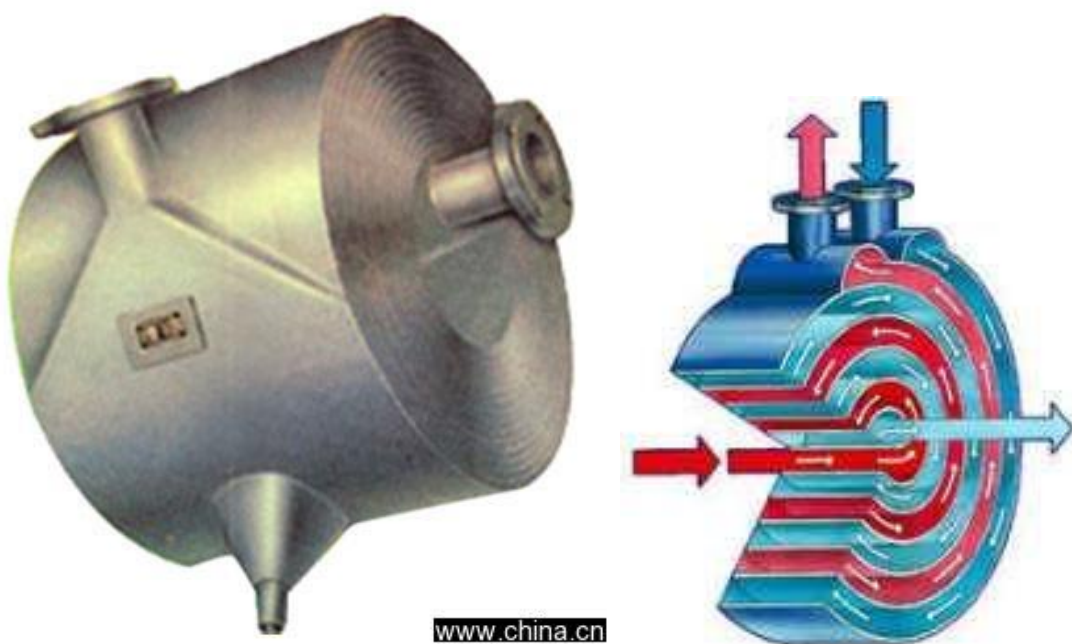
**7-18. ábra.** Speciális csőprofil alkalmazása evaporatív kondenzátorban ([www.evapco.com](http://www.evapco.com))

### Spirállemezes hőcserélő

A spirállemezes hőcserélőkben a két közeg két, azonos keresztmetszetű spirális járatban áramlik. Kicsi áramlási ellenállású, kis helyigényű berendezés. A közegek keveredésének megakadályozására a spirális vonalnak tömítettnek kell lennie.



**7-19. ábra.** Spirállemezes hőcserélő ([wikipedia.com](http://wikipedia.com))



**7-20. ábra.** Spirállemezes hőcserélő ([www.china.cn](http://www.china.cn))

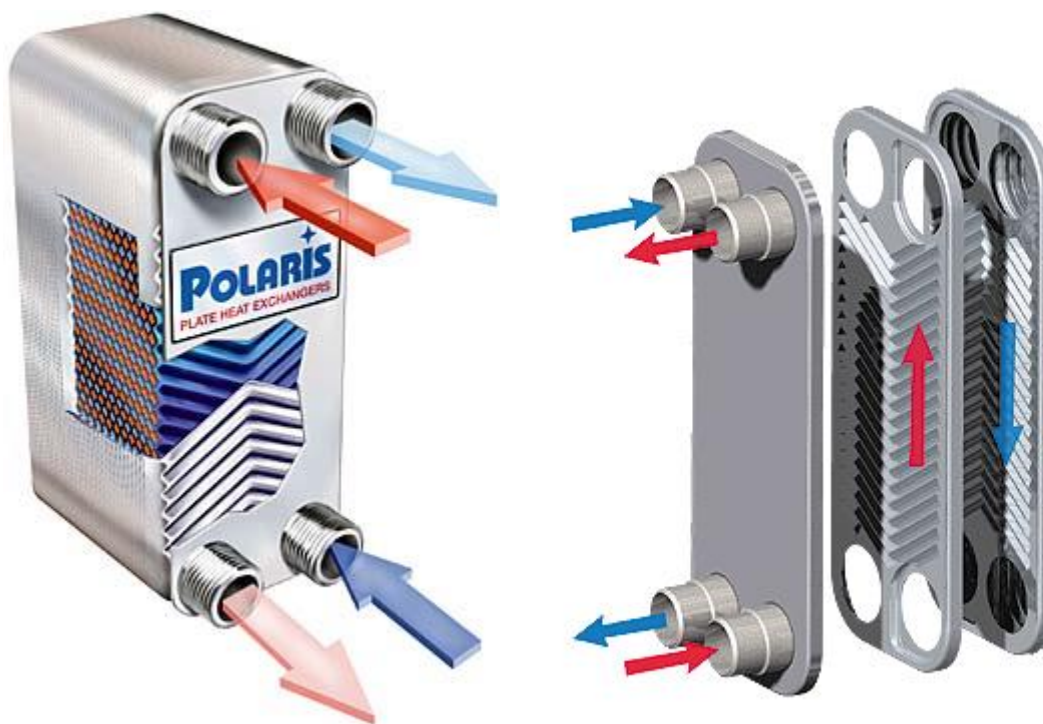
### Lemezes hőcserélő

A lemezes hőcserélőket kiterjedten alkalmazzák gyümölcslevek, tej, sör, stb. pasztörizálására, kondenzvíz hőjének hasznosítására. Lemezes hőcserélőknél a hőveszteségek elhanyagolhatók, a készülék hőátadó felülete a berakott lemezek számával változtatható.

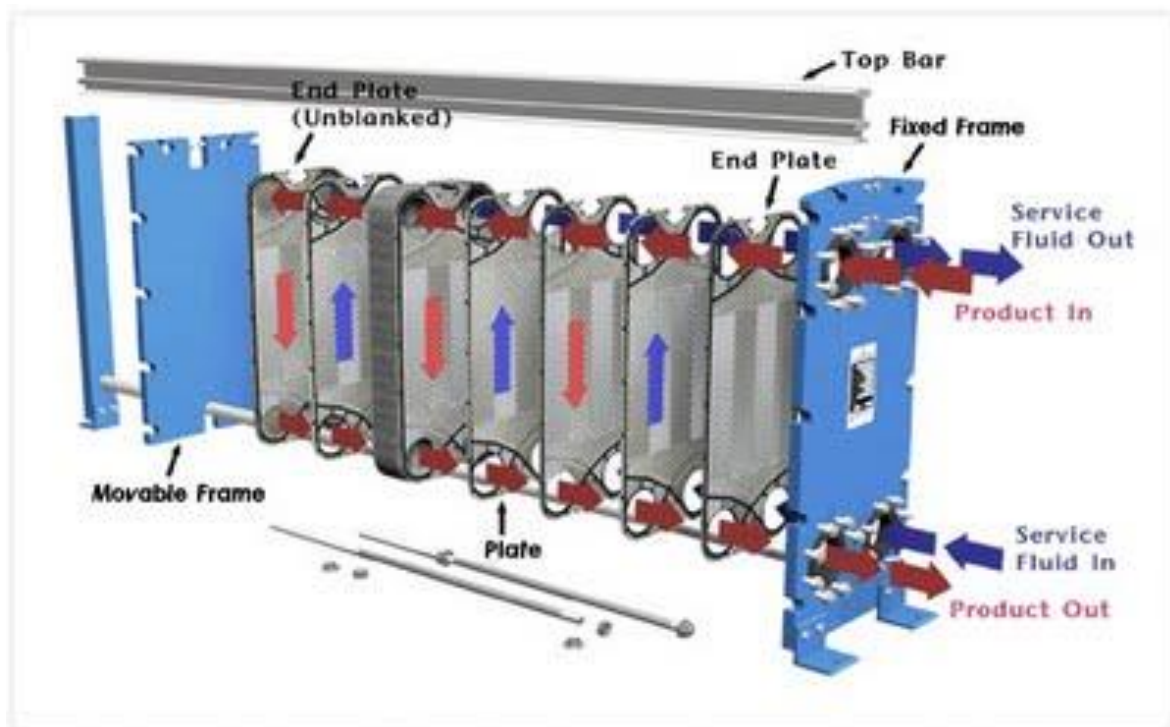
A készülék könnyen és jól tisztítható, és bármilyen fémes szerkezeti anyagból (titán, monel, stb.) készíthető.

Az elérhető hőátbocsátási tényezők legalább 50%-kal nagyobbak, mint csőköteges hőcserélőknél, a készülék kompakt, a közegekkel töltött térfogat az időegység alatt átáramló térfogathoz képest kicsi, így a tartózkodási idő kicsi, tehát hőérzékeny anyagok melegítésére kiválóan alkalmas.

A lemezes hőcserélők hőátadó felület egységére jutó gyártási költsége többszöröse a csőköteges hőcserélőeknek.



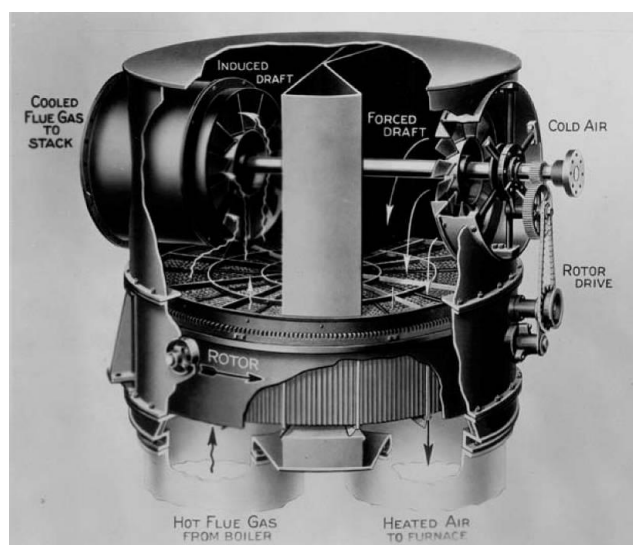
**7-21. ábra.** Lemezes hőcserélő (Polaris Plate Heat Exchangers)



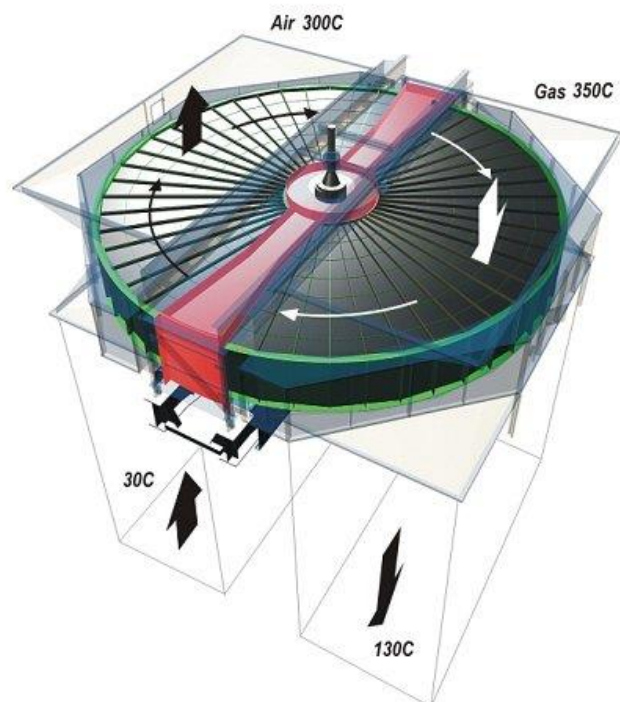
7-22. ábra. Lemezes hőcserélő (Polaris Plate Heat Exchangers)

## 7.2. REGENERATÍV HŐCSERÉLŐK

A regeneratív hőcserélőkben a hőt leadó és a hőt felvevő közeg nem egyszerre van jelen. Első lépésként a melegebb közegét áramoltatjuk keresztül a hőcserélőben elhelyezett hőelnyelő anyagon, mely a hőt felveszi, ezt követően pedig a melegítendő közegnek adja le. A folyamatos működést a hőelnyelő anyag forgatásával lehet biztosítani:



7-23. ábra. Ljungström regeneratív hőcserélő



**7-24. ábra.** Regeneratív hőcserélő ([www.howden.com](http://www.howden.com))

Regeneratív hőcserélőket alkalmaznak például a mesterségesen szellőztetett épületek légkezelőinek hővisszanyerő berendezéseiként, melyekkel az épület szellőztetés okozta hővesztesége kb. 90 %-kal csökkenthető.



## 8. FELHASZNÁLT IRODALOM

1. Szabó Gábor, Péter Szabó István (2003): Alkalmazott műszaki hőtan. *Főiskolai jegyzet, SZTE Szegedi Élelmiszeripari Főiskolai Kar*, 190 o.
2. Szabó Gábor (1991): Műszaki hőtan és energiagazdálkodás. *Főiskolai jegyzet, Szeged*.
3. Amarskaja I. B., Belousov V. S., Filippov P. (2016): Analytical calculation of adiabatic processes in real gases. *Journal of Physics Conference Series* 754(11):112003 · October 2016, DOI: 10.1088/1742-6596/754/11/112003
4. Beke, J., Vas, A., Szabó, G. (1994): Hőtechnika a mezőgazdasági és az élelmiszeripari gépészetben. *Agroinform Kiadó, Budapest*, 336 o.
5. Beke, J. (2000): Műszaki hőtan mérnököknek. *Mezőgazdasági szaktudás Kiadó. Budapest*, 541 o.
6. Bihari, P. (1999): Műszaki termodinamika. *Ideiglenes jegyzet, Budapest, 1999.*, 185 o.
7. Bihari, P.: Energetika II. *Kézirat*
8. Bihari Péter, Gróf Gyula (2005): Feladatgyűjtemény és segédlet a Műszaki hőtan I. (termodinamika) c. tárgyhoz. *Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem*
9. Cserti József (2006): A van der Waals-gáz állapotegyenlete és a Joule–Thompson-kísérlet. Kiegészítés fizikus hallgatók számára. *Eötvös Loránd Tudományegyetem, Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék*
10. Dean, John A. (1972): Lange's Handbook of Chemistry. *McGraw-Hill*, ISBN 0-07-016384-7
11. Elsner-Fischer-Klinger (1985): Vízgőztáblázatok. *Műszaki Könyvkiadó*
12. Gács István (2012): Energetika II. *EDUTUS Főiskola*
13. Garaniya, V. (2015): Design of a Solar Stirling Engine for Marine and Offshore Applications - *Scientific Figure on ResearchGate*. Available from: [https://www.researchgate.net/figure/The-Stirling-cycle\\_fig1\\_274695051](https://www.researchgate.net/figure/The-Stirling-cycle_fig1_274695051) [accessed 31 Jan, 2019]
14. Gróf, Gy. (1999): Hőközlés. *Ideiglenes jegyzet, Budapest, 1999.*, 143 o.
15. Sendyka B., Noga M. (2013): Combustion Process in the Spark-Ignition Engine with Dual-Injection System. *Intechopen*, DOI: 10.5772/54160
16. Weast. R. C. (Ed., 1972): Handbook of Chemistry and Physics (53rd Edn.). *Cleveland:Chemical Rubber Co.*
17. White, Frank M. (2003): Fluid Mechanics. *University of Rhode Island, McGraw-Hill*, 840 p., ISBN-10: 0071243437, ISBN-13: 978-0071243438
18. [ftp://ftp.energia.bme.hu/pub/Tananyagok-archivuma/egyeb/energ/ER\\_GG.pdf](ftp://ftp.energia.bme.hu/pub/Tananyagok-archivuma/egyeb/energ/ER_GG.pdf)
19. <http://entes.kr/Sub/Diagram%20Ts/Air%20Ts.htm>
20. <http://magicalmachines.weebly.com/the-stirling-cycle-engine.html>

21. [http://web.uni-miskolc.hu/~www\\_fiz/KovacsE/EAtermoFULL.pdf](http://web.uni-miskolc.hu/~www_fiz/KovacsE/EAtermoFULL.pdf)
22. <http://www.animatedengines.com/vstirling.html>
23. [http://www.substech.com/dokuwiki/lib/exe/fetch.php?w=&h=&cache=cache&media=internal\\_combustion\\_engine.png](http://www.substech.com/dokuwiki/lib/exe/fetch.php?w=&h=&cache=cache&media=internal_combustion_engine.png)
24. <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=14939155>
25. [https://en.wikipedia.org/wiki/Heat\\_capacity#/media/File:DiatomicSpecHeat2.png](https://en.wikipedia.org/wiki/Heat_capacity#/media/File:DiatomicSpecHeat2.png)
26. [https://en.wikipedia.org/wiki/Phase\\_diagram#3D\\_phase\\_diagrams](https://en.wikipedia.org/wiki/Phase_diagram#3D_phase_diagrams)
27. <https://www.kistler.com/?type=669&fid=42&model=download>
28. <https://www.math24.net/van-der-waals-equation/>
29. <https://x-engineer.org/automotive-engineering/internal-combustion-engines/ice-components-systems/pressure-volume-pv-diagram-work-ice/>