STATISZTIKA

Indexszámítás (2)

Egyedi indexek (egy jószágcsoportra – egyfajta termékre – vonatkozó indexek, tkp. viszonyszámok)

Egyedi árindex:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}$$

ahol:

p_1: tárgyidőszak egységára

p_0: bázisidőszak egységára

i_p

Egyedi volumenindex:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}$$

ahol:

q_1: tárgyidőszaki mennyiség

q_0: bázisidőszak mennyiség

Egyedi értékindex:

$$i_v = \frac{v_1}{v_0} = \frac{q_1 p_1}{q_0 p_0}$$

$$i_v = i_q \cdot i_p$$

ahol:

v_1: tárgyidőszaki termékérték

v_0: bázisidőszaki termékérték

Árindex és árindex eltérés

- Az árváltozás hatásának vizsgálatakor a mennyiséget állandónak tételezzük fel. Különböző statisztikusok eltérő súlyozást használtak, így a következő módon számolhatunk.

  - **Tárgyévi súlyozás: Paashe-féle árindex:**

$$I_p^1 = I_p^P = \frac{\Sigma q_{1i} * p_{1i}}{\Sigma q_{1i} * p_{0i}}$$

  - **Bázisévi súlyozás: Laspeyres-féle árindex**

$$I_p^0 = I_p^L = \frac{\Sigma q_{0i} * p_{1i}}{\Sigma q_{0i} * p_{0i}}$$

  - **A két árindex mértani átlaga: Fisher-féle árindex:**

$$I_p^F = \sqrt{I_p^1 * I_p^0}$$

Volumenindex és volumenindex eltérés

- Ebben az esetben az árat tekintjük állandónak, így itt is kétféle súlyozás lehetséges.

  - **Tárgyévi súlyozás: Paashe-féle volumenindex:**

$$I_q^1 = I_q^P = \frac{\Sigma q_{1i} * p_{1i}}{\Sigma q_{0i} * p_{1i}}$$

  - **Bázisévi súlyozás: Laspeyres-féle volumenindex**

$$I_q^0 = I_q^L = \frac{\Sigma q_{1i} * p_{0i}}{\Sigma q_{0i} * p_{0i}}$$

  - **A két volumenindex mértani átlaga: Fisher-féle volumenindex:**

$$I_q^F = \sqrt{I_q^1 * I_q^0}$$

Aggregát-indexek tulajdonságai

- Az egyedi indexek a számtani, vagy harmonikus átlaguk körül szóródnak.
- Mindaz, amit (a számtani és a harmonikus) átlagról tudunk, az aggregát-indexekre is igaz.
- Számszerű értékük nem eshet kívül a legkisebb és legnagyobb egyedi index által meghatározott intervallumon.
- Az egyes cikkek egyedi indexe annál jobban közelít az aggregát-indexhez, minél nagyobb súllyal szerepel az adott cikk az összértéken belül.
- **Súlyként** az **értékadatok helyett** a belőlük számított megoszlási **viszonyszámokat** is használhatjuk.

Mezőgazdasági termelői árindexek

A mezőgazdasági termékek termelői árainak változásait tükrözik.

Az **adatok forrása**

- a mezőgazdasági termékeket feldolgozó, illetve továbbértékesítő vállalatok **havi felvásárlási jelentése**,
- a KSH **piaci és állatvásári összeírása**.

A fix bázisú havi árindexet a termékek tárgy havi árának a bázis év (2000) átlagárához való viszonyításával kapjuk.

Az aggregált indexeket a bázis év termelési adataival súlyozva számítják.

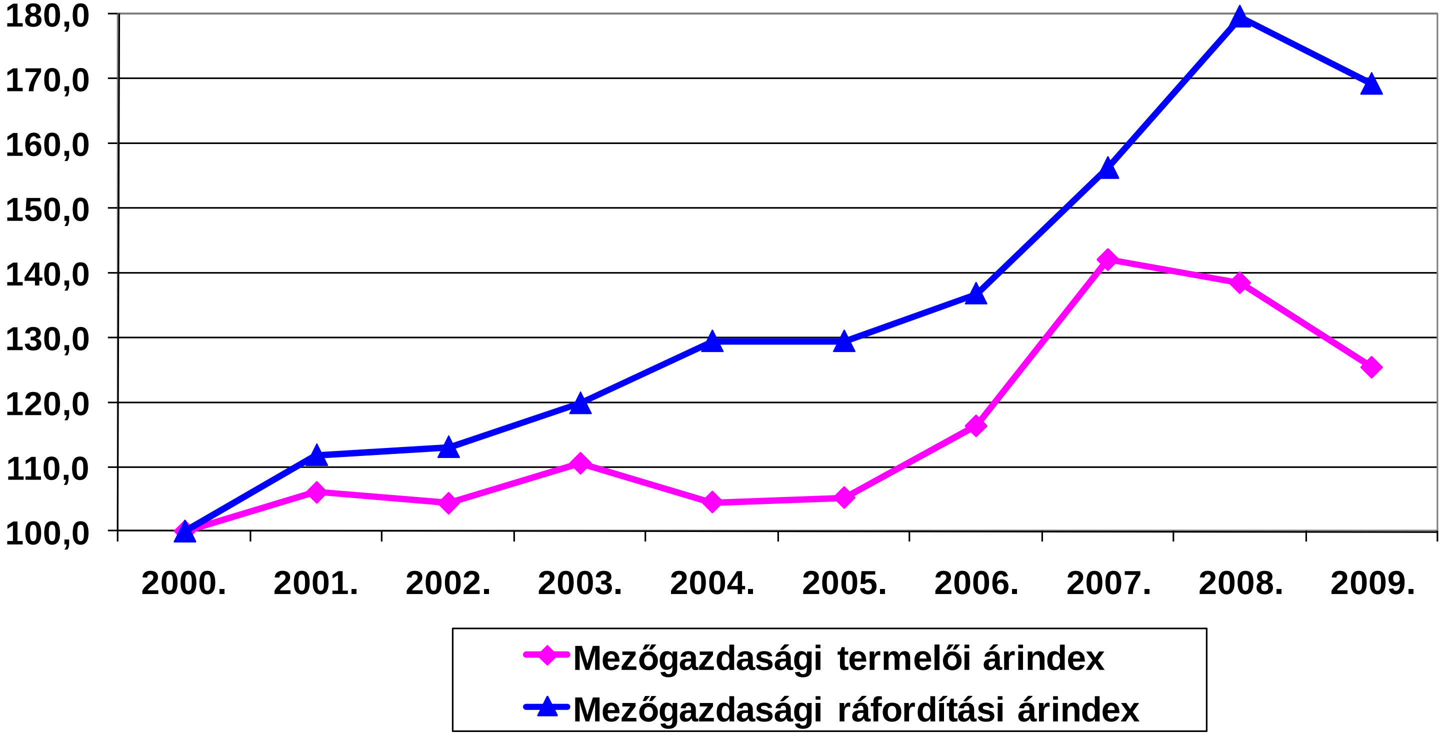
Az előző év azonos időszakához viszonyított index a két fix bázisú árindex hányadosa

Agrárolló

- **Számítása:**
  a mezőgazdasági termelői árindex osztva a mezőgazdasági ráfordítások árindexével.

- **Értelmezése:**
  ha az agrárolló értéke 100 feletti, akkor a termelők árviszonyokból eredő jövedelmi helyzete javul.

Agrárolló, 2000.=100



Mintapélda

Termék	*Mértékegység*	*Értékesített mennyiség*		*Eladási ár (Ft/egység)*	
		2001 December	*2002 Január*	*2001 December*	*2002 Január*
Kenyér	kg	80	86	155	175
Tej	liter	95	106	130	125
Virsli	pár	60	55	120	140
Vaj	doboz	20	27	240	255
Cukor	kg	45	57	180	185

- Számítsa ki az egyedi ár-, érték-, és volumenindexeket!
- Számítsa ki az együttes árindexet a tanult formákban!
- Határozza meg a termékek együttes volumenindexét bázis- és tárgyidőszaki súlyozással!
- Számítsa ki az együttes értékindexet a lehetséges formákban!
- Az értékesítés bevételének változását bontsa fel az ár és a volumenváltozás hatására!

Egyedi indexek

Termék	$i_p = \frac{p_1}{p_0}$	$i_q = \frac{q_1}{q_0}$	$i_v = \frac{v_1}{v_0}$
Kenyér	112,90%	107,50%	121,37%
Tej	96,15%	111,58%	107,29%
Virsli	116,67%	91,67%	106,94%
Vaj	106,25%	135,00%	143,44%
Cukor	102,78%	126,67%	130,19%
Összesen	-	-	*119,13%*

Mellékszámítás

Termék	$q_0 * p_0$	$q_1 * p_1$	$q_0 * p_1$	$q_1 * p_0$
Kenyér	124.000	150.500	140.000	133.300
Tej	123.500	132.500	118.750	137.800
Virsli	72.000	77.000	84.000	66.000
Vaj	48.000	68.850	51.000	64.800
Cukor	81.000	105.450	83.250	102.600
Összesen	*448.500*	*534.300*	*477.000*	*504.500*

Bázisidőszaki súlyozású árindex

$$I_p^{\,0} = \frac{\sum q_{0i} p_{1i}}{\sum q_{0i} p_{0i}} = \frac{477.000}{448.500} = 106{,}35\%$$

$$Ip^{0} = \frac{124 \cdot 1{,}129 + 123{,}5 \cdot 0{,}9615 + 72 \cdot 1{,}1667 + 48 \cdot 1{,}0625 + 81 \cdot 1{,}0278}{448{,}5} = 106{,}35\%$$

$$Ip^{0} = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum \frac{q_0 p_1}{ip}} = \frac{477000}{\frac{140000}{1{,}129} + \frac{118750}{0{,}9615} + \frac{84000}{1{,}1667} + \frac{51000}{1{,}0625} + \frac{83250}{1{,}0278}} = 106{,}35\%$$

$$Ip^{1} = \frac{\sum q_1 p_0 \cdot ip}{\sum q_1 p_0}$$

$$Ip^{1} = \frac{133300 \cdot 1{,}129 + 137800 \cdot 0{,}9615 + 66000 \cdot 1{,}1667 + 64800 \cdot 1{,}0625 + 102600 \cdot 1{,}0278}{504500} = 105{,}91\%$$

$$Ip = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{534300}{504500} = 105{,}91\%$$

$$Ip^{1} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{ip}} = \frac{534300}{\frac{150500}{1{,}129} + \frac{132500}{0{,}9615} + \frac{77000}{1{,}1667} + \frac{68850}{1{,}0625} + \frac{105450}{1{,}0278}} = 105{,}91\%$$

Tárgyidőszaki súlyozású árindex

$$I_p^1 = \frac{\sum q_{1i} p_{1i}}{\sum q_{1i} p_{0i}} = \frac{534300}{504500} = 105{,}91\%$$

$$Ip^1 = \frac{\sum v_1}{\sum \frac{v_1}{i_p}} = \frac{534{,}3}{\frac{150{,}5}{1{,}129} + \frac{132{,}5}{0{,}9615} + \frac{77}{1{,}1667} + \frac{68{,}85}{1{,}0625} + \frac{105{,}45}{1{,}0278}} = 105{,}91\%$$

$$Ip^1 = \frac{\sum q_1 p_0 \cdot ip}{\sum q_1 p_0}$$

$$Ip^1 = \frac{133{,}3 \cdot 1{,}129 + 137{,}8 \cdot 0{,}9615 + 66 \cdot 1{,}1667 + 64{,}8 \cdot 1{,}0625 + 102{,}6 \cdot 1{,}0278}{504{,}5} = 105{,}91\%$$

Volumenindexek

$$I_q^0 = \frac{\sum q_{1i}p_{0i}}{\sum q_{0i}p_{0i}} = \frac{504500}{448500} = 112,49\%$$

$$I_q^1 = \frac{\sum q_{1i}p_{1i}}{\sum q_{0i}p_{1i}} = \frac{534300}{477000} = 112,01\%$$

Értékindex

$$I_v = \frac{\sum q_{1i} p_{1i}}{\sum q_{0i} p_{0i}} = \frac{534300}{448500} = 119,13\%$$

$$I_v = \frac{\sum v_{0i} \, i_{vi}}{\sum v_{0i}}$$

$$I_v = \frac{124 \cdot 1{,}2137 + 123{,}5 \cdot 1{,}0729 + 72{,} \cdot 1{,}0694 + 48 \cdot 1{,}4344 + 81 \cdot 1{,}3019}{448{,}5} = 119{,}13\%$$

$$I_v = \frac{\sum v_{1i}}{\sum \frac{v_{1i}}{i_{vi}}} = \frac{477000}{\frac{140000}{1,2137} + \frac{118750}{1,0729} + \frac{84000}{1,0694} + \frac{51000}{1,4344} + \frac{83250}{1,3019}} = 119,13\%$$

Különbségfelbontás

$$K_v = \sum q_{1i}p_{1i} - \sum q_{0i}p_{0i} = 534300 - 448500 = 85800$$

$$K_p = \sum q_{1i}p_{1i} - \sum q_{1i}p_{0i} = 534300 - 504500 = 29800$$

$$K_q = \sum q_{1i}p_{0i} - \sum q_{0i}p_{0i} = 504500 - 448500 = 56000$$

Indexsorok

- Kettőnél több időszakra vonatkozó indexek sorozata

Indexsorok csoportosítása

- ***Tartalma szerint:***
  - érték
  - ár
  - volumen

- ***Az időszakok összehasonlítási rendje szerint:***
  - bázis
  - lánc

- ***A súlyozás módja szerint:***
  - állandó súlyozású
  - változó súlyozású

Területi indexek

- A **területi volumenindex** arra ad választ, hogy bizonyos termékek összességére nézve, **az összehasonlítandó területeken a termelés**, értékesítés mennyisége **hányszorosa**, hányadrésze (hány százaléka) **az összehasonlítás alapjául szolgáló terület termelésének**, értékesítésének.

- A **területi árindex** azt mutatja meg, hogy **az egyik területen kialakult árszínvonal milyen arányban áll a másik egység árszínvonalával**. Ha az összehasonlított egységek (eltérő valutájú) országok, akkor a területi árindex a két valuta egy egysége értékének (vásárlóerejének) arányát jelzi.

Indexek a gyakorlatban (1)

- **Fogyasztói árindex:**
  A lakosság által vásárolt **termékek és szolgáltatások átlagos árváltozását méri**.
- **Agrárolló:**
  A mezőgazdasági termékek **értékesítési árindexének**, és a mezőgazdaságban felhasznált iparcikkek **beszerzési árindexének a hányadosa**.
- **Cserearányindex:**
  Az ország által **exportált, és importált termékek árindexeinek a hányadosa**.

Indexek a gyakorlatban (2)

- Reálkereset-index
- GDP volumen-indexe
- Külkereskedelem volumenindexei

Egy piaci árusnál a kiemelt zöldségfélék forgalmáról az alábbiakat ismerjük:

Zöldségféle	Március			Április		
	Eladott mennyiség	Egységár (Ft/ mértékegység)	Forgalom (Ft)	Eladott mennyiség	Egységár (Ft /mértékegység)	Forgalom (Ft)
	q_0	p_0	$q_0p_0=v_0$	q_1	p_1	$q_1p_1=v_1$
Paprika	8200 db	70	574000	9500 db	40	380000
Paradicsom	1220 kg	510	622000	2340 kg	350	819000
Uborka	380 kg	400	152000	550 kg	310	170500
Összesen	-	-	1348200	-	-	1369500

Az egyes zöldségfélék árváltozása:

$$i_{pi} = \frac{p_{1i}}{p_{0i}} \qquad i = 1,\ 2,\ 3$$

$$\text{paprika}: \frac{40}{70} = 0{,}5714 \approx 57{,}1\%$$

$$\text{paradicsom}: \frac{350}{510} = 0{,}6862 \approx 68{,}6\%$$

$$\text{uborka}: \frac{310}{400} = 0{,}775 \approx 77{,}5\%$$

Együttes árindex a bázisidőszak mennyiségével súlyozva:

$$I_p^0 = \frac{\sum_i q_0 p_1}{\sum_i q_0 p_0} = \frac{8200 \cdot 40 + 1220 \cdot 350 + 380 \cdot 310}{8200 \cdot 70 + 1220 \cdot 510 + 380 \cdot 400} = \frac{872800}{1348200} = 0,6473$$

Együttes árindex a tárgyidőszak mennyiségével súlyozva:

$$I_p^1 = \frac{\sum_i q_1 p_1}{\sum_i q_1 p_0} = \frac{9500 \cdot 40 + 2340 \cdot 350 + 550 \cdot 310}{9500 \cdot 70 + 2340 \cdot 510 + 550 \cdot 400} = \frac{1369500}{2078400} = 0,689$$

A tárgyidőszaki mennyiséggel súlyozva az árváltozás miatt a forgalom csökkent:

$K_p=\sum q_1p_1-\sum q_1p_0=1369500-20784000=-708900$ Ft

Cikkenkénti forgalomcsökkenés		
paprika	9500•(40-70)=9500•(-30)=	–285000 Ft
paradicsom	2340•(350-510)=2340•(-160)=	–374400 Ft
uborka	550•(310-400)=550•(-90)=	–49500 Ft
Együtt		–708900 Ft

A kétféle súlyozású index átlaga:

$$I_p^F=\sqrt{0,647\cdot 0,659}=\sqrt{0,426373}=0,6529\approx 65,3\%$$

Az egyes zöldségfélék eladott mennyiségének alakulása:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}$$

$$\text{paprika}: \frac{9500}{8200} = 1{,}158 \approx 115{,}8\%$$

$$\text{paradicsom}: \frac{2340}{1220} = 1{,}918 \approx 191{,}8\%$$

$$\text{uborka}: \frac{550}{380} = 1{,}447 \approx 144{,}7\%$$

Együttes árindex a bázisidőszak mennyiségével súlyozva:

$$I_q^{\,0} = \frac{\sum_i q_1 p_0}{\sum_i q_0 p_0} = \frac{9500 \cdot 70 + 2340 \cdot 510 + 550 \cdot 400}{8200 \cdot 70 + 1220 \cdot 510 + 380 \cdot 400} = \frac{2078400}{1348200} = 1{,}542 \approx 154{,}2\%$$

Együttes volumenindex a tárgyidőszak mennyiségével súlyozva:

$$I_q^{\,1} = \frac{\sum_i q_1 p_1}{\sum_i q_0 p_1} = \frac{9500 \cdot 40 + 2340 \cdot 350 + 550 \cdot 310}{8200 \cdot 40 + 1220 \cdot 350 + 380 \cdot 310} = \frac{1369500}{872800} = 1{,}569 \approx 156{,}9\%$$

A bázisidőszaki árakkal súlyozva a mennyiségváltozás miatt a forgalomcsökkenés:

$K_q = \sum q_{1i} p_{0i} - \sum q_{0i} p_{0i} = 20784000 - 1348200 = 730200$ Ft

Cikkenkénti forgalomcsökkenés		
paprika	70•(9500-8200)=	91000 Ft
paradicsom	510•(2340-1220)=	571200 Ft
uborka	400•(550-380)=	68000 Ft
Együtt		730200 Ft

A Fisher-féle volumenindex:

$$I_q^F = \sqrt{1,542 \cdot 1,569} = 1,555 \approx 155,5\%$$

Nézzük mindig a dolgok napos oldalát!

Mára befejeztük, viszontlátásra!