

Kvantumelektrodinamika és Kvantumoptika

8. ELŐADÁS A veszteségmentes nyalábosztó

Benedict Mihály

SZTE TTIK Elméleti Fizikai Tanszék, Szeged, 2015



„Ágazati felkészítés a hazai ELI projekttel
összefüggő képzési és K+F feladatokra ”

TÁMOP-4.1.1.C-12/1/KONV-2012-0005 projekt



Európai Unió
Európai Strukturális
és Beruházási Alapok



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Tartalom

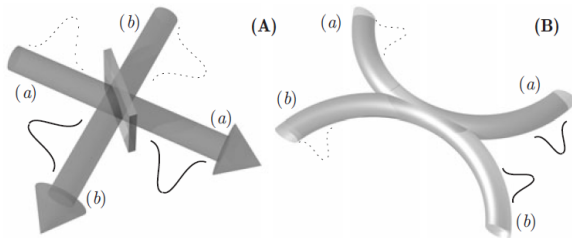
- 1 Tartalom
- 2 Bevezetés
- 3 A kvantumos nyalábosztó
- 4 Az állapotok transzformációja
- 5 A foton oszthatatlanságára vonatkozó kísérletek
- 6 Egy-egy foton a két bemeneten
- 7 Kvantumradír

Bevezetés

Az optikai kísérletek számos válfajában nélkülözhetetlen eszköz a nyalábosztó, amely nem csak az egyes nyalábok szétosztásában, hanem az összecsatolásában is fontos szerepet játszik.

- (A) A legegyszerűbb ilyen eszköz egy **homogén dielektrikum**, amelyről a jelen fejezetben föltesszük, hogy veszteségmentes, azaz nem nyeli el az elektromágneses mezőt, legalábbis a használt frekvenciaintervallumban.
- (B) Ugyanilyen szerepet játszhat két egymódusú üvegszál, amelyeket alkalmas eszközzel összecsatolnak.

Látni fogjuk, hogy a kvantumoptika szempontjából a nyalábosztó szintén kulcsszerepet játszik, ezért foglalkozunk vele külön fejezetben.



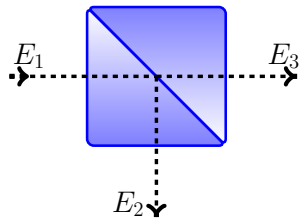
Klasszikus nyalábosztó

Vizsgáljuk először a fényhullámot mint klasszikus mezőt.

Legyen a nyalábosztóra eső mezőben a térerősség E_1 , a reflektált térerősség E_2 , a transzmittált pedig E_3 .

Itt fölteszük egyelőre, hogy

- lineárisan poláros térről van szó és
- a nyalábosztó nem változtat a polarizációs irányon.



Ekkor a klasszikus optika szerint a megfelelő térerősségek közötti kapcsolat a

$$E_2 = rE_1, \quad E_3 = tE_1 \quad (8.1)$$

képletekkel adható meg, ahol t és r , az **amplitúdókra** vonatkozó átengedési és visszaverődési együttható, amint az az ábrán látható.

A kvantumos leírásnál módosításra van szükség

A kvantummechanikai leírásnál a beeső, a visszavert és a transzmittált mezőket külön módusoknak tekintjük és a mező térerősségeit helyettesítjük a megfelelő módus **operátorokkal**:

$$E_1 \rightarrow a_1, \quad E_2 \rightarrow a_2, \quad E_3 \rightarrow a_3,$$

ahol mindhárom módusra megköveteljük az

$$[a_i, a_i^\dagger] = 1$$

relációt, de a különböző indexű operátorokat mind fölcserélhetőnek írjuk elő.

Megjegyzés: A nyálábosztó módusaira szokásos a **kapu** vagy **port** elnevezés is.

Ha a reflektált és transzmittált amplitúdókra vonatkozó (8.1) összefüggésekben végrehajtjuk fönti helyettesítést, akkor $[a_1, a_1^\dagger] = 1$ esetén az $a_3 = t a_1$, $a_2 = r a_1$ formulákból a reflektált és transzmittált módusok a_2 és a_3 operátorai **nem teljesítik a $[a_2, a_2^\dagger] = 1$, $[a_3, a_3^\dagger] = 1$ standard fölcserélési relációkat**.

$\Rightarrow$ a kvantumos leírásnál valamilyen módosításra van szükség.

A vákuumport figyelembe vétele

A fizikailag kézenfekvő magyarázat: A kvantumelméletben mindig jelen van a vákuum állapot is, tehát hiába nincs klasszikusan belépő mező a nyalábosztó másik belépő oldalán, valójában egy negyedik módus, azaz egy negyedik port is mindig jelen van.

Ezt a belépő módust 0 indexszel látjuk el, s ezzel a helyes transzformáció most már a

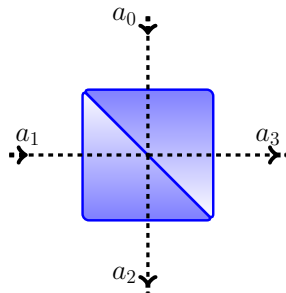
$$\begin{aligned} a_2 &= t' a_0 + r a_1 \\ a_3 &= r' a_0 + t a_1 \end{aligned}$$

vagy mátrix alakban az

$$\begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t' & r \\ r' & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix}$$

módon adható meg.

Természetesen általában a 0 módus állapota is különbözhet a vákuumtól, de erre is teljesülnie kell az $[a_0, a_0^\dagger] = 1$ stb. fölcserélési relációknak.



Reciprocitási relációk

A megkövetelt

$$[a_i, a_j^\dagger] = \delta_{ij}, \quad [a_i, a_j] = 0, \quad [a_i^\dagger, a_j^\dagger] = 0$$

kommutátorok érvényesnek bizonyulnak, ha teljesülnek az alábbi úgynevezett **reciprocitási relációk**:

$$|r| = |r'|, \quad |t| = |t'|, \quad |t|^2 + |r|^2 = 1;$$

$$r^* t' + r' t^* = 0, \quad r^* t + r' t'^* = 0.$$

Érvényes a következő unitaritási reláció is:

$$U \cdot U^\dagger = \mathbb{1} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} t' & r \\ r' & t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t'^* & r'^* \\ r^* & t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} |t'|^2 + |r|^2 = 1 & t' r'^* + r t^* = 0 \\ r' t'^* + r^* t = 0 & |r'|^2 + |t|^2 = 1 \end{cases} \quad (8.2)$$

Megmutatható, hogy a reciprocitási relációk következnek az unitaritásból.

Feladatok

8.1. Feladat: Mutassuk meg, hogy a reciprocitási relációkból következnek a 2-es és 3-as módusra vonatkozó fölcserélési relációk.

8.2. Feladat: Mutassuk meg, hogy ugyanez az eredmény adódik az energia megmaradásából is, ha az intenzitásokat a megfelelő klasszikus $E_0, \dots, E_3$ amplitúdók abszolút érték négyzetével adjuk meg.

8.3. Feladat: Mutassuk meg, hogy az

$$U = \begin{pmatrix} t' & r \\ r' & t \end{pmatrix}$$

transzformációs mátrix unitér, azaz $U^{-1} = U^\dagger$.

Amplitúdó és fázisviszonyok I

Válasszuk szét minden együtthatónál az amplitúdót és a fázist a $t' = |t'|e^{i\phi'_t}$ stb. alaknak megfelelően, akkor a reciprocitásból az előbb bevezetett fázisokkal

$$|t'||r'| \exp[i(\phi'_t - \phi'_r)] = -|t||r| \exp[i(-\phi_t + \phi_r)].$$

Ebből következik, hogy $\exp[i(\phi'_t - \phi'_r + \phi_t - \phi_r)] = -1$, azaz

$$\phi'_t - \phi'_r + \phi_t - \phi_r = \pm\pi \quad (8.3)$$

továbbá, hogy

$$\frac{|t'|}{|r'|} = \frac{|t|}{|r|} = \mu.$$

Innen a (8.2) első és utolsó összefüggése szerint $|r|^2(1 + \mu^2) = 1$ és $|r'|^2(1 + \mu^2) = 1$, miatt $|r| = |r'|$ és $|t| = |t'|$.

Amplitúdó és fázisviszonyok II

A fázisokra vonatkozó (8.3) megkötést többféleképpen is teljesíthetjük. Az egyik gyakran használt alak szerint előírjuk, hogy minden együttható legyen valós úgy, hogy $\phi_t = \phi_r = \phi'_t = 0$, és $\phi'_r = \pi$.

Bevezetve még a $|t| = \cos \vartheta$, $|r| = \sin \vartheta$ parametrizálást az U mátrix alakja:

$$U = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix}.$$

Egy másik gyakran használt változatnál $\phi_t = \phi'_t = 0$, $\phi_r + \phi'_r = \pi$: következő:

$$U = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & e^{i\phi_r} \sin \vartheta \\ -e^{-i\phi_r} \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix}.$$

A szimmetrikus 50-50 nyalábosztó

Szimmetrikus nyalábosztó: $\phi_r = \pi/2 \Rightarrow$ a két nemdiagonális elem is egyenlő:

$$U = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & i \sin \vartheta \\ i \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix}. \quad (8.4)$$

A $|t|^2 = \cos^2 \vartheta$ és az $|r|^2 = \sin^2 \vartheta$ értékek megadják az intenzitásra vonatkozó megfelelő transzmissziós és reflexiós együtthatókat.

Az 50-50 nyalábosztó: A (8.4) szimmetrikus nyalábosztó egy további speciális esete.

Az átengedett és visszavert intenzitások megegyeznek tehát $\cos \vartheta = \sin \vartheta = 1/\sqrt{2}$.

A módus operátorok transzformációs képletei ekkor

$$a_2 = (a_0 + ia_1)/\sqrt{2}, \quad a_3 = a_3 = (ia_0 + a_1)/\sqrt{2}. \quad (8.5)$$

Érdemes expliciten is kiírunk ezen transzformációk inverzeit:

$$a_0 = (a_2 - ia_3)/\sqrt{2}, \quad a_1 = (-ia_2 + a_3)/\sqrt{2}. \quad (8.6)$$

Az állapotok transzformációit előíró föltételek

Az állapotok transzformációjához két föltételt írunk elő. Először is természetes módon kikötjük, hogy **ha a két bemenő módus mindegyike vákuum állapotban van, akkor a kimenő portokon ugyancsak a vákuumállapot jelenjen meg:**

$$|0\rangle_0 |0\rangle_1 \xrightarrow{BS} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \quad (8.7)$$

Megjegyzés: a BS jelölés az angol beam-splitter rövidítésére utal.

Tetszőleges bemenő és kimenő állapot fölírható a megfelelő módusok számállapotainak lineáris kombinációjaként $\Rightarrow$ elég a számállapotokra vonatkozó transzformációt megtalálni.

A bemenő számállapot viszont a megfelelő $a_i^\dagger$ keltő operátorának valamilyen hatványával generálható a vákuumból. A bemenő móduson ható keltő operátorokat a korábbi (8.6) inverz képletek **adjungáltjaiból** kapható

$$a_0^\dagger = (a_2^\dagger + ia_3^\dagger)/\sqrt{2}, \quad a_1^\dagger = (ia_2^\dagger + a_3^\dagger)/\sqrt{2}$$

formulákkal kifejezzük a kimenő módusok operátoraival.

Második föltételként előírjuk, hogy a **kimenő módus állapotát ezek hatásával kell kiszámítani a kimenő módus vákuum állapotán.**

Egyfotonos állapot transzformációja

Tekintsünk először egy igen egyszerű, de annál fontosabb elvi jelentőségű példát.

Adjuk meg a $|0\rangle_0 |1\rangle_1 = a_1^\dagger |0\rangle_0 |0\rangle_1$ egyfotonos bemenő állapot transzformációját. Minthogy a fentiek szerint

$$a_1^\dagger = (ia_2^\dagger + a_3^\dagger)/\sqrt{2}$$

$$|0\rangle_0 |1\rangle_1 = a_1^\dagger |0\rangle_0 |0\rangle_1 \xrightarrow{BS} \frac{1}{\sqrt{2}} (ia_2^\dagger + a_3^\dagger) |0\rangle_2 |0\rangle_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} (i|1\rangle_2 |0\rangle_3 + |0\rangle_2 |1\rangle_3).$$

Eszerint, ha az 1-es bemenő porton egy foton lép be, akkor az az 50-50-es nyalábosztón egyforma abszolút értékű amplitúdóval és ennek megfelelően azonos valószínűséggel vagy transzmittálódik vagy reflektálódik, azaz kerül a 2-es vagy a 3-as módusba, de soha sem egyszerre mindkettőbe, azaz a foton oszthatatlannak bizonyul.

Megjegyzés: A fönti kimenő állapot a két lehetőség kvantummechanikai szuperpozíciója, amit néha félrevezetően úgy is szoktak mondani, hogy a 2-es és a 3-as port (a reflektált és a transzmittált) módusállapotai összefonódottak. Ez azonban nem összefonódás abban a szigorúbb értelemben, hogy arról csak több részecske állapotaival kapcsolatban szokás beszélni, itt viszont egyetlen fotonról van szó.

Oszthatatlan-e a foton?

Noha a foton mint fénykvantum létezését a fotoeffektus révén sokan igazoltnak tekintették, az idők során többen – köztük Schrödinger is – fölhívták a figyelmet arra, hogy az energia adagokban történő elnyelése valójában azon is múlhat, hogy az elnyelő objektum (pl. egy atom) nivói diszkréték.

Az tehát egy akár folytonos energiájú mezőből is csak olyan energiaadagokat vehet föl, amelyek megfelelnek két stacionárius níveli különbségnek.

Ez a természetes elképzelés elméletileg is belátható, mert egy félklasszikus, tehát a mezőt nem kvantáló – pl. perturbációszámításon alapuló – megközelítésből következő meggondolás is ilyen eredményre vezet. Ott a $\hbar\omega = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ képlet baloldala nem a mező kvantálásából, hanem az elektronállapotokat meghatározó Schrödinger egyenletből származik.

A Jánossy-Náray kísérlet

A foton oszthatatlanságára vonatkozó kísérletet először **Jánossy Lajos** és **Náray Zsolt** végeztek Budapesten 1957-ben.

Egy gyöngé fénynyalábot egy nyalábosztóval kettéosztottak, az egyes nyalábokat egy-egy detektorba, fotoelektronsokszorozóba vezették, és azt vizsgálták, hogy jelentkeznek-e szisztematikus koincidenciák (rendszeres egybeesések) a detektorok áramában.

Mivel ilyeneket nem tapasztaltak, azaz egyszerre mindig csak az egyik vagy csak a másik detektor jelzett, azt a következtetést vonták le, hogy a gyöngé nyalábban jelenlévő egyetlen foton oszthatatlan, hiszen vagy az egyik vagy a másik detektorba jut, mindkettőbe egyszerre soha sem.

A kísérletet később mások jóval érzékenyebb detektorokkal is megismételték, többek között **J.F. Clauser** 1974-ben, és ugyanerre a következtetésre jutottak.

A Grangier-Aspect-Roger kísérlet

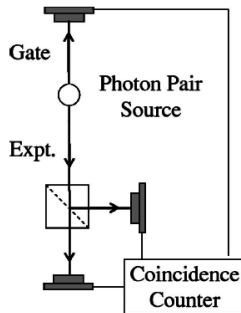
A ma konkluzívnak tekintett kísérlet **P. Grangier**, **G. Roger** és **A. Aspect** nevéhez fűződik (1986), akik nagy megbízhatósággal és egy érdekes trükköt alkalmazva végezték el újra a Jánossy-féle kísérletet.

Egy alkalmasan gerjesztett Ca atom kétfotonos átmenétet használtak. Az első átmenet során keletkező foton, amelyet **hírnök foton**nak szokás nevezni, (a kísérleti vázlaton fölfelé halad), elindítja az alul látható két detektor elektronikáját. Így azok megfelelő állapotban várják a nyalábosztón áthaladó második foton érkezését.

Ez a trükk azt biztosítja, hogy a bejövő nyaláb ténylegesen mint különálló fotonok egymásutáni sorozatként legyen értelmezhető.

A hírnök foton bevetésével **a detektorokon jelentkező véletlen jeleket nagyrészt ki lehetett szűrni**, így az egymást kizáróan jelentkező „vagy egyik vagy másik” detektorkattanást nagy biztonsággal lehetett ellenőrizni.

A koincidencia számláló sohasem jelez egyszerre, ami a foton oszthatatlanságának, azaz a mező kvantumos természetének erős kísérleti bizonyítéka.



Koherens állapot transzformációja

Tekintsük most azt az esetet amikor az 1-es porton egy $|\alpha\rangle$ koherens állapotú foton lép be, míg a 0-s portra továbbra is csak a vákuum állapot érkezik, azaz a belépő állapot

$$|0\rangle_0 |\alpha\rangle_1 = D_1(\alpha) |0\rangle_0 |0\rangle_1,$$

ahol $D_1(\alpha) = \exp(\alpha a_1^\dagger - \alpha^* a_1)$ az 1 módus eltolási operátora.

A kilépő állapot ekkor az előzőek szerint a $D(\alpha)$ -ban szereplő a_1 és $a_1^\dagger$ (8.6)-nek megfelelő transzformáltjaival kifejezhetően

$$\begin{aligned} |0\rangle_0 |\alpha\rangle_1 &= D_1(\alpha) |0\rangle_0 |0\rangle_1 \xrightarrow{BS} \exp \left[\alpha (ia_2^\dagger + a_3^\dagger) \sqrt{2} - \alpha^* (-ia_2 + a_3) / \sqrt{2} \right] |0\rangle_2 |0\rangle_3 = \\ &= \exp \left[\left(i\alpha / \sqrt{2} \right) a_2^\dagger - \left(-i\alpha^* / \sqrt{2} \right) a_2 \right] \exp \left[\left(\alpha / \sqrt{2} \right) a_3^\dagger - \left(\alpha^* / \sqrt{2} \right) a_3 \right] |0\rangle_2 |0\rangle_3 = \\ &= \left| i\alpha / \sqrt{2} \right\rangle_2 \left| \alpha / \sqrt{2} \right\rangle_3 \end{aligned}$$

Mindkét kilépő módus egyforma amplitúdójú koherens állapotban van, köztük $\pi/2$ a fáziskülönbség, ami a reflektált és a transzmittált hullám között lép föl.

Az egyes intenzitások illetve fotonszámátlagok a beérkező intenzitások felével egyeznek meg, az 50-50-es tulajdonságnak megfelelően. Ezt várjuk a klasszikus kép alapján is, hiszen az $|\alpha\rangle_1$ állapot éppen egy kváziklasszikus belépő mezőt jelent.

A két kilépő módus az előző esettel szemben most nem összefonódott.

A koherens esetből az $|\alpha|$ kis értékénél sem kapható meg a kvantumos eredmény az előző egyfotonos állapotról.

Egy-egy foton a két bemeneten

Tekintsük most azt a szigorúan kvantumos esetet, amikor mindkét belépő módus egyfotonos állapotban van, azaz a belépő állapot

$$|1\rangle_0 |1\rangle_1 = a_0^\dagger a_1^\dagger |0\rangle_0 |0\rangle_1 .$$

Ekkor

$$\begin{aligned} |1\rangle_0 |1\rangle_1 &= a_0^\dagger a_1^\dagger |0\rangle_0 |0\rangle_1 \xrightarrow{BS} (a_2^\dagger + ia_3^\dagger)/\sqrt{2} (ia_2^\dagger + a_3^\dagger)/\sqrt{2} |0\rangle_2 |0\rangle_3 = \\ &= \left[i(a_2^\dagger a_2^\dagger + a_3^\dagger a_3^\dagger)/2 + (a_2^\dagger a_3^\dagger - a_2^\dagger a_3^\dagger)/2 \right] |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= i(|2\rangle_2 |0\rangle_3 + |0\rangle_2 |2\rangle_3) / \sqrt{2}. \end{aligned} \tag{8.8}$$

Ez azt jelenti, hogy valamelyik kimenő módusba két foton kerül míg a másikba egy sem.

A kétfoton állapot interferenciája

A fönti

$$|1\rangle_0 |1\rangle_1 \xrightarrow{BS} i (|2\rangle_2 |0\rangle_3 + |0\rangle_2 |2\rangle_3) / \sqrt{2}$$

eredményt a következőképpen is magyarázhatjuk.

Az a kimenő állapot, ahol mindkét módusba egy-egy foton érkezne kétféle úton is megvalósulhat:

- Az egyik szerint a 0-ból a 2-be áthalad és az 1-ből a 3-ba is transzmittálódik a foton.
- A másik út, hogy a 0-ból a 3-ba és az 1-ből a 2-be is reflektálódik a foton.

Az áthaladás amplitúdója az 50-50-es nyalábosztó esetén $t = 1/\sqrt{2}$, a visszaverődése $r = i/\sqrt{2}$.

Annak az amplitúdója hogy mindkét foton áthalad $tt = 1/2$, azé viszont hogy mindkettő reflektálódik $rr = -1/2$.

Az eredmény valószínűségét úgy kapjuk, hogy a megfelelő amplitúdókat összeadjuk majd az abszolút érték négyzetét vesszük. Így annak a valószínűsége, hogy 2-ben és 3-ban is egy-egy fotont detektálunk

$$P_{11} = |tt + rr| = 0.$$

A Hong–Ou–Mandel kísérlet

A fenti eredmény egy nevezetes kísérlethez kapcsolódik, amelyet C. K. Hong, Z. Y. Ou és L. Mandel végeztek 1987-ben.

A két bemenetre érkező egy-egy foton előállítása: A kísérletben egy nemlineáris BBO (β -bárium borát: $\beta - \text{BaB}_2\text{O}_4$) kristályt egy ultraibolya forrásból származó ω_P körfrekvenciájú fényforrással gerjesztettek, majd az I típusú parametrikus lekonverzióval ebből két azonosan polarizált fotont generált, amelyekre fönnáll az energia és impulzusmegmaradás:

$$\omega_P = \omega_s + \omega_i \quad \text{és} \quad \mathbf{k}_P = \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i.$$

Megjegyzés: A másodlagos nyalábokat illetve fotonokat hagyományosan „signal” (jel) és „idler” (tétlen) fotonnak szokás nevezni.

Fotonpár keltése lekonverzióval

Az impulzusmegmaradás szerint a két nyaláb különböző irányokba is haladhat. A kristály fajtájától és beállításától függően kétfajta konverziós folyamat lehetséges:

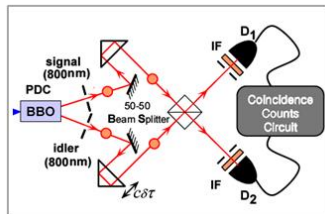
- Az egyiknél a két másodlagos foton azonos polarizációjú, de merőleges a lineárisan poláros gerjesztő foton polarizációjára. Ez az úgynevezett **I típusú lekonverzió**.
- A másik lehetséges beállításnál a signal és az idler egymásra merőleges polarizációjú, ez a **II típusú lekonverzió**.

A Hong–Ou–Mandel-féle kísérletben I típusú lekonverziót használtak, és a kristályból kilépő két nyaláb egy-egy tükrön visszaverődve újra találkozott egy nyalábosztó két bemenetén.

A két kimenő nyaláb egy-egy fotodetektorba érkezik, amelyek egy korrelátorba vannak kötve.

Az utóbbi akkor jelez, ha a két detektorba adott földési időn belül egyszerre érkezik egy-egy foton.

A nyalábosztó helyének kismértékű mozgatásával azt találták, hogy a két detektor általában együttesen is jelez, de bizonyos helyzetben a koinkidencia megszűnik.



Forrás: http://smos.sogang.ac.kr/wiki/index.php/Quantum_optics

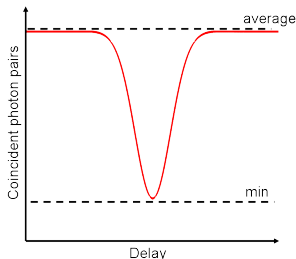
A fotonpár interferenciája

Az együttes jelzés annak felel meg, hogy egy-egy foton egymástól különböző időben éri el a nyalábosztót és egyik a D_1 , a másik a D_2 detektorba jut.

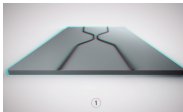
A koincidencia jel megszűnése viszont annak a speciális helyzetnek felel meg, amikor a két foton között nincs útkülönbség, azaz valóban egyszerre érkeznek egy-egy foton a bemenő portra. Ekkor a (8.8) folyamatnak megfelelően

$$|1\rangle_0 |1\rangle_1 = a_0^\dagger a_1^\dagger |0\rangle_0 |0\rangle_1 \xrightarrow{BS} \frac{i}{\sqrt{2}} (|2\rangle_2 |0\rangle_3 + |0\rangle_2 |2\rangle_3),$$

azaz a 2-es és 3-as kimenő portokon nem jelenik meg egyszerre foton és így a korrelátor nem jelez, mivel mindkét foton ugyanabba (vagy a 2-es vagy a 3-as) detektorba jut.



Animáció:



A Hong-Ou-Mandel effektust ismeretterjesztő szinten bemutató angol nyelvű animáció.

<http://www.youtube.com/watch?v=ld2r2IMt4vg>

A foton detektlása



8.2. ábra: Egyetlen foton detektálására alkalmas műszer fényképe. Az eszközben egy un. félvezető lavina dióda van, amelyben már egyetlen foton hatására elektromos áram indul. A dióda a foton beérkezésének idejét néhányszor 10 ps pontossággal tudja detektálni.

A polarizációs módus szerepe

A Hong-Ou-Mandel kísérletben lényeges szerepet játszik a fotonok megkülönböztethetlensége. Ezt a következő újabb kísérlet mutatja. Az I típusú lekonverziónál a nemlineáris kristályban keltett két nyaláb polarizációja azonos. Tegyük föl, hogy ez vízszintes, így a nyalábosztóra érkező ennek megfelelő állapotot most $|H\rangle_0 |H\rangle_1$ -el jelöljük, ahol a H a „Horizontális” polarizációra utal. A nyalábosztó hatása, amelyről föltesszük, hogy a polarizációt nem változtatja, a (22)-nak megfelelően így most a következő alakú:

$$|H\rangle_0 |H\rangle_1 \xrightarrow{BS} i(|2H\rangle_2 |0\rangle_3 + |0\rangle_2 |2H\rangle_3)/\sqrt{2}.$$

A továbbiakban egy egyszerűsített jelölést fogunk használni. A $|0\rangle_k$ azt jelenti, hogy a k -adik térbeli módusban sem H vízszintes sem V függőleges azaz "Vertikális" polarizációjú foton sincs. A $|H\rangle_k$ illetve $|2H\rangle_k$ azt jelenti, hogy a k -adik térbeli módusban 1 illetve 2 foton van vízszintes polarizációval, míg függőleges polarizációjú nincs ezekben. Ha viszont egy térbeli módusban mindkét polarizációjú almódusban van egy-egy foton, azt a $|H, V\rangle_k$ szimbólummal jelöljük.

Polarizációs forgatás az egyik nyalábban

Tegyünk be most egy polarizációs forgatót az egyik lekonvertált nyalábba, legyen ez a 0 indexű módus, amelyik annak polarizációját az x iránnyal θ szöget bezáró lineárisan poláros irányúba forgatja. Ekkor ennek állapota

$$|\theta\rangle_0 = |H\rangle_0 \cos \theta + |V\rangle_0 \sin \theta. \quad (8.9)$$

A későbbiek kedvéért fölírjuk a $|\theta\rangle_0$ -ra merőleges polarizációjú állapotot is, ez

$$|\theta^\perp\rangle_0 = -|H\rangle_0 \sin \theta + |V\rangle_0 \cos \theta.$$

A másik lekonvertált nyalábbal viszont nem történik semmi, így a nyalábosztóra érkező állapot:

$$|\theta\rangle_0 |H\rangle_1 = |H\rangle_0 |H\rangle_1 \cos \theta + |V\rangle_0 |H\rangle_1 \sin \theta.$$

Két polarizált foton transzformációja

A kimenő állapot a lineáris transzformációnak megfelelően, a (8.8) képletben figyelembe véve a keltett fotonok különböző polarizációját

$$|\psi(\theta)\rangle = \cos\theta(|2H\rangle_2|0\rangle_3 + |0\rangle_2|2H\rangle_3)/\sqrt{2} + \sin\theta(|V\rangle_2|H\rangle_3 - |H\rangle_2|V\rangle_3)/2 + \\ + i\sin\theta(|H,V\rangle_2|0\rangle_3 + |0\rangle_2|H,V\rangle_3)/2.$$

Itt a $|H,V\rangle_2$ stb. jelölés arra utal, hogy a 2 jelű térbeli módus mindkét polarizációs almódusában van egy-egy foton.

Ha nincs polarizációs forgatás, $\theta = 0$ akkor a második tag eltűnik, csak az első tag van jelen és visszakapjuk az előző esetet, azaz megfelelően beállított útkülönbség esetén nincs koincidencia a két detektor jelében.

Ha viszont a 0 módus forgatása éppen a $\theta = \pi/2$ irányba történik, akkor a kimenő állapot a következő:

$$|\psi(\pi/2)\rangle = \frac{1}{2}(|V\rangle_2|H\rangle_3 - |H\rangle_2|V\rangle_3) + \frac{i}{2}(|H,V\rangle_2|0\rangle_3 + |0\rangle_2|H,V\rangle_3)$$

Ez viszont azt mutatja, hogy az első tag miatt **megjelennek koincidenciák a detektorok jeleiben**. A polarizáció megjelöli azt az utat amelyen a 0-s móduzból érkezik a nyalábosztóra a foton.

A kimenő jel polarizálása

Tegyük most egy polarizátort a nyalábosztó után a 2-es módusba a detektor elé, úgy hogy az θ_2 szöget zárjon be a vízszintessel. Ez azt jelenti, hogy a módus fotonjának állapotát a

$$|\theta_2\rangle_2 = |H\rangle_2 \cos \theta_2 + |V\rangle_2 \sin \theta_2$$

állapotra vetítjük, aminek eredményeképpen a teljes állapot a normálástól eltekintve a

$$|\theta_2\rangle\langle\theta_2| \psi(\pi/2)\rangle = \frac{1}{2} |\theta_2\rangle_2 (|H\rangle_3 \sin \theta_2 - |V\rangle_3 \cos \theta_2)$$

állapotba vetül, azaz a 3-as módus fotonja az (8.9) formulából láthatóan a 2-ben haladó fotonra merőleges polarizációjú lesz.

A "melyik út" információ kiradírozása

Tegyük hasonlóan egy másik polarizátort a 3-as módusba, amely azt a

$$|\theta_3\rangle_3 = |H\rangle_3 \cos \theta_3 + |V\rangle_3 \sin \theta_3$$

állapotba vetíti. Annak az amplitúdója, hogy a két kimenő foton állapota együttesen $|\theta_2\rangle_2 |\theta_3\rangle_3$ lesz a föntiek szerint

$$\langle \theta_2 | \langle \theta_3 | \psi(\pi/2) \rangle = (\sin \theta_2 \cos \theta_3 - \cos \theta_2 \sin \theta_3) / 2 = [\sin(\theta_2 - \theta_3)] / 2,$$

illetve a megfelelő valószínűség:

$$P = [\sin^2(\theta_2 - \theta_3)] / 4$$

vagyis ha a két utóbb betett polarizátor párhuzamos, akkor az együttes megszólalási valószínűség 0-vá válik: azt a „melyik út” információt, amit a 0 módusba tett polarizátor részben jelentett, a két polarizátor eltüntette (kiradírozta). A $\theta_2 - \theta_3 = \pi/2$ esetben viszont ez a valószínűség 0-tól különböző, azaz lesznek koincidenciák.

A jelenséget 1992-ben Kwiat, Sternberg és Chiao kísérletekben ténylegesen is megfigyelték

Ellenőrző kérdések

- 1 Miért kell módosítani a klasszikus nyalábosztóra vonatkozó összefüggéseket a kvantum esetben?
- 2 Mit nevezünk szimmetrikus illetve 50-50-es nyalábosztónak?
- 3 Hogyan transzformálja a nyalábosztó a vákuumállapotokat?
- 4 Mi történik egy egyfotonos bemenettel a nyalábosztón?
- 5 Mi a hírnökfoton technika a foton oszthatatlanságára vonatkozó kísérletekben?
- 6 Hogyan transzformálja a nyalábosztó a koherens állapotot?
- 7 Mi a Hong-Ou-Mandel féle kísérlet?
- 8 Milyen optikai kísérletet nevezünk kvantumradírnak?