

Kvantumelektrodinamika és Kvantumoptika

7. ELŐADÁS A mező préselt állapotai

Benedict Mihály

SZTE TTIK Elméleti Fizikai Tanszék, Szeged, 2015



„Ágazati felkészítés a hazai ELI projekttel
összefüggő képzési és K+F feladatokra ”

TÁMOP-4.1.1.C-12/1/KONV-2012-0005 projekt



Európai Unió
Európai Strukturális
és Beruházási Alapok



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Tartalom

- 1 Tartalom
- 2 Bevezetés
- 3 Préselt vákuum és préselt koherens állapotok
- 4 Préselt fény előállítása parametrikus konverzióval
- 5 A préselt fény mérése homodyn detektálással
- 6 A préselt fény alkalmazása
- 7 Ellenőrző kérdések

Bevezetés

Az 1980-as évek második felében sikerült először előállítani a mező egy módusának olyan állapotát, amelyben az **egyik kvadratúra szórása kisebb volt mint a vákuumállapotban**.

Ezek a **préselt**nek nevezett (angolul **squeezed**) állapotok rendkívül nagy érdeklődést váltottak ki, akkor elsősorban pusztán a létezésük lehetőségének bizonyítottsága miatt.

Elméletileg egy ilyen állapot hullámfüggvényét már a kvantumelmélet születése idején fölírtta Schrödinger egy kvantummechanikai oszcillátorra, de kvantumoptikai szempontból csak az 1970-es években kezdődött meg ezek tanulmányozása.

A kvadratúra operátorok

Tekintsünk egyetlen módust, és a nem önadjungált a és $a^\dagger$ operátorok helyett használjuk ismét az

$$X = \frac{a + a^\dagger}{2}, \quad \text{és} \quad Y = \frac{a - a^\dagger}{2i}$$

kvadratúra operátorokat, melyek segítségével egyetlen módus elektromos térerősség-operátorát az

$$\mathbf{E} = 2\mathcal{E}_\omega [X \sin(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) - Y \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$$

valós alakba lehet írni. Az X és Y kommutátora

$$[X, Y] = \frac{i}{2},$$

és ennek nem eltűnő volta miatt **az X és Y operátornak megfelelő két fizikai mennyiség nem mérhető egyidejűleg**, és a szórásaik szorzatára fönnáll a

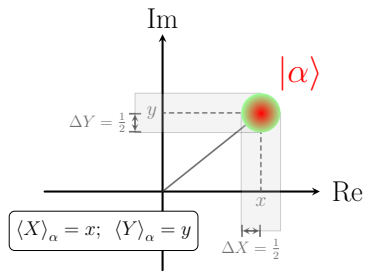
$$\Delta X \Delta Y \geq \frac{1}{4} \tag{7.1}$$

egyenlőtlenség.

Préselt állapotban az egyik kvadratúra szórása kisebb mint a vákuumban

Egy $|\alpha\rangle$ koherens állapotban mind az X mind az Y operátor szórása $1/2$. $\rightarrow$ Minden koherens állapot, beleértve az $|\alpha = 0\rangle = |0\rangle$ vákuumállapotot is, egy minimális bizonytalanságú, úgynevezett intelligens állapot, amelyre a két szórás szorzata éppen a minimum.

Ezért szoktuk az $|\alpha\rangle$ koherens állapotot gyakran úgy ábrázolni, hogy a komplex síkon az α pont körül egy $\Delta X = \Delta Y = 1/2$ sugarú kört rajzolunk.



Préselt (squeezed) állapot: a szórások szorzata a minimális $1/4$ ugyan, de a két szórás egymással nem egyezik meg.

Az egyik kvadratúra szórása kisebb mint a vákuumállapotban, természetesen a másik kvadratúra szórásának a rovására.

A préselő operátor

A préselt állapotok bevezetéséhez tekintsük az:

$$S(z) = \exp \left(\frac{1}{2} z (a^\dagger)^2 - \frac{1}{2} z^* a^2 \right)$$

unitér „préselő” (squeezing) operátort, ahol

$$z = r e^{2i\theta}$$

tetszőleges komplex szám. Ekkor mint könnyen belátható:

$$S^\dagger(z) = S(-z) = S^{-1}(z).$$

Az ismert operátorazonosságok segítségével megmutathatók a következő összefüggések:

$$\begin{aligned} S^\dagger(z) a S(z) &= a \cosh r + a^\dagger e^{2i\theta} \sinh r =: a_z, \\ S^\dagger(z) a^\dagger S(z) &= a^\dagger \cosh r + a e^{-2i\theta} \sinh r =: a_z^\dagger. \end{aligned}$$

A préselt vákuum

Az $S(z)$ operátor segítségével a **préselt vákuum** állapotot a következőképpen definiáljuk:

$$\boxed{|0, z\rangle := S(z)|0\rangle.} \quad (7.2)$$

- Ez az állapot normált, mivel a normált vákuum állapotból egy unitér operátor transzformálja.
- Az $S(re^{2i\theta})$ operátorral a $\theta + \pi/2$ irányú kvadratúra szórását lecsökkentjük, „összepréseljük” a θ irányú kvadratúra szórásának a rovására.

A θ illetve a $\theta + \pi/2$ irányú elforgatott kvadratúrákat a

$$X_\theta = \frac{1}{2}(ae^{-i\theta} + a^\dagger e^{+i\theta}) = X \cos \theta + Y \sin \theta, \quad (7.3)$$

$$Y_\theta = X_{\theta+\pi/2} = \frac{1}{2i}(ae^{-i\theta} - a^\dagger e^{+i\theta}) = -X \sin \theta + Y \cos \theta \quad (7.4)$$

összefüggésekkel vezetjük be.

Az elforgatott kvadratúrák várható értéke

Préselt vákuum állapotban az X_θ és Y_θ operátorok várható értéke eltűnik, hasonlóan a közönséges vákuumhoz, ezért is szerepel a nevében a vákuum.

Valóban, mivel

$$\begin{aligned} S^\dagger(z) X_\theta S(z) &= \frac{1}{2}(ae^{-i\theta} \cosh r + a^\dagger e^{+i\theta} \sinh r) + \\ &\quad + \frac{1}{2}(a^\dagger e^{+i\theta} \cosh r + ae^{-i\theta} \sinh r) = X_\theta e^r, \end{aligned}$$

$$\text{illetve} \quad S^\dagger(z) Y_\theta S(z) = Y_\theta e^{-r}.$$

$$\text{Így} \quad \langle 0, z | X_\theta | 0, z \rangle = \langle 0 | S^\dagger(z) X_\theta S(z) | 0 \rangle = \langle 0 | X_\theta | 0 \rangle e^r = 0,$$

hiszen a és $a^\dagger$ várható értéke a vákuumban eltűnik.

$$\text{Hasonlóan} \quad \langle 0, z | Y_\theta | 0, z \rangle = 0,$$

és ez tetszőleges θ esetén, azaz speciálisan X -re és Y -ra is, fennáll.

Az elforgatott kvadratúrák szórásai

A préselés hatása a szórásokban mutatkozik meg.

$$\begin{aligned} (\Delta X)_{|0,z\rangle}^2 &= \langle 0, z | X_\theta^2 | 0, z \rangle = \langle 0 | S^\dagger(z) X_\theta^2 S(z) | 0 \rangle = \\ &= \langle 0 | S^\dagger(z) X_\theta S(z) S^\dagger(z) X_\theta S(z) | 0 \rangle = \langle 0 | X_\theta^2 | 0 \rangle e^{2r}. \end{aligned}$$

Az X_θ operátor négyzetét a (7.3) kifejezésből kiszámítva az a -k és $a^\dagger$ -ok szorzatait tartalmazó tagok közül a valódi vákuumban csak az $aa^\dagger$ várható értéke nem tűnik el és éppen 1-et ad.

$$\text{Így} \quad \boxed{\langle 0, z | X_\theta^2 | 0, z \rangle = \frac{e^{2r}}{4}} \quad \text{és} \quad \boxed{\langle 0, z | Y_\theta^2 | 0, z \rangle = \frac{e^{-2r}}{4}}.$$

Tehát az $S(re^{2i\theta})$ operátorral préselt vákuumban a θ irányú kvadratúra szórása e^r szeresére nő, míg a rá merőleges kvadratúra szórása ugyanilyen arányban lecsökken.

X és Y szórása a préselt vákuumban

Az eredeti X és Y kvadratúrák szórásnégyzete ezeknek X_θ és Y_θ -val való kifejezése alapján:

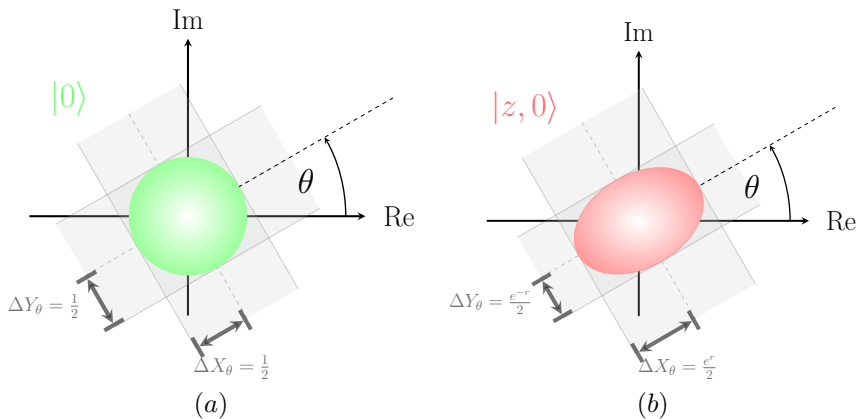
$$\begin{aligned}\langle 0, z | X^2 | 0, z \rangle &= \langle 0, z | X_\theta^2 | 0, z \rangle \cos^2 \theta + \langle 0, z | Y_\theta^2 | 0, z \rangle \sin^2 \theta + \\ &\quad + \langle 0, z | X_\theta Y_\theta + Y_\theta X_\theta | 0, z \rangle \cos \theta \sin \theta.\end{aligned}$$

Az utolsó tagban a két operátor várható értékének összege ellentétes előjelű eredményt ad, ezért

$$(\Delta X)_{|0,z\rangle}^2 = \frac{e^{2r}}{4} \cos^2 \theta + \frac{e^{-2r}}{4} \sin^2 \theta.$$

Ennek alapján a $z = re^{2i\theta}$ paraméterrel jellemzett **préselt vákuumot** úgy szokás ábrázolni, hogy az xy síkon egy **origó középpontú ellipszist** rajzolunk, amelynek nagytengelye az x iránnyal θ szöget zár be, és a tengelyének hossza e^{2r} , míg a kistengely hossza e^{-2r} . Ellipszisünk egy a θ irányra merőlegesen összenyomott (préselt) körnek tekinthető.

X és Y szórása a préselt vákuumban



7.1. ábra: (a) Vákuum állapot és (b) Préselt vákuum állapot szemléltetése a komplex számsíkon.

Préselt koherens állapot

Az előzőek általánosítása az un. **préselt koherens állapot**:

$$|\alpha, z\rangle = D(\alpha)|0, z\rangle = D(\alpha)S(z)|0\rangle.$$

Vagyis először „összenyomjuk” a vákuumállapotot, majd eltoljuk azt az α paraméternek megfelelő módon. Egy préselt koherens állapotban az X kvadratúra várható értéke:

$$\begin{aligned}\langle\alpha, z|X|\alpha, z\rangle &= \frac{1}{2}\langle 0|S^\dagger(z)D(\alpha)^\dagger(a + a^\dagger)D(\alpha)S(z)|0\rangle = \\ &= \frac{1}{2}\langle 0|(a_z + \alpha + a_z^\dagger + \alpha^*)|0\rangle = \text{Re}(\alpha).\end{aligned}$$

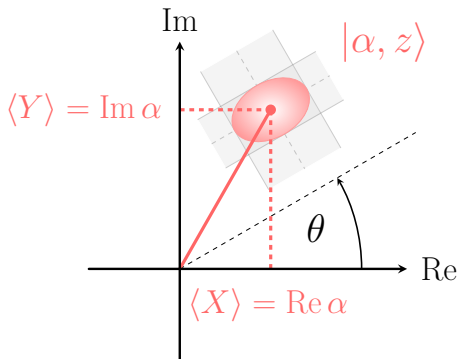
És hasonlóan:

$$\langle\alpha, z|Y|\alpha, z\rangle = \text{Im}(\alpha).$$

A szórások kiszámítását nem részletezzük, megmutatható, hogy azok ugyanakkorák mint a préselt vákuumban.

Préselt koherens állapot

$$\langle \alpha, z | X | \alpha, z \rangle = \operatorname{Re}(\alpha) \quad \text{és} \quad \langle \alpha, z | Y | \alpha, z \rangle = \operatorname{Im}(\alpha).$$

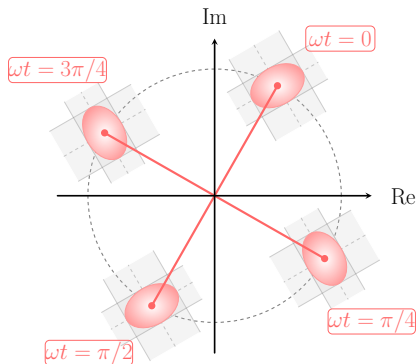


7.2. ábra: Préselt koherens állapot szemléltetése a komplex számsíkon.

Préselt koherens állapot időfejlődése

A préselt koherens állapot időfejlődését levezetés nélkül közöljük:

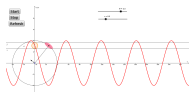
$$|\alpha, z\rangle_t = |\alpha(0)e^{-i\omega t}, z(0)e^{-2i\omega t}\rangle.$$



7.3. ábra: Préselt koherens állapot az időfejlődése négy kiragadott időpillanatban.

Préselt koherens állapot időfejlődése

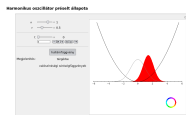
Animáció:



Ezen az interaktív Geogebrás animáción az Y kvadratúra várható értékének és szórásának időbeli változását figyelhetjük meg tetszőleges $|\alpha, z = re^{2i\theta}\rangle$ préselt állapot esetén, ahol r és θ paraméterezi a préselés mértékét.

<http://ggbtu.be/mkYkGtVjn>

Animáció:



Az interaktív animáció segítségével egy módus préselt állapotát tanulmányozhatjuk, a megfelelő hullámfüggvény segítségével.

<http://titan.physx.u-szeged.hu/~mmquantum/interactive/>

HarmonikusOszcillatorPreseltAllapot.nb

A préselt állapotok jelentősége

A préselt állapotoknak az az igen hasznos tulajdonsága, hogy egy ilyen állapotban a préselt kvadratúra értékét pontosabban lehet mérni mint pl. egy koherens állapotban.

Ez az előny akkor jelentkezik, ha a mérőberendezés zaja olyan kicsi, hogy a mérés pontatlanságát már csak a kvantumos szórás nemeltűnő volta határoolja be.

Ha ilyen esetben biztosítani lehet, hogy a mérés mindig a préselt és ne a nyújtott kvadratúrát regisztrálja, pl. egy fázisérzékeny detektálással, akkor **a mérés zajosságát csökkenteni tudjuk**, és annak a határozatlansági reláció nem szab korlátot.

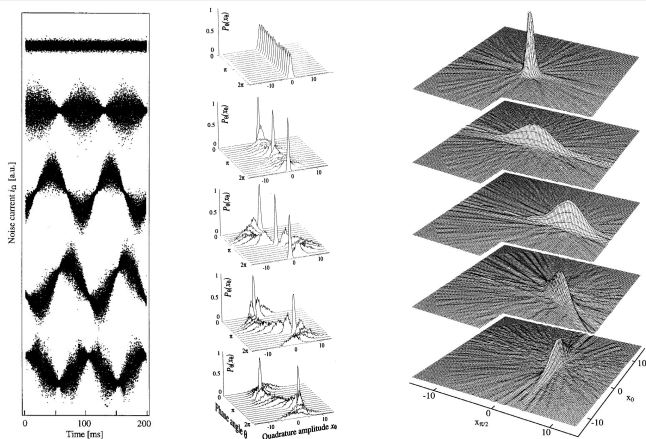
Préselt koherens állapot Wigner-függvénye

A $|\alpha_0, z\rangle = D(\alpha_0)S(z)|0\rangle$ kvadratúra préselt állapot Wigner-függvénye analitikusan meghatározható, az eredmény a $\theta = 0$ esetben, az $\alpha_0 = x_0 + iy_0$, $z = e^r$ paraméterezéssel

$$W_{|\alpha_0, z\rangle}(\alpha) = W_{|\alpha_0, z\rangle}(x, y) = \frac{2}{\pi} \exp \left\{ -2 \frac{(x - x_0)^2}{e^{2r}} - 2 \frac{(y - y_0)^2}{e^{-2r}} \right\}$$

- Ha a préselt koherens állapotban pl. a $\theta = 0$ és az $\text{Im}\alpha = 0$, az azt jelenti, hogy a bizonytalansági ellipszis hossz tengelye sugárirányú, így fázisának bizonytalansága kisebb míg az amplitúdó bizonytalansága nagyobb mint egy koherens állapotban, ez egy **préselt fázisú** vagy másnéven **fázispréselt** állapot.
- Ha a fordított szélső eset áll fenn azaz $\theta = 0$ és $\text{Re}\alpha = 0$, az azt jelenti, hogy a bizonytalansági ellipszis a sugárirányban van összenyomva, ez egy **amplitúdó préselt** állapot.

Préselt koherens állapot Wigner-függvénye



7.4. ábra: Öt állapot esetén az elektromos mező zaja, az oszcilláló hullámcsomag és a Wigner-függvény. A legfölső állapot a vákuum, a következő a préselt vákuum, a harmadik egy fázispréselt, az ötödik egy amplitúdópréselt állapot. A ábrán látszó „gyűrődések” a kísérleti pontatlanságok következményei. **Forrás:** https://en.wikipedia.org/wiki/Squeezed_coherent_state

Fotonstatisztika préselt állapotokban

Az $|\alpha, z\rangle$ állapot kifejezhető a számállapotok szerint:

$$|\alpha, z\rangle = \sum_n c_n(\alpha, z) |n\rangle.$$

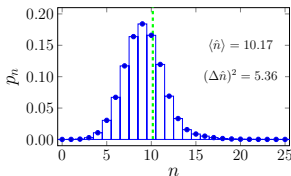
A bonyolult $c_n(\alpha, z)$ együtthatók explicit alakját lásd pl. [1].



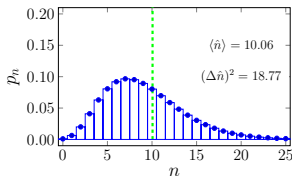
G.S. Agarwal: *Quantum Optics*, Cambridge University Press, Cambridge 2013

A fotonszám várható értéke egy préselt állapotban: $\langle \hat{n} \rangle = |\alpha|^2 + \sinh^2 r$,
azaz préselt vákuumban ($\alpha = 0$) sem tűnik el.

Amplitúdó préselt állapot: $\alpha = \sqrt{8.9}$, $r = 0.5$, $\theta = \pi/6$



Fázis préselt állapot: $\alpha = \sqrt{8.9}$, $r = 0.5$, $\theta = 4\pi/6$



7.5. ábra: A kifejtési együtthatók abszolút értékének négyzete két esetben az n szám függvényében. Megadják, hogy egy préselt vákuum állapotban milyen valószínűséggel mérjük a fotonok számát n -nek.

Préselt fény előállítása

Kérdés: Hogyan lehet a valóságban préselt állapotot létrehozni?

Mivel az $S(z)$ operátor a fotont keltő és eltüntető operátort a négyzetben tartalmazza, ezért **kétfotonos folyamatokban** várhatjuk préselt fény megjelenését.

- Préselt vákuumot először 1985-ben állítottak elő Slusher és munkatársai úgynevezett **négyhullámkeveréssel** Na gőzben.
- Majd Kimble és munkatársai egyszerűbben, **optikai parametrikus erősítővel** generáltak préselt vákuumot 1987-ben.
- Mlynek és munkatársai intenzív préselt állapotot is létrehoztak és mérték.

A Mlynek kísérletében: egy megfelelően gerjesztett nemlineáris kristály atomjai a beeső 2ω frekvenciájú intenzív fényből két olyan ω_1 illetve ω_2 körfrekvenciájú nyalábot generálnak, amelyekre $\omega_1 + \omega_2 = 2\omega$. Ez a **parametrikus lekonvertálás**. Speciális esetben elérhető az $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ úgynevezett degenerált eset, amikor a lekonvertált módus préselt állapotú lesz.

Degenerált parametrikus folyamat

A **degenerált** parametrikus folyamatot jó közelítéssel a következő modell-Hamilton operátorral lehet leírni:

$$H = \hbar 2\omega a_2^\dagger a_2 + \hbar \omega a_1^\dagger a_1 - i\hbar \chi^{(2)} \left(a_1^2 a_2^\dagger - a_1^{\dagger 2} a_2 \right).$$

- Az első tag a gerjesztő 2ω frekvenciájú a_2 módust írja le, ennek keltő és eltüntető operátora $a_2^\dagger$ és a_2 .
- A második tag a lekonverzió következtében megjelenő fele akkora frekvenciájú a_1 módus.
- A harmadik tag a nemlineáris kristály által létrehozott kölcsönhatás a módusok között. Itt $\chi^{(2)}$ a másodrendű nemlineáris szuszceptibilitás, az $a_1^{\dagger 2} a_2$ tag azt jelzi, hogy a kristályban eltűnik egy foton a 2ω frekvenciájú a_2 módusból, és helyette keltődik kettő az a_1 módusban, illetve a fordított folyamat is lehetséges, azaz eltűnik két a_1 foton és keltődik egy a_2 típusú.

Az effektív Hamilton operátor

Parametrikus közelítés: Az a_2 gerjesztő módus egy erős klasszikus mező $\Rightarrow$ kvantumos jellemzőit elegendő átlagosan figyelembe venni.

$\Rightarrow$ A H operátor várható értékét vesszük az a_2 gerjesztő módus $|\beta_0 e^{-2i\omega t}\rangle$ koherens állapotában (itt β_0 állandó).

A $\hbar 2\omega a_2^\dagger a_2$ -ból származó $\hbar 2\omega |\beta|^2$ állandó tagot elhagyva, az operátorunk alakja

$$H^{PA} = \hbar\omega a_1^\dagger a_1 - i\hbar(\eta^* a_1^2 e^{2i\omega t} - \eta a_1^{\dagger 2} e^{-2i\omega t}) = H_0 + K,$$

ahol $\eta = \beta_0 \chi^{(2)}$.

Az a_1 időfüggését megadó mozgásegyenlet Heisenberg képben

$$\dot{a}_1 = \frac{i}{\hbar} [H^{PA}, a_1].$$

A fenti H^{PA} Hamilton operátorral a következő mozgásegyenletet kapjuk:

$$\dot{a}_1 = -i\omega a_1 + 2\eta a_1^\dagger e^{-2i\omega t}. \quad (7.5)$$

A kvadratúrák mozgásegyenlete

Vezessük be most a

$$b(t) = a_1(t)e^{i\omega t}$$

új operátort, amelynek időbeli változását csak a parametrikus kölcsönhatás okozza. Másképpen szólva itt áttérünk egy kölcsönhatási képbe.

b mozgásegyenlete ebből a definícióból és a (7.5) egyenletből:

$$\dot{b} = 2\eta b^\dagger.$$

Vezessük be az $\eta = ge^{2i\gamma}$ jelölést. Az ennek kapcsán képezhető

$$X_b = \frac{be^{-i\gamma} + b^\dagger e^{i\gamma}}{2}, \quad Y_b = \frac{be^{-i\gamma} - b^\dagger e^{i\gamma}}{2i}$$

kvadratúra operátorokra vonatkozó mozgásegyenletek alakja:

$$\dot{X}_b = 2gX_b, \quad \dot{Y}_b = -2gY_b.$$

Az időfüggés alakja

A megoldás:

$$X_b = X_b(0)e^{2gt}, \quad Y_b = Y_b(0)e^{-2gt}.$$

A módus elektromos térerősség operátorában is áttérünk az X_b és az Y_b változókra:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= 2\mathcal{E}_\omega \epsilon (X_b(t) \sin \omega t - Y_b(t) \cos \omega t) = \\ &= 2\mathcal{E}_\omega \epsilon (X_b(0)e^{2gt} \sin \omega t - Y_b(0)e^{-2gt} \cos \omega t). \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ A térerősség kvadratúra komponenseinek amplitúdója változik a parametrikus kölcsönhatás következtében: **az egyik kvadratúra amplitúdója nő, a másiké csökken.**

Egyszerű számítás adja a két kvadratúra szórását a vákuumállapotban:

$$\Delta X_b = \frac{e^{2gt}}{2}, \quad \Delta Y_b = \frac{e^{-2gt}}{2}.$$

$\Rightarrow$ A kölcsönhatás nyomán valóban préselt vákuumot kapunk és a kölcsönhatás erősségétől függően a préselés mértéke időben nő.

A kísérleti megvalósítás úttörői

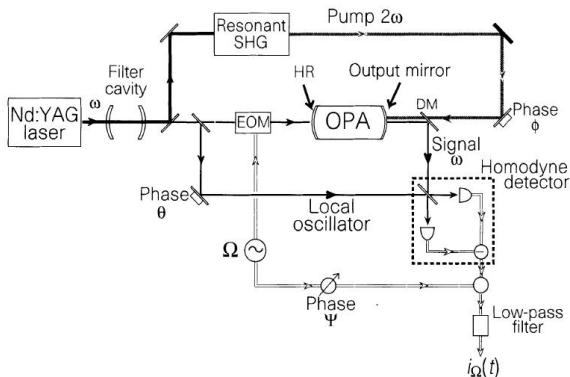


7.6. ábra: A préselt fény kísérleti megvalósításának úttörői: Richard E. Slusher, H. Jeff Kimble és Jürgen Mlynek.

A mainzi kísérlet I

Mlynek-féle kísérlet

- gerjesztő lézer nyaláb (Nd:YAG): $1,06\ \mu\text{m}$ második harmonikusával.
- a préselt nyalábot az optikai parametrikus erősítő (OPA) generálja.
- detektálás a két fotodetektor jel-különbségével történik.

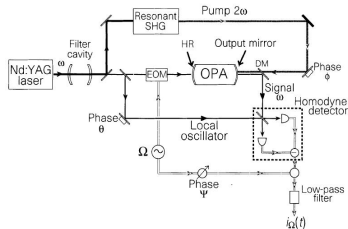


Forrás: <http://gerdbreitenbach.de/gallery/index.html>

A mainzi kísérlet I

Három részre osztás

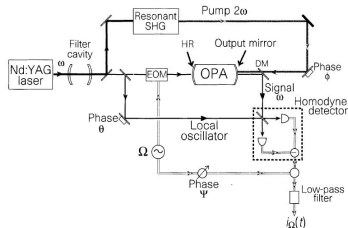
- Az egyik nyaláb egy kristályban másod-harmonikus keltésre (SHG).
- Az SHG kimenetén keletkező frekvencia-kétszerezett 530 nm-es fény szolgált pumpáló forrásként a berendezés fő részét képező optikai parametrikus erősítő (OPA) számára, amely egy optikai rezonátorba helyezett nemlineáris kristály. (LiNbO₃)
- A beeső 2ω frekvenciájú intenzív fény a kristály atomjaival kölcsönhatva két olyan ω_1 illetve ω_2 körfrekvenciájú fotont generál, amelyekre érvényes az $\omega_1 + \omega_2 = 2\omega$ összefüggés. Ezt nevezzük **parametrikus lekonvertálás**nak, amely az összegfrekvencia keltés fordítottja.



A mainzi kísérlet II

DM jelű tükör:

- A kimenetből kiszűrte a 2ω frekvenciájú pumpa komponens
- a lekonvertált nyalábot a szaggatott vonallal jelzett detektorrészbe irányította.



Detektálás: helyi oszcillátorként az $1.06\mu\text{m}$ -es alapharmonikus másik részét használták. Ez utóbbi + a detektálandó préselt módus egy nyalábosztón $\Rightarrow$ a fotodetektorok jeleinek különbsége függeni fog a préselés mértékétől.

EOM elektrooptikai modulátor: ($\Omega = 2,5\text{MHz}$) a nyaláb harmadik része ezen át jut a préselt fény forrásául szolgáló kristályba. $\Rightarrow$ Az ω körfrekvenciájú komponens modulálva, $\omega \pm \Omega$ frekvenciájú oldalsávok.

A módusok irány szerinti analízisével kimutatható, hogy az intenzív préselt komponensek az oldalsávokban jelentkeznek.

Az EOM kitakarásával az ω körfrekvencián préselt vákuum lép ki és detektálódik a DM tükrön való eltérítés után.

A préselt fény detektálása I

A mérendő jelet egy nyalábosztón összekeverik a referenciajellel, melynek frekvenciája itt azonos a mérendő jel frekvenciájával.

Ez utóbbit **helyi oszcillátornak** szokás nevezni, a két jel keverését használó eljárást pedig – a frekvenciák azonosságára utalva – **homodyn detektálásnak**.

a : a parametrikus oszcillátor kimenetén megjelenő a módus eltüntető operátora.

b a referenciaként használt jel eltüntető operátora.

50-50-es nyalábosztó: a beeső intenzitásnak éppen a felét engedi át, a másik felét pedig visszaveri.

A nyalábosztó után az (1) jelű fotodetektorba jutó fény eltüntető operátora legyen c_1 , a (2) jelű detektorba jutóé c_2

$$c_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}a + \frac{e^{i\psi}}{\sqrt{2}}b, \quad c_2 = -\frac{e^{-i\psi}}{\sqrt{2}}a + \frac{1}{\sqrt{2}}b.$$

Itt föltettük, hogy transzmissziókor nincs fázisugrás, míg reflexiókor a nyalábosztó egy ψ illetve $-\psi$ fázisugrást okoz.

A préselt fény detektálása II

A detektorokba jutó intenzitásokat a fotonszám operátorok határozzák meg.

A keverő a két intenzitás **különbségét** állítja elő, így lényegében a

$$c_1^\dagger c_1 - c_2^\dagger c_2 = a^\dagger b e^{i\psi} + b^\dagger a e^{-i\psi}$$

operátornak megfelelő fizikai mennyiséget méri.

A referencia általában egy erős koherens jel, ezért annak b operátorát helyettesíthetjük egy klasszikus $|\beta|e^{i\chi}$ komplex amplitúdóval. Bevezetve a $\theta = \psi + \chi$ jelölést, látható, hogy **a detektor az**

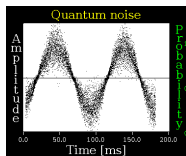
$$X_\theta = \frac{1}{2}(a e^{-i\theta} + a^\dagger e^{i\theta})$$

operátornak megfelelő mennyiséget méri. A préselés mértékét X_θ szórása határozza meg, ami a detektor jelének szórásával egyezik meg.

A préselt fény detektálása III

A θ fázist, azaz a préselés illetve a nyújtás mértékét a pumpáló fényt a nyalábosztóra irányító tükör kis mozgásával lehetett változtatni. A fázist a tükör fordításával $\pi/100$ rad/ms sebességgel mozgatták és a kimenő jelben a megjelenő kvantum-bizonytalanság ezzel a sebességgel változott.

Animáció:



A 6. pontban említett java animáció összefoglalja a már vázolt mérési eredményeket a fény különböző állapotaiban (vákuum, koherens, préselt vákuum, amplitúdó préselt fény ...)

<http://gerdbreitenbach.de/gallery/index.html>

A fázisbizonytalanság csökkentése

Fázispréselt fény használata előnyös lehet olyan méréseknél, ahol az optikai fázis pontos meghatározása fontos.

Fázismérés tipikusan egy interferométerben történik és annak pontosságát – ha minden hagyományos zajt sikerül is kiküszöbölni – a kvantummechanikai bizonytalanság behatárolja.

$|\alpha\rangle$ állapotú koherens fény használata esetén a fázis bizonytalansága $1/|\alpha|$, mert a fázistéren az origótól $|\alpha|$ távolságban fölvelt középpont körül rajzolt fix $\Delta X = 1/2$ sugárral rajzolt látószöge ilyen arányban csökken az $|\alpha|$, azaz a mező amplitúdójának növelésével.

Fázispréselt fény alkalmazása esetén ez a bizonytalanság csökkenthető. Ennek lehetősége különösen fontos lehet gravitációs hullámok detektálásánál.

Gravitációs hullámok detektálása

Gravitációs hullámokra mint a téridő kontinuum lokális deformációira lehet gondolni, amit nagytömegű csillagászati objektumok gyorsuló mozgása kelt, és amelyek fénysebességgel haladva terjednek.

A téridőnek ez a torzulása azonban igen csekély, a gravitációelmélet becslései szerint egy ilyen hullám hatására a bolygónkon egy anyagi objektum két egymásra merőleges irányú **méretének relatív megváltozása 10^{-20} nagyságrendű**, így ennek kimutatása nagyon nehéznek látszik.

Több nagy Michelson interferométer is működik jelenleg ilyen céllal a Földön, mindegyikük esetén az interferométer karjai több km hosszúak.

Egy gravitációs hullám azt idézheti elő hogy az egyik kar megnyúlik, míg a rá merőleges kar összehúzódik, és ez esetleg periodikusan történik, ami az interferenciakép megváltozásában jelentkezne.

Gravitációs interferométerek

Egy-egy ilyen műszer valójában egymástól akár sokezer kilométerre lévő több interferométerből is áll. Olyan jelek lennének gravitációs hullámnak minősíthetők, amelyek több interferométerben megfelelő **korrelált módon jelentkeznek**, ellenkező esetben a mérést valamilyen véletlen zajnak is lehetne tulajdonítani.

- A fázisbizonytalanság és így az interferencia bizonytalansága nagymértékben csökkenthető ha az interferométer közönséges lézertény helyett fázis-préselt nyalábbal működik.
- Az interferométer tükrei több tíz kilogramm tömegűek azért hogy a Brown mozgásból (bár az egész berendezés vákuumban van) illetve a mező sugárnyomásából származó fluktuációkat kiküszöböljék.
- Emellett a használt lézerek több száz watt teljesítményűek, hogy így a nagy $|\alpha|$ révén is csökkentsék a fáziszajt.

Ilyen detektorok: LIGO, VIRGO, GEO600.

Mindazonáltal a több tíz éve nagy ráfordításokkal működő berendezésekkel mostanáig (2015 június) nem sikerült gravitációs hullámokat detektálni.

Gravitációs interferométerek



7.7. ábra: A Virgo gravitációs-hullám detektor madártávlatból. A Michelson interferométer egymásra merőleges karjai 3 km hosszúak. A lézerfény a karok végéről többször oda-vissza verődve összesen mintegy 120 km-nyi optikai utat tesz meg. A Virgo detektor az EGO, azaz European Gravitational Observatory területén található Pisa mellett. **Forrás:** <http://virgopisa.df.unipi.it/>

Egyéb alkalmazások

A préselt állapotok egy másik fontos alkalmazási területe az úgynevezett folytonos változós kvantuminformatikai eljárásokhoz kapcsolódik, ezek tárgyalása azonban túlmutat ennek az előadásnak a keretein.

Ellenőrző kérdések

- 1 Mit nevezünk intelligens állapotnak?
- 2 Hogyan definiáljuk a préselő operátort?
- 3 Mit értünk préselt vákuum állapot alatt?
- 4 Milyen értelemben használjuk a „préselt” szót az állapot jellemzésére?
- 5 Hogyan definiáljuk a préselt koherens állapotot?
- 6 Intelligens állapot-e a préselt koherens állapot?
- 7 Mi a jellegzetessége a préselt koherens állapot Wigner-függvényének?
- 8 Mit nevezünk parametrikus konverciónak, és miért vezet préselt állapothoz?
- 9 Hogyan detektálják a préselt állapotot?
- 10 Milyen mérés esetén lehet hasznos a préselt fény alkalmazása?