



Kvantumelektrodinamika és Kvantumoptika

11. ELŐADÁS

Kísérletek Rydberg-atomokkal és csapdázott ionokkal

Benedict Mihály

SZTE TTIK Elméleti Fizikai Tanszék, Szeged, 2015



„Ágazati felkészítés a hazai ELI projekttel
összefüggő képzési és K+F feladatokra ”

TÁMOP-4.1.1.C-12/1/KONV-2012-0005 projekt



Európai Unió
Európai Strukturális
és Beruházási Alapok



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Tartalom

- 1 Tartalom
- 2 Bevezetés
- 3 Rydberg atomok üregben
 - A legfontosabb kísérleti eredmények
- 4 Csapdázott ionok rezgési állapotai
- 5 Mozgási Schrödinger macska állapotok
- 6 Ellenőrző kérdések

Bevezetés

A Jaynes–Cummings–Paul-modellről sokáig úgy gondolták, hogy annak elméleti érdekességén túl egy kísérletben megvalósítható fizikai jelenséghez nem sok köze van, mert az egyetlen atom és egyetlen módus kölcsönhatását ténylegesen megvalósítani nem lehetséges.

A kísérleti technika korábban hihetetlennek gondolt fejlődése nyomán azonban kiderült, hogy ez a jelenség mégis vizsgálható a laboratóriumban is.

A következőkben a JCP-modell két különböző kísérleti megvalósítását tárgyaljuk.

- Az egyik maga az eredeti rendszer, azaz egyetlen atom és egy rezonáns üreg kölcsönhatásának megfigyelése.
- A másik rendszer, amelyet matematikailag ugyanaz a formalizmus ír le mint a JCP-modellt, egy ioncsapdában befogott ion két belső energiaállapotának és kvantummechanikai rezgőmozgásának az összecsolása megfelelő lézerimpulzusok segítségével.



A két kísérletet megvalósító csoport vezetőjét **S. Haroche** francia és **D. Wineland** amerikai fizikust 2012-ben Nobel-díjjal jutalmazták:

„azoknak az áttörő kísérleti módszereknek a megvalósításáért, amelyek egyedi kvantumrendszereken végzett méréseket és azok manipulációját tették lehetővé.”

Első kísérleti eredmények

- A Jaynes–Cummings–Paul-modell által leírt szituációt, azaz egy üregrezonátor módusa által befolyásolt két atomi nívó között létrejövő atom-mező dinamikát kísérletileg először 1985-ben valósított meg Garchingban az MPQ-ban **D. Meschede és H. Walther**.
- Ezt követően S. Haroche, J.M. Raimond és munkatársai a 1990-es évek közepétől kezdve Párizsban az ENS–Kastler–Brossel laboratóriumában még pontosabb technikát dolgoztak ki ennek az alapvető jelenségnek a kísérleti megfigyelésére.

Most ezeket a kísérleteket ismertetjük. A technikai megvalósítás és az elméleti háttér ennél jóval részletesebb leírása is megtalálható a [1] könyvben.



S. Haroche, J.M. Raimond, *Exploring the Quantum*, Oxford University Press, 2006

Serge Haroche



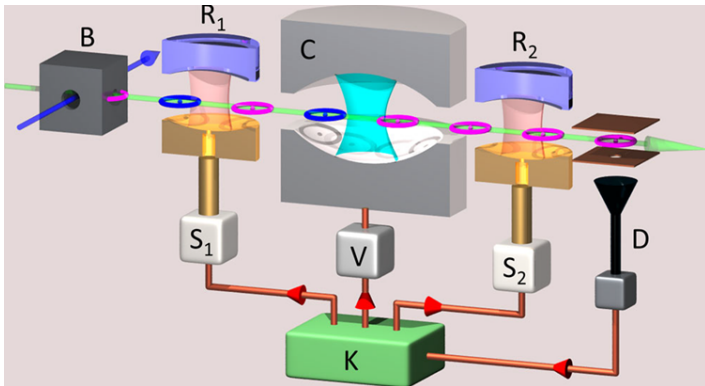
11.1. ábra: Serge Haroche (1944 -) francia fizikus. 2012-es fizikai Nobel-díj David J. Winelanddel közösen.

A párizsi kísérlet

A kísérletek során a megfelelően preparált **Rb atomokat** küldték át egyenként egy olyan méretű **szupravezető üregben**, amelynek egyik sajátmódusát a rubidium egy alkalmas, alább tárgyalandó átmenetének frekvenciájával össze tudták hangolni.

- A gömbi tükrök által formált Fabry–Perot-jellegű üreg tükreinek távolsága néhány cm, és ennek egy 9 félhullámhosszból álló 51 GHz-es – keresztirányban Gauss-eloszlású – állóhulláma, módusa volt rezonáns az atomi átmenettel, azaz ennek frekvenciája megegyezett az atomok egyetlen kiválasztott nívópárja közti Bohr frekvenciával.
- A módus nyakszélessége, azaz a kölcsönhatási tartomány mérete 6 mm-es nagyságrendű volt, míg üregbe belépő atomok sebességét lézeres technikával a 100-600 m/s tartományban kb. 2 m/s pontossággal be tudták állítani.
- Az atomok sebessége határozza meg az üregben való áthaladásuk és ezáltal az mezővel való kölcsönhatásuk időtartamát, amit ezek szerint néhányszor $10\ \mu\text{s}$ körüli értékre lehetett beállítani.
- Az atomi kvantumállapotok megváltozásának valószínűségét az üregből való kilépés után detektálták, amivel közvetve az üregbeli mező állapotváltozása is nyomon követhető.

A párizsi kísérlet elrendezésének sémája



11.2. ábra: A cirkuláris állapotú Rb atomok előállítása és sebességének beállítása a B jelű tartományban történik. Az R_1 és R_2 un. Ramsey zónákban klasszikusnak tekinthető $\pi/2$ impulzusokkal változtatják az atom belső állapotát. A C jelű üregben történik a kölcsönhatás a kvantumos módussal. A D jelű detektor regisztrálja az atom végső állapotát.

A párizsi kísérlet technikai részletei

Az üreg jellemzői

- A párizsi kísérletekben üregként előbb egy niobiumból (Nb) készült konfokális Fabry-Perot-rezonátort használtak.
- A 2000-es évektől pedig egy még jobb minőségű olyan változatot, ahol a tükrök teste rézből készült és arra niobiumot párologtattak. A Nb szupravezető, így a tükröket 1 K-re hűtve óriási $Q := \omega T_c = 4,2 \times 10^{10}$ jósági tényezőjű üreget sikerült készíteni.

Jósági tényező: egy oszcillátor esetén a rezonáns frekvencia és a csillapítási tényező hányadosa.

Csillapítási tényező: Annak a T_c időállandónak a reciproka, amelyik megadja, hogy kikapcsolt gerjesztés után milyen gyorsan csillapodik a rezgés amplitúdója az e -ed részére. Azt a terminológiát is használhatjuk, hogy a T_c időállandó megadja, hogy egy foton mennyi ideig marad az üreg módusában.

A kísérletben a **foton akár 130 ms-os időtartamig sem nyelődött el** az üreg falán, illetve nem hagyta el az üreget, amelynek méreteit úgy választották meg, hogy az legyen rezonáns egy Rb Rydberg-atom speciális átmenetével.

A Rydberg-atomokról

Rydberg-atom: az atom egyetlen elektronja egy igen magasan gerjesztett állapotban van, ahol a magtól mért átlagos távolsága jóval nagyobb mint a többi elektroné.

Az alkáli oszlopban található 37-es rendszámú Rb-nak:

- egy valenciaelektronja van, amely már az atom alapállapotában is jóval távolabb van a magtól mint a többi elektron,
- egy megfelelő gerjesztéssel ez a távolság még három nagyságrenddel megnövelhető,
- így az elektron gyakorlatilag ugyanúgy viselkedik mint a H-atom egyetlen elektronja, ez a **Rydberg-elektron**.

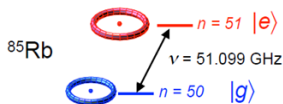
A Rb kérdéses átmenete az atom két igen magasan gerjesztett $n = 50$ és 49 főkvantumszámú állapotai között történt.

A Rydberg-atom energiaszintjei jó közelítéssel:

$$E_{n,\ell} = -\frac{R_E}{(n - \delta_\ell)^2} - \frac{R_E}{(n^*)^2}$$

δ_ℓ **kvantumdefektus** függ a mellékkvantumszámtól, és szemléletesen amiatt lép föl, hogy az elektron a mozgása során behatol az atomtörzsbe.

R_E közel azonos a H atom esetén érvényes 13,6 eV értékkel.



A Rydberg-atomokról

Nagy ℓ -ekre a δ_ℓ kicsi mert az elektron „pályája” kör $\Rightarrow$ az elektron nagy valószínűséggel egy **tórusz** mentén tartózkodik $\Rightarrow$ nem közelíti meg a többi elektront a mag közelében.

Cirkuláris Rydberg-állapot: ℓ és m a lehető legnagyobb: $\ell = n - 1$, és $m = \ell = n - 1$.

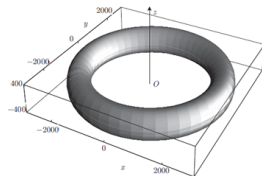
A dipólmomentumra vonatkozó **kiválasztási szabályok** miatt ($|\Delta\ell| = 1$ és $|\Delta m| = 0, 1$) csak **egyetlen kisebb energiájú** másik nívóhoz van csatolva: az n, ℓ, m kvantumszámai pontosan eggyel kisebbek mint az induló eredetié,

Az átmeneti dipólmomentum azaz dipólmátrixelem ilyen átmenetek esetén

$$d = \langle n, \ell = n - 1, m = \ell | D | n - 1, \ell = n - 2, m = \ell - 1 \rangle \sim q_0 n^2 a_0.$$

a Bohr sugarak az n^2 -el skálázódnak $\Rightarrow$ a kísérletben használt $n = 51$ esetén **az átmeneti dipólmomentum kb. 2500-szor nagyobb mint egy szokásos optikai átmenet esetén.**

$\Rightarrow$ elegendően erős csatolás az üreg módusával, azaz elegendően nagy Rabi-frekvencia.



A Rydberg-atomokról

A Rydberg-állapotok további előnye, hogy **spontán élettartamuk jóval nagyobb, mint egy közönséges optikai átmeneté.**

Vizsgáljuk meg a spontán bomlási állandóra vonatkozó képletet:

$$\gamma_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4}{3} \frac{d^2 \omega_0^3}{\hbar c^3}$$

a fentiek szerint $d^2 \sim n^4$; míg az $E_n = -\frac{R_E}{n^2}$ Rydberg formula formális n szerinti deriválásából, $|\Delta E| \approx \frac{2R_E}{n^3}$ miatt $\omega_0 = \frac{|\Delta E|}{\hbar} \approx \frac{2R_E}{\hbar n^3}$ ($= 36$ GHz). Eszerint $\omega_0^3 \sim n^{-9}$ és $\gamma \sim \gamma_0 n^{-5}$, ami

A számadatokat behelyettesítve: kb. 10^{-1} s -nak adódik üres térben, $\leftrightarrow$ szemben az atomok optikai átmenetei esetén érvényes $\gamma_0 = 10^9$ 1/s illetve $\tau_0 = 10^{-9}$ s értékekkel.

A Rydberg-atomok detektálása

A Rydberg-atomok magasan gerjesztett állapotai energiában nagyon közel vannak az ionizált, azaz az energiakontinuumba eső állapotokhoz $\Rightarrow$ könnyen ionizálhatók.

A mag és az iontörzs által keltett és a Rydberg-elektron által „érezett” elektromos térerősség nagysága a magtól átlagosan $n^2 a_0$ távolságban:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{(n^2 a_0)^2}.$$

Egy ezzel összemérhető sztatikus elektromos térerősséget alkalmazva az leszakíthatja az elektront az atomból. A térerősségek aránya az $n - 1$ és az n főkvantumszámú állapot esetén $n^4/(n-1)^4 = 1/(1-1/n)^4 \approx 1 + 4/n$.

Noha a Rydberg-állapotok közötti energiakülönbség jóval kisebb mint a kis főkvantumszámú állapotok között, az mégis elegendő egy állapotszelektív ionizációhoz.

Az eljárás során az üregből kilépő atom két ionizációs detektoron halad át, amelyeket finoman kell beszabályozni úgy, hogy az elsőben a gyöngébb térerősség az csak az $|e\rangle$ gerjesztett állapotban lévő atomokat ionizálja, míg a másodikban a nagyobb térerősség már a $|g\rangle$ állapotú atomot is ionizálja. A kettő közül valamelyik detektorban érzékelt leszakított elektron jelent egy állapotszelektív mérést.

A Rydberg-atomokról

Összefoglalva tehát, a kísérletek szempontjából a Rydberg-atomoknak a következő előnyös tulajdonságai vannak:

- (a) átmenetek csak a szomszédos cirkuláris állapotok között vannak, tehát az atomok lényegében valóban kétnívósak,
- (b) a megengedett átmenetek dipólusmomentumai nagyok,
- (c) a nívók hosszú élettartamúak, a spontán emisszió elhanyagolható,
- (d) az állapotaik szerint szelektíve ionizálhatók, azaz az atomi állapotok mérésével egyszerűen megkülönböztethetők,

Diszkrét Rabi frekvenciák

Haroche csoportja 1996-ban kimutatta [1], hogy az üregbe csatolt $|\alpha\rangle$ koherens állapotú klasszikus mező amplitúdójának növelése során a Rabi frekvencia csak diszkrét értékeket vesz föl, speciálisan a fotonszám négyzetgyökével arányosan változik az $\Omega_n = \Omega_0 \sqrt{n+1}$ képletnek megfelelően.



M. Brune et. al. Phys. Rev. Lett. **76**, 1800 (1996)

A mérés során az ürege áthaladó és kezdetben $|e\rangle$ állapotú atomok az ürege áthaladva

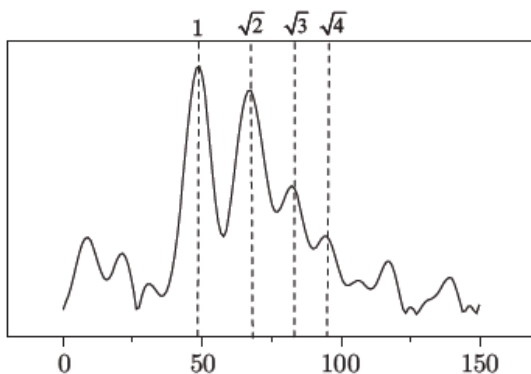
$$P_e(t) = \sum_n |C_n(0)|^2 \frac{1}{2} (1 + \cos \sqrt{n+1} \Omega_0 t) = \sum_n \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} e^{-|\alpha|^2} \frac{1}{2} (1 + \cos \sqrt{n+1} \Omega_0 t)$$

valószínűséggel lesznek a gerjesztett állapotban.

A különböző kölcsönhatási időkhöz, azaz atomi sebességeket tartozó P_e -k Fourier transzformáltjában a csúcsok az $\sqrt{n+1} \Omega_0$ diszkrét értékeknél jelennek meg. Ez a fotonok létezésének kísérleti bizonyítéka, egy olyan – a látható fényénél 6 nagyságrenddel kisebb – frekvencián, ahol fotoeffektusról szó sem lehet.

Ebben az igen gyöngé mezőben, ahol $\langle n \rangle = |\alpha|^2 \lesssim 1$, az egyes fotonszámállapotoknak megfelelő kvantumos Rabi-frekvenciák még külön észlelhetők.

Diszkrét Rabi frekvenciák



11.3. ábra: A mérés során az üregbe a felső állapotban érkező atomoknak az ugyancsak a felső állapotban való tartózkodási valószínűségét mérik az üregből való kilépés után. Ennek Fourier transzformáltját mutatja az ábra a kHz-ben mért frekvencia függvényében egy $\langle n \rangle = |\alpha|^2 = 0,85$ átlagos fotonszámú a C üregbe csatolt koherens állapotú mező esetén. Az egyezés kiváló a $P_{\uparrow} = \sum_n e^{-|\alpha|^2} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} \cos^2 \left(\frac{\Omega_0 t}{2} \sqrt{n+1} \right)$ elméleti valószínűség spektrumával.

Két atom összefonása az üreg segítségével

Az előző fejezetben tárgyaltak szerint ha a $|0\rangle$ azaz vákuumállapotú üregbe egy 1 indexszel jelzett gerjesztett atom lép be, akkor az atom-mező rendszer az $|e\rangle_1 |0\rangle$ kezdőállapotból indulva $t_{\pi/2} = \pi/2 \Omega_0$ idő múlva

$$|\Psi\rangle_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e\rangle_1 |0\rangle - i |g\rangle_1 |1\rangle)$$

állapotú lesz. Vagyis megfelelő sebességszelekcióval elérhető, hogy miután az atom elhagyta az üreget **az atom és a mező a fönti összefonódott állapotba kerüljön**.

Ha ezután egy másik egy 2 jelű atom a $|g\rangle_2$ alapállapotban lép be az üregbe úgy, hogy a sebessége éppen fele az előző atoménak, akkor az üregen áthaladva a $t_\pi = \pi/\Omega_0$ időnek megfelelő változás megy végbe a rendszeren.

A $|g\rangle_2 |0\rangle$ állapot – mint tudjuk – nem változik, a $|g\rangle_2 |1\rangle$ viszont ennyi idő alatt éppen visszakerül az $-i |e\rangle_2 |0\rangle$ -ba. Így a három részrendszer együttes állapota miután a második atom is elhagyta az üreget

$$|\Psi\rangle_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle_2 |e\rangle_1 |0\rangle - |e\rangle_2 |g\rangle_1 |0\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle_2 |e\rangle_1 - |e\rangle_2 |g\rangle_1) |0\rangle.$$

Látható, hogy a mező mindenképpen visszakerült az alapállapotába a $|0\rangle$ -ba, viszont most **a két atom kerül összefonódott állapotba**.

Két atom összefonása az üreg segítségével

Az atompár állapotát megadó

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle_2 |e\rangle_1 - |e\rangle_2 |g\rangle_1)$$

kifejezés egy olyan **összefonódott Bell-Bohm-típusú állapot**, amilyennel 1/2-es spinekkal vagy fotonpolarizációval kapcsolatban a Bell-egyenlőtlenség sérülését lehet demonstrálni.

Az ilyen módon beállított állapotú atompárokkal a Bell-egyenlőtlenség sérülését demonstráló kísérleteket a párizsi csoport ténylegesen el is végezte [1].

Megjegyzés: A két atom úgy került itt egy összefonódott állapotba, hogy nem is találkoztak egymással, azaz nem jött létre közvetlen kapcsolat közöttük, az összefonódást a mezővel való külön-külön végbemenő kölcsönhatás eredményezte.

A mező Schrödinger-macska állapotai

Egy további nagyon érdekes kísérlet során a Haroche és munkatársai létrehozták a mező úgynevezett Schrödinger macska állapotait.

Az eredeti Schrödinger gondolat szerint: ha a kvantummechanikát a makroszkopikus világra is érvényesnek gondoljuk, akkor egy macska és egy radioaktív mag együttes állapotaként elképzelhető a következő két állapot szuperpozíciója.

Az egyik állapotban a radioaktív mag még nem bomlott el, s egy macska él, másikban pedig az elbomló magból induló bomlástermék egy olyan berendezést hoz működésbe, amelyik elpusztítja a macskát. Az ennek megfelelő kvantumállapot alakja:

$$(|\text{macska él}\rangle |\uparrow\rangle + |\text{macska elpusztult}\rangle |\downarrow\rangle) / \sqrt{2}$$

ahol $|\uparrow\rangle$ a még nem elbomlott, a $|\downarrow\rangle$ pedig az elbomlott mag állapota.

Az üregeken áthaladó atomok esetén ezt abban az értelemben sikerült megvalósítani, hogy a módus-atom rendszer összefonódott állapotának alakja

$$|\Psi_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|e\rangle |\alpha e^{i\phi}\rangle + |g\rangle |\alpha e^{-i\phi}\rangle \right)$$

volt, ahol $|\alpha e^{i\phi}\rangle$ és $|\alpha e^{-i\phi}\rangle$ **makroszkopikusan megkülönböztethető** állapotok, ha $|\alpha|^2$ elegendően nagy.

A mező Schrödinger-macska állapotai

Láttuk, hogy a mező másképpen hat az atomra attól függően, hogy az az alap vagy a gerjesztett állapotában van, de ez fordítva is igaz, az atomnak a mezőre kifejtett hatása is függ attól, hogy milyen az induló atomi állapot.

Meg lehet vizsgálni, hogy mi történik akkor, ha a beérkező atom már eleve egy

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|e\rangle + i|g\rangle)$$

szuperponált állapotban érkezik az $|\alpha\rangle$ koherens állapotú üregbe, amit úgy lehet elérni, hogy mielőtt az atom belépne az üregbe, egy klasszikusnak tekinthető mikrohullámú $\pi/2$ impulzussal meggerjesztik.

Azt a térbeli tartományt ahol ezt eléri R_1 **Ramsey zónának** nevezik.

Megjegyzés: A technika alkalmazása még az eredeti Rabi-féle klasszikus molekulanyaláb módszer javítására N. Ramsey nevéhez fűződik, aki 1989-ben két alább említendő fizikussal együtt Nobel-díjat kapott.

A mező Schrödinger-macska állapotai

Az üregrezonátoros kölcsönhatás esetén kiderül, hogy ha az atom és az üreg közötti $\Delta = \omega_0 - \omega$ elhangolás nagyobb mint az $\Omega_0(n+1)$ kvantumos Rabi frekvencia (legalábbis addig az n fotonszámig, ami még dominánsan jelen van az üregbe becsatolt α koherens állapotban), akkor a kölcsönhatás során az eredetileg $(|e\rangle + i|g\rangle)|\alpha\rangle/\sqrt{2}$ együttes állapot az atom áthaladása után az

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + i|g\rangle)|\alpha\rangle \rightarrow |\Psi_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle|\alpha e^{i\phi}\rangle + i|g\rangle|\alpha e^{-i\phi}\rangle)$$

folyamat során éppen egy $|\Psi_S\rangle$ állapotba jut, ami annak a következménye, hogy a rezonancia hiányában az atom állapota nem változik, abszorpció vagy emisszió nincs.

Ugyanakkor a diszperzív kölcsönhatás a mező fázisát és annak előjelét is megváltoztatja attól függően, hogy az $|e\rangle$ vagy a $|g\rangle$ állapotban volt: a fázisváltoztatás mértéke $\phi = \Omega_0^2/4\Delta^2$.

Ha ezután az atom áthalad egy második R_2 Ramsey-zónán is, amely egy újabb $\pi/2$ impulzussal az atomon az $|e\rangle \rightarrow (|e\rangle + i|g\rangle)/\sqrt{2}$, $|g\rangle \rightarrow (|e\rangle - i|g\rangle)/\sqrt{2}$ transzformációt hajtja végre, akkor az eredmény a

$$|\Psi_{2s}\rangle = \frac{1}{2} \left[|e\rangle \left(|\alpha e^{i\phi}\rangle + |\alpha e^{-i\phi}\rangle \right) + i|g\rangle \left(|\alpha e^{i\phi}\rangle - |\alpha e^{-i\phi}\rangle \right) \right]$$

állapot. A második Ramsey-zónát elhagyó atomon ezután mérést hajtanak végre, amely azt vagy az $|e\rangle$ vagy a $|g\rangle$ állapotban találja $1/2$ valószínűséggel.

A mező Schrödinger-macska állapotai

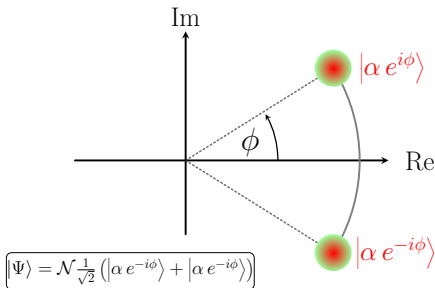
Az első esetben a mező az

$$|\Psi_{\text{ce}}\rangle = \mathcal{N}_e(|\alpha e^{i\phi}\rangle + |\alpha e^{-i\phi}\rangle)/\sqrt{2}$$

páros macska állapotba kerül, míg ha az atom állapota $|g\rangle$, a mező állapota a

$$|\Psi_{\text{co}}\rangle = \mathcal{N}_0(|\alpha e^{i\phi}\rangle - |\alpha e^{-i\phi}\rangle)/\sqrt{2}$$

lesz, ahol $\mathcal{N}_e$ illetve $\mathcal{N}_0$ normálási korrekciók, amelyek értéke nagy $|\alpha|$ esetén közelítőleg 1.



11.4. ábra: Egy kiválasztott Schrödinger-macska-állapot szemléltetése a komplex síkon.

A mező Schrödinger-macska állapotai

Mind $|\Psi_{ce}\rangle$ mind $|\Psi_{co}\rangle$ két makroszkopikus, és elegendően nagy ϕ esetén közel ortogonális állapot („élő és elpusztult macska”) szuperpozíciója. Közöségek körülmények között ilyen állapotot nem lehet megfigyelni, amit a következők alapján érthetünk meg. Legyen az egyszerűség kedvéért most $\phi = \pi/2$ és $\beta := \alpha e^{i\pi/2}$, és $|\beta| \gg 1$. Ekkor

$$|\Psi_{ce}\rangle =: |\Psi_c\rangle = (|\beta\rangle + |-\beta\rangle)/\sqrt{2} \quad (11.1)$$

egy macska-állapot. A $|\Psi_c\rangle$ tiszta állapotnak megfelelő sűrűségoperátor egy projekció:

$$|\Psi_c\rangle\langle\Psi_c| = (|\beta\rangle\langle\beta| + |\beta\rangle\langle-\beta| + |-\beta\rangle\langle\beta| + |-\beta\rangle\langle-\beta|)/2.$$

Meg lehet mutatni, hogy egy ilyen állapotban lévő rendszer a környezettel való kölcsönhatása során úgy változik, hogy a $|\beta\rangle\langle-\beta|$ és $|-\beta\rangle\langle\beta|$ nemdiagonális részei az idő múlásával nem pillanatszerűen, de nagyon rövid időállandóval eltűnnek, bekövetkezik a **dekoherencia** és a rendszer a

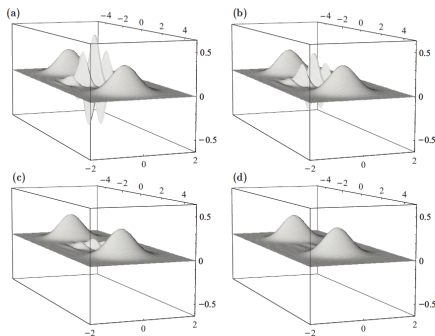
$$|\Psi_c\rangle\langle\Psi_c| \longrightarrow \varrho_{\text{inc}} = (|\beta\rangle\langle\beta| + |-\beta\rangle\langle-\beta|)/2$$

folyamattal a ϱ_{inc} **inkoherens** sűrűségoperátorral jellemzett **keverék** állapotba megy át. Ez utóbbi jellemzi azt a már csupán a klasszikus $1/2 - 1/2$ valószínűségekkel megadható állapotot, amikor már tudjuk, hogy a rendszer az egyik vagy másik klasszikus állapotban van („a macska él vagy elpusztult”) és a kétfajta állapot kvantumos szuperpozíciója megszűnt.

A dekoherencia elméletek szerint az interferencia tagok annál gyorsabban tűnnek el, minél nagyobb az interferáló komponensek távolsága, azaz minél kisebb közöttük az átfedés.

A mező Schrödinger-macska állapotai

A macska-állapot Wigner-függvényének változását láthatjuk a következő ábrán, ahol a két púp a két koherens állapotnak felel meg, a köztük lévő oszcillációk pedig az interferencia-tagokból származnak. Ezek eltűnése nyomán a Wigner-függvény mindenütt pozitívvá válik, ami az állapot klasszikus voltának jelzése.



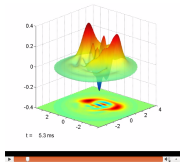
11.5. ábra: Egy átlagosan 10 fotont tartalmazó páros macska állapot Wigner-függvényének változása az idő függvényében. a) $t = 0$, b) $t = T_c/20$, c) $t = T_c/5$, d) $t = T_c/2$, ahol T_c az üregélettartam.

A mező Schrödinger-macska állapotai

Haroche és munkatársai a dekoherencia folyamatát is sikerrel figyelték meg. Ehhez az ürege változó időközével küldték át egy további atomot az első után, amely az első által az ürege hagyott és azt követően dekoherenciát szenvedett módussal hat kölcsön.

A második atom végállapota a módus állapotától függően változik és tanúskodik a közben végbement dekoherenciáról.

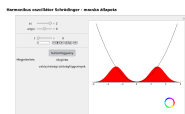
Animáció:



„50 miliszekundum egy Schrödinger macska állapot életében” A linkelt animáció a páratlan macska állapot mérések alapján rekonstruált Wigner-függvényét mutatja. Két jelenséget figyelhetünk meg: egyrészt a kvantum interferenciák gyorsan eltűnnek, másrészt a rendszer klasszikus komponensei lassan a fázistér origója irányába fejlődnek. Részletesen: <http://www.nature.com/nature/journal/v455/n7212/pdf/nature07288.pdf>
<http://r14.lkb.ens.fr/spip.php?article253>

A mező Schrödinger-macska állapotai

Animáció:



Az interaktív animáció segítségével egyetlen módus két koherens állapotának egy érdekes szuperpozícióját vizsgálhatjuk, ez a Schrödinger-macska állapot (Schrödinger-cat state), ami két koherens állapot normált szuperpozíciója: $|SC\rangle = (|\beta\rangle + |-\beta\rangle)/\mathcal{N}$, így ezt is a β komplex számmal jellemezhetjük (11.1).

<http://titan.physx.u-szeged.hu/~mmquantum/interactive/>

HarmonikusOszcillatorSchrodingerMacskaAllapot.nbp

Csapdázott ionok

A JCP-modell egy másik kísérleti megvalósítása csapdázott atomokkal történt, és a David Wineland által Boulderben (USA) vezetett csoport nevéhez kapcsolódik.

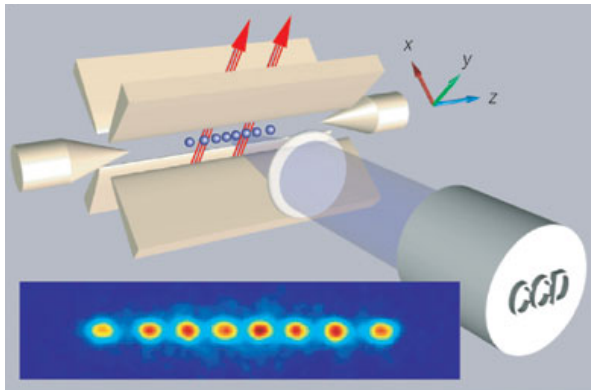
Ioncsapda: Alkalmas elektróda-elrendezéssel el lehet érni, hogy elektromos töltéssel rendelkező egy vagy néhány ion hosszabb ideig lényegében nyugalomban legyen vagy viszonylag kis amplitúdójú kollektív rezgéseket végezzen az elektródák között.

Ebben a berendezésben a Wineland féle csoportnak sikerült kétnívósnak tekinthető ionok belső állapotait azok rezgő mozgásához csatolni. Ilyen módon a kvantált elektromágneses mező módusának fotonjai helyett itt az ionok mechanikailag rezgő – de kvantált – mozgásához tartozó fononok alkotják a két kölcsönható rendszer másik részét.

A Wineland-csoport az ionok mozgásának kontrollálására egy úgynevezett **Paul-csapdát** alkalmazott (W. Paul Nobel díj 1989).

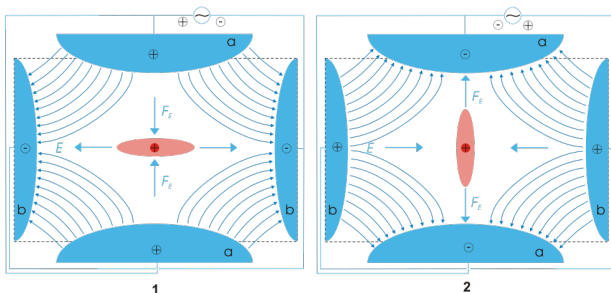
Megjegyzés: Ismert, hogy pontszerű töltések **stabil** egyensúlyát **sztatikus** elektromos terekkel nem lehet elérni (Earnshaw tétele). Ha ugyanis a sztatikus mező potenciálja U , akkor a P pontban elhelyezett töltésre vonatkozóan az egyensúly $\mathbf{F} = -\nabla U|_P = 0$ feltétele valamely P pontban teljesülhet ugyan, de a stabilitáshoz az kellene, hogy a próbatöltésre ható potenciálnak P -ben szigorú minimuma is legyen. Ehhez $\nabla^2 U|_P > 0$ lenne szükséges, ám ez ellentmond a sztatikus tér potenciáljára (a próbatöltés nélkül) érvényes $\nabla^2 U|_P = 0$ Laplace egyenletnek.

Egy ioncsapda sematikus ábrája.



11.6. ábra: A nyilak a manipuláló lézernyalábokat jelzik. A benne lévő 8 iont a CCD kamerán át látni is lehet, ezt mutatja az ábra alsó része. Az ionok egy lineáris láncként rezegnek a z tengely mentén, a módus típusától függően a csapdafrekvenciánál kb. egy nagyságrenddel lassabban.

A Paul csapda metszete



11.7. ábra: A csapda metszete az $x - y$ síkban. A potenciál matematikai alakja a tengely közelében jó közelítéssel az $U(\mathbf{r}, t) = \frac{U_0}{2} \left(1 + \frac{x^2 - y^2}{R^2}\right) \cos \omega_{\text{rf}} t$ időben változó nyeregpotenciál, ahol R az elektróda és a tengely távolsága. Az ábrán az ebből származó elektromos erővonalak láthatók a rezgés két fázisában. Az ω_{rf}^{-1} hez képest hosszú időre átlagolva ez egy stabil helyzetet eredményez. Szemléletesen: miközben a töltés a nyereg lejtős irányába indul, a lejtős irány emelkedőé, az emelkedő viszont lejtőssé változik, és visszatéríti a töltést az eredeti helyére, ami periodikusan ismétlődik.

A Paul csapda szemléletes működése

Ezért a Paul-féle csapdában egy kb. $\omega_{\text{rf}} = 10 - 100$ MHz frekvenciával rezgő kvadrupólus jellegű mezőt keltenek, amely egy **nyeregponthall bíró potenciál**, és az ω_{rf}^{-1} -hez képest hosszú időt tekintve egy stabil átlagos helyzetet eredményez.

Ezt szemléletesen úgy érthetjük meg, hogy miközben a töltés a nyereg lejtős irányába indul, a lejtős irány emelkedővé, az emelkedő lejtőssé változik és így visszatéríti a töltést az eredeti helyére, és ez periodikusan ismétlődik.

Animáció:



A Paul csapda működését jól szemlélteti az a mechanikai analógia, amelynél egy valódi nyereg egy függőleges tengely körül forog, s így a golyó nem gurul le a nyereg középpontjából. A linken látható másik videó a valódi csapda működését is mutatja.

http://www.physics.ucla.edu/demoweb/demomanual/electricity_and_magnetism/electrodynamics/paul_trap.html

Lézeres hűtés

Az ioncsapdák kidolgozásának egy másik, szintén Nobel-díjas (1989) úttörőjével Hans Dehmelttel együtt Wineland 1975-ben javaslatot tett arra, hogyan lehetne **a csapdában az ionokat megállítani**, azaz lehűteni, majd 1978-ban ezt ténylegesen is el tudta végezni.

Több atom mozgásának és megállásának, azaz egy atomi szintű fázisátalakulásnak, fagyásnak az első megfigyelése, sőt láthatóvá tétele szintén a fentebb említett H. Walther nevéhez köthető. Egy erős rezonáns átmenetet pumpálva ugyanis egyetlen ion is olyan sok fotonra képes szórni, hogy azt egy mikroszkópon keresztül látni is lehet.

Az 1980-as évek közepén a Dehmelt-féle csoport egyetlen elektront is hosszú ideig – több hónapig – csapdában tudott tartani, és azon fontos kísérleteket tudott végezni, pl. az elektron Schwinger által kiszámolt anomális mágneses momentumának mérését.

Wineland kísérleteiben elsősorban ${}^9\text{Be}^+$ ionokat használt, amelynek szintén egy alkáli fém, a Li elektronszerkezetéhez hasonló nívói vannak, s ezáltal optikailag is jól manipulálható. Egy másik ion, amit hasonló célra szoktak használni a ${}^{40}\text{Ca}^+$, ami még annyival is egyszerűbb a ${}^9\text{Be}^+$ -nál, hogy nincs magspinje (mint ismert a ${}^{40}\text{Ca}^+$ magja kétszer mágikus mag), ezért az optikai spektruma is viszonylag egyszerű.

Az ionok makromozgása csatolható azok belső elektronállapothoz

Az ionokat lézeres hűtéssel lényegében akár nyugalomban is lehet tartani.

Ha nem ez a helyzet, akkor az egyensúlyból kitérített ion vagy az ionok egy a csapda térerőssége által meghatározott ω_m körfrekvenciájú rezgő mozgást végeznek, ami rendszerint egy nagyságrenddel lassabb az ionokat csapdában tartó időfüggő mező ω_{rf} rádiófrekvenciás változásánál. Az ω_m -nek megfelelő rezgés az ún. makromozgás, míg erre szuperponálódik a mindig jelenlévő ω_{rf} frekvenciájú kis amplitúdójú rezgés, a mikromozgás. Ez utóbbi biztosítja a csapdázást.

Az ionok makromozgása külső lézerfényvel csatolható azok belső elektronállapothoz, némileg hasonlóan ahhoz, ahogyan Haroche csoportjának kísérleteiben az üreg oszcillációi és az atomok állapotai közötti csatolás megvalósult.

A Wineland-féle kísérleteknél tehát szintén két oszcilláló kvantum objektumról van szó, az egyik ismét egy gerjeszthető „kétívós atom”, de a másik most nem a mező egy módusa, hanem magának az ionnak a harmonikus rezgése a csapdán belül.

A csatolás megvalósítása

Kérdés: Hogyan lehet ezt a két szabadsági fokot összezsátolni?

A kulcs a lézer, amellyel az ionokat megvilágítva az akár rezonáns, akár nemrezonáns módon csatolni tudja a mozgást a belső gerjesztéssel. **Az atom által „érett” lézertér ugyanis függ attól, hogy hol tartózkodik a csapdában.**

A lézerteret síkhullámnak véve a kölcsönhatási energia Hamilton operátora:

$$H_i = \hbar \frac{\Omega_\ell}{2} \exp(-i\omega_\ell t + ik_\ell Z \cos \vartheta) \sigma_+ + h.c. .$$

Itt Ω_ℓ a lézerfény és az atomi dipól kölcsönhatásakor föllépő $\Omega_\ell = dE_\ell/\hbar$ Rabi frekvencia, ω_ℓ az atomot megvilágító külső lézer körfrekvenciája, $k_\ell = \omega_\ell/c$ a megfelelő hullámszám, ϑ pedig a csapda tengelye (az z tengely) amely mentén az ionok mozognak és a külső lézerfény $\mathbf{k}$ hullámvektora által bezárt szög.

A z tengely mentén mozgó ion helyzetét figyelembe vevő $k_\ell Z \cos \vartheta$ tagban a koordinátát nem klasszikusan, hanem a koordináta Z operátorával adjuk meg:

$$Z = z_0(a + a^\dagger)$$

alakba, ahol a és $a^\dagger$ a léptető operátorok és $z_0 = \sqrt{2\hbar/m\omega_m}$ az m tömegű ionnak az ω_m körfrekvenciával jellemzett rezgésénél a koordináta szórása az alapállapotban, azaz lényegében az ismert Gauss alakú koordináta-hullámfüggvény szélessége.

A csatolás megvalósítása

Lamb–Dicke-paraméter: $\eta_0 := k_\ell z_0 = 2\pi z_0/\lambda_\ell$, az ion alapállapotú kiterjedésének és a lézer hullámhosszának az aránya szorozva 2π -vel.

Ez általában egy kis szám, mivel az ion mérete a csapdában jóval kisebb mint a rendszerint a látható tartományban működő lézer hullámhossza. Így az exponenciálisban a kis $\eta = \eta_0 \cos \vartheta$ paraméter miatt a helyfüggő rész sorbfejthető $\exp(i\eta(a + a^\dagger)) \approx 1 + i\eta(a + a^\dagger)$, és csak az energiaőrző tagokat megtartva (RWA) kapjuk, hogy

$$H_i = i\hbar\eta \frac{\Omega_\ell}{2} (a^\dagger \sigma_- - a \sigma_+).$$

Két lehetséges folyamat:

- az atom belső állapota legerjesztődik és ugyanakkor egy ennek megfelelő kvantummal nő a rezgési energiája, illetve fordítva,
- a rezgésből egy adag energia eltűnhet, ha közben ugyanennyivel nő az atom belső energiája, azaz a felső gerjesztett állapotba kerül.

Ha még hozzávesszük a két különálló részrendszerhez (a mechanikailag ω_m frekvenciával oszcilláló ion + a két belső nívó) tartozó szokásos Hamilton-operátorokat, akkor ismét a JCP–Paul-féle probléma áll előttünk.

A csatolás megvalósítása

A belső atomi állapotok és a rezgési állapot

$$H_i = i\hbar\eta \frac{\Omega_\ell}{2} (a^\dagger \sigma_- - a \sigma_+)$$

kölcsönhatásából itt is periodikus energia csere következik (mint a csatolt ingák esetén), és a kvantumos jelleg miatt ismét diszkrét lebegési frekvenciák megjelenését várjuk.

A Wineland-csoport egyik fontos kísérlete éppen ezek kimutatása volt. Érdekes módon ennek publikálása a mező diszkrét voltát jelző kvantumos Rabi-frekvenciák mérését bejelentő Haroche-féle cikkel együtt a PRL azonos számában jelent meg [1], [2] – a két csoport megegyezett az azonos publikálási időpontban.



M. Brune et. al. Phys. Rev. Lett. **76**, 1800 (1996)



D.M. Meekhof et al. Phys. Rev. Lett. **76**, 1796 (1996)

Winelandék egyébként ugyanebben a közleményben kísérletileg bemutatták egyetlen ion mozgásának mint oszcillátornak a diszkrét számállapotait, a koherens állapotait sőt a préselt fonon-állapotok létezését is.

Kimérték ezen állapotoknak egymással való kapcsolatát, azaz a megfelelő kvantumos kifejtési együtthatókat, amplitúdókat is.

Mozgási Schrödinger macska állapotok

A mindennapi szemlélet számára elképesztő a boulderi csoportnak az a kísérlete, ahol az ion mechanikai mozgásában sikerült Schrödinger macska állapotokat létrehozni.

Ennek eredményeképpen **egy ion makroszkopikusan két különböző helyen is van egyszerre**, s ez abból adódik, hogy az ion kitérése a nyugalmi helyzetéből függ attól, hogy melyik belső állapotában van, az alsóban vagy a felsőben. Ha pedig a belső állapot a kettő szuperpozíciója, akkor ennek megfelelően az ion térbeli elmozdítása is két olyan helyzet szuperpozícióját eredményezi, ahol a lineáris kombináció egyes tagjai az atomi lokalizáltságnál egy nagyságrenddel nagyobb távolságra vannak egymástól.

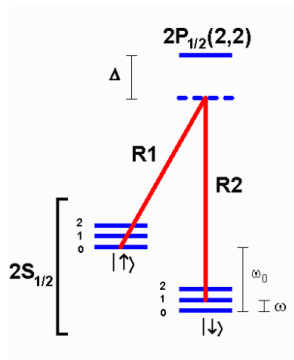
Eszerint egy alibi nem lehet megdönthetetlen bizonyíték egy kvantumrendszer, pl. egy atom esetén, mert az egyszerre két helyen is tartózkodhat. A két helyzet az előző „macskás” állapothoz hasonlóan két különböző belső állapothoz is van csatolva.

A ${}^9\text{Be}^+$ ion

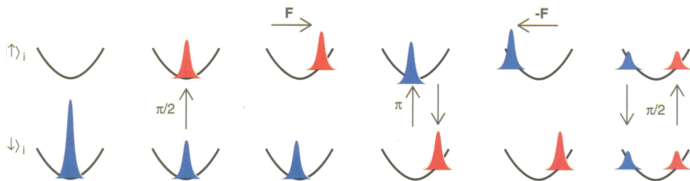
A Wineland-féle csoport kísérleteiben használt ${}^9\text{Be}^+$ ion két releváns belső állapota a $|\downarrow\rangle$ és $|\uparrow\rangle$ az ion $2S$ jelű alapállapotának két hosszú élettartamú hiperfinom alnívója volt, egymástól $\omega_0/2\pi = 1,25$ GHz frekvenciának megfelelő energia különbséggel.

A csatolást a vibrációs állapot és a belső állapot között szintén lézerpulzusokkal lehetett elérni. Két másik szintén közeleső frekvenciájú lézerrel – azok hullámvektorának irányát megfelelően állítva – az $|\uparrow\rangle$ állapotú ion impulzust vesz át a mezőtől, míg a $|\downarrow\rangle$ állapotú ionnal ez nem történik meg.

A Wineland féle csoport kísérleteiben a ${}^9\text{Be}^+$ ion esetében a két nívó közti csatolást az ion $2P$ gerjesztett állapotán keresztül egy **kétfotonos Raman gerjesztéssel** érték el.



A mozgási Schrödinger macska állapot létrehozása



1. lépés: Egy $\pi/2$ impulzussal az ionokat az alsó és felső állapot egyenlő amplitúdójú szuperpozíciójába vitték, úgy hogy közben az atomok mozgási állapota nem változott. Ez a gerjesztés a csapda tengelyére merőlegesen történt, ami a rezgési vákuum állapotot nem befolyásolta:

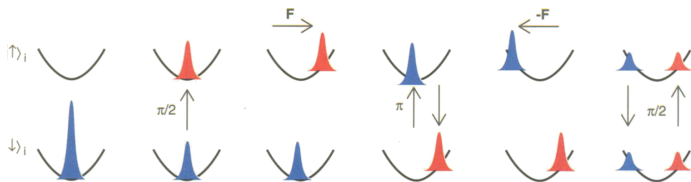
$$|\psi_0\rangle = |g, 0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|g, 0\rangle + |e, 0\rangle).$$

2. lépés: Ezután ismét két másik lézerrel elérték, hogy azok impulzust adjanak át az $|e\rangle$ állapotú ionnak, úgy hogy annak mozgása egy $|\alpha\rangle$ koherens rezgési állapotnak feleljen meg, míg a $|g\rangle$ állapotú atomot ez az impulzus nem befolyásolta. A csatolt rendszer így

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|g, 0\rangle + |e, \alpha\rangle)$$

állapotba került, ezt mutatja az ábrán a harmadik oszlop.

A mozgási Schrödinger macska állapot létrehozása



3. lépés: Ezután egy olyan irányú π impulzus, amely a vibrációs állapotot nem befolyásolja az alábbi állapotot eredményezi:

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, 0\rangle + |g, \alpha\rangle).$$

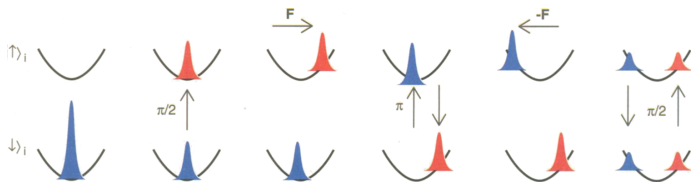
4. lépés Ezt követően megint csak a gerjesztett atomot mozdtítják meg, ezúttal az ellenkező irányba s így:

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, -\alpha\rangle + |g, \alpha\rangle).$$

5. lépés Végül a vibrációs állapotot nem befolyásoló újabb $\pi/2$ impulzus amely a $|g\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle + |e\rangle)$ és $|e\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(-|g\rangle + |e\rangle)$ átmenetet indukálja a

$$|\psi_5\rangle = \frac{1}{2}(-|g, -\alpha\rangle + |e, -\alpha\rangle + |g, \alpha\rangle + |e, \alpha\rangle) = \frac{1}{2}|e\rangle(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle) + \frac{1}{2}|g\rangle(|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle)$$

A mozgási Schrödinger macska állapot létrehozása

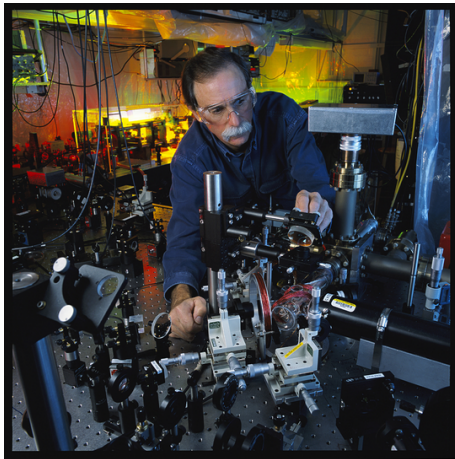


Tehát öt lépésben az alábbi végállapotba jutottunk:

$$|g, 0\rangle \rightarrow \frac{1}{2} |e\rangle (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle) + \frac{1}{2} |g\rangle (|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle)$$

Méretek: A kísérlet során az atomok a harmonikus potenciált biztosító csapdában kb. 7 nm-es méretre voltak lokalizálva, míg az atomi hullámcsomag két része egymástól a $2|\alpha|$ -nak megfelelő 83 nm távolságban volt lokálisan szeparálva.

David J. Wineland



11.8. ábra: David J. Wineland (1944 -) amerikai fizikus. 2012-es fizikai Nobel-díj Serge Haroche-sal közösen.

Ellenőrző kérdések

- ❶ Mik a Rydberg atomok, milyen állapotok közötti átmenetet használtak a Haroche-féle kísérletekben.
- ❷ Milyen rezonátort használtak és hogyan állították be a kölcsönhatás idejét?
- ❸ Hogyan mutatták ki az üregbeli Rabi frekvenciák diszkrét voltát?
- ❹ Hogyan hoztak létre összefonódást különböző atomok belső állapotai között?
- ❺ Mit nevezünk a mező Schrödinger macska állapotának, és hogyan lehetett ezeket létrehozni?
- ❻ Hogyan változik meg rövid idő alatt a macskaállapot és hogyan szemlélteti ezt a Wigner függvény?
- ❼ Mi az ioncsapda, és hogyan tarthatók benne az ionok?
- ❽ Hogyan lehet összecsatolni az ionok egy belső átmenetét a csapdában való kvantumozásukkal?
- ❾ Milyen ionokat és milyen átmenetet használtak a Wineland-féle kísérletek során?
- ❿ Mit jelent egy mozgási Schrödinger-macska állapot, és milyen lépésekkel lehet eljutni ehhez?