

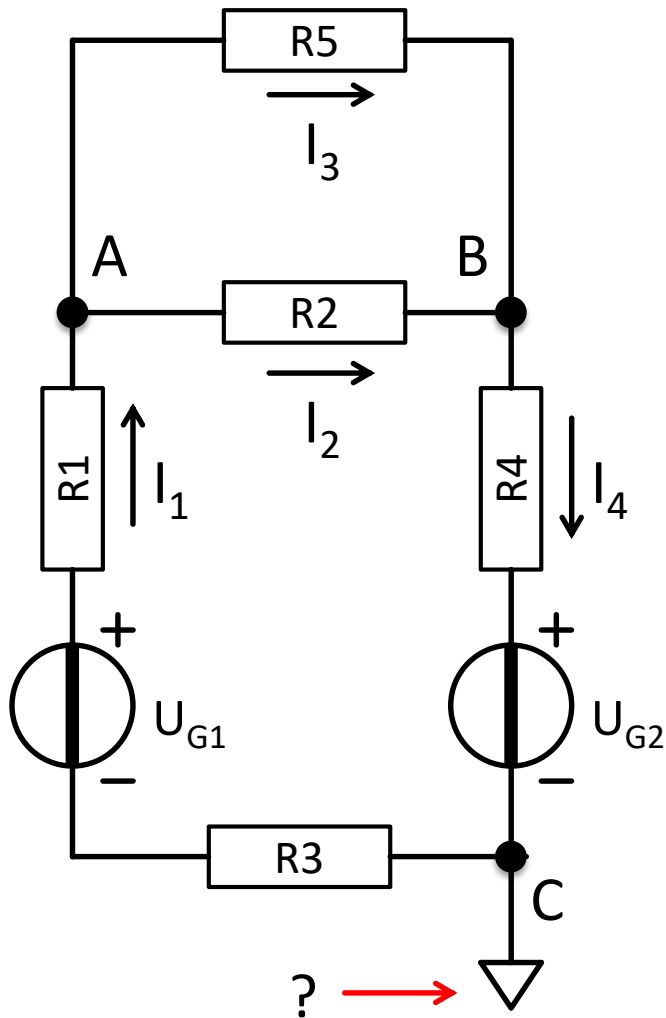
Gingl Zoltán, Szeged, 2018.

Elektronika

Hálózatszámítási alapok

Ideális hálózatok, áramköri elemek

Hálózat: áramköri elemek vezetékekkel összekötve



- ▶ **Csomópontok** → **feszültség**
- ▶ **Ágak** (szomszédos csomópontok között) → **áram**
- ▶ **Áramköri elemek**
 - ▶ Az elemeken eső feszültség
 - ▶ Az elemeken átfolyó áram
 - ▶ Ezek összefüggenek

Hálózatok – ideális, reális elemek

- ▶ Ideális elemek
 - ▶ egyszerűbb számíthatóság
 - ▶ jó közelítése a valóságnak
- ▶ Valós elemek, alkatrészek
 - ▶ ideális elemek kombinációjával kezelhetők

Ideális áramköri elemek

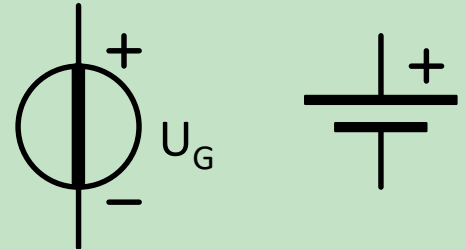
- ▶ Vezetékek (wire)
- ▶ Csomópontok (junction)
- ▶ Generátorok (jelforrások)
- ▶ Passzív áramköri elemek
 - ▶ ellenállás (resistor)
 - ▶ kondenzátor, kapacitás (capacitor)
 - ▶ induktivitás (inductor)
- ▶ Félvezető elemek (dióda, tranzisztor, ...)
- ▶ Aktív áramköri elemek
 - ▶ kis jel nagyobbat vezérel
(áram, feszültség, teljesítmény)

Ideális vezeték

- ▶ Bármekkora áram, nincs feszültségesés
- ▶ Feszültség – áram összefüggés:
 - ▶ **$U=0V$, $I=\text{bármekkora}$**
- ▶ Az áram értékét az áramkör többi része határozza meg

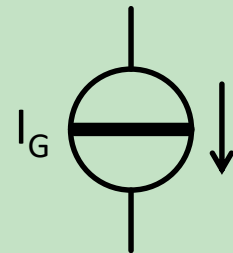
Ideális generátorok – feszültséggenerátor

- ▶ A feszültség nem függ a rákötött terheléstől
- ▶ Feszültség – áram összefüggés:
 - ▶ $U(I) = U_G$
- ▶ $U_G = 0V$ esetén vezeték!
- ▶ Polaritás, előjel
- ▶ Az áram bármekkora lehet, az áramkör határozza meg



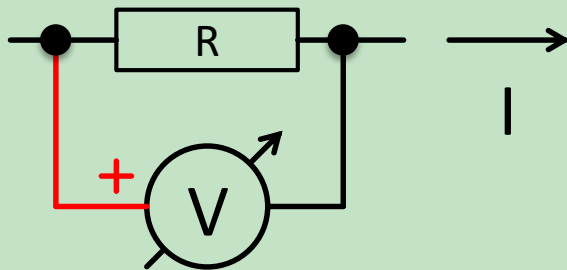
Ideális generátorok – áramgenerátor

- ▶ Az áram nem függ a rákötött terheléstől
- ▶ Az áram nem függ a feszültségtől
- ▶ Feszültség – áram:
 - ▶ $I(U) = I_G$
 - ▶ $I_G = 0A$ esetén szakadás!
 - ▶ Polaritás, előjel
 - ▶ A feszültség bármekkora lehet



Ideális feszültségmérő

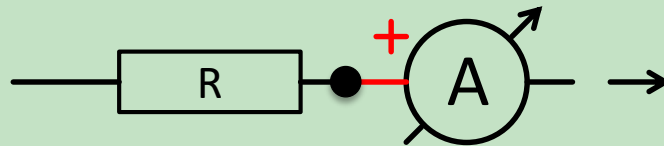
- ▶ Két pont közötti feszültség mérése
- ▶ Párhuzamosan kötjük be (nem bontjuk meg az áramkört)
- ▶ Nem szabad a mért mennyiséget befolyásolni:
szakadásként viselkedik
- ▶ Előjeles: pozitív és negatív is lehet



www.fluke.com

Ideális árammérő

- ▶ Vezetéken átfolyó áram mérése
- ▶ Sorosan kötjük be (meg kell bontani az áramkört)
- ▶ Nem szabad a mért mennyiséget befolyásolni:
rövidzárként/vezetékként viselkedik
- ▶ Előjeles: pozitív pólusba befolyó áram pozitív



Ideális ellenállás, Ohm törvénye

- ▶ Az ellenálláson eső feszültség és rajta átfolyó áram viszonya: $U(I)=R \cdot I$

- ▶ előjeles!

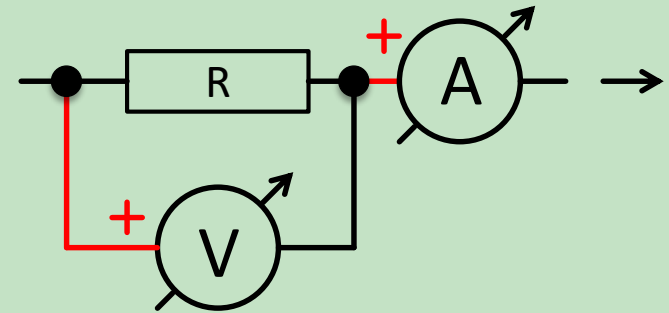
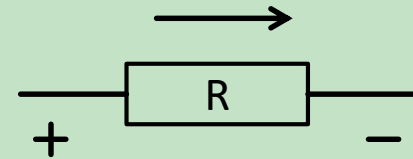
- ▶ Feszültség polaritása?

- ▶ Áram iránya?

- ▶ **Technikai áramirány:**

- ▶ pozitív töltések mozgási iránya

- ▶ Voltmérő, árammérő mit mutat?



Alapvető összefüggések

- ▶ **Kirchoff I. törvénye, csomóponti törvény**

- ▶ áramlás szétoszlása, mechanikai analógia

- ▶ **Kirchoff II. törvénye, huroktörvény**

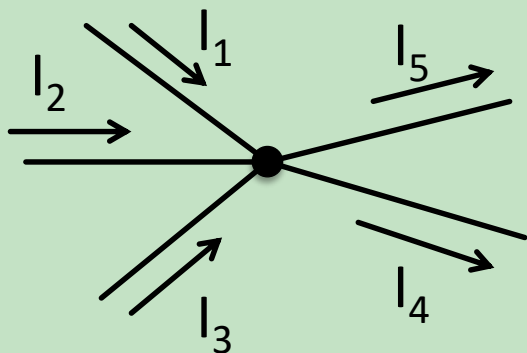
- ▶ A feszültség additív mennyiség

- ▶ **Ohm törvénye**

- ▶ Az ellenállás definiálása
- ▶ Mechanikai analógiák

Kirchhoff csomóponti törvénye

- ▶ Egy csomópontba befolyó áramok összege megegyezik a kifolyó áramok összegével.
- ▶ A csomópontba befolyó áramok algebrai összege nulla. A kifolyó áramok előjele negatív.
- ▶ Tetszőlegesen felvehetjük az áramok irányát (negatív lesz a számítás után, ha nem a valóságot vettük fel)



$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

vagy:

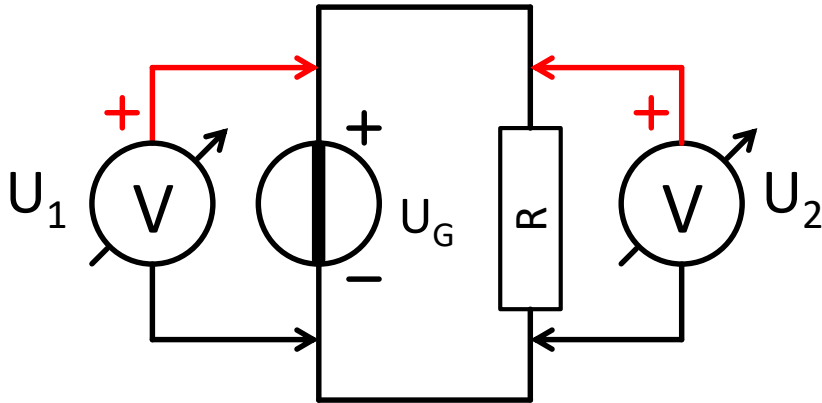
$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0A$$

Kirchhoff huroktörvénye

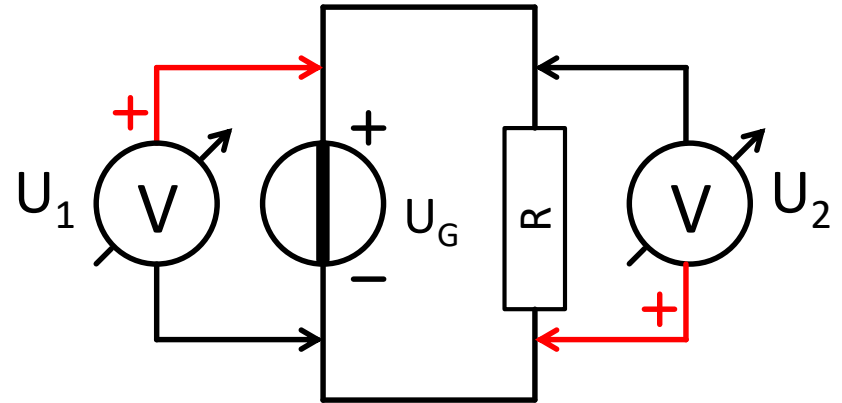
- ▶ **Egy zárt áramköri hurokban**
 - ▶ a jelforrások által létrehozott feszültségek összege megegyezik a passzív komponenseken eső feszültségek összegével
 - ▶ az áramköri elemeken eső feszültségek összege nulla.
- ▶ A körüljárási irány adja az előjelet!
- ▶ Egy voltmérővel járjuk körbe a hurkot!

Kirchhoff huroktörvénye

$$U_1 = U_2$$



$$U_1 + U_2 = 0V$$



Hálózatok kiszámítása

1. Az alkatrészek adatai adottak
2. Ismeretlen: csomóponti feszültségek, ágáramok
3. Egyenletek felírása
 - ▶ A Kirchhoff-törvények alkalmazása
 - ▶ Az alkatrészeken az áram és feszültség összefüggését leíró törvények alkalmazása
4. Egyenletek megoldása
 - ▶ csomóponti feszültségek és ágáramok kiszámítása

Univerzális hálózatszámítási módszerek

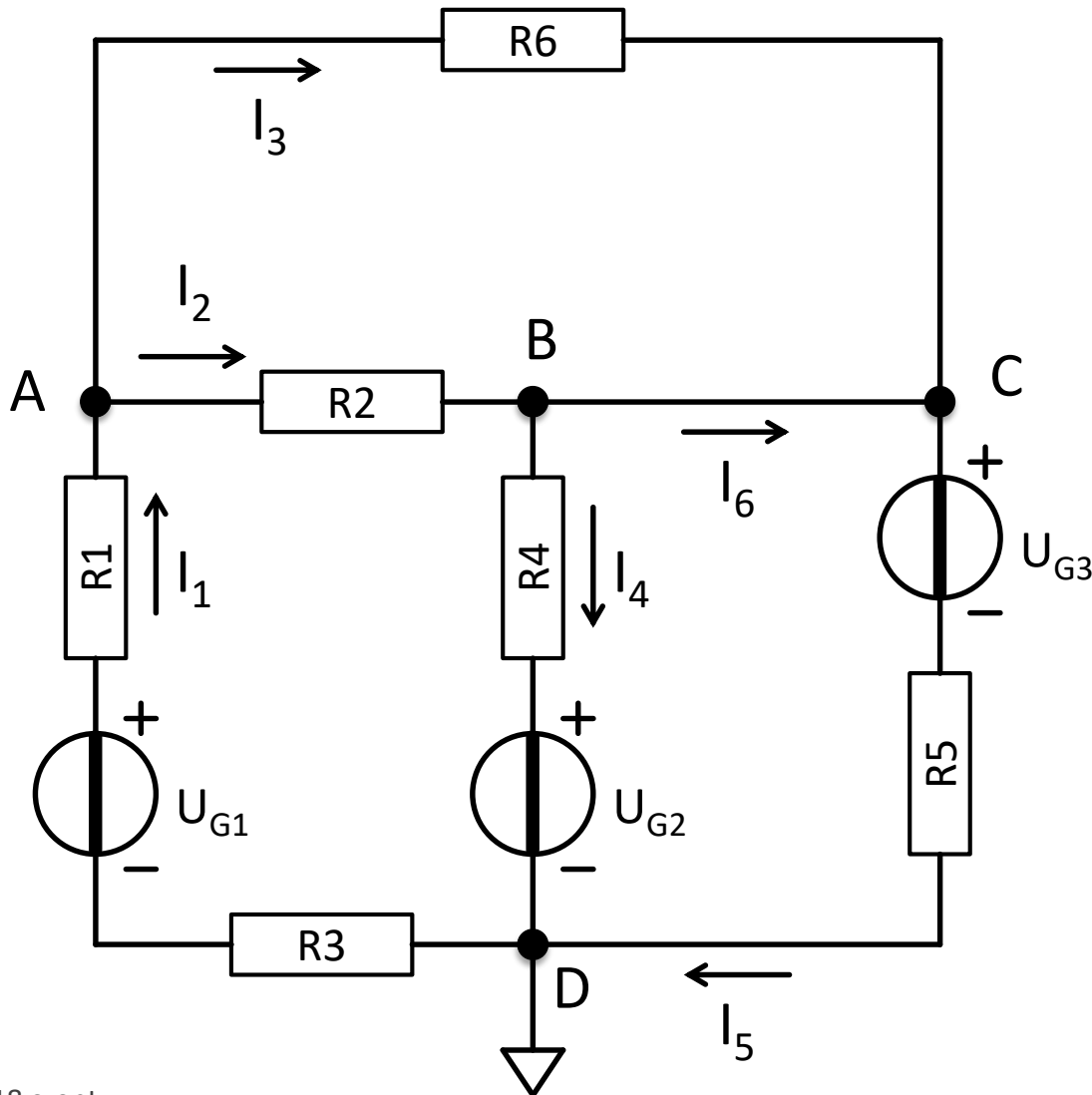
A cél

- ▶ Receptszerű számítási módszerek
- ▶ Bármilyen bonyolult esetre egyszerű kezelés
- ▶ A megértést is segítheti

Csomópont potenciálok módszere

- ▶ Minden csomópontra:
 - ▶ csomóponti törvény felírása
- ▶ Minden szomszédos csomópontot összekötő ágra
 - ▶ Az ágon belüli alkatrészeken eső feszültségek összege
= a végpontok közti feszültségkülönbség

Példa



$$U_A = -I_1 R_3 + U_{G1} - I_1 R_1$$

$$U_A - U_B = I_2 R_2$$

$$U_A - U_C = I_3 R_6$$

$$U_B - U_C = 0V$$

$$U_B = U_{G2} + I_4 R_4$$

$$U_C = I_5 R_5 + U_{G3}$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

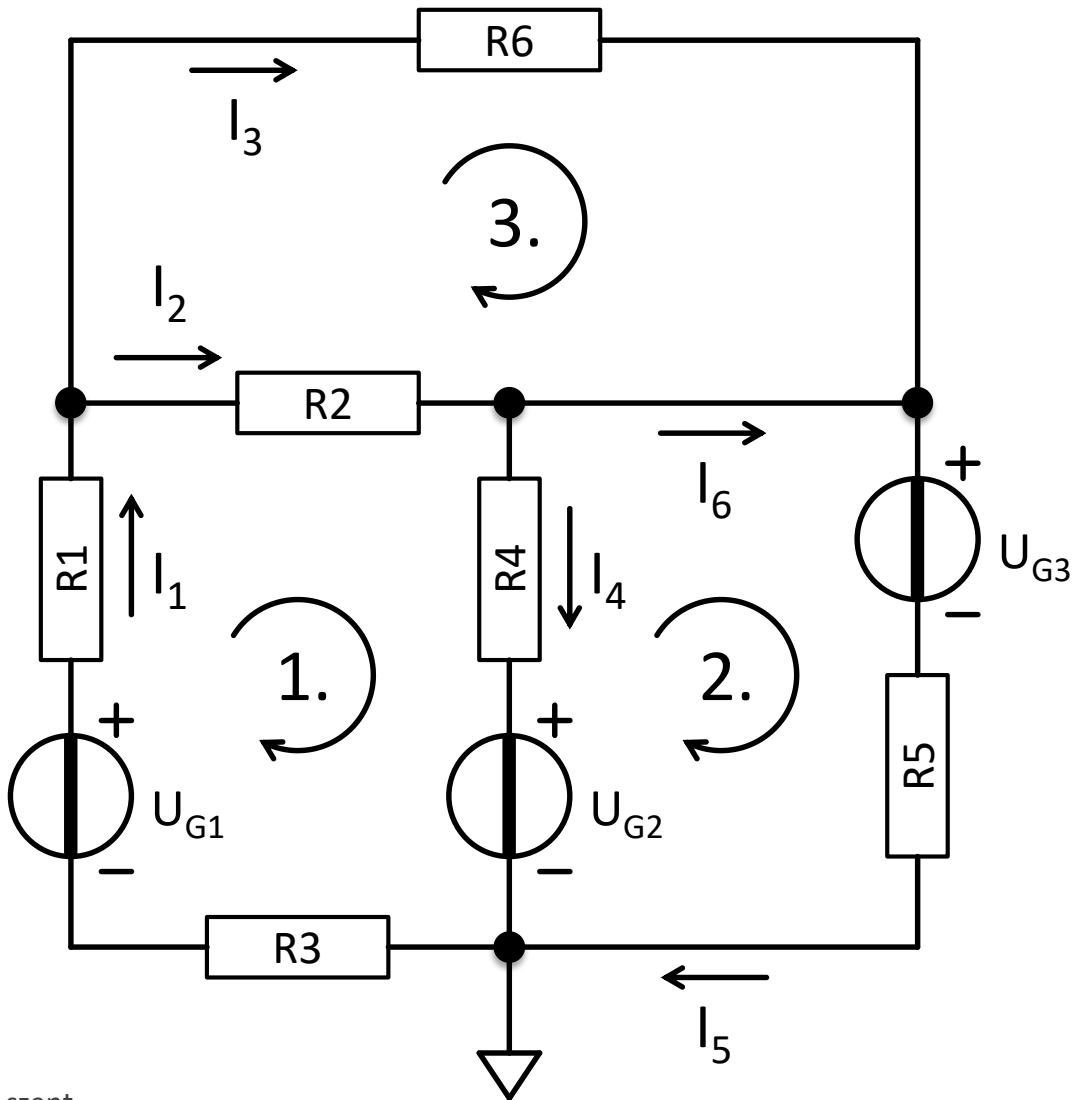
$$I_2 = I_4 + I_6$$

$$I_6 + I_3 = I_5$$

Hurokáramok módszere

- ▶ **Zárt áramköri hurkokra**
 - ▶ **Huroktörvény felírása a hurkokra**
 - ▶ **Hurkok felvétele: minden ág legyen lefedve**
- ▶ **Az előjelre vigyázni kell!**
- ▶ **A huroktörvény kétféle megfogalmazása szerint**
 - ▶ **Preferált: generátorok feszültségeit kifejezni**

Példa



Hurokegyenletek

$$U_{G1} - U_{G2} = I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_4 R_4 + I_1 R_3$$

$$U_{G2} - U_{G3} = -I_4 R_4 + I_5 R_5$$

$$0V = -I_2 R_2 + I_3 R_6$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

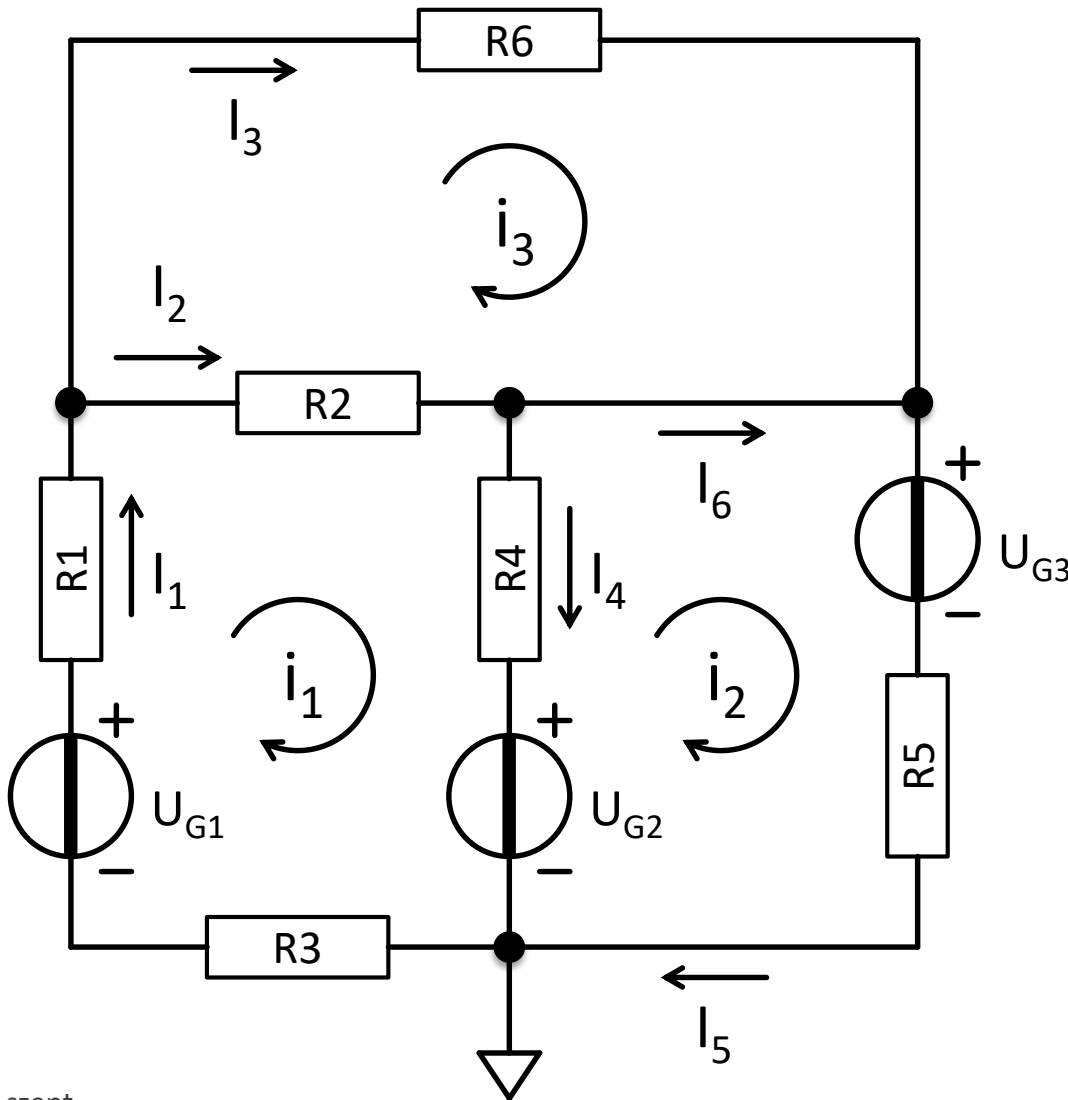
$$I_2 = I_4 + I_6$$

$$I_6 + I_3 = I_5$$

Hurokáramok bevezetése

- ▶ **Hurokáram:** *a hurokhoz tartozó ágakban folyó áramok közös része*
- ▶ az ágáramok kiszámíthatók a hurokáramokból
- ▶ **ágáram:** *olyan hurokáramok algebrai összege, melyek az adott ágban folynak*
- ▶ ha egy ág csak egy hurokhoz tartozik, akkor a hurokáram megegyezik az ágárammal

Hurokárámok: i_1, i_2, i_3 – csak 3 ismeretlen



$$I_1 = i_1$$

$$I_2 = i_1 - i_3$$

$$I_3 = i_3$$

$$I_4 = i_1 - i_2$$

$$I_5 = i_2$$

$$I_6 = i_2 - i_3$$

Csak a hurokáramok felhasználásával

$$U_{G1} - U_{G2} = i_1 R_1 + (i_1 - i_3) R_2 + (i_1 - i_2) R_4 + i_1 R_3$$

$$U_{G2} - U_{G3} = (i_2 - i_1) R_4 + i_2 R_5$$

$$0 = (i_3 - i_1) R_2 + i_3 R_6$$

Átrendezve:

$$U_{G1} - U_{G2} = i_1 (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) - i_2 R_4 - i_3 R_2$$

$$U_{G2} - U_{G3} = -i_1 R_4 + i_2 (R_4 + R_5) + i_3 0\Omega$$

$$0 = -i_1 R_2 + i_2 0\Omega + i_3 (R_2 + R_6)$$

További egyszerűsítéssel

$$u_1 = U_{G1} - U_{G2}, \quad R_{11} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4, \quad R_{12} = -R_4, \quad R_{13} = -R_2$$

$$u_2 = U_{G2} - U_{G3}, \quad R_{21} = -R_4, \quad R_{22} = R_4 + R_5, \quad R_{23} = 0\Omega$$

$$u_3 = 0V, \quad R_{31} = -R_2, \quad R_{32} = 0\Omega, \quad R_{33} = R_2 + R_6$$

Ezzel:

$$\begin{aligned} u_1 &= R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + R_{13}i_3 \\ u_2 &= R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + R_{23}i_3 \\ u_3 &= R_{31}i_1 + R_{32}i_2 + R_{33}i_3 \end{aligned}$$

Megállapítható

- ▶ Az egyenlet baloldalán: u_k
 - ▶ u_k = k-adik hurokhoz tartozó generátorok feszültségeinek az összege
 - ▶ *pozitív egy generátor járuléka, ha olyan irányú áramot hozna létre, mint az i_k hurokáram*
- ▶ A hurokáramok együtthatói (ellenállásmátrix):
 - ▶ R_{kk} a k-adik hurokhoz tartozó ellenállások összege
 - ▶ R_{kj} a k-adik és j-edik hurokhoz tartozó ellenállások előjeles összege (negatív, ha i_k és i_j ellentétes irányú)
 - ▶ $R_{kj} = R_{jk}$

Hálózatokra vonatkozó tételek

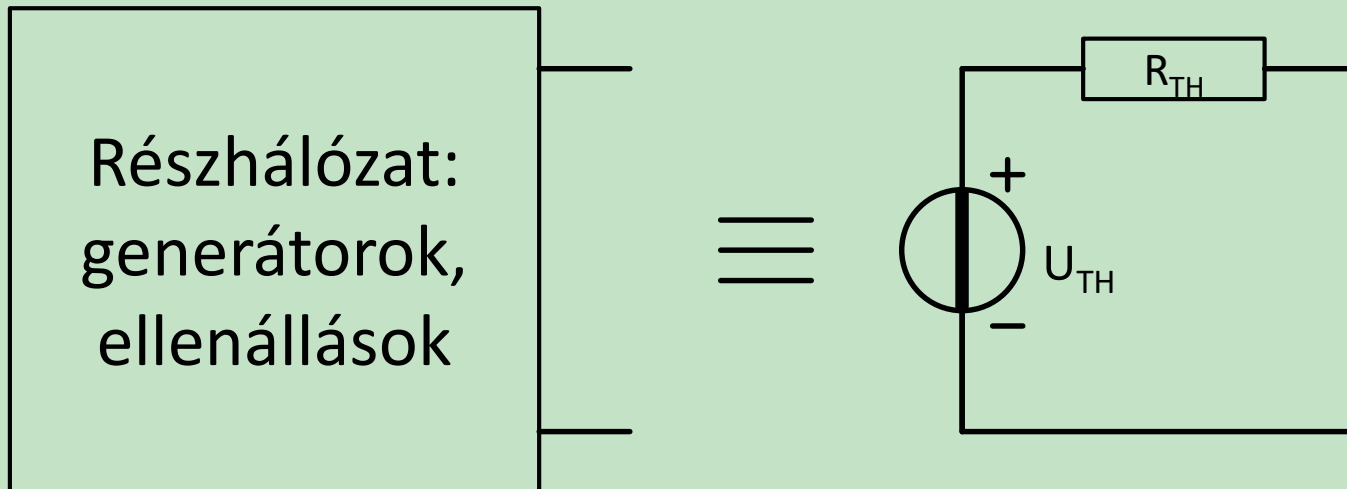
Egyszerűsítések

Eredő ellenállás

- ▶ Gyakran egy ellenállással helyettesíthető több
- ▶ Egyszerűsítheti az áramkör számítását
- ▶ **Sorba kötött ellenállások:**
nincs elágazás a két végpont közt
- ▶ **Párhuzamosan kötött ellenállások:**
mindkét végpontjuk össze van kötve a másikkal
- ▶ Bonyolultabb esetek
 - ▶ Több lépésben soros, párhuzamos eredők alkalmazása
 - ▶ Ha egyik sem megy: csillag-delta átalakítás

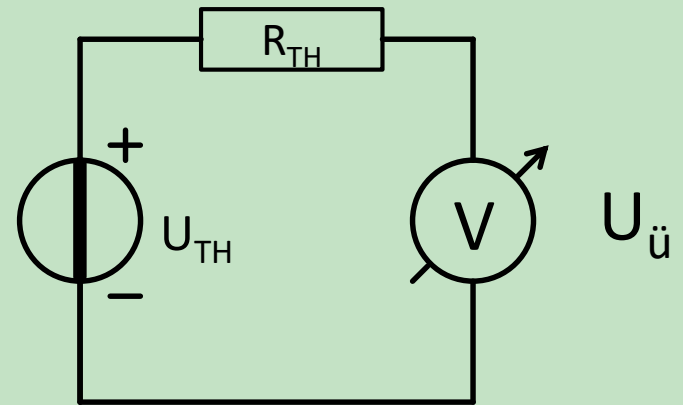
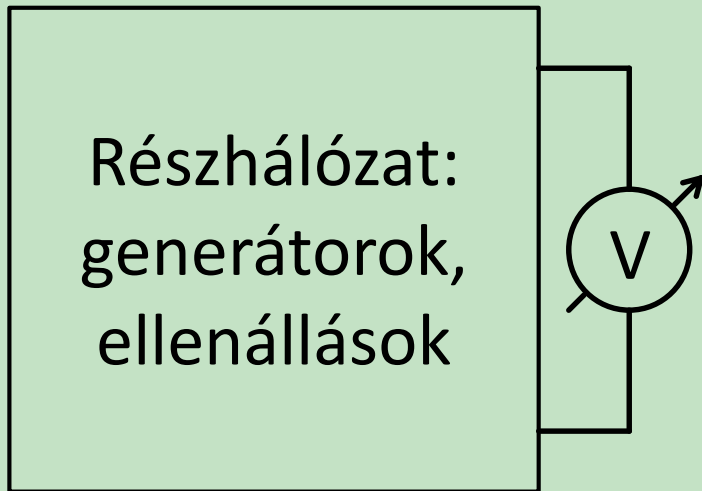
Thevenin tétele

- ▶ Egy részhálózat, mely két ponton csatlakozik a hálózat többi részéhez, helyettesíthető egy feszültséggenerátorral és egy vele sorba kötött ellenállással



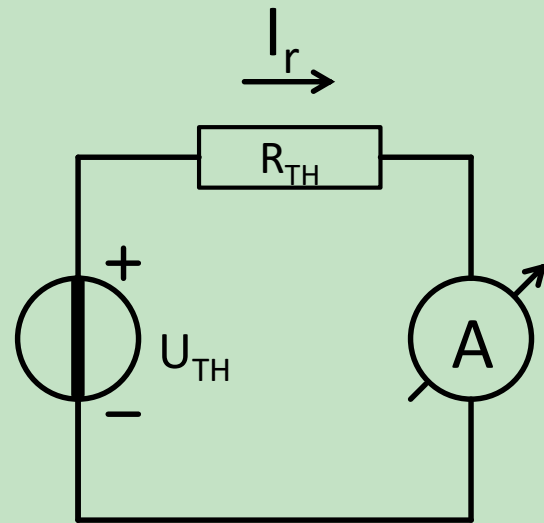
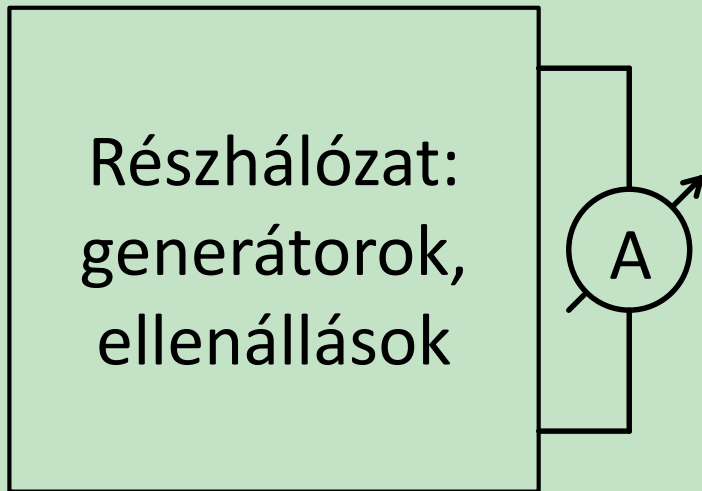
Üresjáratú feszültség

► $U_{TH} = U_{\ddot{u}}$



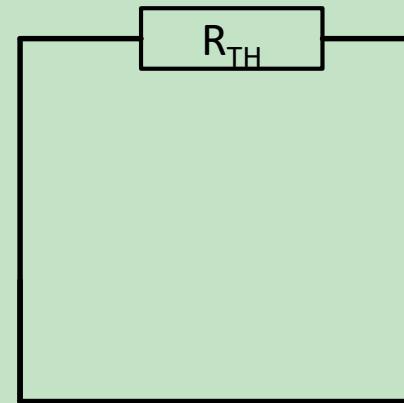
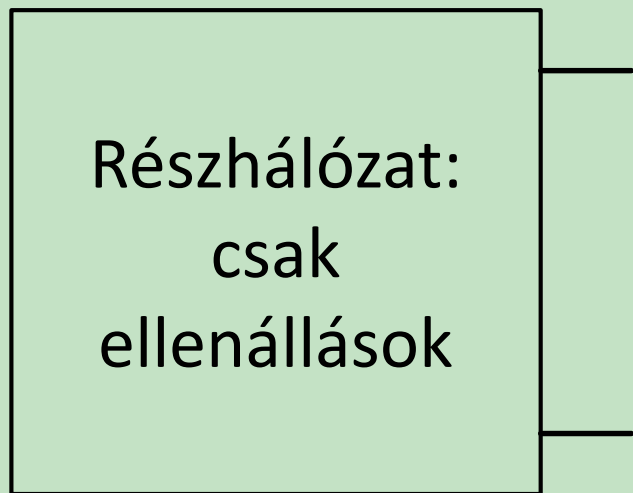
Rövidzárási áram

$$\triangleright R_{TH} = U_{TH} / I_r = U_{\ddot{U}} / I_r$$



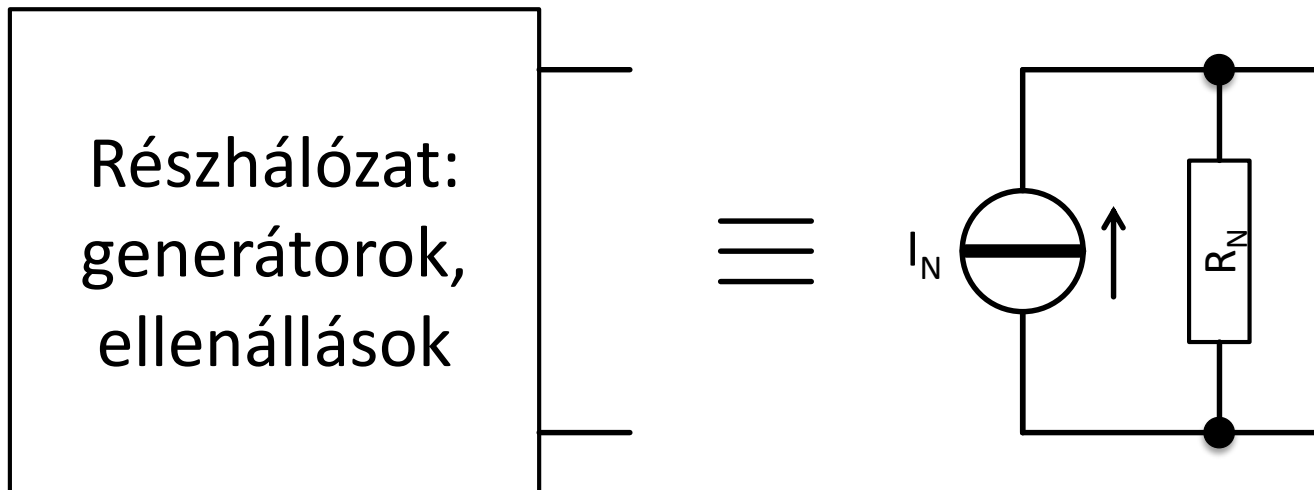
Thevenin ellenállás – 0V generátor esete

- ▶ Generátor = 0V → rövidzár
- ▶ R_{TH} = eredő ellenállás,
ha a generátorokat rövidzárakkal helyettesítjük



Norton tétele

- Egy részhálózat, mely két ponton csatlakozik a hálózat többi részéhez, helyettesíthető egy áramgenerátorral és egy vele párhuzamosan kötött ellenállással



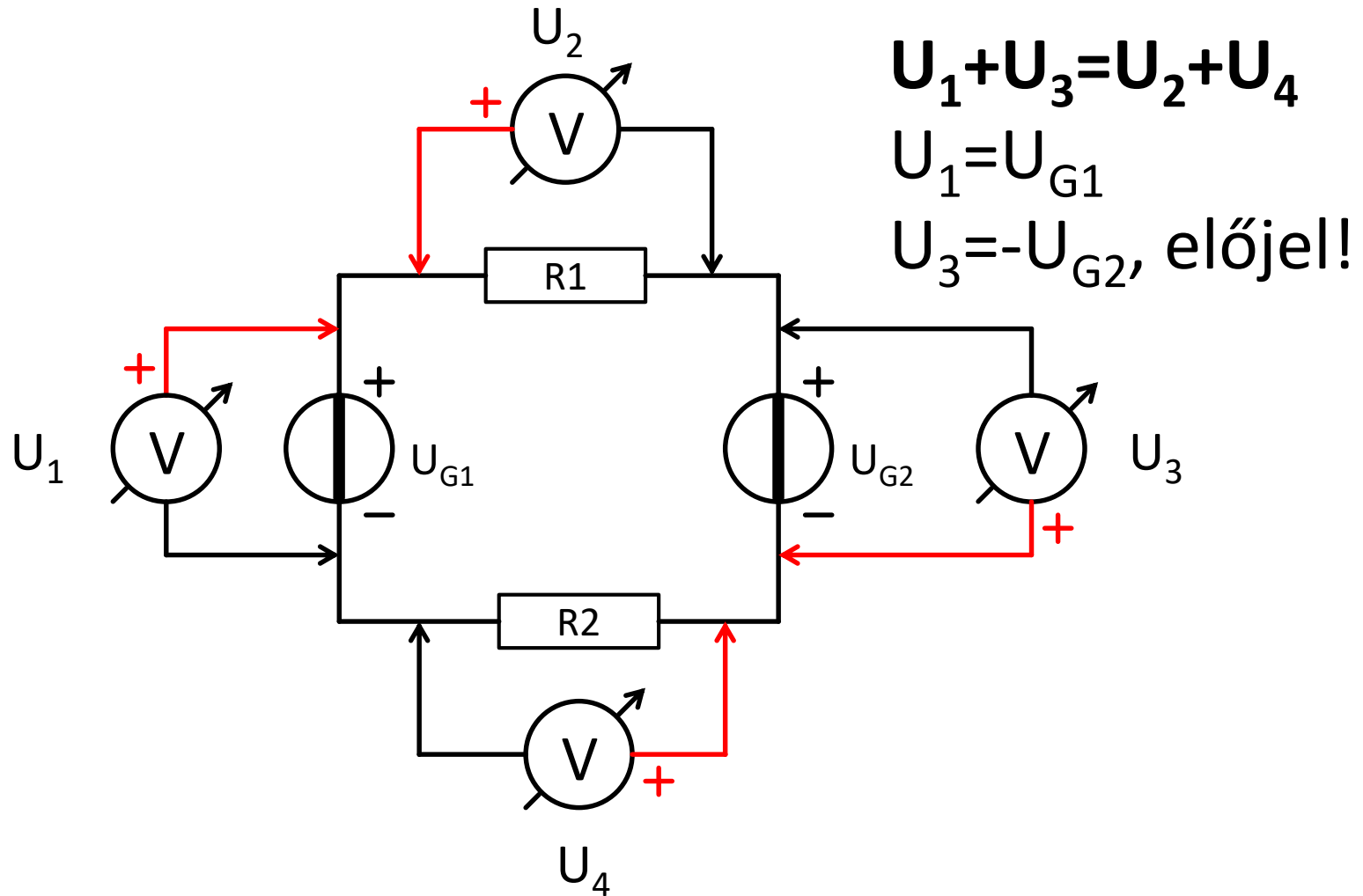
A szuperpozíció tétele

- ▶ Egy áramkörben a generátorok hatása összegződik
- ▶ Bármely ágáramot, csomóponti feszültséget kiszámíthatjuk úgy, hogy egyszerre csak egy generátor hatását vizsgáljuk – ezek a részáramok, részfeszültségek
- ▶ Egy generátor hatásának vizsgálatakor: a többi feszültséggenerátor 0V (azaz rövidzár), a többi áramgenerátor 0A (azaz szakadás).
- ▶ Ezen részmennyiségek összege lesz a megoldás

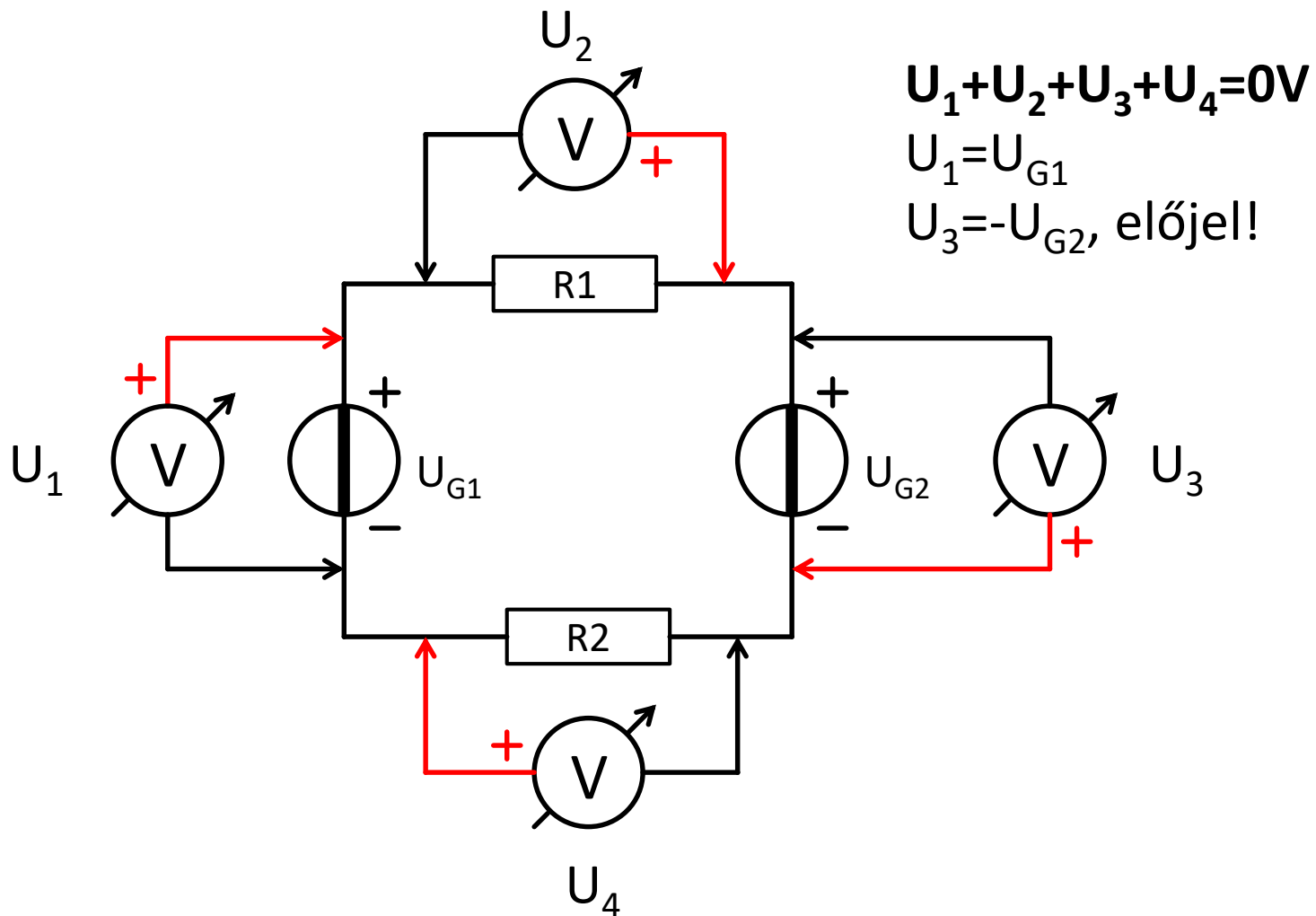
Értelmezések

A huroktörvény értelmezése

Generátorok/passzív elemek feszültsége

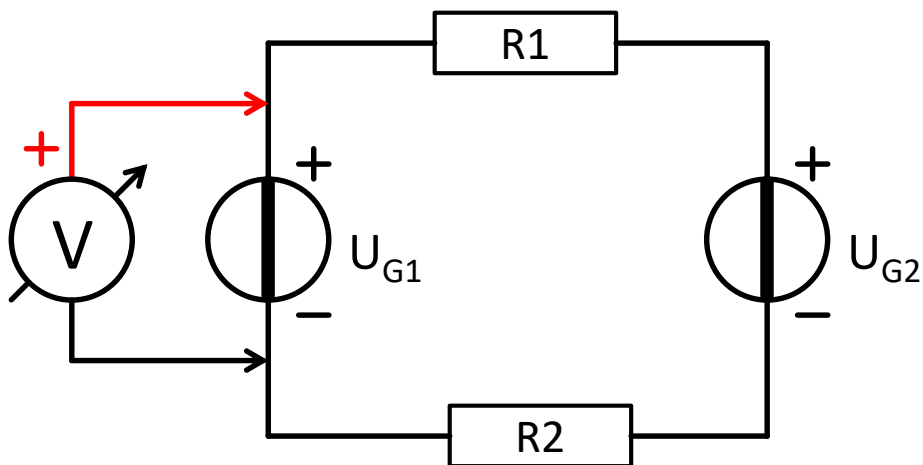


Áramköri elemeken eső feszültségek

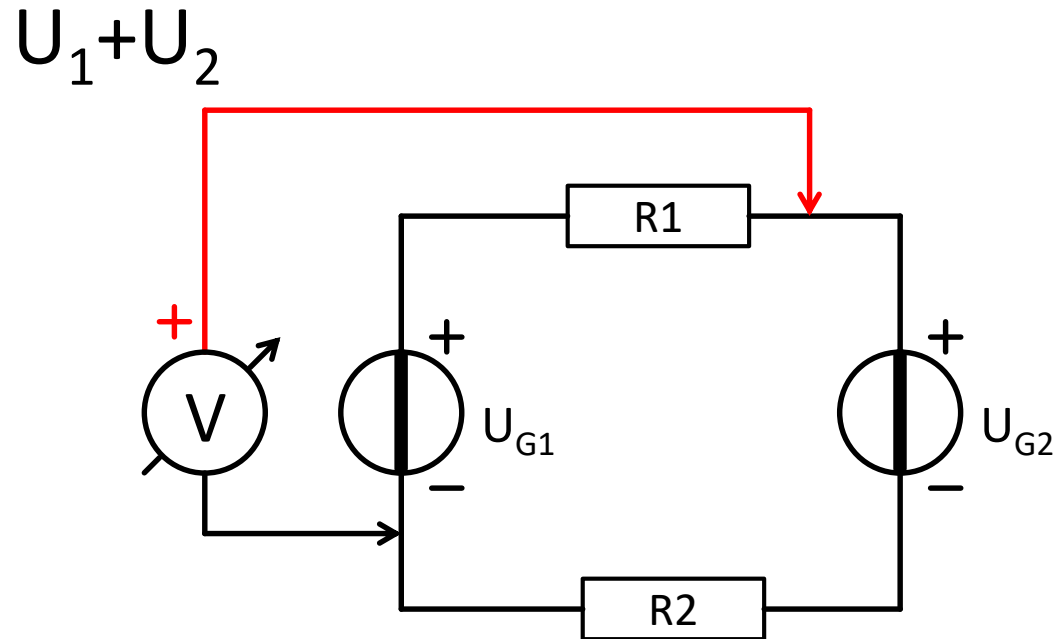


Körüljárás voltmérővel – 1 komponens

U_1

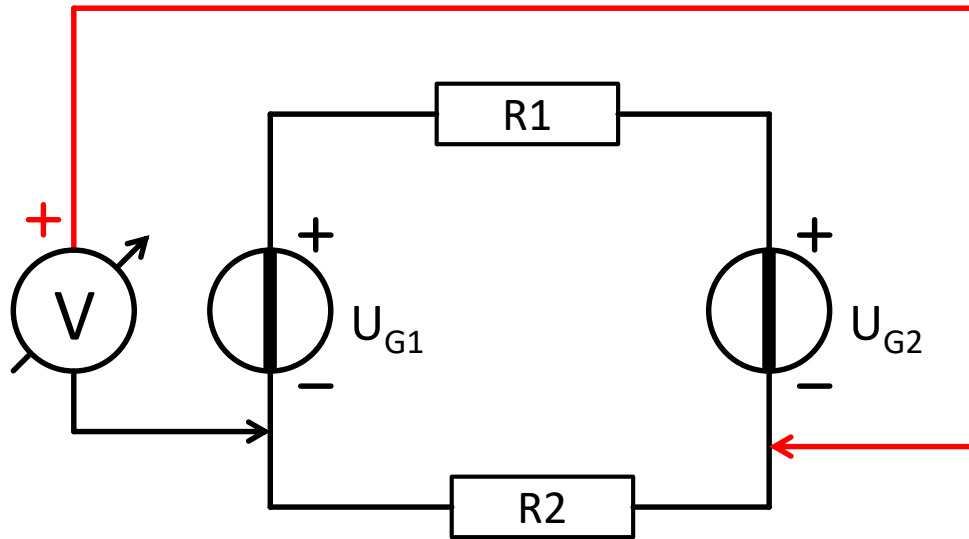


Körüljárás voltmérővel – 2 komponens



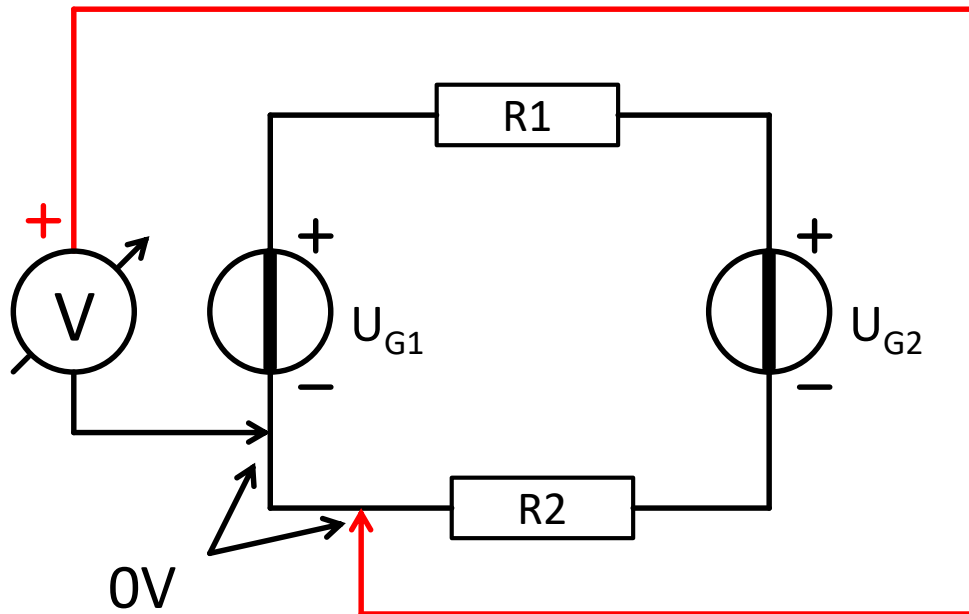
Körüljárás voltmérővel – 3 komponens

$$U_1 + U_2 + U_3$$



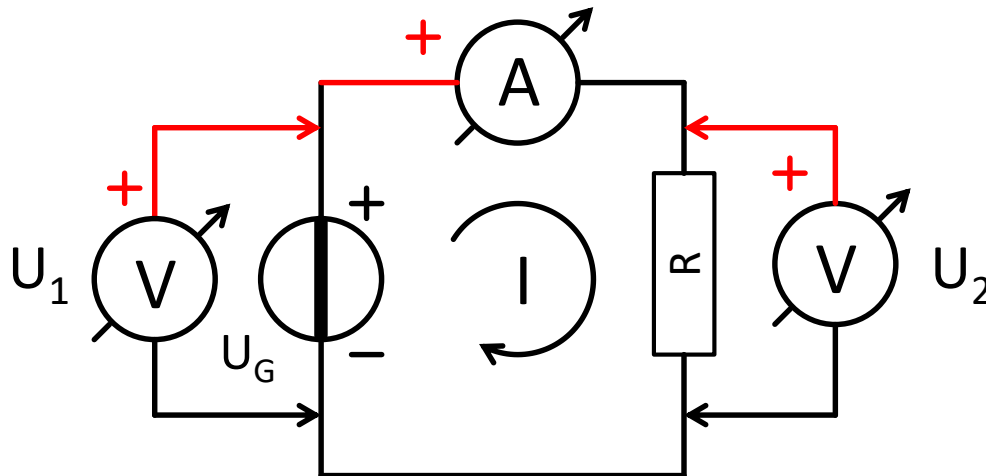
Körüljárás voltmérővel – összes komponens

$$U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = 0V$$



Huroktörvény – előjel az Ohm törvényben

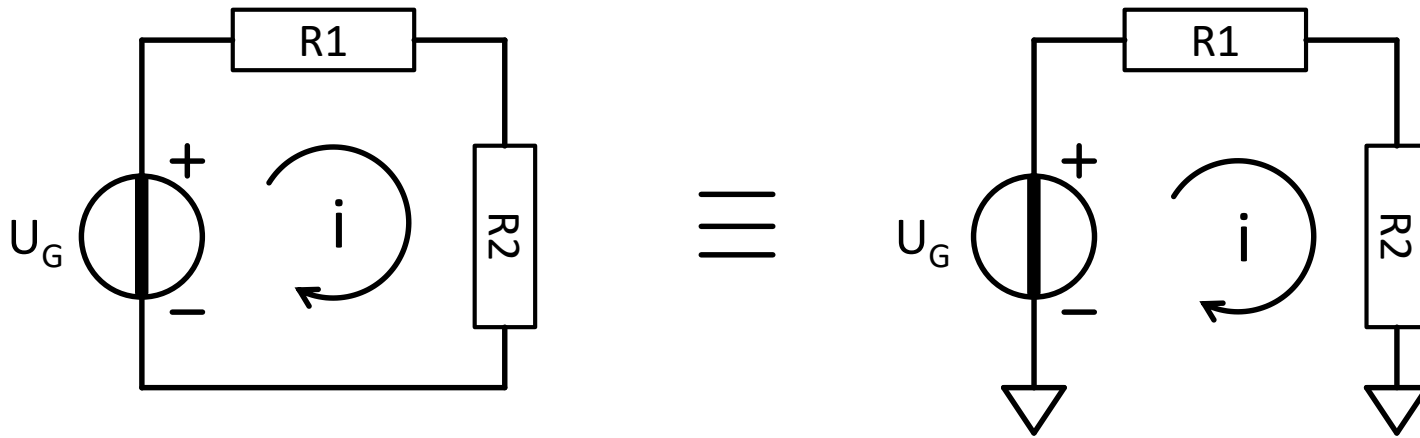
Az ellenálláson az áram a pozitívabb feszültségű kivezetéstől a negatívabb felé folyik



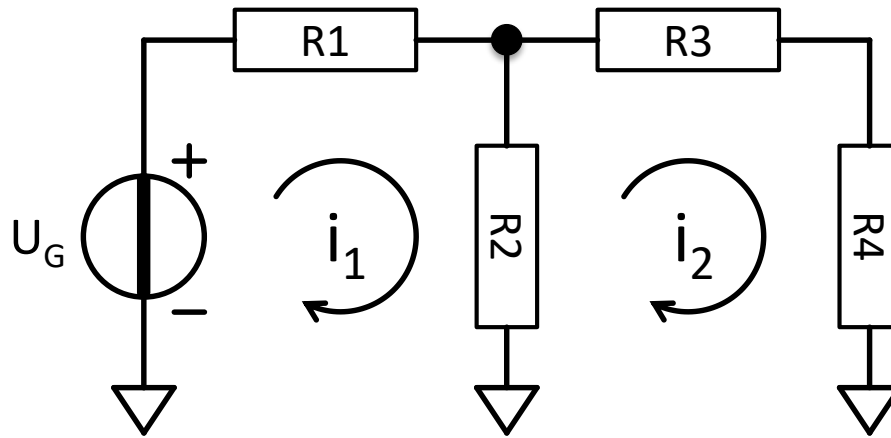
Földpont, az áramkörök 0V-os pontja

- ▶ Elvileg tetszőlegesen kiválaszthatjuk
- ▶ Gyakorlati szempontokat figyelembe veszünk
- ▶ Fémdoboz pontja, védőföldelés
- ▶ A 0V vezetékezése így kevesebb, egyszerűbb is
- ▶ Egyetlen pont feszültsége? A földhöz képest igen!
- ▶ **Csomópont feszültségéről beszélhetünk, ami az áramkör földpontjához képest értendő.**
- ▶ **A földelt pontok vezetékekkel összekötöttek tekintendők.**

A földpont zár gyakran áramköri hurkokat

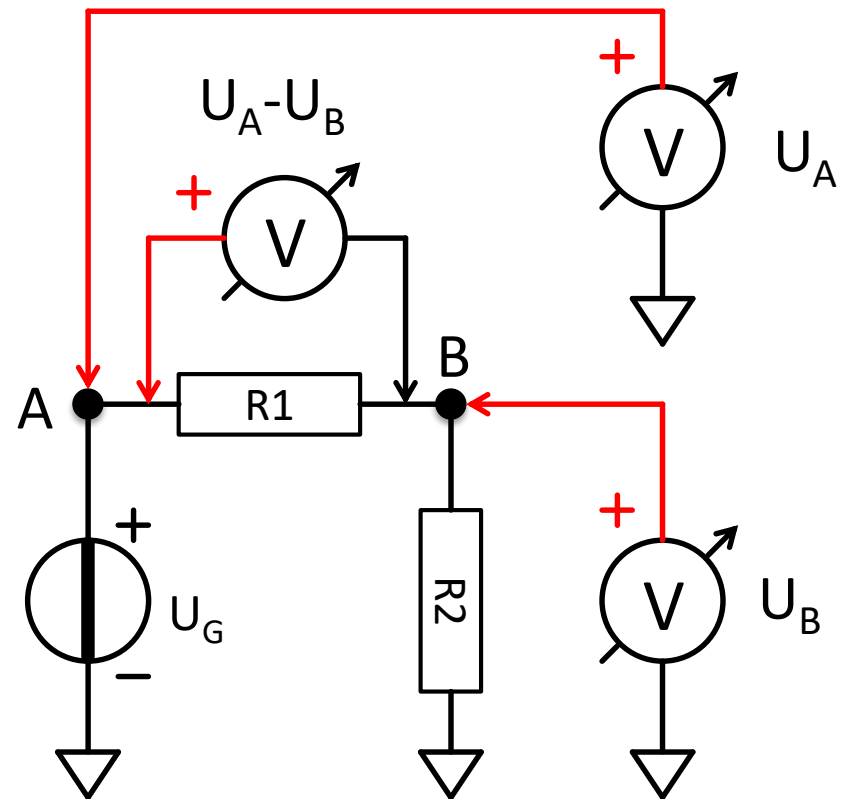
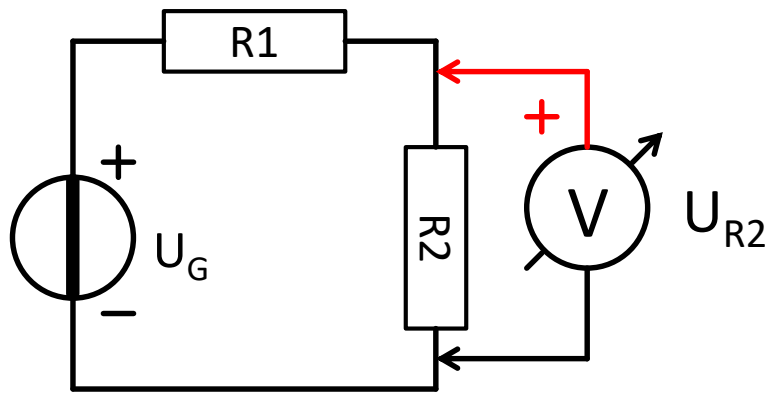


A földpont zár gyakran áramköri hurkokat



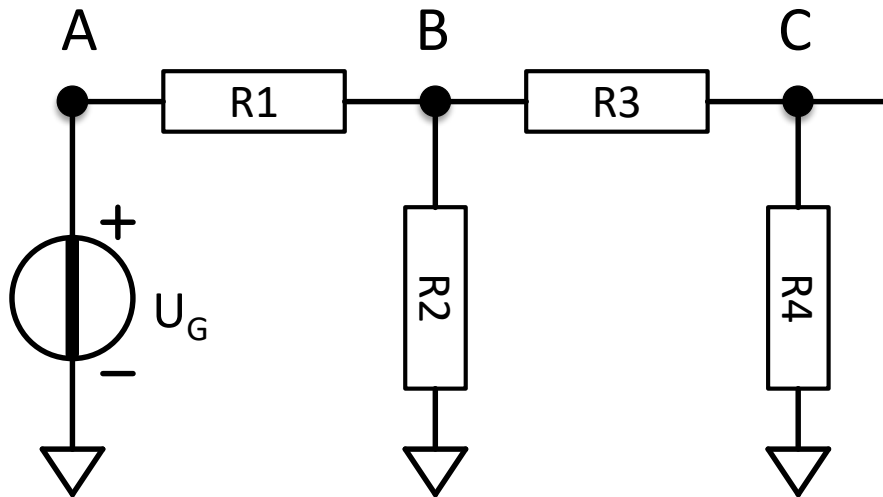
Példák

Példa: feszültségosztó



Példa: kettős feszültségosztó

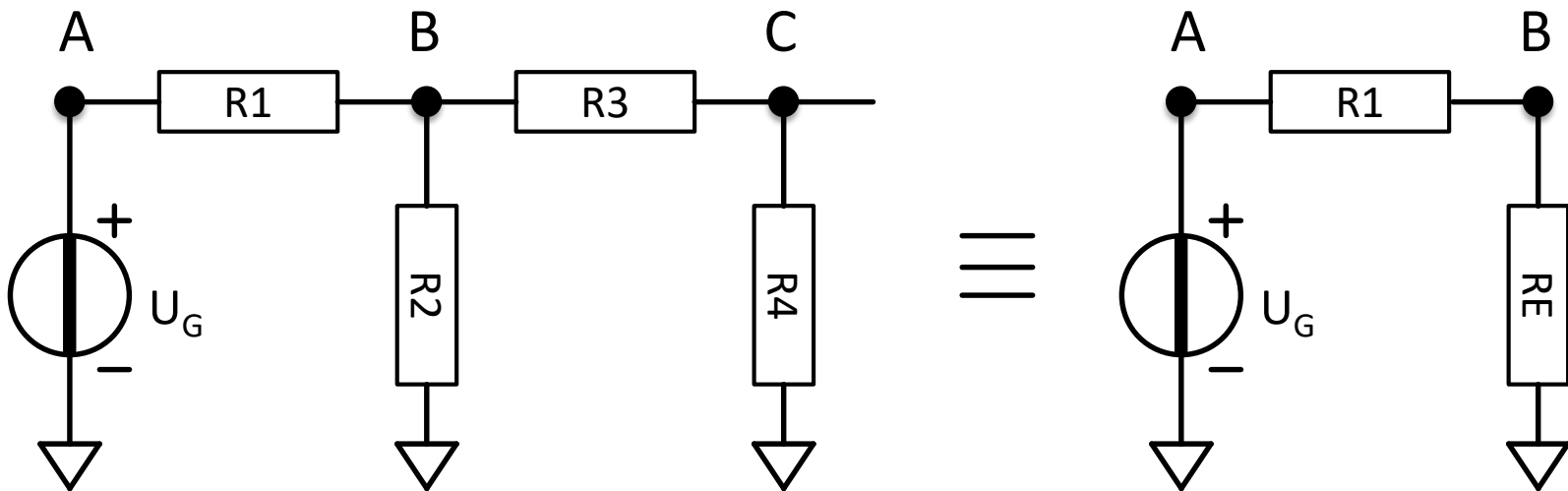
U_A , U_B , U_C a 0V-hoz képest mért feszültségek



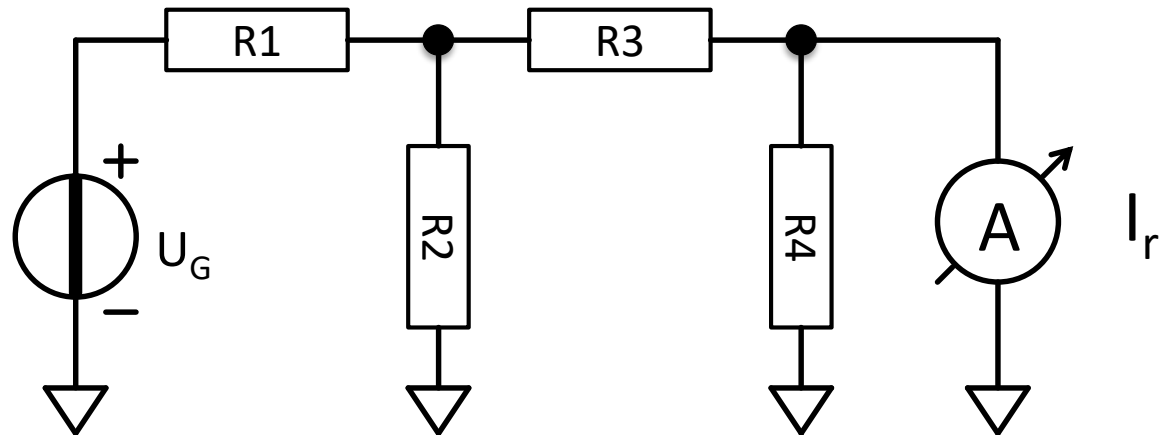
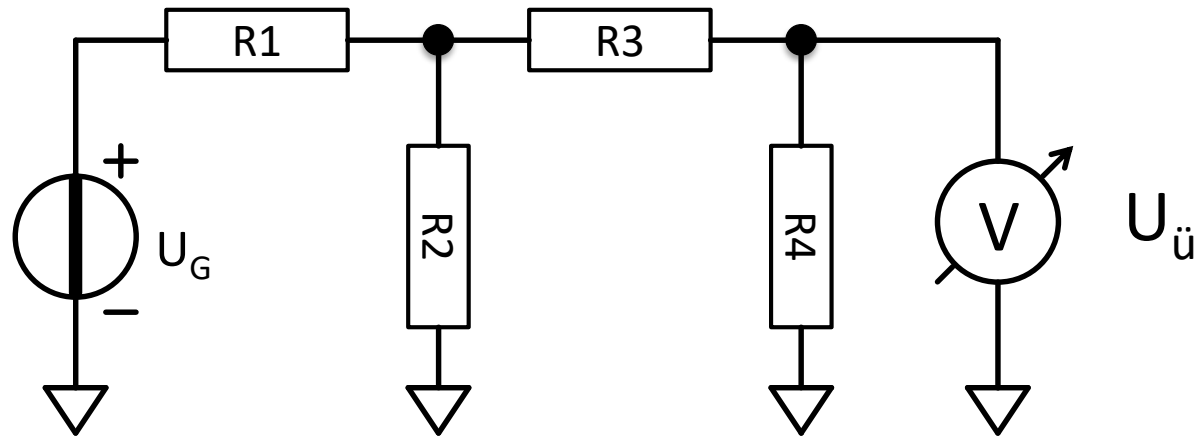
Mekkora U_A , U_B , U_C ?

Példa: kettős feszültségosztó – Thevenin tétel

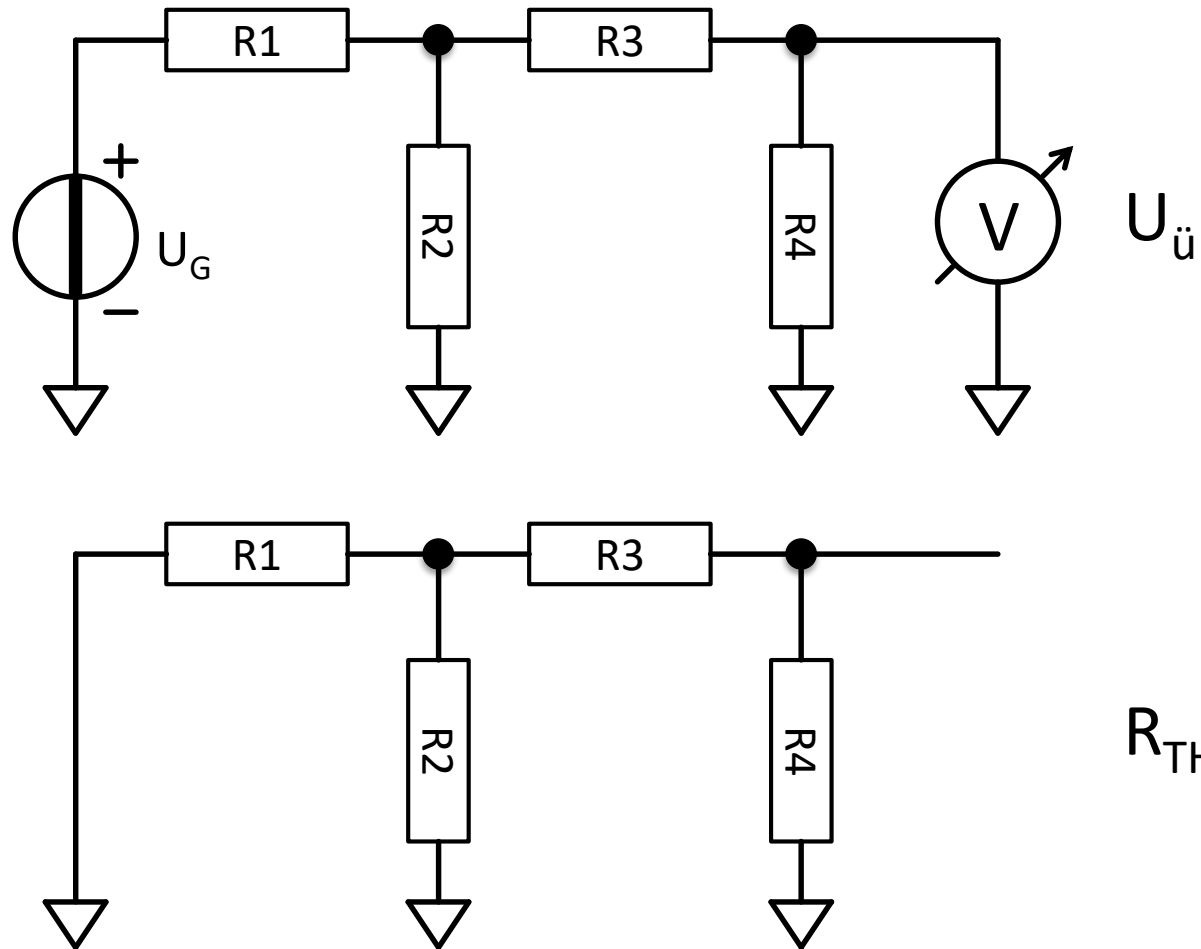
Tipp U_B kiszámításához: R_2 párhuzamosan van kapcsolva R_3 és R_4 soros eredőjéhez



Példa: kettős feszültségosztó – Thevenin tétel

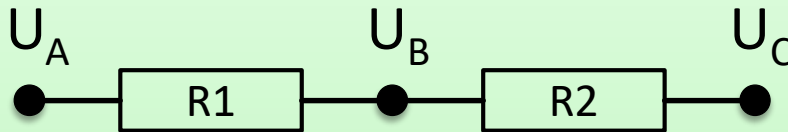


Példa: kettős feszültségosztó – Thevenin tétel



Példa: Két feszültség súlyozott összege

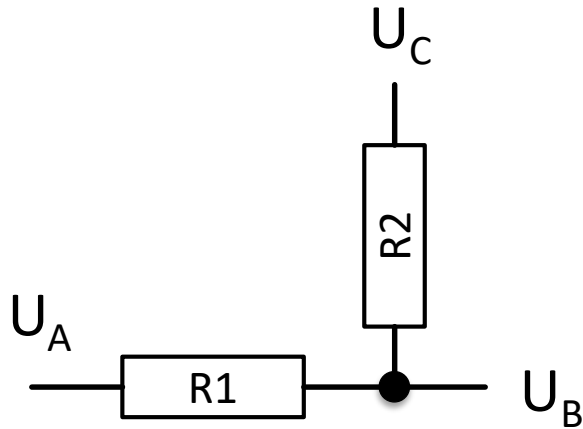
Mekkora U_B ? Ismerjük U_A és U_C értékét



$$U_B = \frac{U_A R_2 + U_C R_1}{R_1 + R_2}$$

Hogyan számítható ki?

Példa: $U_A: -10V..10V \rightarrow U_C: 0V..10V$

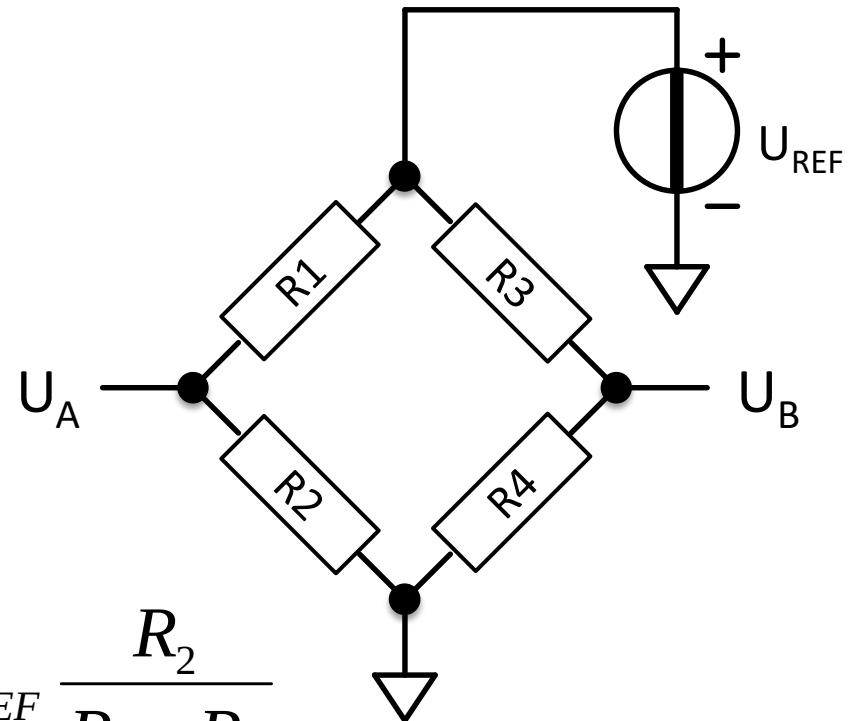


$$U_B = \frac{U_A}{2} + 5V = \frac{U_A R_2 + U_C R_1}{R_1 + R_2} = \frac{U_A R_2}{R_1 + R_2} + \frac{U_C R_1}{R_1 + R_2}$$

Mekkora legyen tehát $R1, R2$ és U_B ?

Példa: Wheatstone-híd

- ▶ Négy ellenállás
- ▶ Két feszültségosztó
- ▶ Két független ág
- ▶ U_{REF} ismert, pontos
- ▶ Mérjük: $U_B - U_A$
- ▶ Mekkora $U_B - U_A$?

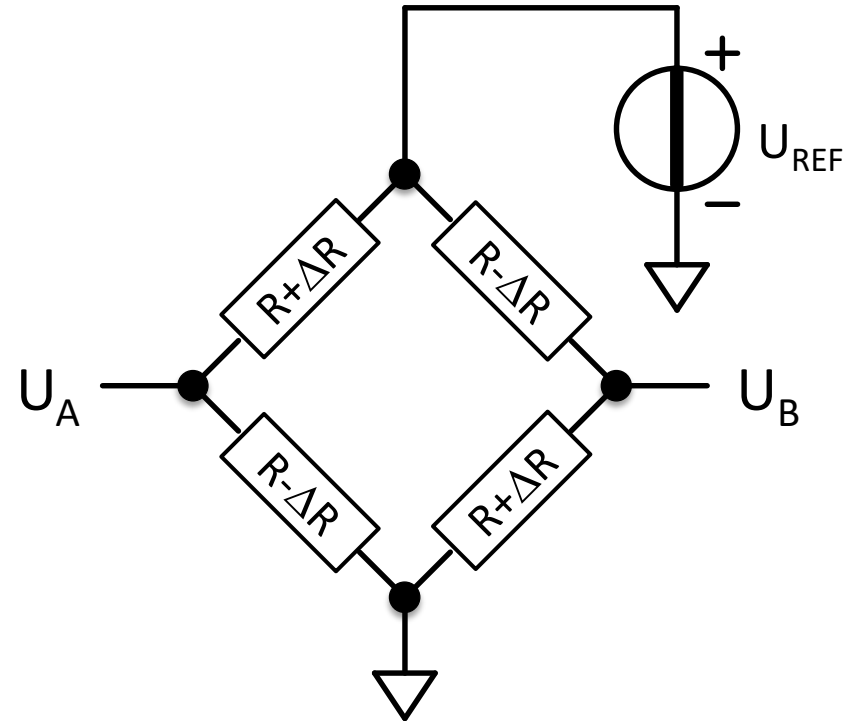


$$U_A = U_{REF} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$U_B = U_{REF} \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

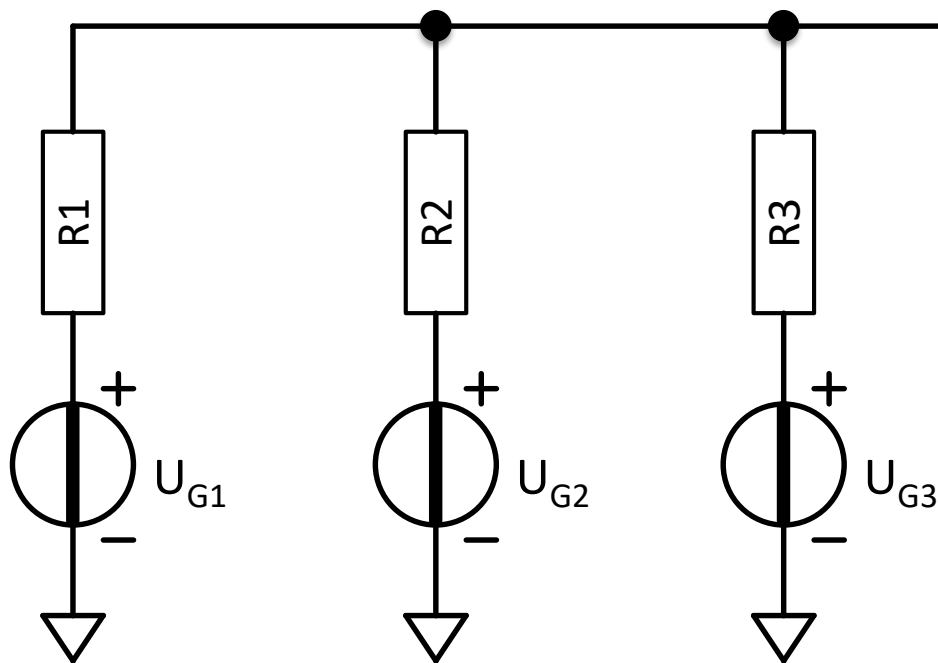
Példa: Wheatstone-híd

- ▶ Szenzorok: $\Delta R/R$ kicsi
- ▶ Nyomás, mérlegcella,...
- ▶ Kicsi változás mérése
- ▶ Ekkor jó a híd. Miért?
- ▶ Mekkora $U_B - U_A$?
- ▶ Az előbbi alapján számoljuk ki



A szuperpozíció tétele - példa

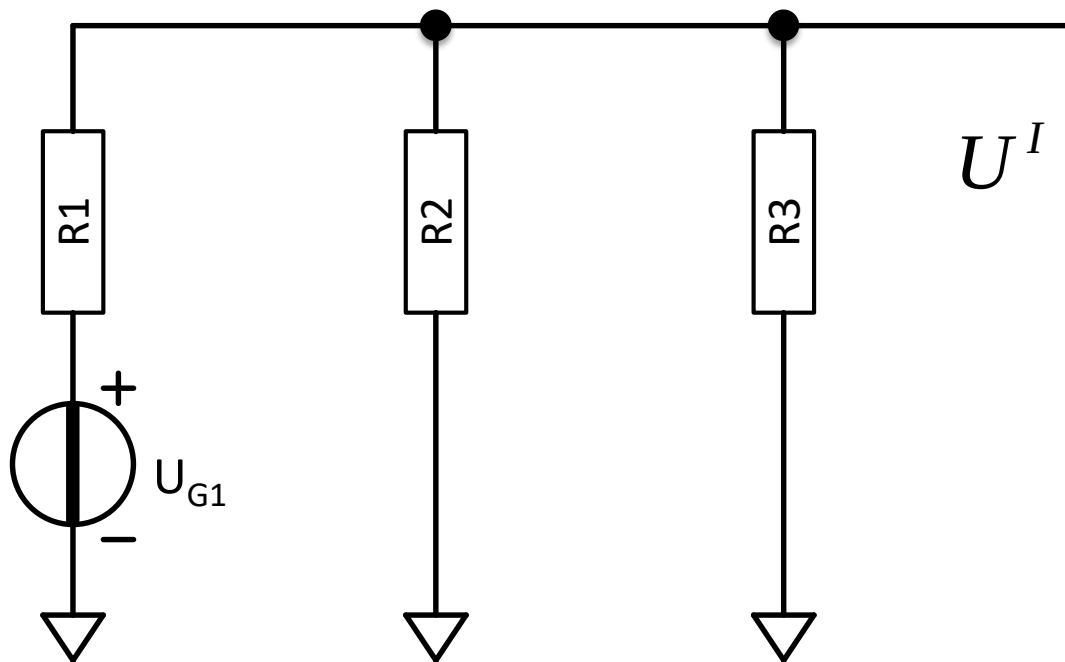
- ▶ A generátorok hatása összegződik
- ▶ Egy generátor hatása: a többi 0V, azaz rövidzár



$$U = U^I + U^{II} + U^{III}$$

A szuperpozíció tétele

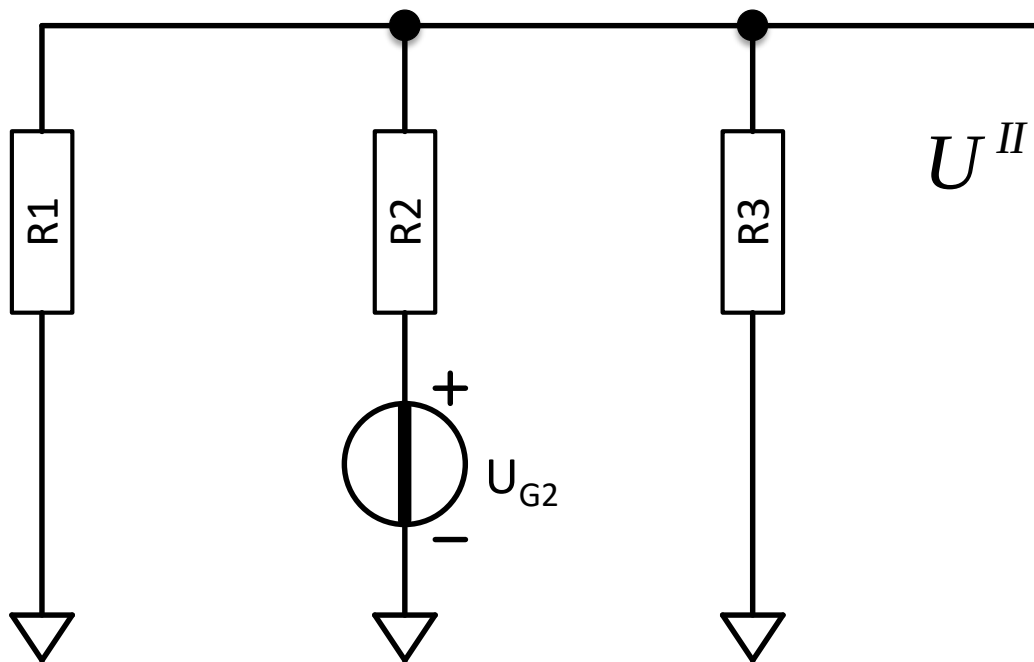
► U_{G1} hatása



$$U^I = U_{G1} \frac{\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}}$$

A szuperpozíció tétele

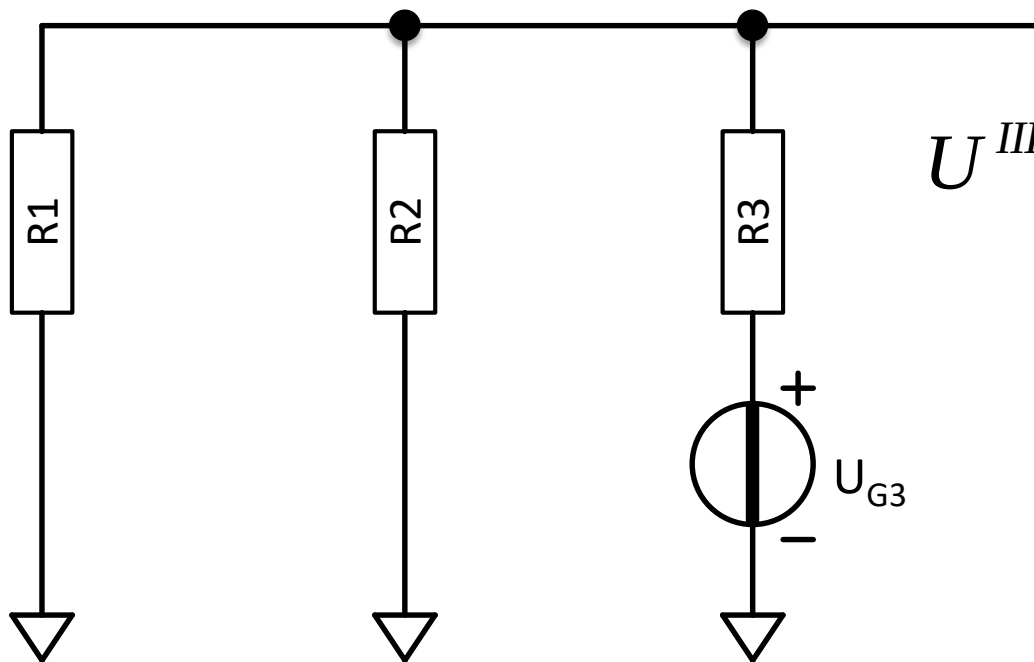
► U_{G2} hatása



$$U^{II} = U_{G2} \frac{\frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}}{R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}}$$

A szuperpozíció tétele

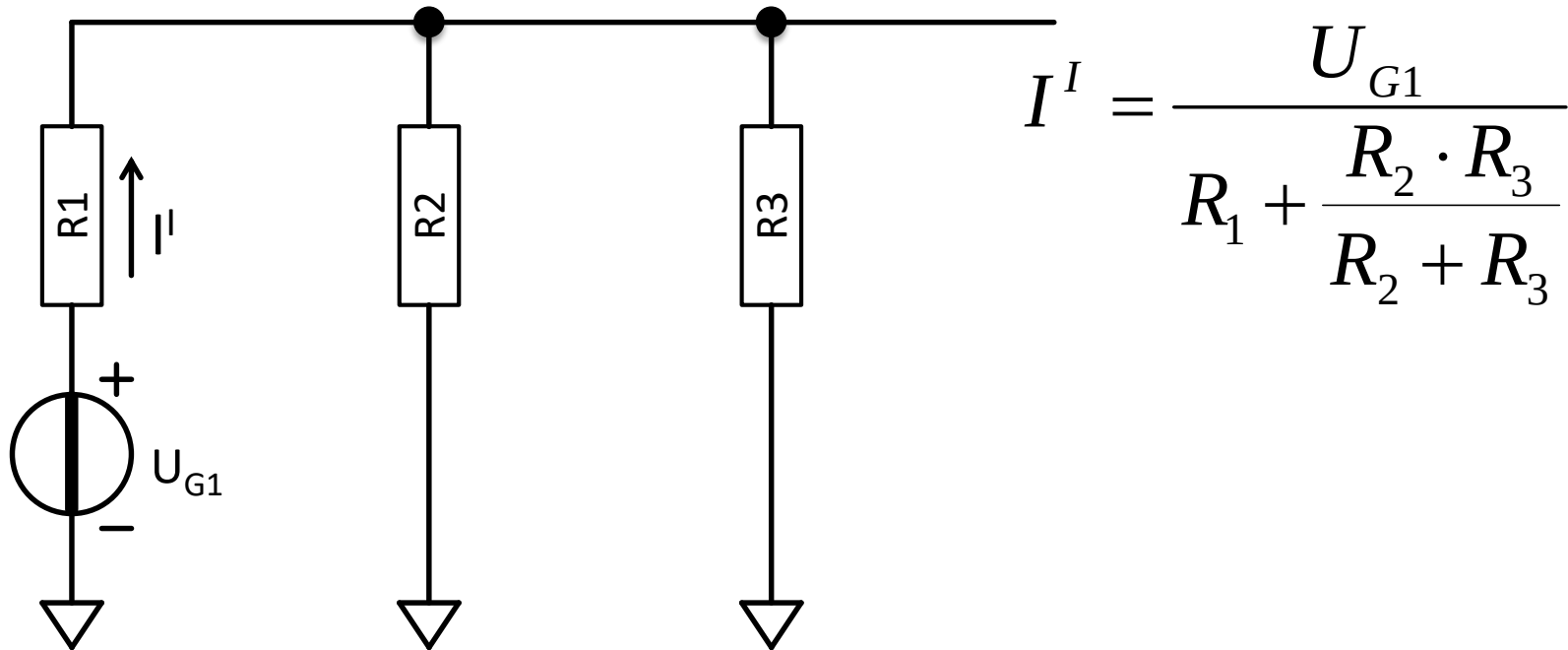
► U_{G3} hatása



$$U^{III} = U_{G3} \frac{\frac{R_2 \cdot R_1}{R_2 + R_1}}{R_3 + \frac{R_2 \cdot R_1}{R_2 + R_1}}$$

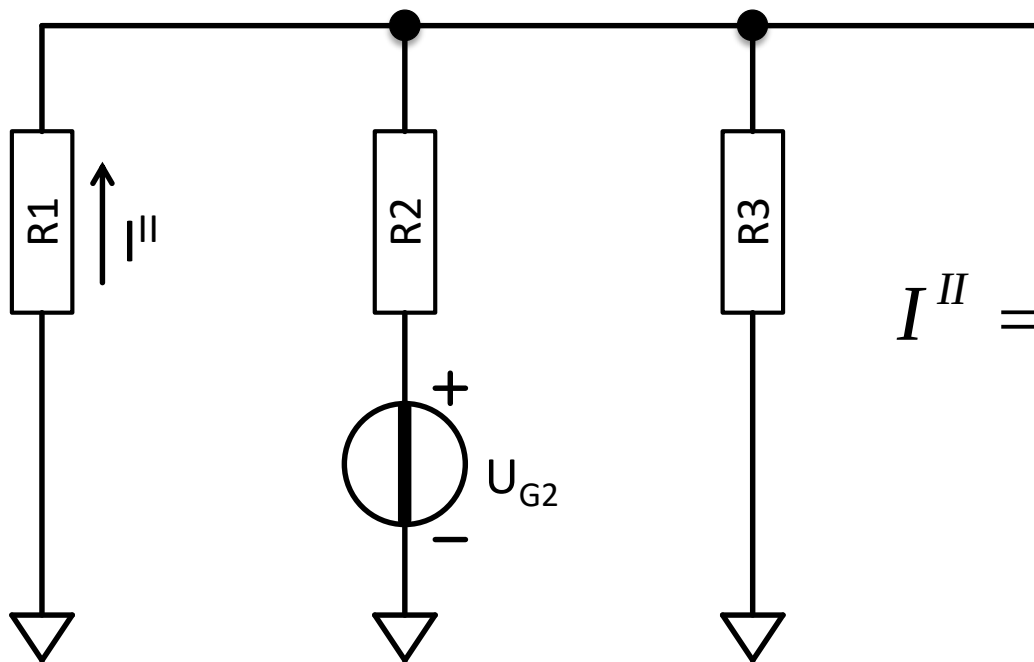
A szuperpozíció tétele

► U_{G1} hatása



A szuperpozíció tétele

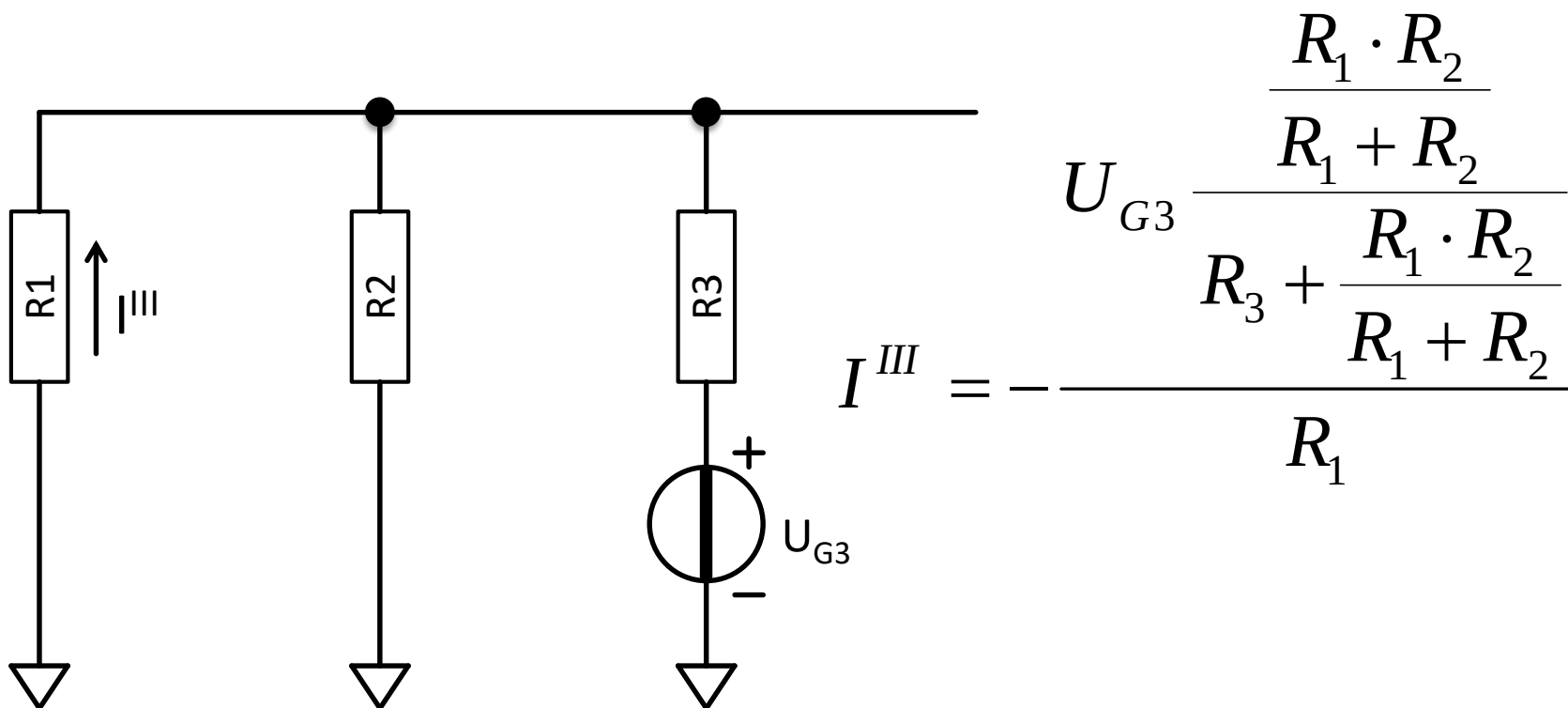
► U_{G2} hatása



$$I^{II} = - \frac{U_{G2} \frac{\frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}}{R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}}}{R_1}$$

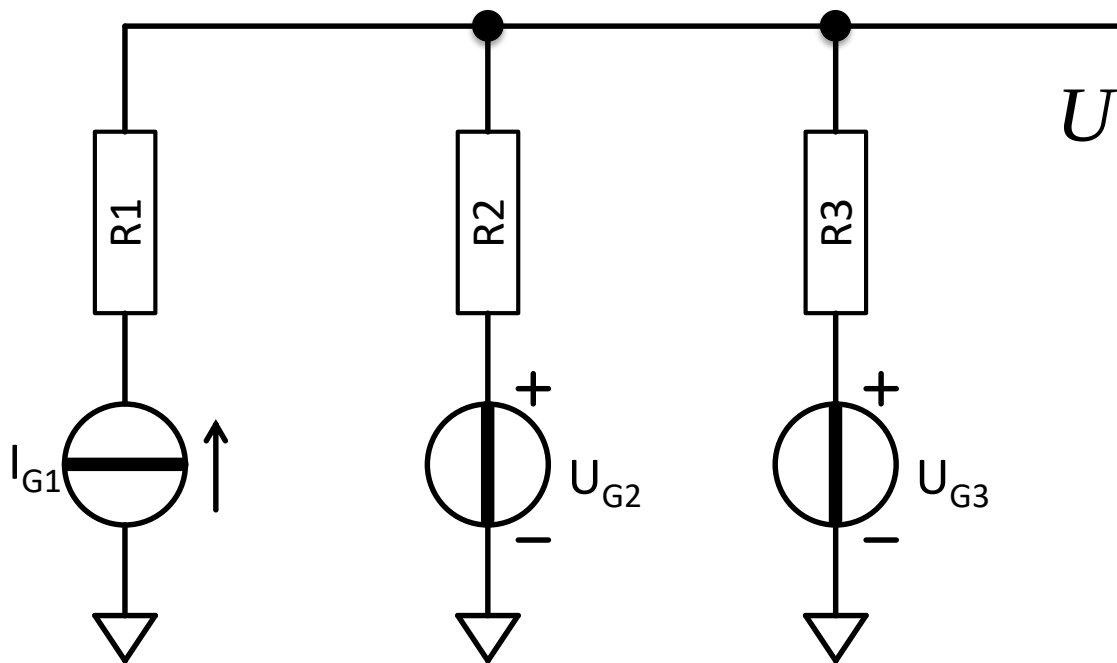
A szuperpozíció tétele

► U_{G3} hatása



A szuperpozíció tétele - példa

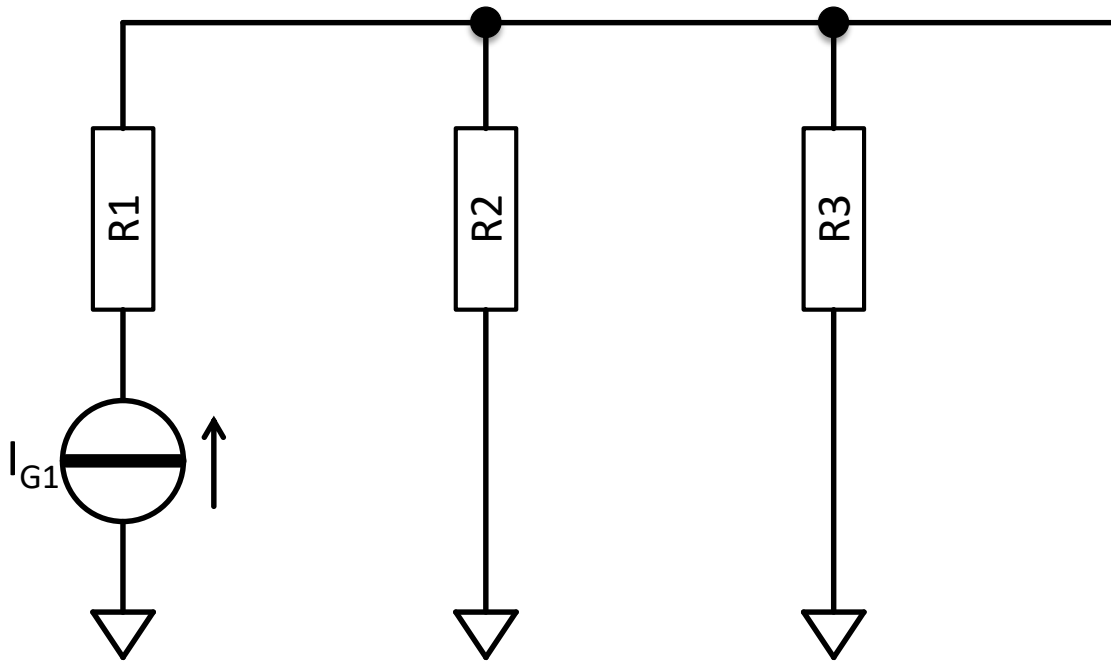
- ▶ Legyen egy áramgenerátor is!
- ▶ Ezt is meg tudnánk oldani?



$$U = U^I + U^{II} + U^{III}$$

A szuperpozíció tétele

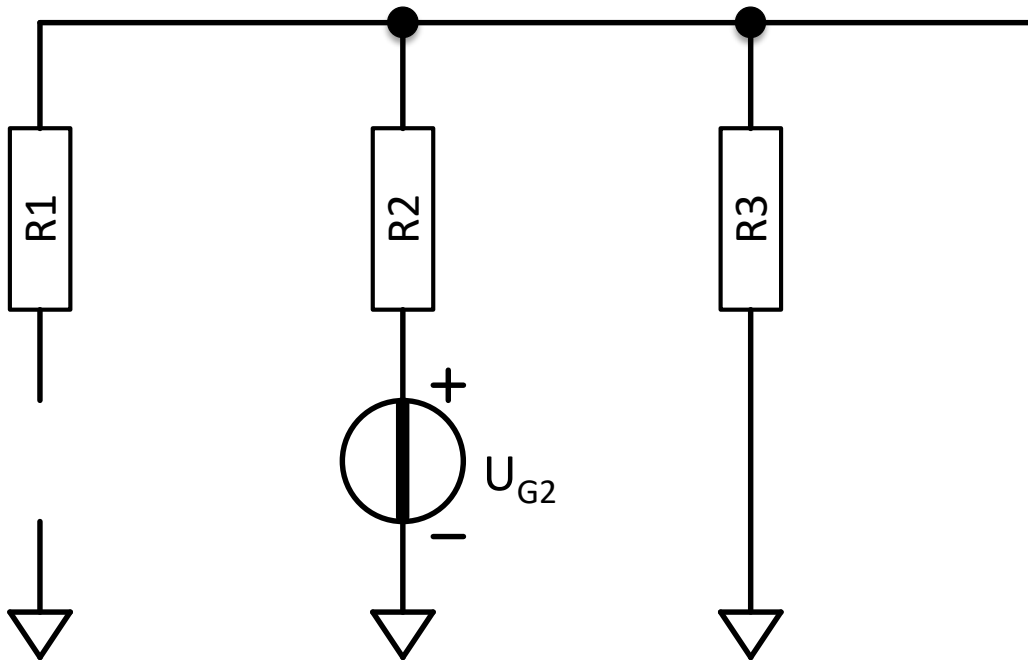
► I_{G1} hatása



$$U^I = ?$$

A szuperpozíció tétele

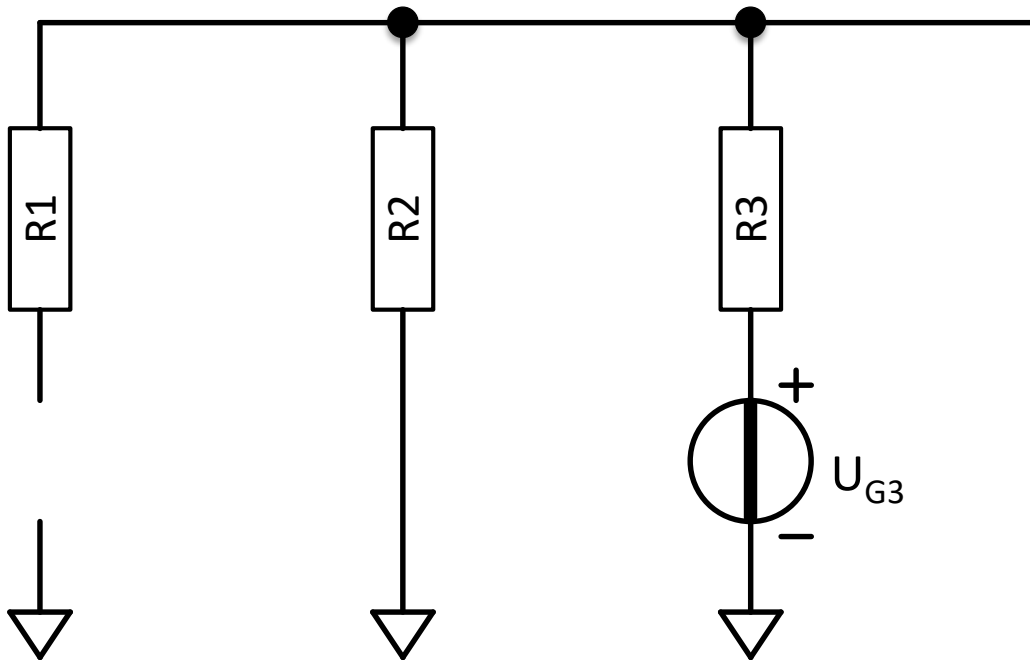
► U_{G2} hatása



$$U^{II} = ?$$

A szuperpozíció tétele

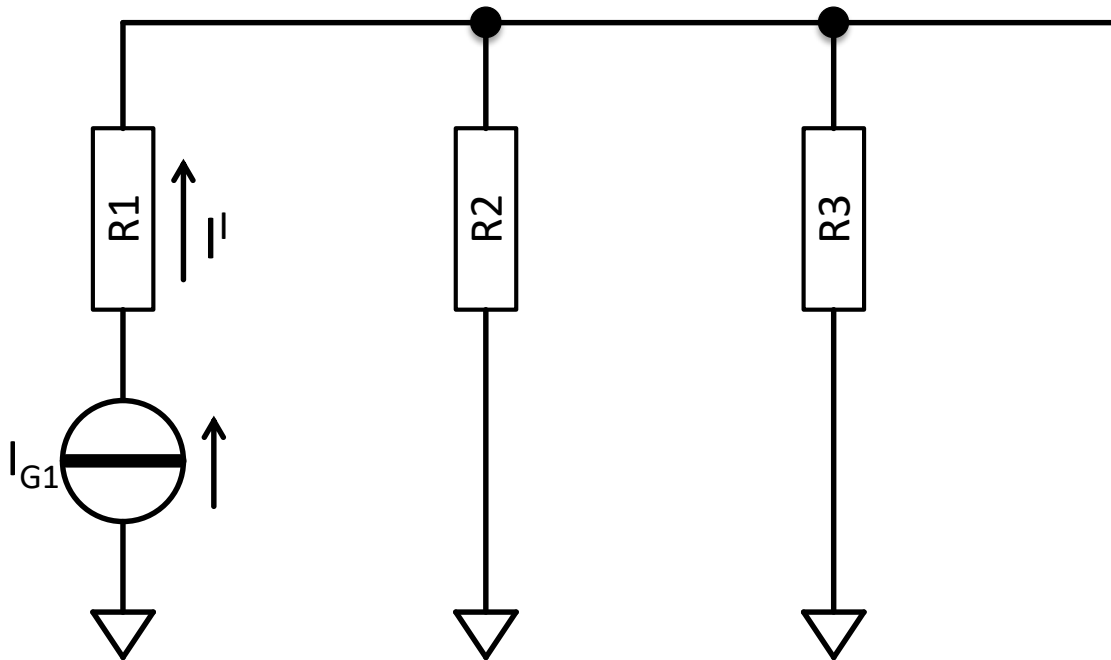
► U_{G3} hatása



$$U^{III} = ?$$

A szuperpozíció tétele

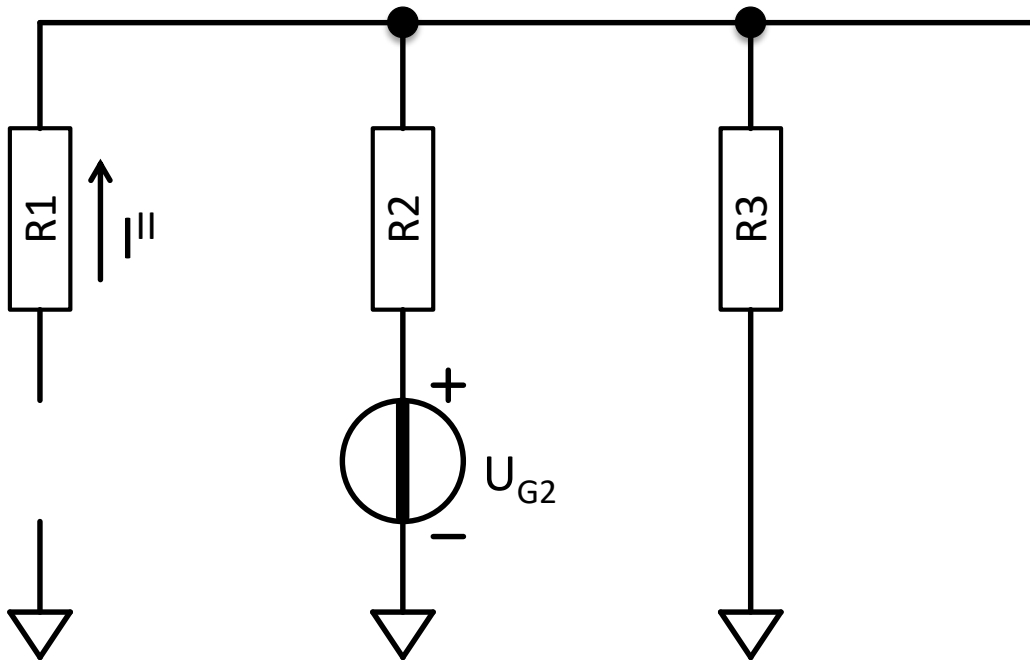
► I_{G1} hatása



$$I^I = ?$$

A szuperpozíció tétele

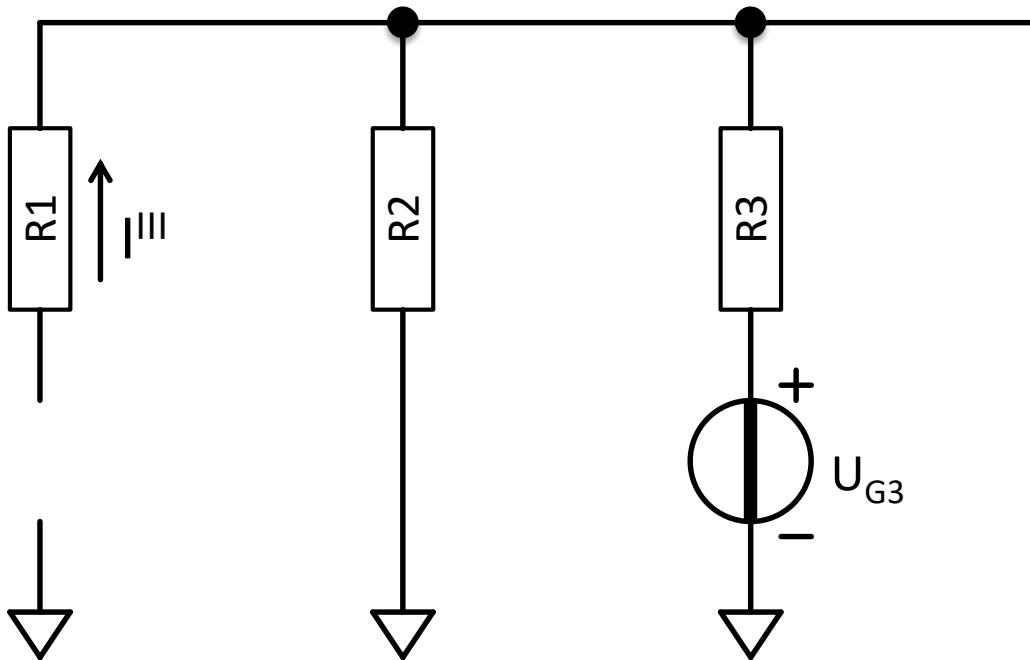
► U_{G2} hatása



$$I^{\text{II}} = ?$$

A szuperpozíció tétele

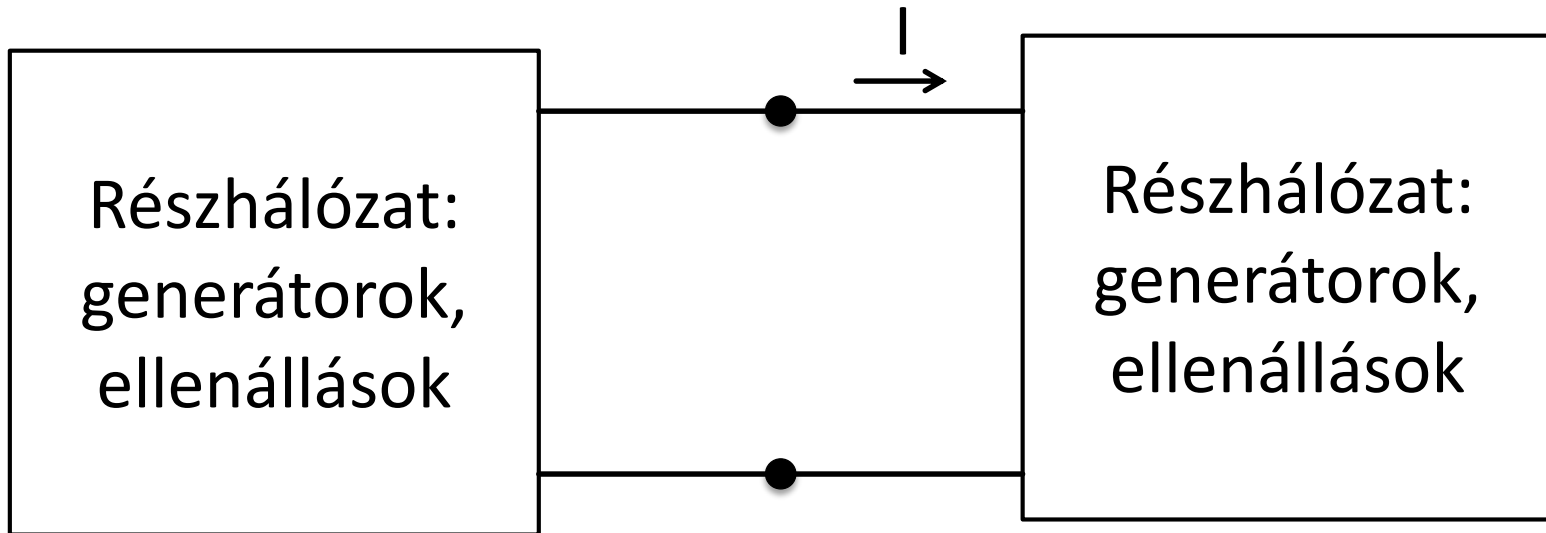
► U_{G3} hatása



$$I^{III} = ?$$

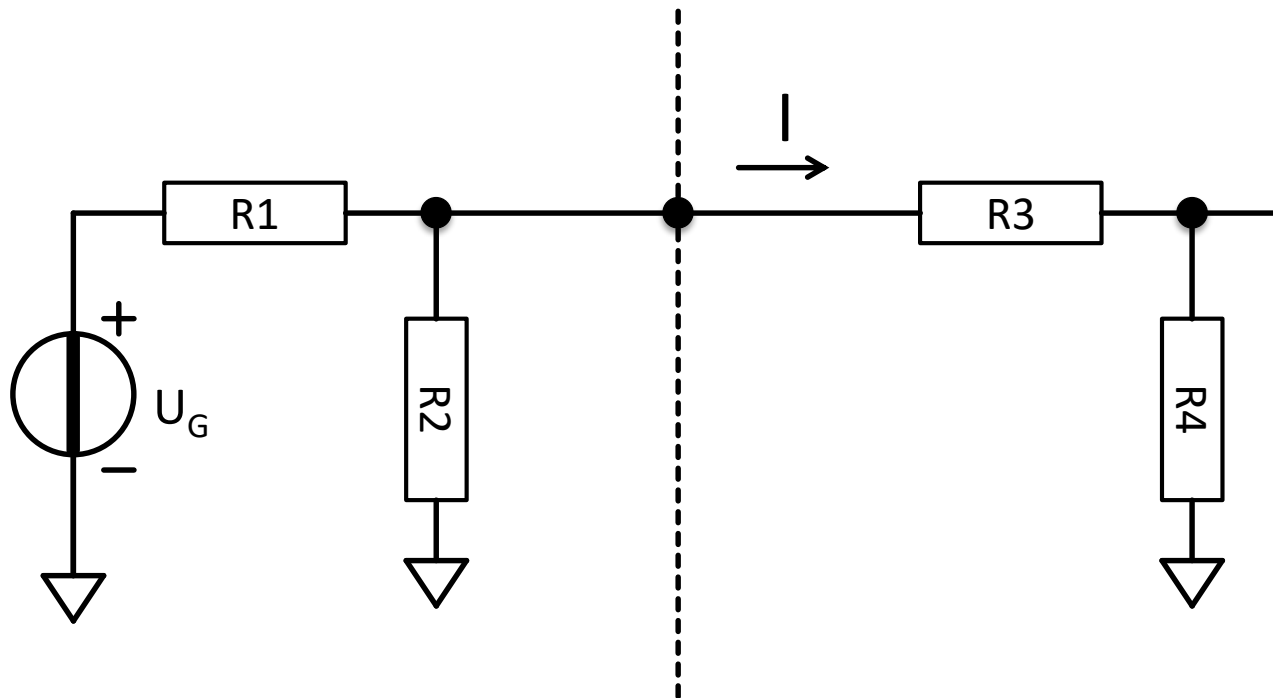
A kimenő és bemenő ellenállás jelentősége

- ▶ Egy áramkör kimenetére másik áramkört kötünk
- ▶ Befolyásolja a működést



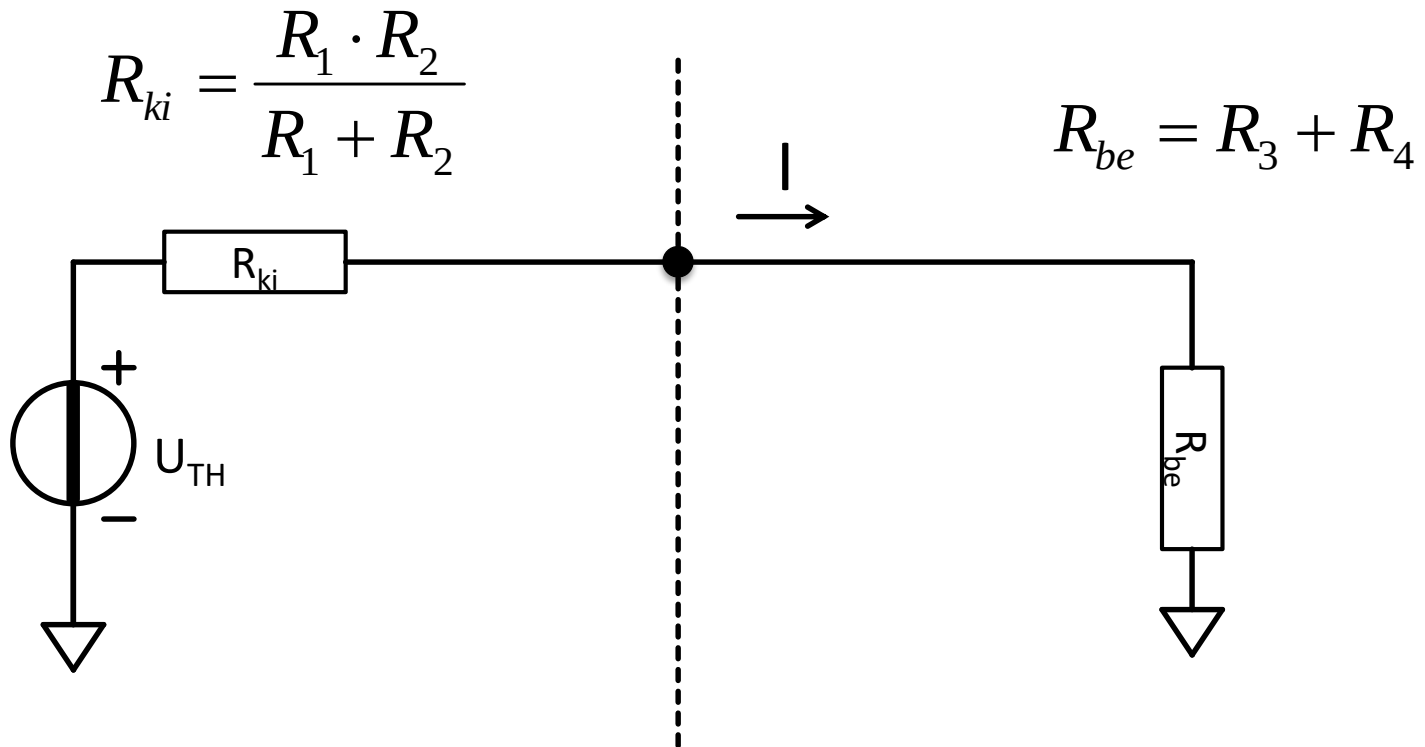
A kimenő és bemenő ellenállás jelentősége

► Példa



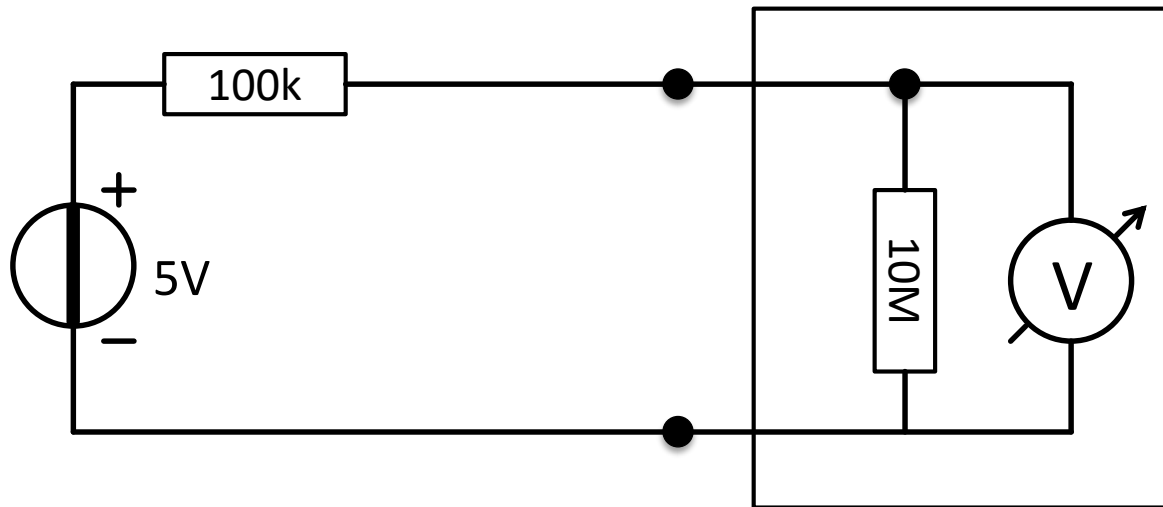
A kimenő és bemenő ellenállás jelentősége

- Thevenin helyettesítés mindkét oldalon



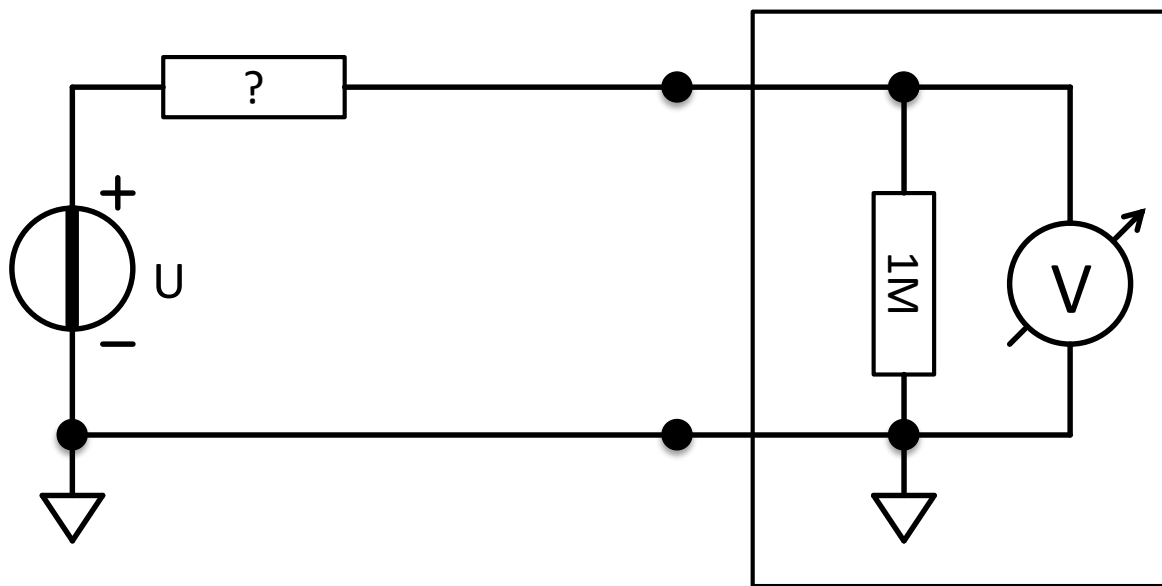
Példa: DVM

- ▶ Digitális voltmérő belső ellenállása $10\text{M}\Omega$
- ▶ Mekkora feszültséget mutat, ha egy 5V -os generátort $100\text{k}\Omega$ soros ellenálláson kötünk rá?



Példa: oszcilloszkóp

- ▶ Az oszcilloszkóp bemeneti ellenállása $1\text{M}\Omega$
- ▶ Mekkora lehet a jelforrás kimeneti ellenállása, ha maximum 5% hibát okozhat?

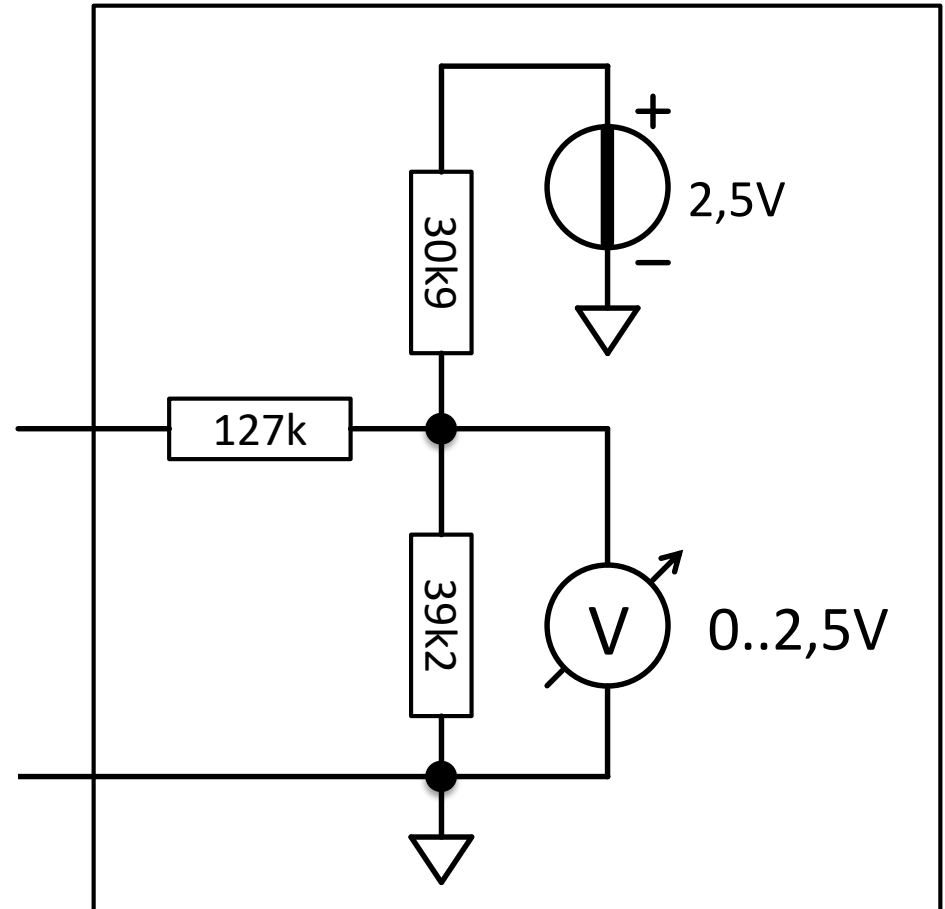


Példa: USB 6008 adatgyűjtő

Mekkora a méréstartománya?

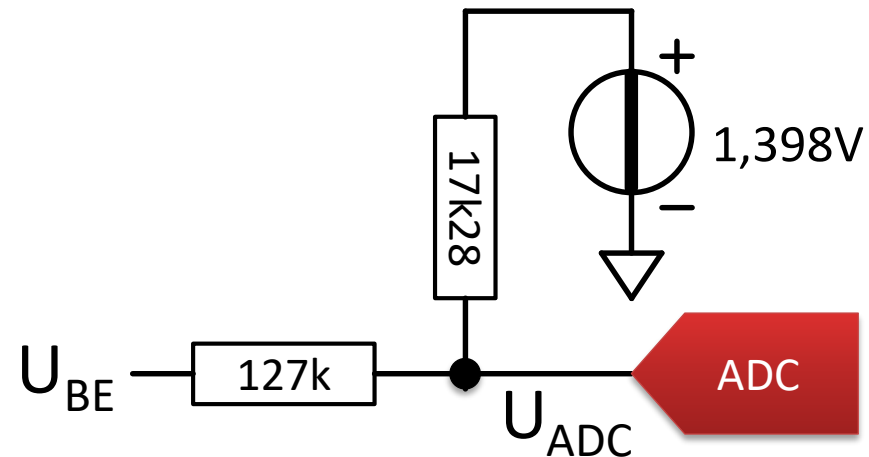
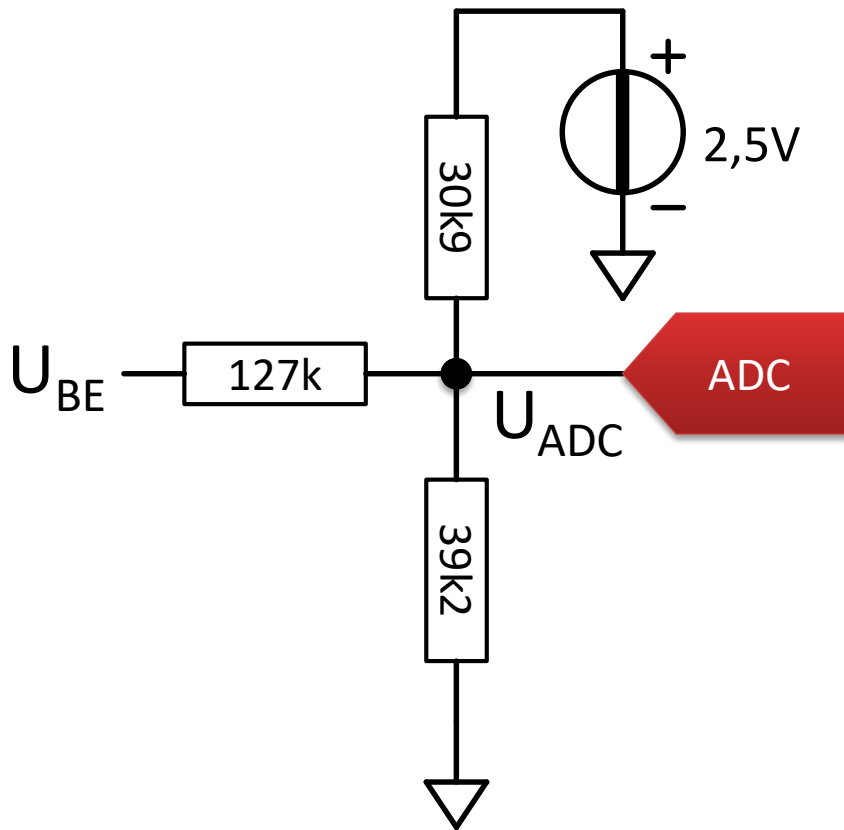
Thevenin helyettesítés?

Bemeneti ellenállása?



Mérésteratomány

Thevenin helyettesítés: 2,5V generátor és 30k9, 39k2



$$\frac{30k9 \cdot 39k2}{30k9 + 39k2} \approx 17k28$$

$$2,5V \frac{39k2}{30k9 + 39k2} \approx 1,398V$$

Mérésteratomány

$$U_{ADC}: 0..2,5V \rightarrow U_{BE}=?$$

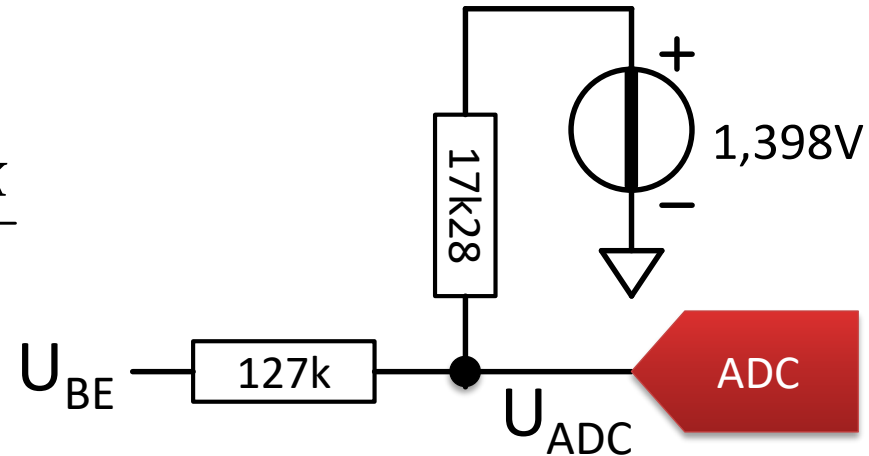
$$U_{ADC} \approx \frac{U_{BE} \cdot 17k28 + 1,398V \cdot 127k}{17k28 + 127k}$$

$$U_{ADC} \approx 0,12 \cdot U_{BE} + 1,23V$$

$$U_{BE} \approx \frac{U_{ADC} - 1,23V}{0,12}$$

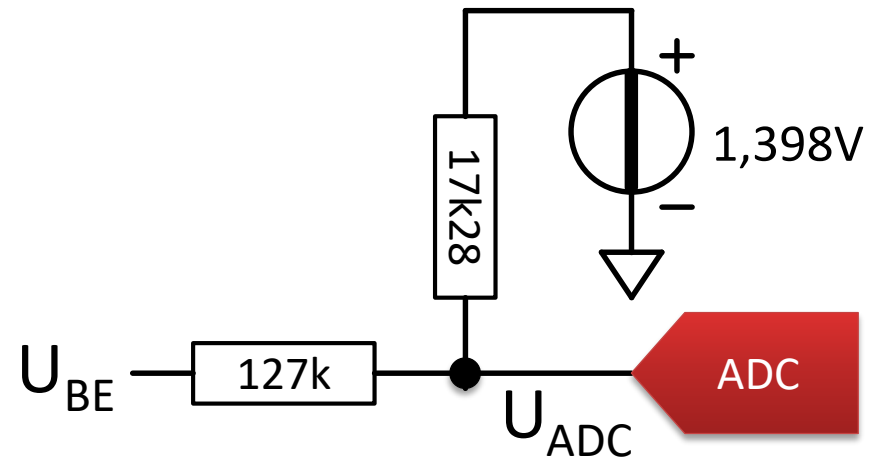
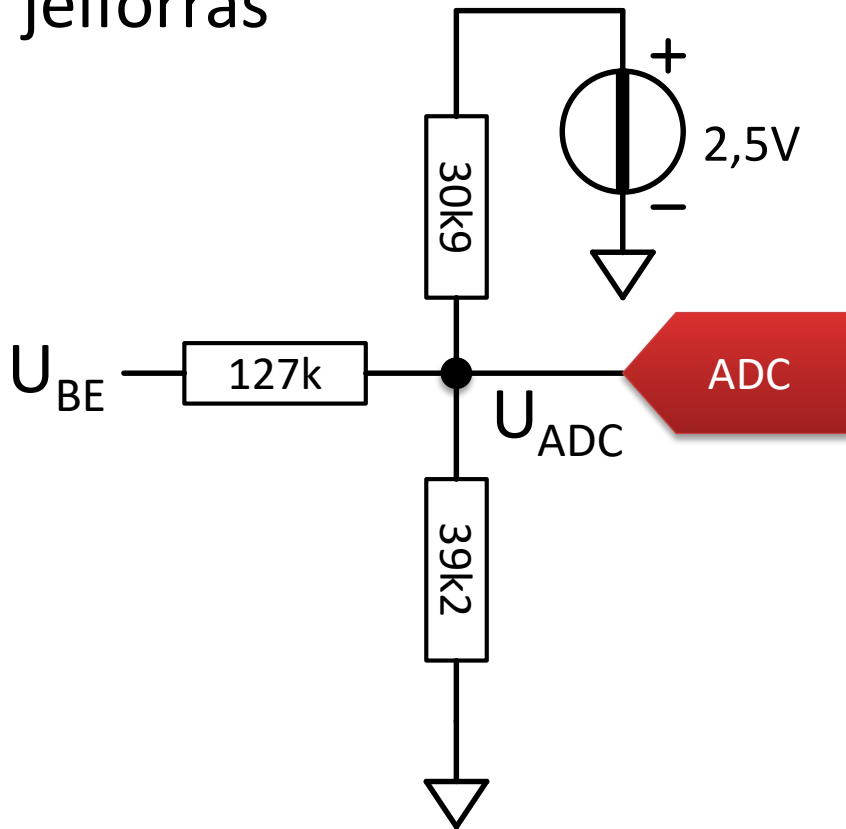
$$U_{BE,min} \approx \frac{0V - 1,23V}{0,12} \approx -10,3V$$

$$U_{BE,max} \approx \frac{2,5V - 1,23V}{0,12} \approx 10,6V$$



Bemeneti ellenállás

Mivel az ADC bemenetét ideális voltmérőnek tekintjük:
127k+17k28 ellenállás 1,398V-ra kötve – ezt „látja” a jelforrás



Szimuláció

- ▶ Az eredeti áramkör [szimulációja](#)
- ▶ A Thevenin-helyettesítés [szimulációja](#)

Eredő ellenállás számítása hurokáramok módszerével

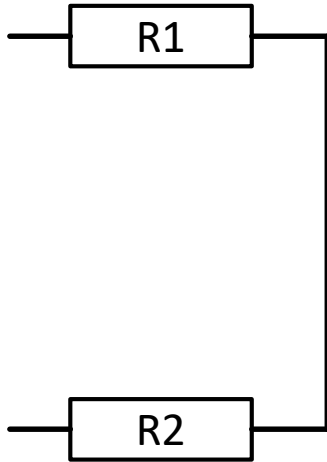
Ellenállásmátrix-módszer

- ▶ A hurokáramok módszerének mátrix alakja
- ▶ Receptszerű megadás, u_k és R_{kj} azonnal felírható
- ▶ Egyszerű, jól algoritmizálható

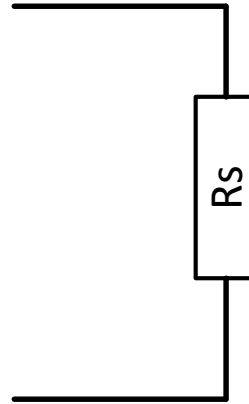
Eredő ellenállás számítása

- ▶ Eredő ellenállás:
 - ▶ ellenállásokból álló hálózat két kivezetése között mérhető
- ▶ Ellenállás meghatározása:
 - ▶ feszültség rákapcsolása
 - ▶ áram meghatározása
 - ▶ ellenállás: a feszültség és áram hányadosa

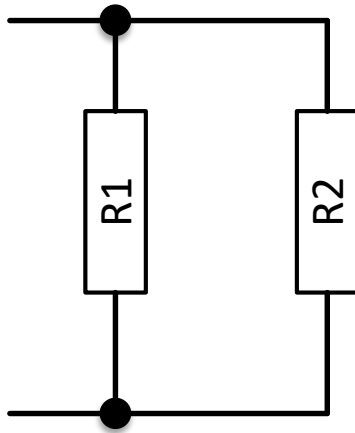
Eredő ellenállás



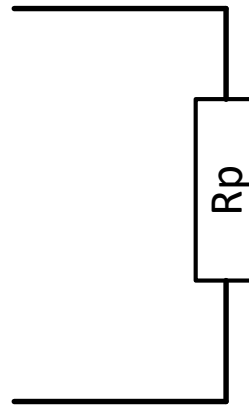
≡



$$R_s = R_1 + R_2$$

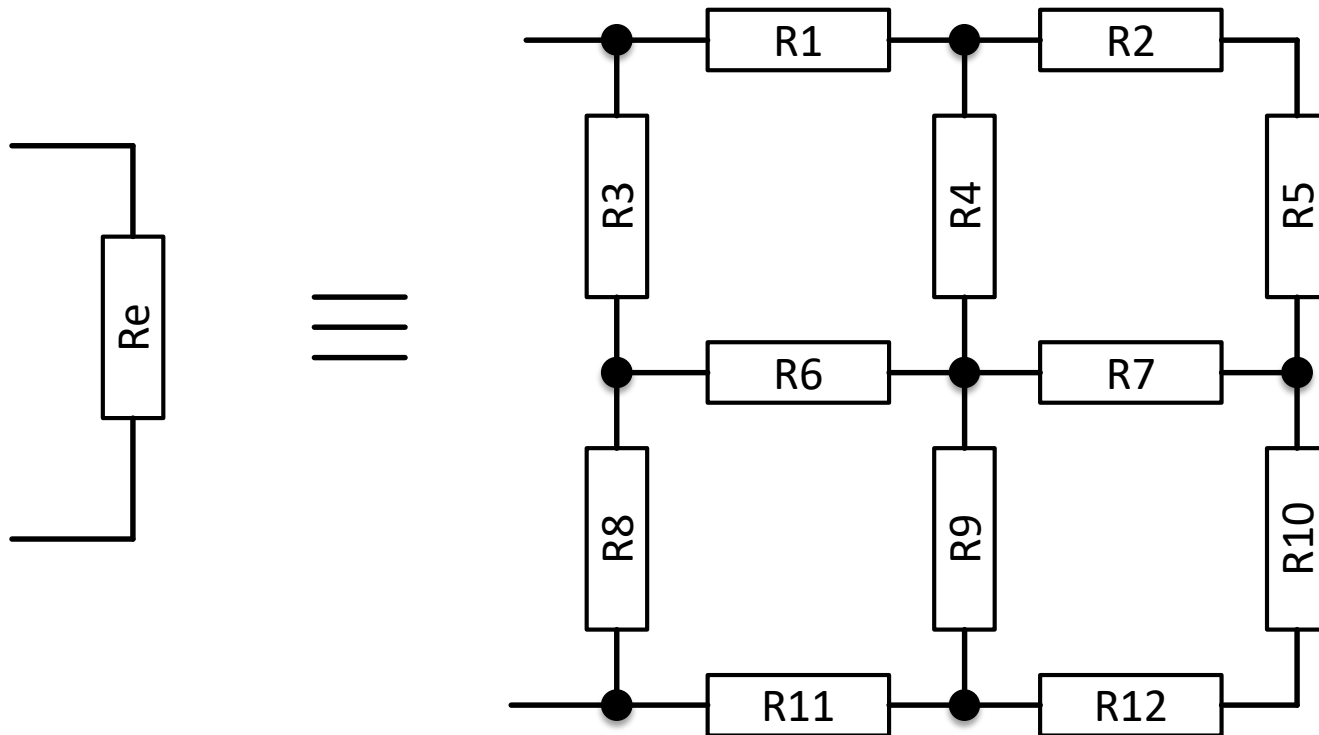


≡

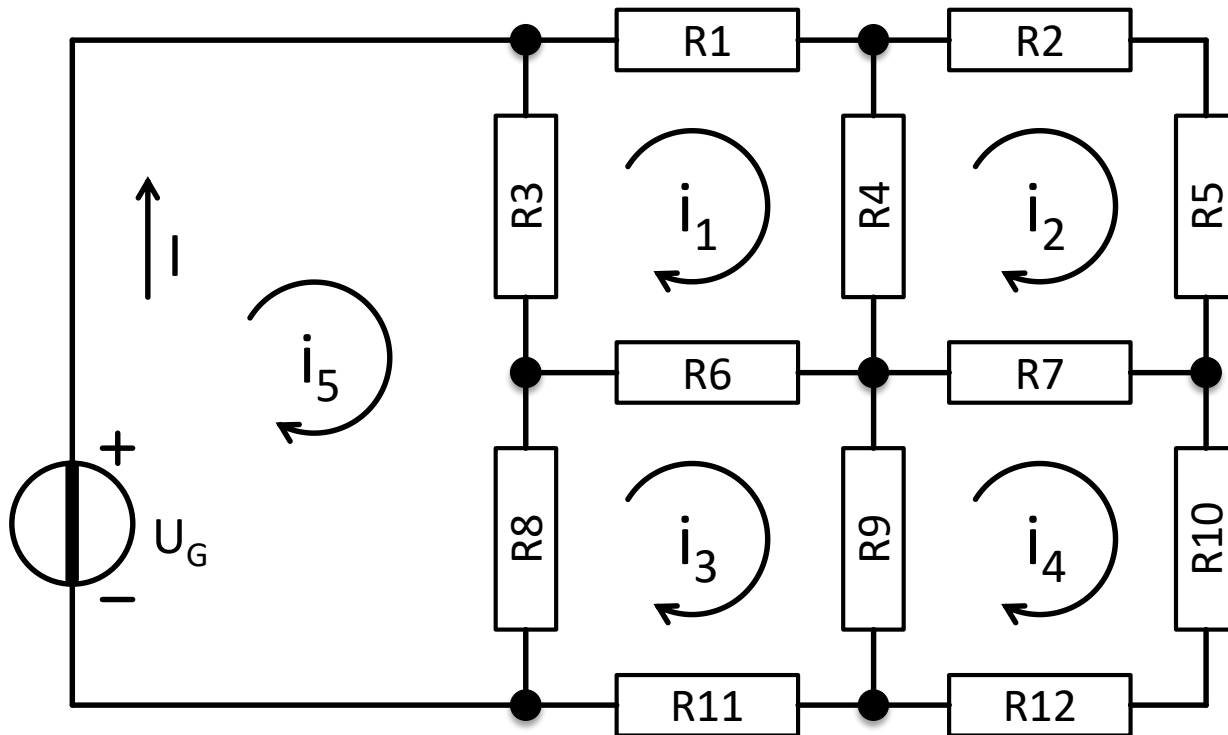


$$R_p = R_1 \times R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Eredő ellenállás



Eredő ellenállás: $R_E = U_G / I$



Szimuláció