

Algoritmuskészítés és bonyolultságelmélet feladatok
MSc hallgatók számára

Turing-gép

2018.

Előadó: Hajnal Péter

1. Feladat. *Tervezzünk Turing-gépet, amely eldönti a*

$$PALINDROM = \{\omega_1\omega_2 \dots \omega_n : \omega_i = \omega_{n+1-i} \quad i = 1, 2, \dots, n\}$$

nyelvet, ha

- (i) egyetlen (közös input-/munka-) szalagos modellt használunk,*
- (ii) standard 1 munkaszalagos modellt használunk,*
- (iii) standard 2 munkaszalagos modellt használunk.*

2. Feladat. *Tervezzünk Turing-gépet következő nyelvek eldöntésére:*

- (i) A nyelv azon inputokat tartalmazza, amelyek hossza páros.*
- (ii) A nyelv azon inputokat tartalmazza, amelyek hossza ötten osztható.*
- (iii) A nyelv azon szavakat tartalmazza, amelyek ugyanannyi 0-t tartalmaznak, mint 1-est ($\Sigma = \{0, 1\}$).*
- (iv) $\{0^n 1^m 2^{n+m} : n, m \in \mathbb{N}\}$ ($\Sigma = \{0, 1, 2\}$).*
- (v) $\{0^n 1^m 2^{n \cdot m} : n, m \in \mathbb{N}\}$ ($\Sigma = \{0, 1, 2\}$).*
- (vi) $\{0^n 1^m 2^{n^m} : n, m \in \mathbb{N}\}$ ($\Sigma = \{0, 1, 2\}$).*
- (vii) $\{0^{n^2} : n \in \mathbb{N}\}$ ($\Sigma = \{0\}$).*
- (viii) A nyelv azon szavakat tartalmazza, amelyek „korrekt/értelmes” zárójel-sorozatok ($\Sigma = \{(\,)\}$).*

3. Feladat. *Tervezzünk Turing-gépet a következő függvények kiszámítására:*

- (i) Egy $w = w_1 w_2 \dots w_n$ szóhoz a megforsított $\overleftarrow{w} = w_n w_{n-1} \dots w_1$ szót rendelő függvény.*
- (ii) Egy binárisan adott szám 1-gyel való növelése.*
- (iii) Két binárisan kódolt szám összeadása.*

(iv) Egy 1^N inputból kiszámolja 1^n -et, ahol $n = \lfloor \sqrt{N} \rfloor$.

★

4. Feladat. Igazoljuk, ha L és L' is eldönthető, akkor $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$, $L \cap L'$ és $L \cup L'$ nyelvek is eldönthetők.

5. Feladat. Igazoljuk, ha $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ és $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ kiszámítható függvények ($\mathbb{N} \equiv \Sigma^*$), akkor $f + g$, $f \cdot g$ és $f \circ g$ függvények is kiszámíthatók.

★

Definíció. Egy L nyelv felsorolható, ha van olyan Turing-gép, amely $\omega \in L$ esetén ELFOGAD állapotba kerül, míg $\omega \notin L$ esetén végtelen a futása.

6. Feladat. Igazoljuk, hogy a következők ekvivalensek egy L végtelen nyelvre:

(i) L felsorolható,

(ii) Létezik olyan Turing-gép, amely inputszalag nélküli és végtelen futása során L elemeit írja ki vesszőkkel elválasztva az outputszalagra.

(iii) Létezik olyan Turing-gép, amely inputszalag nélküli és végtelen futása során L elemeit írja ki ismétlődés nélkül, vesszőkkel elválasztva az outputszalagra.

7. Feladat. Igazoljuk, hogy egy L véges nyelvre:

(i) L felsorolható,

(ii) L eldönthető.

8. Feladat. Igazoljuk, hogy a következők ekvivalensek egy L végtelen nyelvre:

(i) L eldönthető,

(ii) Létezik olyan Turing-gép, amely inputszalag nélküli és végtelen futása során L elemeit írja ki ismétlődés nélkül, hossz szerint növekvő sorrendben, vesszőkkel elválasztva az outputszalagra.

9. Feladat. Igazoljuk, ha L és $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$ is felsorolható, akkor L eldönthető.