

Szezonális vizsgálata

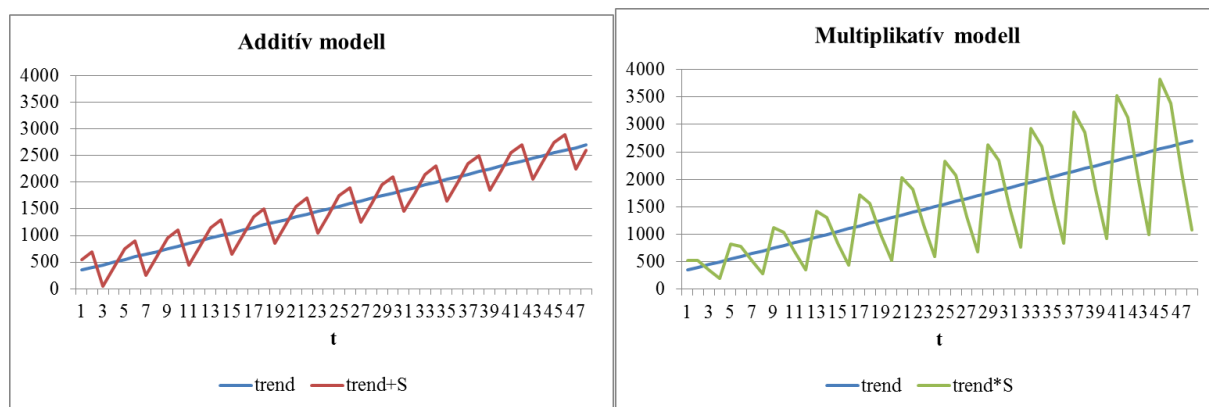
Amennyiben egy idősorban nem csak trend, hanem más komponensek is megjelennek, fontos tudnunk, hogy ezek hogyan kapcsolódnak össze. Aszerint, hogy a négy összetevő hogyan tevődik össze, megkülönböztetünk **additív** és **multiplikatív** modelleket. Az additív modelleknél a tényezők összeadódnak, azaz $Y=T+S+C+E$, míg multiplikatív modellek esetében összeszorozódnak, azaz $Y=T*S*C*E$.

Az egyszerűség kedvéért, a továbbiakban feltételezzük, hogy a véletlen tényező várható értéke nulla. Az idősorok – statisztikai szoftverekkel történő – alapszintű elemzése során **először** a **trend** vizsgálata történik. Ez vagy a mozgóátlagok módszerével, vagy pedig analitikus úton történhet. **Ezután** következhet a **szezonális hatás** vizsgálata. Mivel ez szabályos, ismétlődő ingadozás a trendkörül, egy-egy ismétlődés hossza a periódus, ami gyakran egy év. A perióduson belül több időszak (például, hónap, vagy negyedév) lesz

A szezonális hatás vizsgálata

Minden időszakban a szezonális hatást egyetlen számszerű értékkel kell jellemeznünk, azaz például negyedéves bontás esetén egy-egy számot kapunk az első, a második, a harmadik, a negyedik negyedévre.

Először azt kell eldöntenünk, hogy additív, vagy multiplikatív modellt vizsgálunk. Amelyik változat nagyobb állandóságot mutat, olyan típusúnak tekintjük a modellt. Ennek eldöntése meglehetősen szubjektív. Az idősor grafikus ábrázolásából is sejtéseket fogalmazhatunk meg a modell típusára vonatkozóan. Amennyiben a szabályos ingadozás mértéke állandónak tekinthető a trendhez képest, akkor additív, amennyiben ez helyfüggő a trend körül, akkor multiplikatív modell típusra következtethetünk.



Additív modell esetén szezonális eltérések, míg **multiplikatív modell esetén szezonális indexek (szezonindexek)** segítségével jellemezzük a szezonalitást.

Hogyan számíthatjuk ki ezeket? Mivel a szezonális ingadozás a trendkörüli szabályos ingadozás, úgy vizsgálhatjuk, hogy az eredeti idősorból „lefejtjük” a trendet.

Mivel **additív modell** esetén Vizsgált változó (Y) értéke= Trend+szezonális eltérés; ezért, a szezonális vizsgálatához az Y-TREND különbséget kell meghatározni.

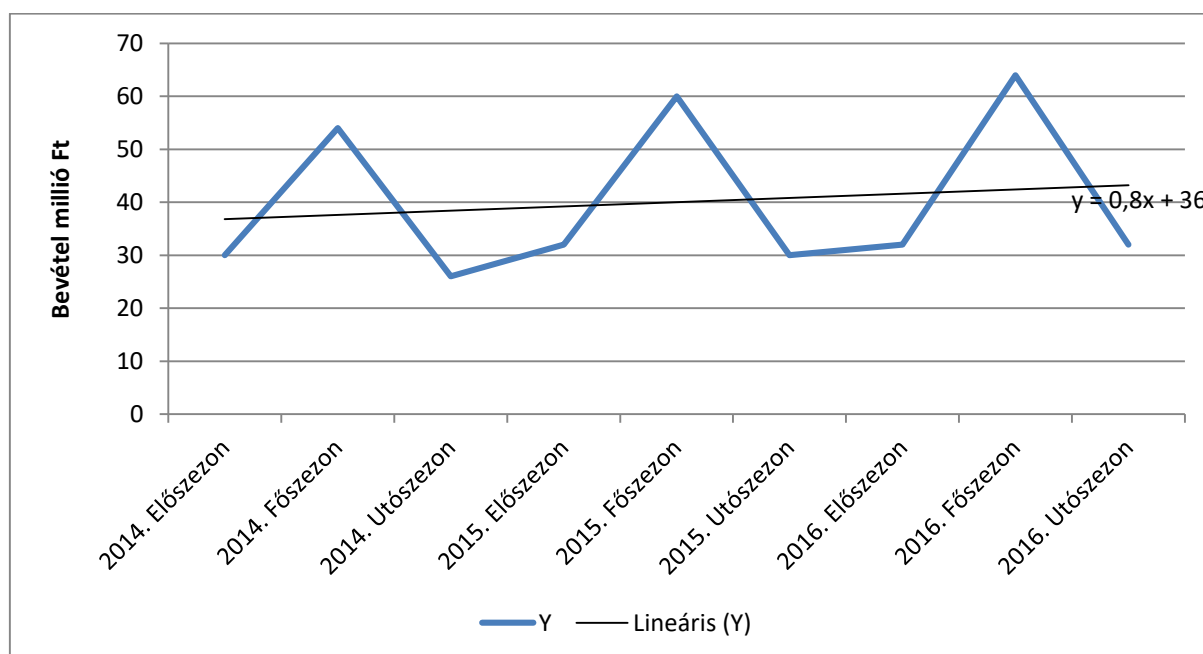
Additív modell esetén a kiszámított különbségeknek a különböző periódusok azonos időszaki eltéréseiből (például csak a januári adatok alapján) kiszámítjuk azok számtani átlagát, így minden időszakra vonatkozóan megkapjuk a **nyers szezonális eltéréseket**. Mivel a szezonális ingadozás egy perióduson belül kiegyenlítődik, ezért a szezonális eltérések összegének nullának kell lennie. Amennyiben a nyers szezonális eltérések összege nulla, akkor ezek az értékek lesznek a **tényleges szezonális eltérések**. Amennyiben ezek összege nem nulla, akkor

korrigálnunk kell, még pedig minden egyes értéket ugyanazzal a **korrekciós tényezővel**. A korrekciós tényező a nyers szezonális eltérések számtani átlaga lesz. Ezt az értéket egyszerűen kivonjuk a nyers szezonális eltérésekből. A kapott számok lesznek a tényleges szezonális eltérések.

A számítási mechanizmus alapján a szezonális eltérések a tényleges értékek trendtől való átlagos eltéréseit mutatják.

Példa

Tekintsük egy szálloda árbevételének alakulását.



A trend körüli hullámozás állandónak tűnik (az idősor rövid volta miatt nehezen megállapítható ennek volta) egy lineáris trend körül, így először additív modellt illesztünk. A szezonális eltérések jellemzéséhez az Y és a trend értékek különbségét kell meghatároznunk.

Időszak	Árbevétel (millió Ft), Y	t	Trend=36+0,8*t	Y-Trend
2014. Előszezon	30	1	36,8	-6,8
2014. Főszezon	54	2	37,6	16,4
2014. Utószezon	26	3	38,4	-12,4
2015. Előszezon	32	4	39,2	-7,2
2015. Főszezon	60	5	40	20,0
2015. Utószezon	30	6	40,8	-10,8
2016. Előszezon	32	7	41,6	-9,6
2016. Főszezon	64	8	42,4	21,6
2016. Utószezon	32	9	43,2	-11,2

Az Y-Trend eltérések alapján határozzuk meg, hogy az előszezonra, a főszezonra, illetve az utószezonra vonatkozó szezonális eltéréseket, a fenti különbségek átlagaként.

Időszak	szezonális eltérések, millió Ft
Előszézon	$\frac{(-6,8)+(-7,2)+(-9,6)}{3} = -7,87$
Főszézon	$\frac{(16,4)+(20,0)+(21,6)}{3} = 19,33$
Utószézon	$\frac{(-12,4)+(-10,8)+(-11,2)}{3} = -11,46$
Összesen	0,00
Átlag	0,00

Mivel a szezonális eltérések átlaga 0, nincs szükségünk korrekcióra.

Összességében megállapíthatjuk, hogy 2013. utószézonjára a szálloda becsült árbevétele a trend szerint 36 millió Ft volt. 2014-2016 között a trend szerint a szálloda árbevétele szezononként átlagosan 0,8 millió forinttal nő, az előszézonokban a szálloda tényleges bevétele átlagosan 7,87 millió forinttal alacsonyabb a trend szerinti becslésnél, a főszézonokban a szálloda tényleges bevétele átlagosan 19,33 millió forinttal magasabb a trend szerinti becslésnél, míg az utószézonokban a szálloda tényleges bevétele átlagosan 11,46 millió forinttal alacsonyabb a trend szerinti becslésnél.

A trend és a szezonális hatás meghatározása után lehetőségünk van előrejelzések készítésére, feltételezve, hogy a vizsgált jelenség mozgásiránya nem változik meg.

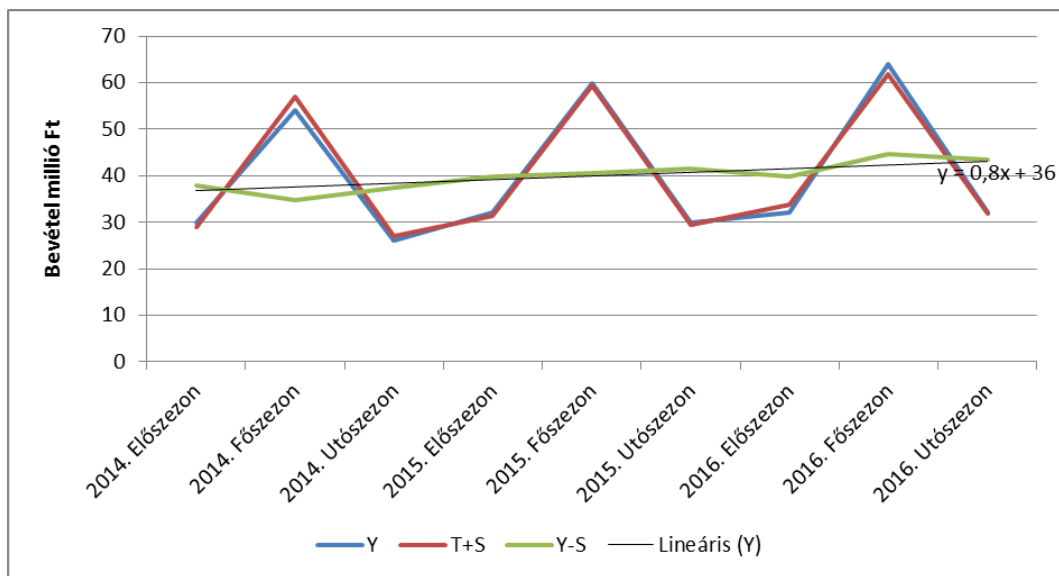
Az előrejelzések készítése történhet

- pusztán a **trend alapján** analitikus trenddel $\hat{y} = Trend$,
- a **szezonális figyelembevételével**: additív modell esetében $\hat{y} = Trend + S$;
- **szezonálisától tisztított adatokkal**: ekkor az eredeti értékekből kiszűrjük a szezonális hatást: additív modell esetében $\hat{y} = Y - S$.

Előrejelzés additív modell alapján

Időszak	Y	Trend	S	T+S	Y-S
2014. Előszézon	30	36,8	-7,9	28,9	37,9
2014. Főszézon	54	37,6	19,3	56,9	34,7
2014. Utószézon	26	38,4	-11,5	26,9	37,5
2015. Előszézon	32	39,2	-7,9	31,3	39,9
2015. Főszézon	60	40	19,3	59,3	40,7
2015. Utószézon	30	40,8	-11,5	29,3	41,5
2016. Előszézon	32	41,6	-7,9	33,7	39,9
2016. Főszézon	64	42,4	19,3	61,7	44,7
2016. Utószézon	32	43,2	-11,5	31,7	43,5

A feladat Excel megoldása a kapcsolódó videón látható.



Multiplikatív modell esetén Vizsgált változó (Y) értéke= Trend*szezonindex; ezért, a szezonális vizsgálatához az Y/TREND hányadost kell meghatározni.

Multiplikatív modell esetén a kiszámított hányadosoknak időszakonként kiszámítjuk a számtani átlagát, így minden negyedévre vonatkozóan megkapjuk a **nyers szezonális indexeket**. Mivel a szezonális egy perióduson belül kiegyenlítődik, ezért a szezonális indexek átlagának egynek kell lennie (szezonindexek nem lehetnek negatívak). Amennyiben a nyers szezonális eltérések átlaga egy, akkor ezek az értékek lesznek a **tényleges szezonindexek**. Amennyiben ezek átlaga nem egy, akkor korrigálnunk kell, még pedig minden egyes értéket ugyanazzal a **korrekciós tényezővel**. A korrekciós tényező a nyers szezonális indexek számtani átlaga lesz. Ezzel az értékkel egyszerűen leosztjuk a nyers szezonális indexeket. A kapott számok lesznek a **tényleges szezonindexek**.

A szezonindexek megadják, hogy a vizsgált változó tényleges értékei átlagosan hány százalékkal térnek el a trendtől.

Amennyiben multiplikatív modellel próbáljuk megoldani az előző példát, az alábbi eredményre jutunk.

Időszak	Y	Trend	Y/Trend
2014. Előszézon	30	36,8	0,81522
2014. Főszézon	54	37,6	1,43617
2014. Utószézon	26	38,4	0,67708
2015. Előszézon	32	39,2	0,81633
2015. Főszézon	60	40	1,50000
2015. Utószézon	30	40,8	0,73529
2016. Előszézon	32	41,6	0,76923
2016. Főszézon	64	42,4	1,50943
2016. Utószézon	32	43,2	0,74074

Időszak	szezonális eltérések, millió Ft
Előszézon	$\frac{(0,81522)+(0,81633)+(0,76923)}{3}=0,8$
Főszézon	$\frac{(1,43617)+(1,50000)+(1,50943)}{3}=1,5$
Utőszézon	$\frac{(0,67708)+(0,73529)+(0,74074)}{3}=0,7$
Összesen	3,00
Átlag	1,00

Összességében megállapíthatjuk, hogy 2013. utőszézonjára a szálloda becsült árbevétele a trend szerint 36 millió Ft volt. 2014-2016 között a trend szerint a szálloda árbevétele szézononként átlagosan 0,8 millió forinttal nő, az előszézonokban a szálloda tényleges bevétele átlagosan 20 százalékkal alacsonyabb a trend szerinti becslésnél, a főszézonokban a szálloda tényleges bevétele átlagosan 50 százalékkal magasabb a trend szerinti becslésnél, míg az utőszézonokban a szálloda tényleges bevétele átlagosan 30 százalékkal alacsonyabb a trend szerinti becslésnél.

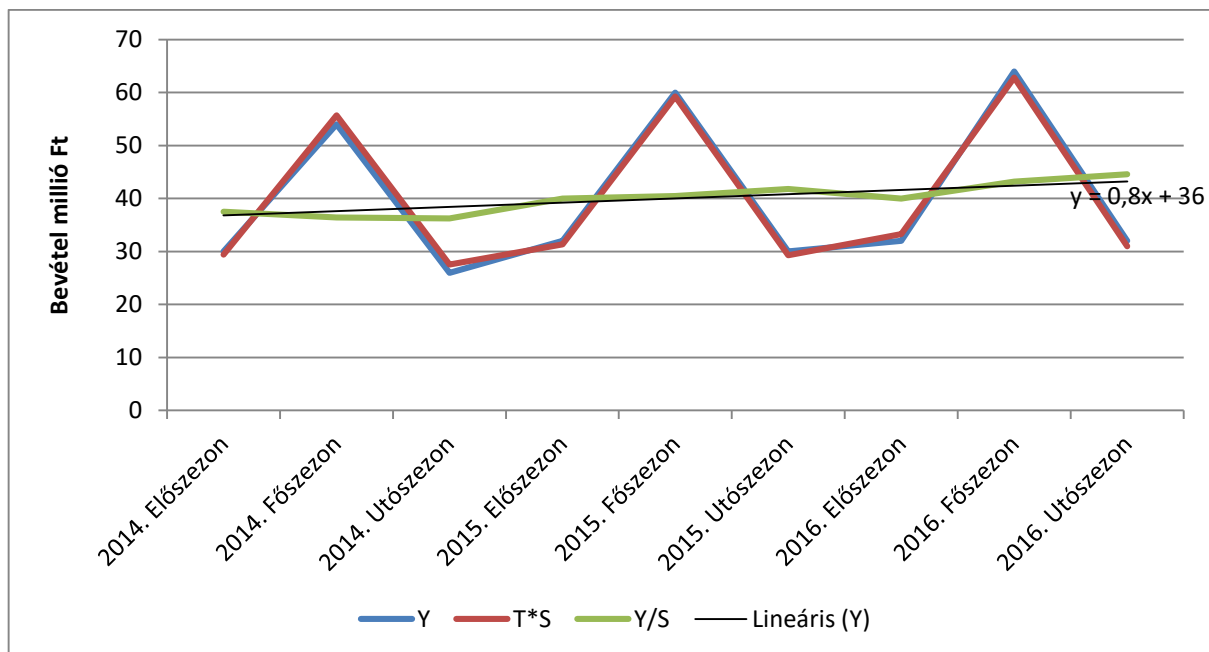
A trend és a szezonális hatás meghatározása után lehetőségünk van előrejelzések készítésére, feltételezve, hogy a vizsgált jelenség mozgásiránya nem változik meg.

Az előrejelzések készítése történhet

- pusztán a **trend alapján** $\hat{y} = Trend$ analitikus trenddel
- a **szezonális figyelembevételével**: multiplikatív modell esetében $\hat{y} = Trend \cdot S$,
- **szezonális tisztított adatokkal**: ekkor az eredeti értékekből kiszűrjük a szezonális hatást: multiplikatív modell esetében $\hat{y} = Y/S$

Előrejelzés multiplikatív modell alapján

Időszak	Y	Trend	S	T*S	Y/S
2014. Előszézon	30	36,8	0,8	29,4	37,5
2014. Főszézon	54	37,6	1,5	55,7	36,4
2014. Utőszézon	26	38,4	0,7	27,6	36,2
2015. Előszézon	32	39,2	0,8	31,4	40,0
2015. Főszézon	60	40	1,5	59,3	40,5
2015. Utőszézon	30	40,8	0,7	29,3	41,8
2016. Előszézon	32	41,6	0,8	33,3	40,0
2016. Főszézon	64	42,4	1,5	62,8	43,2
2016. Utőszézon	32	43,2	0,7	31,0	44,6



Az, hogy melyik a legjobban illeszkedő modell egy mérőszám, a

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^N (y_t - \hat{y}_t)^2}{N}}$$

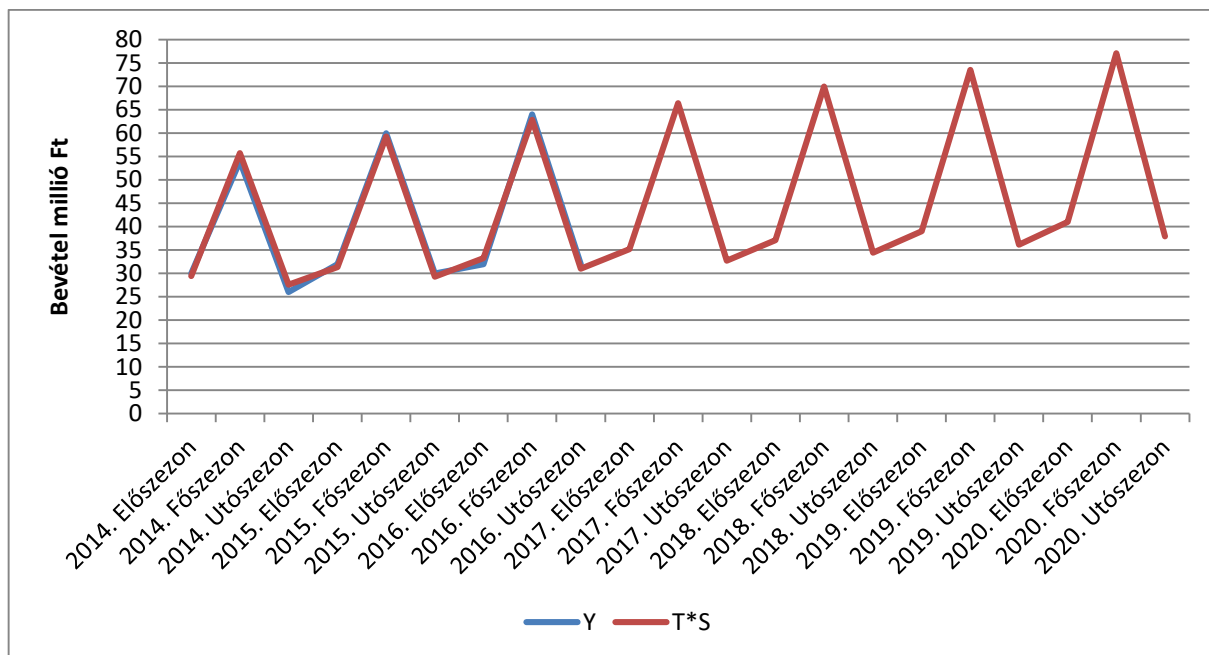
reziduális szórás segítségével is jellemezhető, amely megadja mindegyik modellre a tényleges és a becslt értékek átlagos eltérését (átlagos hiba). Amelyik modellenél kisebb a hiba átlaga, az tekinthető jobban illeszkedőnek.

Összevetve a T+S és a T*S előrejelzéseket

Időszak	Y	T+S	T*S	T+S hiba (Y-becslés)	T*S hiba (Y-becslés)
2014. Előszézon	30	28,9	29,4	1,1	0,6
2014. Főszezon	54	56,9	55,7	-2,9	-1,7
2014. Utószezon	26	26,9	27,6	-0,9	-1,6
2015. Előszézon	32	31,3	31,4	0,7	0,6
2015. Főszezon	60	59,3	59,3	0,7	0,7
2015. Utószezon	30	29,3	29,3	0,7	0,7
2016. Előszézon	32	33,7	33,3	-1,7	-1,3
2016. Főszezon	64	61,7	62,8	2,3	1,2
2016. Utószezon	32	31,7	31,0	0,3	1,0
Négyzetösszeg				20,2	11,1
				$\sigma_e = \sqrt{\frac{20,2}{9}}=1,5$	$\sigma_e = \sqrt{\frac{11,1}{9}}=1,1$

Ez alapján a multiplikatív modellel készített becslés illeszkedése valamivel jobb, mint az additív modellé. Ezt a modellt használva például 2020 utószezonjára vonatkozóan a szálloda árbevételét az alábbi formában becsülhetjük meg

$$\hat{y}_{2020 \text{ utószezon}} = \text{Trend}_{2020 \text{ utószezon}} \cdot S_{\text{utószezon}} = (36 + 0,8 \cdot 21) \cdot 0,7 = 36,96 \text{ millió Ft.}$$



SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
GAZDASÁGTUDOMÁNYI KAR
KÖZGAZDÁSZ KÉPZÉS
TÁVOKTATÁSI TAGOZAT
LECKESOROZAT
COPYRIGHT © SZTE GTK 2017/2018

A LECKE TARTALMA, ILLETVE ALKOTÓ ELEMEI ELŐZETES,
ÍRÁSBELI ENGEDÉLY MELLETT HASZNÁLHATÓK FEL.

JELEN TANANYAG
A SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEMEN KÉSZÜLT
AZ EURÓPAI UNIÓ TÁMOGATÁSÁVAL.
PROJEKT AZONOSÍTÓ: EFOP-3.4.3-16-2016-00014

