

4. lecke: A szóródás vizsgálata

Gyakorlati feladatsor

1. feladat

Egy vállalkozás 9 alkalmazottjára vonatkozó adatokat az alábbi táblázat tartalmazza

Nem	Havi bruttó kereset, ezer Ft
férfi	100
férfi	140
férfi	120
férfi	120
nő	80
nő	90
nő	85
nő	100
nő	105

Számítsa ki és értelmezze a havi bruttó keresetek

- terjedelmét,
- eltérés-négyzetösszegét,
- varianciáját,
- szórását,
- és relatív szórását!

Hogyan változnának a szóródási mérőszámok, ha mindenki 5000 Ft fizetésemelést kap?

Hogyan változnának a szóródási mérőszámok, ha mindenkinek 1,04-szeresére növelnénk a fizetését?

Hogyan változnának a szóródási mérőszámok, ha mindenki 1 százalékos fizetésemelést kap?

2. feladat

Egy uszodában az alábbi távokat úszták az emberek:

Leúszott táv, méter	Úszók száma, fő
1-500	20
501-1000	45
1001-2000	60
2001-3000	12

A) Átlagosan hány métert úsztak le az emberek?

B) Számítsa ki és értelmezze a szórást!

C) Számítsa ki és értelmezze a relatív szórást!

Excel feladat

1. Egy bank alkalmazottjaira vonatkozóan talál adatokat a bank2.xls állományban. Egy vizsgálat során a jelenlegi fizetések különbözőségét vizsgáljuk a nem figyelembevételével. Számítsa ki és értelmezze a bank alkalmazottjaira vonatkozóan:
 - i. az alkalmazottak számát
 - ii. a jelenlegi fizetések átlagát
 - iii. a jelenlegi fizetések szórásnégyzetét,
 - iv. a jelenlegi fizetések szórását,
 - v. a jelenlegi fizetések relatív szórását!

Számítsa ki és értelmezze nemenként:

- a dolgozók számát
- a jelenlegi fizetések átlagát,
- szórását,
- relatív szórását!

Oldja meg a feladatot Excel segítségével!

Megoldás

1. feladat

Egy vállalkozás 9 alkalmazottjára vonatkozó adatokat az alábbi táblázat tartalmazza

Nem	Havi bruttó kereset, ezer Ft
férfi	100
férfi	140
férfi	120
férfi	120
nő	80
nő	90
nő	85
nő	100
nő	105

Számítsa ki és értelmezze a havi bruttó keresetek

- terjedelmét,
- eltérés-négyzetösszegét,
- varianciáját,
- szórását,
- és relatív szórását!

A terjedelem megmutatja mekkora terjedelmű intervallumban szóródnak az ismértértékek, ezt a legnagyobb és legkisebb ismértérték különbségeként tudjuk kiszámítani.

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 140 - 80 = 60$$

A vállalkozás dolgozóinak havi bruttó keresetei 60 ezer forintos terjedelemben szóródnak.

Az eltérés-négyzetösszeget az egyes ismértértékek átlagtól vett eltérései alapján tudjuk kiszámolni, amihez szükségünk van az átlag kiszámítására.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} = \frac{100 + 140 + 120 + 120 + 80 + 90 + 85 + 100 + 105}{9} = 104,4$$

A vállalkozás alkalmazottjainak havi bruttó keresete átlagosan 104,4 ezer Ft.

Az átlag kiszámítása után behelyettesíthetünk az SST, vagyis a teljes eltérés négyzetösszeg képletébe:

$$\begin{aligned}
 SST &= \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \\
 &= (100 - 104,4)^2 + (140 - 104,4)^2 + (120 - 104,4)^2 + (120 - 104,4)^2 \\
 &\quad + (80 - 104,4)^2 + (90 - 104,4)^2 + (85 - 104,4)^2 + (100 - 104,4)^2 \\
 &\quad + (105 - 104,4)^2 = 2972,24
 \end{aligned}$$

Láthatjuk, hogy több olyan ismértérték is van, amely többször is előfordul. Ilyen esetekben felírhatjuk az ismértértékeket gyakorisági sorokként is, ahol az alábbi képletbe kell behelyettesíteni:

$$SST = \sum_{i=1}^k f_i * (x_i - \bar{x})^2$$

Az ismértékek varianciáját a teljes eltérés négyzetösszeget az elemszámmal elosztva kapjuk meg:

$$\sigma^2 = \frac{SST}{N} = \frac{2972,24}{9} = 330,248$$

A szórás megmutatja, hogy az egyes ismértékek átlagosan mennyivel térnek el az átlagtól. Ezt úgy számolhatjuk ki, ha a szórásnégyzetből gyököt vonunk:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{SST}{N}} = \sqrt{330,248} = 18,173 \text{ ezer Ft}$$

A vállalkozás egyes alkalmazottainak havi bruttó keresetei átlagosan 18,173 ezer Ft-tal térnek el az átlagos havi bruttó keresettől.

Az ismértékek relatív szórása százalékos formában mutatja meg az ismértékek átlagtól való átlagos eltérését, ezt a szórás és az átlag hányadosaként számíthatjuk ki:

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{18,173}{104,4} = 0,174068 \sim 17,41\%$$

A kapott eredményeket a relatív szórással együtt összefoglalhatjuk szöveges formában is:
A vállalkozás dolgozóinak havi bruttó keresete átlagosan 104,4 ezer Ft, amelytől az egyes dolgozók havi bruttó keresetei átlagosan 18,173 ezer Ft-tal, azaz 17,41%-kal térnek el.

- Hogyan változnának a szóródási mérőszámok, ha mindenki 5000 Ft fizetésemelést kap?
A szórás nem változik, a relatív szórás változik.
- Hogyan változnának a szóródási mérőszámok, ha mindenkinek 1,04-szeresére növelnénk a fizetését?
A szórás 1,04-szeresre nőne, a relatív szórás nem változna.
- Hogyan változnának a szóródási mérőszámok, ha mindenki 1 százalékos fizetésemelést kap?
Ugyanaz a helyzet, mint az előző kérdésben, a szórás 1,01-szeresére változna, míg a relatív szórás nem változna.

2. feladat

Egy uszodában az alábbi távokat úszták az emberek:

Leúszott táv, méter	Úszók száma, fő	Osztályközép, méter
1-500	20	250
501-1000	45	750
1001-2000	60	1500
2001-3000	12	2500

- Átlagosan hány métert úsztak le az emberek?
- Számítsa ki és értelmezze a szórást!
- Számítsa ki és értelmezze a relatív szórást!

A) Az első részfeladat a Középértékek leckében tanultak gyors átismétlése. Ahhoz, hogy ki tudjuk számolni az átlagosan leúszott távokat, elsőként határozzuk meg a leúszott táv osztályközök

osztályközepeit, majd ebből számoljuk ki az átlagosan leúszott távot súlyozott számtani átlagformát használva:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i * x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{20 * 250 + 45 * 750 + 60 * 1500 + 12 * 2500}{20 + 45 + 60 + 12} = 1158,759 \text{ méter}$$

Az egyes úszók által leúszott táv átlagosan 1158,759 méter // Az uszodában az emberek átlagosan 1158,759 métert úsztak.

B) A szóráshoz elsőként számítsuk ki a teljes eltérés négyzetösszeget:

$$\begin{aligned} SST &= \sum_{i=1}^k f_i * (x_i - \bar{x})^2 \\ &= 20(250 - 1158,759)^2 + 45(750 - 1158,759)^2 \\ &\quad + 60(1500 - 1158,759)^2 + 12(2500 - 1158,759)^2 = 52609489,05 \end{aligned}$$

A teljes eltérés négyzetösszeget elosztva az elemszámmal kapjuk meg a szórásnégyzetet, azaz varianciát:

$$\sigma^2 = \frac{SST}{N} = \frac{SST}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{52609489,05}{20 + 45 + 60 + 12} = 384010,869$$

A szórásnégyzetből gyököt vonva számíthatjuk ki a szórást:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{384010,869} = 619,686 \text{ méter}$$

A kapott eredmény értelmezése:

Az egyes emberek által leúszott távok átlagosan 619,686 méterrel térnek el az átlagosan leúszott távtól.

C) Az előző két részfeladatban kapott eredmények segítségével könnyen kiszámítható a relatív szórás, amelyet úgy számíthatunk ki, hogy a szórást elosztjuk a sokasági átlaggal:

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{619,686}{1158,759} = 0,53478 \sim 53,478\%$$

A kapott eredményeket szöveges elemzésbe foglalva elmondhatjuk a következőket:

Az uszodában az emberek által leúszott táv átlagosan 1158,759 méter, amelytől az egyes emberek leúszott távjai átlagosan 619,686 méterrel, azaz 53,478 százalékkal térnek el.

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
GAZDASÁGTUDOMÁNYI KAR
KÖZGAZDÁSZ KÉPZÉS
TÁVOKTATÁSI TAGOZAT
LECKESOROZAT
COPYRIGHT © SZTE GTK 2017/2018

A LECKE TARTALMA, ILLETVE ALKOTÓ ELEMEI ELŐZETES,
ÍRÁSBELI ENGEDÉLY MELLETT HASZNÁLHATÓK FEL.

JELEN TANANYAG
A SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEMEN KÉSZÜLT
AZ EURÓPAI UNIÓ TÁMOGATÁSÁVAL.
PROJEKT AZONOSÍTÓ: EFOP-3.4.3-16-2016-00014

SZÉCHENYI 2020



Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE