Asztrofizika

Dr. Szatmáry Károly,

Dr. Vinkó József,

Dr. Gergely Árpád László,

Dr. Keresztes Zoltán,

Asztrofizika

Dr. Szatmáry Károly,
Dr. Vinkó József,
Dr. Gergely Árpád László,
Dr. Keresztes Zoltán,

Publication date 2013. V. 2.

TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1 MSc Tananyagfejlesztés

Interdiszciplináris és komplex megközelítésű digitális tananyagfejlesztés a természettudományi képzési terület mesterszakjaihoz

Tartalom

Előszó

A jelen digitális tananyag a TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1-2011-0025 számú, "Interdiszciplináris és komplex megközelítésű digitális tananyagfejlesztés a természettudományi képzési terület mesterszakjaihoz" című projekt részeként készült el.

A projekt általános célja a XXI. század igényeinek megfelelő természettudományos felsőoktatás alapjainak a megteremtése. A projekt konkrét célja a természettudományi mesterképzés kompetenciaalapú és módszertani megújítása, mely folyamatosan képes kezelni a társadalmi-gazdasági változásokat, a legújabb tudományos eredményeket, és az info-kommunikációs technológia (IKT) eszköztárát használja.

Ez a tananyag a Szegedi Tudományegyetem Csillagász mesterszak és Fizikus mesterszak képzésben oktatott asztrofizikai és kozmológiai ismeretek egy részének elsajátításához ad segítséget. Felöleli az asztrofizika elméleti alapjait (1. és 2. fejezet), ismerteti a megfigyelő csillagászatban intenzíven tanulmányozott objektumok, a változócsillagok főbb típusait (3. fejezet), áttekinti a Tejútrendszer és hasonló spirálgalaxisok szerkezetének és dinamikájának lényegesebb vonásait (4. fejezet), betekintést nyújt a nagyon erős gravitációs térben lejátszódó speciális folyamatok fizikájának elméleti és megfigyelési eredményeibe (5. fejezet), valamint áttekinti az Univerzum fejlődésének és a nagyléptékű struktúrák képződésének főbb lépéseit (6. fejezet). A kitekintést és a további ismeretszerzést a fejezetek végén közölt irodalomjegyzék segíti. Az egyes fejezetekhez önellenőrző kérdések állnak rendelkezésre az SZTE Coospace (http://www.coosp.etr.u-szeged.hu/) felületén, amelyek segítenek annak tesztelésében, hogy az olvasó milyen mértékben ismerte és értette meg az alapfogalmakat és a főbb logikai összefüggéseket.

Törekedtünk arra, hogy az átadott ismeretanyag egyrészt segítse a megfigyelt objektumok, jelenségek fizikai alapjainak megértését, ugyanakkor kellően naprakész legyen, utaljon a 21. század igényeinek megfelelően a legújabb eredményekre is. Mindez az anyag folyamatos fejlesztését igényli, melyet igyekszünk időről-időre megoldani, legalábbis az online formában elérhető verzióban.

Habár az egyes fejezetek témakörei eltérőek, az anyag felépítése (az egzakt természettudományok oktatásához szükséges tárgyalásmódnak megfelelően) lineáris, azaz a későbbi fejezetek megértéséhez szükség van a korábbi fejezetekben tárgyalt fogalmak és ismeretek egy részére. Mindez fokozottan érvényes az egyes fejezeteken belül, az alfejezetekben ismertetett anyagra.

A tananyag érdemi feldolgozásához jelentős előképzettségre van szükség, a mesterképzésben elvárt szintnek megfelelően. Ez fejezetenként kissé különböző, ezért a konkrétumokat az egyes fejezetek elején közöljük. A szükséges előismeretek megszerzéséhez a Fizika alapszakon (Fizika BSc) oktatott kurzusok (beleértve az SZTE Fizika alapszakon a Csillagász szakirányt is) teljesítése szükséges. A tananyag feldolgozása ugyanakkor nem helyettesíti sem az előadásokon való aktív részvételt, sem a Csillagász mesterképzésben oktatott egyéb kurzusok elvégzését, de hasznos elméleti alapokat nyújt ezek sikeres teljesítéséhez.

A tananyag a TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1 sz. „Interdiszciplináris és komplex megközelítésű digitális tananyagfejlesztés a természettudományi képzési terület mesterszakjaihoz” c. projekt támogatásával készült.

1. fejezet - Csillagok szerkezete

A csillagok nagy tömegű ($\sim 10^{30}$ kg), magas hőmérsékletű ($T_{eff} \sim$ 3000 – 30 000 K), közel gömb alakú égitestek, melyek belsejében atommagfúzió során energia szabadul fel és sugárzódik ki. A csillagok anyaga gázhalmazállapotú, legnagyobbrészt teljesen ionizált plazma.

A csillag felszínének azt a gázréteget tekintjük, ahonnét kezdve kifelé az anyag átlátszó az elektromágneses sugárzás számára az optikai tartományban. Ez a réteg a fotoszféra. A fotoszféra alatti területeket tekintjük a csillag belsejének, a fotoszféra feletti rétegeket pedig a csillag légkörének.

Mivel a fotoszféra alá nem láthatunk be közvetlenül, ezért a fizika alapegyenleteit kell segítségül hívnunk, ha a csillagok belső szerkezetét meg akarjuk ismerni. Ebben a fejezetben ezzel foglalkozunk.

Szükséges előismeretek, kompetenciák: differenciál- és integrálszámítás, differenciálegyenletek, klasszikus mechanika, termodinamika, atomfizika, kvantummechanika alapfogalmai és -egyenletei.

Kulcsszavak: viriáltétel, hidrosztatikai egyensúly, állapotegyenlet, Chandrasekhar-tömeg, energiatranszport, alagúteffektus, atommagfúzió, Gamow-csúcs, proton-proton ciklus, CNO-ciklus, 3α-folyamat.

1. Csillagok egyensúlya és stabilitása

A csillagok dinamikus egyensúlyban vannak, azaz két egymással ellentétes erő következtében anyaguk hosszú ideig stabil állapotban maradhat. Az egyensúlyért felelős két erő a nyomásból és a gravitációból származik.

1.1. A viriáltétel

Egy saját gravitációs terében egyensúlyban lévő gázgömbre érvényes a pontrendszerek mechanikájából is ismert viriáltétel egyensúlyi alakja:

$$3\int PdV + \Omega \;=\; 0, \tag{1.1}$$

ahol $\int PdV$ a csillag termikus (belső) energiájával arányos mennyiség, Ω pedig a csillag teljes gravitációs helyzeti energiája (potenciális energiája). A gravitációs potenciális energia a csillag M tömegétől és R sugarától így függ:

$$\Omega \;=\; -k\frac{GM^2}{R}, \tag{1.2}$$

ahol G a gravitációs állandó, k pedig egy egységnyi nagyságrendű numerikus faktor, amely a csillag tömegeloszlásától függ (homogén sűrűségű gömb esetén k = 3/5).

A csillag forró plazmaanyaga jó közelítéssel ideális gáznak tekinthető (részletesen lásd lentebb). Ebben az esetben kimutatható, hogy

$$\int PdV \;=\; (\gamma - 1)U, \tag{1.3}$$

ahol $\gamma = c_P/c_V$ a fajhőhányados (adiabatikus kitevő), U pedig a csillag teljes belső energiája.

Tehát a csillag teljes mechanikai és termikus energiájának összege (1.1) és (1.3) alapján:

$$E \;=\; U + \Omega \;=\; \frac{\gamma - 4/3}{\gamma - 1}\Omega \tag{1.4}$$

A stabil egyensúly feltétele: $E \leq 0$. Mivel definíció szerint $\Omega < 0$, ezért a stabilitás feltételeként az adiabatikus kitevőre érvényes a $\gamma \geq 4/3$ összefüggés.

A csillagok anyagát jó közelítéssel ideális gáznak tekinthetjük. Pontszerű részecskékből álló ideális gázra $\gamma = 5/3$. Ekkor a viriáltétel egyensúlyi egyenlete az alábbi egyszerű formát ölti:

$$E = \frac{\Omega}{2} = -\frac{k}{2}\frac{GM^2}{R}. \qquad (1.5)$$

Ebben az esetben a csillag összenergiája negatív, tehát stabil egyensúlyi állapotban van.

1.2. A hidrosztatikai egyensúly egyenlete

A csillagok belső szerkezetét a folyadékok mechanikájából jól ismert hidrosztatikai egyensúly egyenletével tárhatjuk fel. Ehhez tekintsünk egy stabil egyensúlyban lévő gázgömböt! A gömbszimmetria miatt a fizikai mennyiségek (nyomás, sűrűség, hőmérséklet) csak a centrumtól mért r távolság függvényei lesznek. Szemeljünk ki egy tetszőleges r távolságnál egy infinitezimálisan vékony (dr vastagságú) gömbhéjat (1.1.. ábra)! A gömbhéjon belül a ρ sűrűség konstansnak tekinthető. E gömbhéj tömegét a következő összefüggés adja:

$$dm(r) = 4\pi\rho(r)r^2dr \qquad (1.6)$$

Erre a gömbhéjra felírva a hidrosztatikai egyensúly egyenletét, a következőt kapjuk:

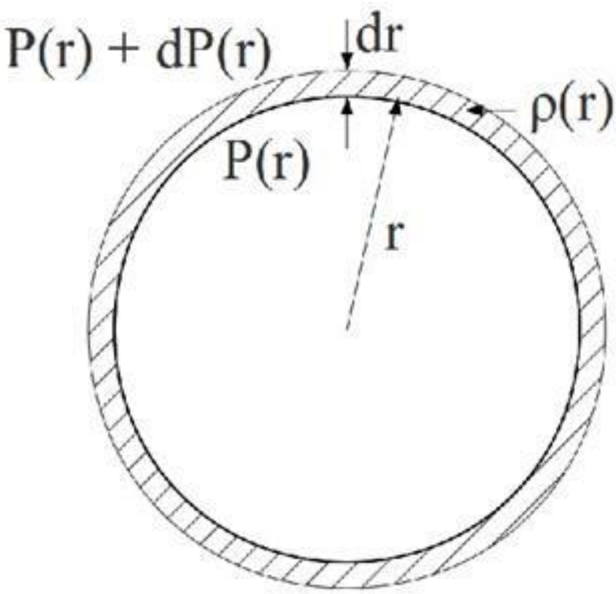
$$\frac{dP(r)}{dr} = -\rho(r)g(r) = -\rho(r)\frac{G}{\ } \qquad (1.7)$$

ahol P(r) a nyomás, g(r) pedig a lokális gravitációs gyorsulás.

Az M(r) függvény az r sugáron belüli tömeget jelöli:

$$M(r) = 4\pi\int_0^r \rho(r)r^2dr, \qquad (1.8)$$

ez utóbbi képlet a tömeg-kontinuitási, azaz a tömeg megmaradását kifejező egyenlet.



Gömbhéjas szerkezetű csillagot feltételezve a hidrosztatikai egyensúly egyenlete könnyen felírható

A hidrosztatikai egyensúly alapegyenlete az (1.6) képlet felhasználásával átírható egy másik alakba, ahol nem a távolságot (r), hanem az M(r) tömeget tekintjük független változónak. Rövid számolás után kapjuk:

$$\frac{dP(r)}{dm} = -\frac{1}{4\pi}\frac{GM(r)}{r^4}. \tag{1.9}$$

Ez a leírásmód az ún. Lagrange-formalizmus.

2. Állapotegyenlet a csillagokban

A csillagok anyagának fizikai jellemzői közti összefüggést állapotegyenletnek nevezzük. Egysze rűbb esetekben az állapotegyenlet kifejezhető egy zárt, analitikus formulával. Az alábbiakban ezeket az eseteket tekintjük át.

2.1. A nyomásintegrál

A csillagok anyaga nagyrészt teljesen ionizált plazma, amit ideális gáznak tekinthetünk. Ideális gázban a részecskék szabadon mozognak, és közöttük az ütközésen kívül más kölcsönhatás nem történik. Ekkor a klasszikus statisztikus fizikában tanult gondolatmenet szerint a nyomás a következő integrállal fejezhető ki:

$$P = \frac{1}{3}\int_0^\infty p \cdot v \cdot n_p dp, \tag{1.10}$$

ahol p a részecskék impulzusa, v a sebessége, n_p a p impulzusú részecskék koncentrációja (azaz az ilyen részecskék száma egységnyi térfogatban). Ha ebbe az összefüggésbe behelyettesítjük a T hőmérsékletű közegben p impulzusú részecskék számát megadó Maxwell–Boltzmann-eloszlásfüggvényt, elemi integrálok kiszámítása után adódik:

$$P = nkT = \frac{\rho}{\mu}\mathcal{R}T, \qquad (1.11)$$

ahol n a teljes részecskekoncentráció, k a Boltzmann-állandó, μ a közeg átlagos molekulasúlya (1 részecskére eső átlagos tömeg atomi tömegegységekben), $\mathcal{R}$ az egyetemes gázállandó. (1.11) nem más, mint az ideális gáz jól ismert állapotegyenlete.

2.2. A sugárzási tér szerepe

A csillagok belsejében a magas hőmérséklet miatt igen jelentős a fotonok nyomása, ami sokkal nagyobb is lehet, mint a gáznyomás. Mivel a csillagok belseje átlátszatlan, a fotonok nem szabadon terjednek, hanem nagyon kis távolságok megtétele után kölcsönhatnak a gázrészecskékkel, majd újra kisugárzódnak. Eközben mind hullámhosszuk, mind terjedési irányuk megváltozhat. Sok ilyen folyamat után a kialakul a sugárzási egyensúly a csillagban, a sugárzás termalizálódik, azaz a fotonok és a gázrészecskék energiaeloszlása ugyanazzal a T hőmérséklettel lesz jellemezhető. Az ilyen sugárzást nevezzük feketetest-sugárzásnak.

Egy T hőmérsékletű feketetest-sugárzás ν frekvenciájú fotonjainak térbeli energiasűrűsége a Planck-formula alapján

$$u_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\frac{1}{\exp(h\nu/kT)-1}, \qquad (1.12)$$

ahol h a Planck-állandó, k a Boltzmann-állandó, c a fénysebesség. Ezt az összes frekvenciára integrálva kaphatjuk meg a feketetest-sugárzás jól ismert energiasűrűségét megadó képletet:

$$u = aT^4, \qquad (1.13)$$

ahol a az ún. sugárzási konstans, értéke SI-egységekben $7{,}566\cdot\ 10^{-16}$.

A nyomásintegrál (1.10) képletét a fotongázra alkalmazva (kihasználva, hogy fotonokra v=c) adódik a sugárzási tér állapotegyenlete:

$$P = \frac{a}{3}T^4. \qquad (1.14)$$

Mivel egy γ fajhőhányadosú ideális gázra (1.3) értelmében $P=(\gamma-1)u$, (1.13) és (1.14) behelyettesítéséből látható, hogy a fotongáz úgy viselkedik, mint egy $\gamma=4/3$ fajhőhányadosú ideális gáz.

(1.11) és (1.14) összeadásával kaphatjuk meg a sugárnyomás (P_r) és a gáznyomás (P_g) együttes hatását leíró kombinált állapotegyenletet:

$$P = P_g + P_r = nkT + \frac{a}{3}T^4. \qquad (1.15)$$

Ha bevezetjük a gáznyomás és a teljes nyomás arányát megadó $\beta<1$ paramétert ($\beta=P_g/P$), egyszerű átrendezéssel adódik

$$P = \frac{nkT}{\beta} = \frac{\rho}{\beta\mu}\mathcal{R}T. \qquad (1.16)$$

Látható, hogy a sugárzási tér (fotonok) hatására az ideális gáz állapotegyenlete formálisan úgy módosul, hogy az átlagos molekulasúly helyett annak β-szorosa szerepel.

Ha feltesszük, hogy β a csillag belsejében konstans, (1.16) szemléletesebb alakra hozható. Kihasználva, hogy $P = P_g + P_r = \beta P + (1-\beta)P$, T-t P_g fenti képletéből kifejezve és visszahelyettesítve P_r képletébe, a sugárzás és a plazma együttes állapotegyenletének egyszerűsített alakját kaphatjuk:

$$P = \left[\frac{3(1-\beta)\mathcal{R}^4}{a(\mu\beta)^4}\right]^{\frac{1}{3}} \cdot \rho^{\frac{4}{3}}. \tag{1.17}$$

Ebből látható, hogy a fenti egyszerűsítő feltevés következtében a nyomás csak a sűrűségtől függ, a hőmérséklettől nem. Az ilyen állapotegyenletet nevezzük politrop állapotegyenletnek.

3. Egyszerű csillagmodellek

A csillagok néhány alapvető fizikai paraméterére nagyságrendi becslést lehet tenni pusztán a hidrosztatikai egyensúly egyenlete és néhány közelítő feltevés segítségével. Ezek a modellek nem igazán valószerűek, de egyszerűen kiszámolhatóak, és segítségükkel közelítő képet kaphatunk a reális csillagok belsejében uralkodó viszonyokról is.

3.1. Állandó sűrűségű modell

Első példaként tegyük fel, hogy a csillag sűrűsége állandó, azaz $\rho(r)=\rho_0$ konstans. Ekkor az r sugáron belüli tömeg egyszerűen $M(r) = (4\pi/3)r^3\rho_0$, tehát az (1.7) egyenlet így írható:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{4\pi G\rho_0^2}{3}r = -kr. \tag{1.18}$$

ahol k konstans. Ez az egyenlet azonnal integrálható, megoldása:

$$P = P_c\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right), \tag{1.19}$$

amennyiben feltesszük, hogy a centrumban (r=0) a nyomás P_c, a felszínen (r=R) pedig 0.

3.2. Fizikai viszonyok a centrumban

A centrális nyomás nagyságrendjét próbáljuk úgy becsülni, hogy az (1.7) egyenlet bal oldalán szereplő deriváltat konstansnak tekintjük: $dP/dr \approx -P_c/R$. Ez annak a közelítésnek felel meg, amikor a nyomás helyfüggését a csillag belsejében lineárisnak vesszük (a negatív előjel mutatja, hogy a nyomás bentről kifelé csökken). Az (1.7) egyenlet jobb oldalán szereplő g nehézségi gyorsulást közelítsük annak a csillag felszínén felvett értékével: $g \approx GM/R^2$, ahol M a csillag tömege, R a sugara. Mivel a sűrűség a fenti feltevés értelmében konstans, ezt szintén egyszerűen kifejezhetjük a csillag teljes tömegével és sugarával: $\rho_0 = 3M/(4\pi R^3)$. Mindezeket beírva a hidrosztatikai egyensúly (1.7) egyenletébe, egyszerű átrendezés után adódik a következő kifejezés:

$$P_c \approx \frac{3}{4\pi}\frac{GM^2}{R^4}. \tag{1.20}$$

A fenti képletbe a Nap adatait beírva $P_c(\odot) \approx 3 \cdot 10^{14}$ Pa adódik, ez egészen hasonló a pontosabb számításokkal kapható értékekhez.

A centrális hőmérséklet becsléséhez kihasználhatjuk, hogy a konstans sűrűségű modellben az (1.11) állapotegyenlet értelmében a nyomás csak a hőmérséklettől függ. A nyomás helyére ezt behelyettesítve, a fenti közelítéseket megismételve kaphatjuk:

$$T_c \approx \frac{\mu}{\mathcal{R}} \frac{GM}{R} \tag{1.21}$$

A Nap adataira ez alapján $T_c(\odot) \approx 1,4 \cdot 10^7$ K adódik, ami szintén elég jó közelítésnek számít.

3.3. A csillaglégkör szerkezete

A fenti egyszerű modellekben a csillagok felszínén a nyomást 0-nak tételeztük fel. Mivel a csillagoknak nincs szilárd felszínük, így ez csak durva közelítés. Valójában a csillagok fotoszférája felett is található anyag, ez a csillag légköre. Mivel a csillaglégkör igen kis tömegű a csillag többi részéhez képest, a csillaglégkörben a gravitációs gyorsulás ugyanúgy a csillag össztömegétől és sugarától függ, mint fentebb (sugárnak most a fotoszféra sugarát tekintjük). Ha a fotoszférától mérhető távolságot h-val jelöljük, a hidrosztatikai egyensúly egyenlete a következő formát ölti:

$$\frac{dP}{dh} = -\rho g = -\rho \frac{GM}{R^2}. \tag{1.22}$$

Ha a hőmérsékletet állandónak vesszük (izotermikus csillaglégkör), akkor az (1.11) állapotegyenleten keresztül a nyomás deriváltja átírható a sűrűség deriváltjává:

$$\frac{dP}{dh} = \frac{(R)T}{\mu} \frac{d\rho}{dh} = -\rho g. \tag{1.23}$$

Ennek az egyenletnek a megoldása:

$$\rho = \rho_f \exp\left[-\frac{\mu g}{\mathcal{R}T} h\right] = \rho_f \exp\left[\cdot\right. \tag{1.24}$$

ahol ρ_f a fotoszféra sűrűsége. Teljesen hasonló kifejezés kapható a nyomásra is, csak ott ρ_f helyén P_f áll. $H_p = \mathcal{R}T/\mu g$ a nyomási skálamagasság, az a távolság, ahol a fotoszféra sűrűsége, ill. nyomása a kezdeti érték e-ed részére csökken. A Nap légkörében ez a távolság kb. 200 km. Az (1.24) egyenlet a földi atmoszférában is érvényes, ezért barometrikus magasságformulának is nevezik.

4. A fehér törpecsillagok belső szerkezete

A fehér törpecsillagok különleges, ún. kompakt égitestek: tömegük kb. naptömegnyi, méretük azonban 1%-a a Napénak. Sűrűségük ezért igen nagy. Az ilyen nagy sűrűségű anyag a klasszikus plazmákhoz képest eltérő módon viselkedik, a kvantumos effektusok hangsúlyos szerepet kapnak benne.

4.1. A nagyon nagy sűrűségű anyag állapotegyenlete

A kvantummechanika értelmében a részecskék helye és impulzusa egyszerre nem lehet meghatározott értékű (Heisenberg-elv). Ha a koordináta bizonytalansága Δx, az x irányú impulzusé Δp_x, akkor közöttük érvényes a Heisenberg-féle határozatlansági reláció:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx \hbar, \tag{1.25}$$

ahol $\hbar$ a Planck-állandó osztva 2π-vel.

A kvantummechanika másik fontos tapasztalati alapelve a Pauli-elv: eszerint egy fizikai rendszerhez tartozó fermionok (feles spinű részecskék) nem lehetnek azonos kvantumállapotban, tehát valamelyik kvantumszámukban különbözniük kell.

A nagyon nagy sűrűségű plazmában a fenti két kvantummechanikai elv együttes hatása a sűrűséget csökkenteni igyekszik. Ha ugyanis a részecskék átlagos távolsága Δx alá csökken, akkor ennek hatására ezek Δp_x impulzusbizonytalansága megnő. A kvantumstatisztika értelmében a koordináták és impulzusok alkotta 6-dimenziós fázistér felosztható h^3 nagyságú kvantumcellákra. A Heisenberg- és Pauli-elvek értelmében minden egyes kvantumcellában legfeljebb két fermion tartózkodhat (ellentétes spinnel). Ha minden kvantumcella betöltődött, és a részecskéket még jobban össze akarnánk nyomni, a rendszerben megjelenik egy kvantumos eredetű nyomás (kvantumnyomás), amely nem függ a hőmérséklettől, pusztán a részecskék sűrűségétől. Az ilyen állapotú anyagot elfajult (degenerált) állapotúnak nevezzük.

Kimutatható, hogy egy teljesen ionizált plazmában először az elektronok válnak elfajulttá, ezért a továbbiakban ezekkel foglalkozunk. Ha az elektronok koncentrációja n_e, 1 elektronra jutó átlagos térfogat $V_e \approx 1/n_e \approx l^3$, ahol l az elektronok közti átlagos távolság. Ha a sűrűség nagyon nagy, l nagyon kicsi lesz, tehát a Heisenberg-elv értelmében

$$\Delta p \approx \frac{\hbar}{l} = \hbar n_e^{1/3} = p_F, \tag{1.26}$$

ez a Fermi-impulzus. Az ennek megfelelő energia a Fermi-energia:

$$E_F = p_F^2/2m_e = \hbar^2/(2m_e) n_e^{2/3}. \tag{1.27}$$

A gáz akkor válik elfajulttá, amikor a Fermi-energia meghaladja a kT termikus energiát. (1.27)-ból látható, hogy ez annál hamarább következik be, minél kisebb a részecskék tömege. Ez az oka annak, hogy először az elektronok kerülnek elfajult állapotba.

A Fermi-energia kifejezését behelyettesítve a nyomásintegrál (1.10) képletébe, elemi integrálás után adódik a nemrelativisztikus elfajult elektrongáz állapotegyenlete:

$$P_e = \frac{8\pi h^2}{15\mu_e m_e m_p^{5/3}} \rho^{5/3} = K\rho^{5/3}, \tag{1.28}$$

ahol μ_e az egy elektronra eső relatív atomtömeg, m_p a proton tömege, m_e az elektron tömege, K pedig ezen elemi állandókat tartalmazó konstans. Ha az elektronok relativisztikus energiájúak, ehhez teljesen hasonló kifejezés adódik, csak a konstans és a kitevő értéke lesz más: $P_e(\mathrm{rel}) = K_r \cdot \rho^{4/3}$.

4.2. A Chandrasekhar-tömeg

A fehér törpékben a P_e kvantumnyomás sokkal nagyobb, mint a közönséges P_g gáznyomás. Emiatt a fehér törpék belső szerkezetének leírása is egyszerűsödik a normál csillagokéhoz képest. Mivel a nyomásért az elektronok, a gravitációért viszont az atommagok (ionok) felelősek, egyensúlyi állapot csak egy meghatározott tömegértékig lehetséges, amíg az elfajult elektrongáz nyomása képes ellensúlyozni a gravitációt.

Tegyük fel, hogy az M tömegű, R sugarú fehér törpe összesen N_e elektront tartalmaz. Mivel (1.26) értelmében egy elektron átlagos impulzusa $p \approx p_F \approx \hbar(N_e/R^3)^{1/3} = \hbar N_e^{1/3}/R$, a fehér törpe összes elektronjának energiája:

$$E_e = N_e p_F c \approx \hbar c \frac{N_e^{4/3}}{R}, \tag{1.29}$$

ahol feltettük, hogy az elektronok már relativisztikusak. A fehér törpe teljes energiáját az elektronok Fermi-energiájának és az ionok gravitációs energiájának összege adja:

$$E \approx \hbar c \frac{N_e^{4/3}}{R} - \frac{GM^2}{R}. \quad (1.30)$$

A stabilitás határán E=0, tehát

$$\hbar c \frac{N_e^{4/3}}{R} = \frac{GM^2}{R}. \quad (1.31)$$

Mivel a plazma elektromosan semleges, $N_e = ZN_i$, ahol N_i az ionok száma, Z az átlagos magtöltés. Az össztömeg szintén kifejezhető az ionok számával: $M = Am_pN_i$, ahol A az átlagos tömegszám, m_p a proton tömege. Ezeket beírva az (1.31) egyenletbe, a tömeg kifejezésére adódik:

$$M \approx \left(\frac{Z}{A}\right)^2 \left(\frac{\hbar c}{Gm_p^{4/3}}\right)^{3/2}. \quad (1.32)$$

Látható, hogy az egyensúly csak egy véges tömegértékig tartható fent. A fenti képlet nagyságrendi becslésként kb. 1 naptömeget ad. A pontosabb számítások szerint ez a tömegérték kb. 1,4 - 1,5 $M_\odot$ (Chandrasekhar-féle határtömeg).

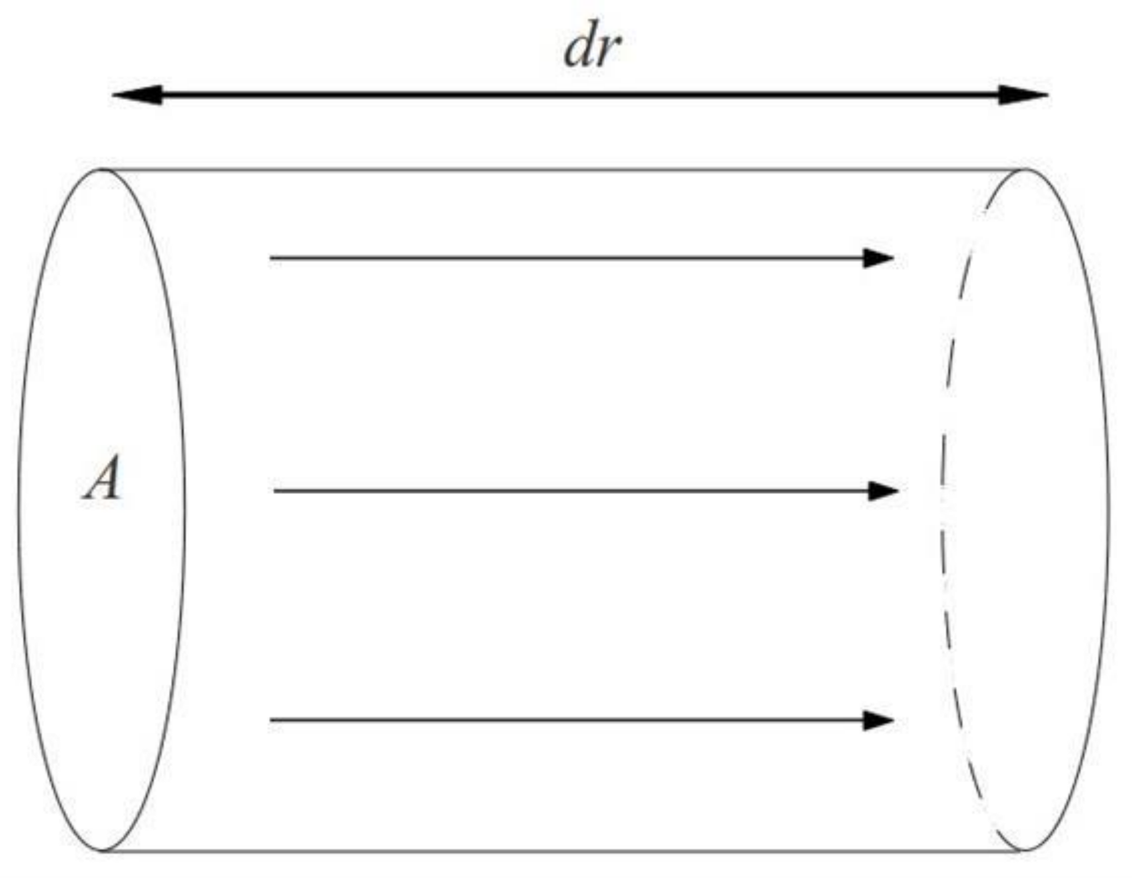
5. Az energia terjedése a csillagokban

A csillagok belsejében energiatranszport zajlik a centrumból a felszín felé. Ez a folyamat különbözőképpen mehet végbe annak függvényében, hogy a csillag anyaga milyen fizikai állapotban van. Ebben a fejezetben ezen folyamatok alapjait tekintjük át.

5.1. Sugárzási energiatranszport

A csillagok belsejében keletkező fotonok hatékony energiatovábbításra képesek. Egy ν frekvenciájú foton által továbbított energia $E_\nu = h\nu$, ahol h a Planck-állandó. A fotonoknak emellett impulzusuk is van, amelynek nagysága $p_\nu = E_\nu/c = h\nu/c$, ahol c a fénysebesség.

A fotonok azonban a csillagban nem zavartalanul terjednek, ugyanis állandóan kölcsönhatásba lépnek a csillag anyagát alkotó plazma részecskéivel. Ennek során szóródhatnak, vagy elnyelődhetnek és újra kisugárzódhatnak, aminek során frekvenciájuk és terjedési irányuk is megváltozhat. Két szóródás között megtett közepes szabad úthossz $l = 1/(n\sigma)$, ahol n a plazmarészecskék koncentrációja, σ a szórási hatáskeresztmetszet. Megmutatható, hogy N szóródás után a kiinduló helyzethez képest átlagosan $d \approx l \cdot \sqrt{N}$ távolságra kerülnek. A fotonok által történő energiatovábbítás tehát lassú, diffúziós folyamat, ezért sugárzási diffúziónak is nevezik.



A fotonok impulzust adnak át a csillaganyagot alkotó részecskéknek, melynek kiszámításához a közeget egy egységnyi felületű (A=1) hengernek tekintjük (részletek a szövegben).

A fotonok szóródása, vagy elnyelődése a közegnek impulzust ad át. Ennek kiszámítására tegyük fel, hogy egy dr magasságú, egységnyi felületű hengerben (1.2.. ábra), időegység alatt F_ν energia áramlik át fotonok formájában. A henger belsejében a ν frekvenciájú fotonok által átadott impulzus $dp_\nu = -k_\nu(F_\nu/c)dr$, ahol k_ν a plazma anyagára jellemző extinkciós tényező. Az extinkciós tényezőt a csillagászatban $\kappa_\nu\rho$ alakban szokás felírni, ahol ρ a sűrűség. Az átadott fotonimpulzus a henger falára nyomást fejt ki, ennek nagysága $P_r(\nu) = (1/A)dp_\nu/dt$, ahol A=1 a henger felülete. Az előbbi képletet az összes frekvenciára integrálva kaphatjuk a sugárnyomásra felírható differenciálegyenletet:

$$\frac{dP_r}{dr} = -\frac{\kappa\rho}{c}F. \quad (1.33)$$

Kihasználva, hogy a csillagok belsejében a sugárzás feketetest-sugárzás, (1.14) felhasználásával a felületegységenként átáramló energia

$$F = \frac{ac}{3\kappa\rho}\left(\frac{dT^4}{dr}\right). \quad (1.34)$$

Ez a sugárzási diffúzió egyenlete, hasonló alakú, mint a hővezetés egyenlete. Az $ac/(3\kappa\rho)$ tényezőt szokás a sugárzás diffúziós együtthatójának is nevezni.

5.2. Az Eddington-féle kritikus fényesség

Ha a fotonsűrűség nagyon nagy, a sugárnyomás hatására a gravitáció lokális hatása csökken. Az (1.33) egyenlet és a hidrosztatikai egyensúly (1.7) egyenletének összevetéséből látszik, hogy egy tetszőleges r sugárnál az effektív gravitációs gyorsulás

$$g_{eff} = \frac{GM(r)}{r^2} - \frac{\kappa}{c}\frac{L(r)}{4\pi r^2}, \qquad (1.35)$$

ahol kihasználtuk, hogy gömbszimmetrikus csillagban a fluxus $F(r)=L(r)/(4\pi r^2)$ (L(r) a luminozitás).

Ha a csillag felszínén (r = R) $g_{eff}=0$, akkor a csillag a stabilitás határán van. Ekkor (1.35) átrendezéséből adódik az ehhez szükséges Eddington-luminozitás:

$$L_E = \frac{4\pi GMc}{\kappa}. \qquad (1.36)$$

Ez a csillag maximális luminozitása. Ennél nagyobb luminozitásnál a sugárnyomás szétfújja a csillagot.

5.3. Konvekció

Az energia továbbítása nemcsak a fotonok terjedése, hanem a plazma részecskéinek hidrodinamikai áramlása során is végbemehet. Ez a folyamat a konvekció. A plazmában ilyenkor buborékok (konvekciós cellák) alakulnak ki, Ezek a mélyebben fekvő, melegebb környezetből a magasabban lévő, hidegebb rétegekbe áramolva lehűlnek, azaz hőenergiát adnak át, majd visszasüllyedve újra felmelegszenek, és újra felfelé áramlanak. Bizonyos körülmények között ez a folyamat önfenntartóvá válhat.

Tekintsünk egy környezetétől adiabatikusan elzárt konvekciós cellát! Ez a környezetével egyensúlyban van, tehát nyomása egyenlő a környezet nyomásával. Ha egy véletlen fluktuáció révén a sűrűsége a környezetéhez képest kicsit csökken, akkor az állapotegyenlet értelmében a hőmérséklete kicsit nagyobb lesz, mint a környezet hőmérséklete. Erre a cellára ekkor felhajtóerő hat:

$$F_f = V \cdot \Delta\rho \cdot g, \qquad (1.37)$$

ahol V a cella térfogata, $\Delta\rho$ a sűrűségfluktuáció, g a lokális gravitációs gyorsulás. A felhajtóerő hatására a cella emelkedni kezd. Δr út megtétele után a hőmérséklete

$$T_c(\Delta r) \approx T(0) - \left|\frac{dT}{dr}\right|_{ad} \Delta r, \qquad (1.38)$$

ahol T(0) a hőmérséklet a kiinduló helyen, $|dT/dr|_{ad}$ a hőmérséklet dr út során történő megváltozása adiabatikus folyamat esetén (adiabatikus hőmérséklet-gradiens abszolút értéke). Ugyanekkor a környezet T_k hőmérséklete az (1.38) képlettel analóg módon írható le, de a hőmérséklet-gradiens nem az adiabatikus, hanem a csillagban ténylegesen megvalósuló hőmérséklet változásnak megfelelő lesz.

A konvekció fennmaradásának feltétele egyszerűen az, hogy Δr út megtétele után a cella továbbra is melegebb legyen, mint a környezete, azaz $T_c > T_k$. Látható, hogy ez akkor teljesül, ha az adiabatikus hőmérséklet gradiens abszolút értéke kisebb, mint a környezetben érvényes hőmérsékletgradiens:

$$\left|\frac{dT}{dr}\right|_{ad} < \left|\frac{dT}{dr}\right|_{k}. \qquad (1.39)$$

Ez a konvekció fennmaradásának Schwarzschild-kritériuma.

A sugárzási energiatranszport adott (dT/dr) hőmérséklet-gradiensnél az (1.34) képlet értelmében adott L(r) luminozitást tud továbbítani. A konvekció ennél nagyobb energiatranszportra is képes. Megmutatható, hogy ha a luminozitás az

$$L^*(r) = \frac{(\gamma-1)\mu g}{\gamma\mathcal{R}}\left(\frac{16\pi ac}{3\kappa\rho}\right)r^2T \qquad (1.40)$$

kritikus luminozitást meghaladja, azaz $L(r)>L^*(r)$, akkor az energiaterjedés csakis konvekcióval mehet végbe. Ez például akkor következhet be, ha L(r) kis r-eknél viszonylag nagy értéket vesz fel, ami a nagy tömegű csillagok magjában gyakran teljesül. A másik tipikus eset az, amikor az abszorpció erőssé válik, mint pl. a kis tömegű, hidegebb csillagok belsejében.

5.4. Energiatranszport a magban

A csillagok magjában energiatermelés zajlik. Jelöljük az egységnyi tömeg által időegységenként termelt energiát ε-nal. Ekkor egy magot övező vékony, r sugarú, dr vastagságú gömbhéjban időegységenként keletkező energia $dL=\varepsilon\cdot 4\pi r^2\rho dr$. Ebből egyszerűen megkapható a luminozitás helyfüggését megadó differenciálegyenlet a csillag magjára vonatkozóan:

$$\frac{dL(r)}{dr} = 4\pi r^2\rho\cdot\epsilon. \qquad (1.41)$$

A lokális hőmérséklettől és sűrűségtől való erős függése miatt ε csak a csillag magjában különbözik 0-tól. Az energiatermelés lehetséges fizikai mechanizmusaival a következő fejezet foglalkozik.

6. A csillagok energiatermelése

A csillagok folyamatosan nagy mennyiségű energiát sugároznak ki, tehát létezniük kell olyan mechanizmusoknak, amelyek a belsejükben energiát termelnek. Ebben a fejezetben ezekkel a fizikai folyamatokkal foglalkozunk.

6.1. Lehetséges mechanizmusok

A Nap sugárzására már az ókori görögök igyekeztek magyarázatot találni. Egy akkoriban népszerű elképzelés a pitagoreusoktól származik, akik azt hirdették, hogy a világ középpontjában egy ősi központi tűz található, e körül kering a Nap, a Föld és az összes többi akkor ismert égitest. A Nap izzó fénye szerintük a központi tűztől származik. Azt, hogy a Föld miért nem izzik a központi tűz hatására, azzal magyarázták, hogy azt egy másik égitest, az Ellenföld takarja el. Arra a kérdésre pedig, hogy akkor vajon az Ellenföldet miért nem látjuk, az volt a válaszuk, hogy azért, mert a gömb alakú Föld túlsó oldalán helyezkedik el. E mitológiai eredetű világkép egyben azt is illusztrálja, hogy milyen változatos, logikusnak tűnő érvek láncával lehet látszólag megmagyarázni azt, amire nincs semmiféle bizonyítékunk!

Az újkor hajnalán már világos volt, hogy a Nap valamilyen fizikai folyamat révén termel energiát. Kezdetben jó ötletnek tűnt, hogy a Nap szénből van, és ennek izzása hozza létre a fényt és a meleget, amit érzékelünk. Ezt látszólag alátámasztotta, hogy a kőszén sűrűsége véletlenül kb. megegyezik a Nap átlagsűrűségével, tehát egy Nap méretű kőszén-gömb tömege kb. 1 $M_\odot$. Hamar kiderült azonban, hogy ez a folyamat, a kémiai égés, nem lehet jó megoldás. A szén égéshője ugyanis kb. $\epsilon_C = 3\cdot 10^7$ J/kg, tehát a Nap luminozitását egy Nap-tömegű széngömb csak $\tau = M_\odot\epsilon_C/L_\odot \approx$ 5000 évig képes fenntartani. Ez az életkor pedig még az írott történelemhez képest is túl rövid.

A 19. században vetődött fel újabb ötletként a gravitációs összehúzódás. A viriáltétel értelmében a Nap teljes energiája $E\approx -(1/2)GM_\odot^2/R_\odot < 0$. Tehát ha a Nap sugara csökken, energiája negatívabb lesz, vagyis csökken. Az így felszabaduló gravitációs energia felfűti a Napot, és ezt sugározza ki. Ebben a modellben a Nap luminozitása:

$$L_\odot = \frac{\Delta E}{\Delta t} \approx \frac{GM_\odot^2}{R^2}\frac{\Delta R}{\Delta t}. \qquad (1.42)$$

Ha tehát állandó luminozitást tételezünk fel, az időtartam, amely alatt a Nap sugara a kezdeti 1 $R_\odot$-ról 0-ra csökken:

$$\Delta t = t_{KH} \;=\; \frac{GM_{\odot}^2}{R_{\odot} L_{\odot}}, \tag{1.43}$$

ez a Kelvin–Helmholtz-időskála. A Napra ez $t_{KH}(\odot) \approx 3 \cdot 10^7$ év időtartamot ad. Ez már kellően hosszúnak tűnik, viszont a földi kőzetek geológiai vizsgálataiból kiderült, hogy ezek több milliárd évesek. A Nap sugárzását tehát ez a mechanizmus sem képes megmagyarázni, viszont más égitestekét igen. Ez a folyamat termel energiát a még kialakulóban lévő protocsillagokban, és a nagyobb tömegű óriásbolygókban, pl. a Jupiterben.

A 20. században az atomi folyamatok és a fúzió felfedezésével világossá vált, hogy az atommag-átalakulások képesek annyi energiát termelni, amely milliárd évekre biztosítja egy Nap-tömegű égitest sugárzását. A fúzió során a könnyebb atommagok nehezebbekké egyesülnek, eközben a nyugalmi tömeg egy része energiává alakul át, az Einstein által felismert $E=\Delta mc^2$ képletnek megfelelően. Ha feltesszük, hogy a Nap tömegének 10%-a alakul át energiává, és sugárzódik ki az élete során, akkor a folyamat időtartama

$$\tau = 0,1 M_{\odot} c^2 / L_{\odot}, \tag{1.44}$$

kb. 10 milliárd év. Ez a nukleáris időskála.

A csillagok energiatermelésének megértéséhez tehát az atommagfúzió fizikai folyamatait kell tanulmányoznunk.

6.2. Atommagok ütközése

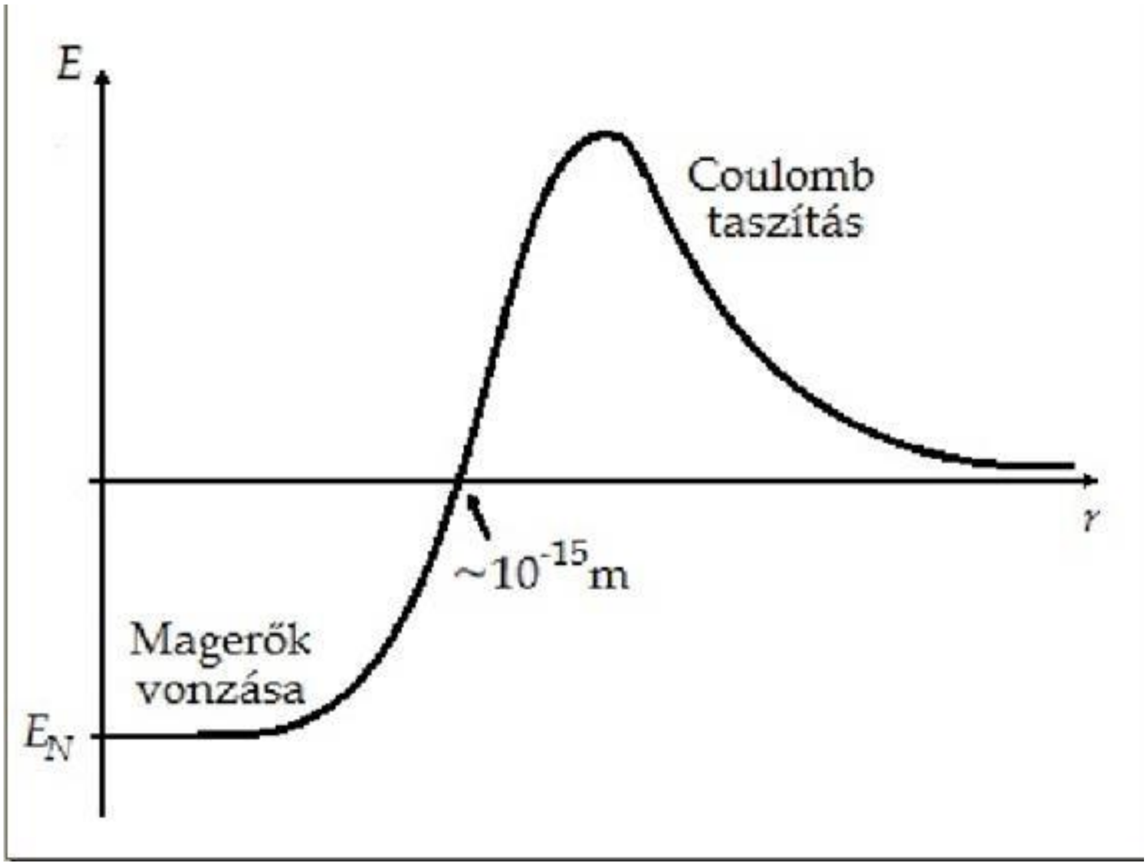
Az atommagok protonokból és neutronokból (nukleonokból) épülnek fel. A nukleonok számát adja meg az A tömegszám. Az atommag tömege $m=Am_a$, ahol m_a az atomi tömegegység ($1{,}6605\cdot 10^{-27}$ kg). A protonok számát a Z rendszám jellemzi. Az atommag elektromos töltése $Q=Z\cdot e$, ahol e az elemi töltés ($1{,}6022\cdot 10^{-19}$ C).

A tapasztalat szerint az atommagok sugara és a tömegszám között az alábbi összefüggés érvényes:

$$r \;=\; r_0 \cdot A^{-1/3}, \tag{1.45}$$

ahol r_0 egy konstans (kb. $1{,}5\cdot 10^{-15}$ m). Ennek egy érdekes következménye az, hogy a nukleonok számsűrűsége (koncentrációja) állandó, mivel mind a mag tömege, mind a térfogata egyenesen arányos az A tömegszámmal. A nukleonkoncentrációra így kb. 10^{38} cm^{-3} adódik. A mag tehát egy nagyon nagy, de állandó sűrűségű folyadékcseppre emlékeztet.

A nukleonok kötését a magerők biztosítják, amelyek rövid hatótávolságúak, csak az atommagon belül hatnak, de sokkal erősebbek a protonok közti elektromos (Coulomb-) taszításnál (1.3.. ábra). A magerők egyformán hatnak proton-proton, proton-neutron és neutron-neutron részecskék között (magerők töltésfüggetlensége).



A nukleonok kölcsönhatásai közül az atommag sugarán belül a magerők hatása érvényesül, azon kívül viszont a protonok közötti elektromos v. Coulomb-taszítás dominál.

Az atommag m tömege mindig kisebb, mint a magot alkotó nukleonok tömegének összege: $m < Zm_p + (A - Z)m_n$, ahol m_p a proton, m_n a neutron tömege. A Δm tömegdefektus a mag kötési energiájának felel meg: $\Delta E = \Delta mc^2$, ennek értéke általában 10 – 100 MeV között van.

Két atommag egyesítésével nehezebb atommagok jöhetnek létre, ez a folyamat a magfúzió. Az 56-os tömegszámú vasnál könnyebb atommagok fúziójánál energia szabadul fel (exoterm reakció), ez amiatt van, mert a keletkező mag kötési energiája alacsonyabb, mint az ütköző magok kötési energiái együttvéve. A felszabaduló energia $Q = (m_1 + m_2 - m)c^2$, ahol m_1 és m_2 az ütköző magok, m a keletkező mag tömege. Az energiamegmaradáson túl a magfúziós folyamat során teljesülnie kell még az elektromos töltés és a barionszám megmaradási törvényének is.

Mivel az atommagok pozitív elektromos töltésűek, két mag közelítésekor először a Coulomb-taszítás érvényesül, ezért energiát kell befektetni ahhoz, hogy a két magot egymáshoz közelítsük. A Coulomb-taszítás miatti potenciális energia helyfüggését az 1.3. ábra mutatja. Az atommagok sugarának (kb. 10^{-13} cm) nagyságrendjébe eső kritikus távolság elérésekor a potenciálgát hirtelen megszűnik, és a magerők vonzó hatása kezd el érvényesülni. Atommagok ütközéséhez tehát elsősorban az elektromos töltések miatti Coulomb-taszítás okozta potenciálgáton kell átjutni.

A Coulomb-gát magassága a klasszikus elektrosztatika értelmében $E_C = Z_1 Z_2 e^2 / r^2$, ahol r a két ütköző nukleon távolsága (nagyságrendileg 10^{-13} cm). Az ütközést vizsgáljuk olyan koordináta-rendszerben, amely az egyik részecskéhez van rögzítve. Ez a célpont (target) atommag, a mozgó részecskét pedig szokás bombázó részecskének is nevezni.

A bombázó részecske kinetikus energiája $E_k = (1/2)mv^2 = (3/2)kT$, ahol v a részecske átlagsebessége, T a közeg hőmérséklete. A klasszikus fizika értelmében a potenciálgáton történő átjutás feltétele $E_k \geq E_C$. Ebből adódik a nukleonok klasszikus ütközéséhez szükséges hőmérséklet:

$$T = \frac{2Z_1Z_2e^2}{3kr}, \quad (1.46)$$

ami protonok ütközésére 10^{10} K-t ad. Mivel a Nap centrumában a hőmérséklet nagyságrendje csak 10^7 K, a klasszikus fizika értelmében proton-proton ütközés nem mehetne végbe a Nap belsejében. Ezen még az sem segítene, ha figyelembe vennénk, hogy az átlagsebességhez képest gyorsabban mozgó részecskék is vannak, mert egyszerűen nincs elegendő számú atommag a Napban ahhoz, hogy akár egy ilyen reakció is megtörténhessen.

6.3. Az alagúteffektus szerepe

Az atommagok nem klasszikus, hanem kvantumos részecskék, ezért ütközésükkor a kvantummechanika törvényeit is figyelembe kell venni! A kvantummechanika egyik jól ismert jelensége az alagúteffektus. Ekkor a részecske véges valószínűséggel átjuthat egy potenciálgáton, még akkor is, ha klasszikus értelemben nincs meg az ehhez szükséges energiája. Ez a kvantumos jelenség a magyarázata annak, miért lehetséges a fúzió a Nap (és a többi csillag) belsejében.

A kvantumos effektusok akkor jelennek meg, amikor két részecske távolsága összemérhető a de Broglie-hullámhosszal:

$$r \approx \lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}, \quad (1.47)$$

ahol h a Planck-állandó, p a bombázó részecske impulzusa, m a részecske tömege abban a koordináta-rendszerben, amelyben az egyik részecske nyugalomban van. A tömegközépponthoz rögzített koordináta-rendszerben v a részecskék relatív sebességét jelenti, $m = m_1m_2/(m_1+m_2)$ a redukált tömeg.

Az alagúteffektus annál valószínűbb, minél közelebb van a bombázó részecske kinetikus energiája a Coulomb-gát magasságához. Képlettel kifejezve

$$w \sim \exp\left[-\frac{E_c}{E_k}\right] = \exp\left[-\frac{Z_1Z_2}{h}\right. \quad (1.48)$$

Ha a kitevőben szereplő mennyiség 1-hez közeli, az alagúteffektus érzékelhetővé válik. Ebből a feltételből megkaphatjuk az alagutazáshoz szükséges hőmérsékletet, ha a kinetikus energiát a hőmérséklettel fejezzük ki:

$$T \approx \frac{2mZ_1^2Z_2^2e^4}{kh^2}, \quad (1.49)$$

ami protonok ütközésére kb. 10^7 K-t ad. Ez hasonló a Nap belsejében mérhető hőmérséklethez, tehát az alagúteffektus sikeresen magyarázza a Napban végbemenő fúziós folyamatokat.

6.4. A reakcióráta

Szemeljünk ki egy egységnyi térfogatot, és vizsgáljuk meg az ebben végbemenő magreakciók számát! Ebben a térfogatban az egységnyi idő alatt lejátszódó magreakciók száma (reakcióráta)

$$r = n_a n_x \cdot v \cdot \sigma(v), \quad (1.50)$$

ahol n_a a bombázó-, n_x a target részecskék koncentrációja, v a bombázó részecskék sebessége, $\sigma(v)$ pedig az ütközési hatáskeresztmetszet.

Ha a bombázó részecskék sebessége nem azonos, akkor a fenti képlet helyett az alábbi, pontosabb összefüggést kell használnunk:

$$r = n_a n_x \int f(v) \cdot v \cdot \sigma(v) dv = \quad (1.51)$$

ahol *f*(*v*) a sebességeloszlás-függvény, a $\langle \sigma v \rangle$ szimbólum pedig a sebességekre átlagolt hatáskeresztmetszetet jelöli.

A reakcióráta fenti kifejezése alapján kaphatjuk meg az egységnyi tömeg által 1 s alatt termelt energiát (ε). Kihasználva, hogy egységnyi térfogat tömege ρ, adódik

$$\epsilon = \frac{Qr}{\rho} = \frac{n_a n_x Q}{\rho} \langle \sigma v \rangle, \quad (1.52)$$

ahol Q az egy reakció során felszabaduló energia. Ha a bombázó és a target részecskék ugyanolyanok (pl. proton-proton ütközésnél), akkor (1.51)-ben és (1.52)-ben $n_a n_x$ helyett $n_x^2/2$ írandó.

A target atomok koncentrációjának időbeli változása szintén kifejezhető a reakciórátával:

$$\frac{dn_x}{dt} = -r = -n_a n_x \langle \sigma v \rangle. \quad (1.53)$$

Ha feltesszük, hogy n_a időben állandó, (1.53) megoldása exponenciális időbeli csökkenést ad:

$$n_x = n_x(0) \exp\left[-n_a \langle \sigma v \rangle t\right]. \quad (1.54)$$

Látható, hogy $\tau = 1/(n_a \langle \sigma v \rangle)$ karakterisztikus időskála alatt a kezdeti magkoncentráció e-ad részére csökken.

6.5. A hatáskeresztmetszet becslése

A magreakció hatáskeresztmetszete a reakciók valószínűségével arányos mennyiség. Értéke főként két mennyiségtől függ: a magok klasszikus ütközési valószínűségét megadó ütközési hatáskeresztmetszettől és a Coulomb-gáton történő átjutáshoz szükséges alagúteffektus valószínűségétől.

A klasszikus ütközési hatáskeresztmetszet (σ_u) a gömb alakú magok körnek látszó területével arányos. Mivel a reakcióhoz szükséges ütközési távolság a de Broglie-hullámhosszhoz közeli, (1.47) értelmében $\sigma_u \sim \pi \lambda_B^2 = \pi (h/p)^2 \sim 1/E$, ahol E a bombázó részecske kinetikus energiája.

Az alagutazás valószínűsége (1.48) alapján $\sigma_a \sim \exp(-b/\sqrt{E})$, ahol $b = Z_1 Z_2 e^2 \sqrt{2m}/h$.

A fenti két formula szorzata adja a magreakció teljes hatáskeresztmetszetét:

$$\sigma(E) = S(E) \cdot \frac{1}{E} \exp[-bE^{-1/2}], \quad (1.55)$$

ahol S(E) jelöli a fenti képletekben nem szereplő további effektusok energiafüggését. A sebességre átlagolt hatáskeresztmetszetet ezek alapján az alábbi kifejezésből kaphatjuk:

$$\langle \sigma v \rangle = \int_0^\infty \sigma(E) \cdot v(e) \cdot f(E) dE \quad (1.56)$$

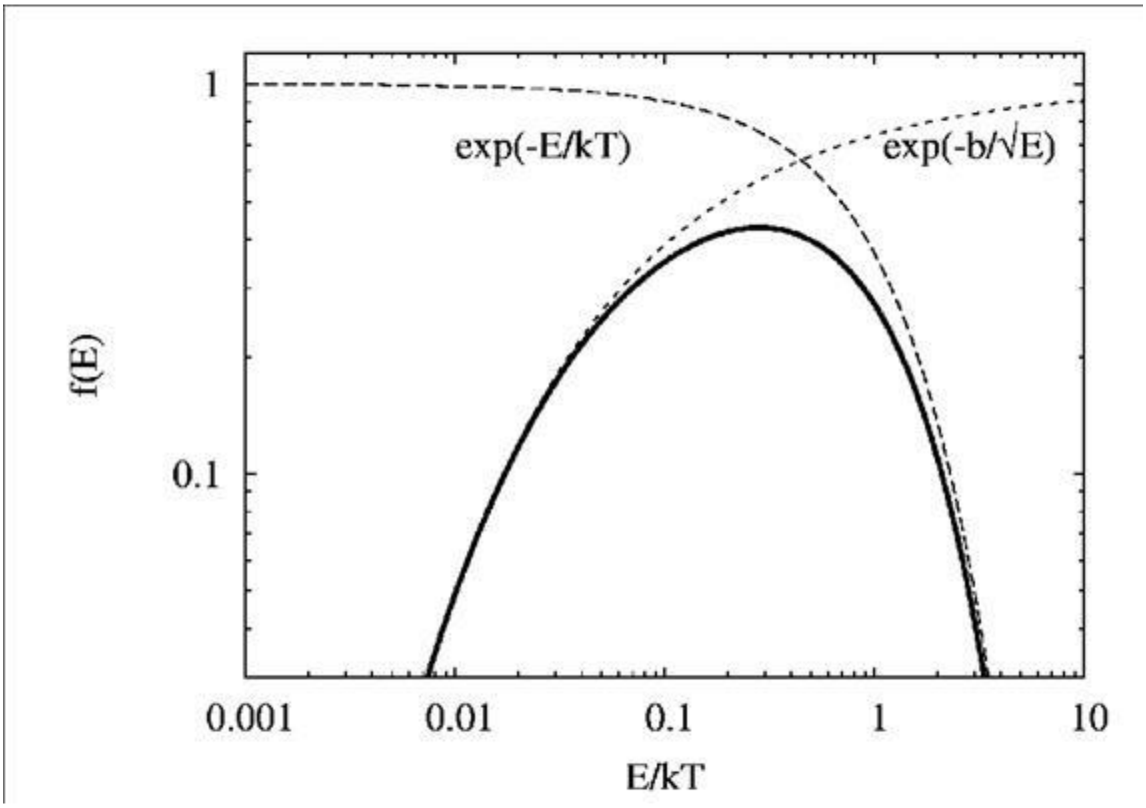
Ha a magok sebességeloszlására a Maxwell–Boltzmann-eloszlásfüggvényt használjuk,

$$f(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\frac{E^{1/2}}{kT^{3/2}}\exp[-E/(kT)] \quad (1.57)$$

és figyelembe vesszük, hogy nemrelativisztikus részecskékre $v(E) = \sqrt{2E/m}$, kaphatjuk:

$$\langle\sigma v\rangle = \sqrt{\frac{8}{m\pi}}(kT)^{-3/2}\int_0^\infty S(E) \quad (1.58)$$

Az exp[...] függvény grafikonját az 1.4.. ábra mutatja. Látható, hogy növekvő E-re az első tag csökkenő, míg a második növekvő hozzájárulást ad. A kettő szorzata egy haranggörbét ad, ez a Gamow-csúcs. A Gamow-csúcs maximumhelye az $E_0 = (bkT/2)^{2/3}$ energiánál van, ezen a helyen a maximum értéke $g(E_0) = \exp[-3E_0/(kT)]$.



A magreakció hatáskeresztmetszetét (vastag vonal) a Maxwell-Boltzmann eloszlás (szaggatott vonal) és az alagúteffektus (pontozott vonal) valószínűségének szorzata adja (részletes magyarázat a szövegben).

6.6. Nemrezonáns hatáskeresztmetszet

(1.58) kiszámításához az S(E) függvényt kell ismernünk. Ennek pontos megadása analitikusan tetszőleges energiára gyakran nem lehetséges. A Gamow-csúcs jelenléte miatt azonban erre általában nincs is szükség, mert bizonyos közelítésekkel az integrál kiszámítása sokkal egyszerűbbé válik.

Gyakori eset az, amikor a Gamow-csúcs által lefedett energiatartományban S(E) csak kicsit változik. Ekkor feltehetjük, hogy $S(E) \approx S(E_0)$=konstans, ahol E_0 a Gamow-csúcs maximumhelye. Így S(E) kiemelhető az integrálból. A fennmaradó Gamow-csúcsot egy Gauss-függvénnyel közelíthetjük, amely analitikusan integrálható. Végeredményként a következő kifejezést kapjuk:

$$\langle \sigma v \rangle_{nr} = \sqrt{\frac{2}{m}} \cdot \frac{S(E_0)}{(kT)^{3/2}} \cdot \Delta \cdot \exp[\qquad (1.59)$$

ahol $\Delta = 4\sqrt{E_0 kT/3}$ a Gamow-csúcs félértékszélessége. Ezt nevezzünk nemrezonáns hatáskeresztmetszetnek.

(1.59) hőmérsékletfüggése a következő alakba írható:

$$\langle \sigma v \rangle_{nr} = \langle \sigma v \rangle_{nr}(0) \cdot T^{-2/3} \cdot \exp[- \qquad (1.60)$$

ahol ⟨ σv⟩ $_{nr}$(0) egy tetszőleges referencia-hőmérsékleten felvett érték, a_1 pedig egy konstans. A csillagokban végbemenő legtöbb magreakció hatáskeresztmetszete ilyen nemrezonáns jellegű.

6.7. Rezonáns hatáskeresztmetszet

Az előzőtől lényegesen különböző esetben a Gamow-csúcs körül S(E) nagyon éles, keskeny és magas csúcsokat mutat (1.5. ábra). Az ilyen jellegű reakciónak rezonáns hatáskeresztmetszete lesz. A rezonancia energiája legyen E_r. Ekkor $S(E) \approx S(E_r)$, ha $E_r - \Gamma/2 < E < E_r + \Gamma/2$, ahol Γ a rezonanciacsúcs szélessége, ezen kívül $S(E) \approx 0$.

Mivel a rezonancia Γ szélessége általában sokkal kisebb, mint a Gamow-csúcs félértékszélessége, ebben az esetben (1.58) integrandusa egy lépcsős függvénnyel közelíthető, amely Γ szélességű, magassága pedig az integrandus E_r helyen felvett értéke. Ez azonnal integrálható, így a rezonáns hatáskeresztmetszetre a következő kifejezést kapjuk:

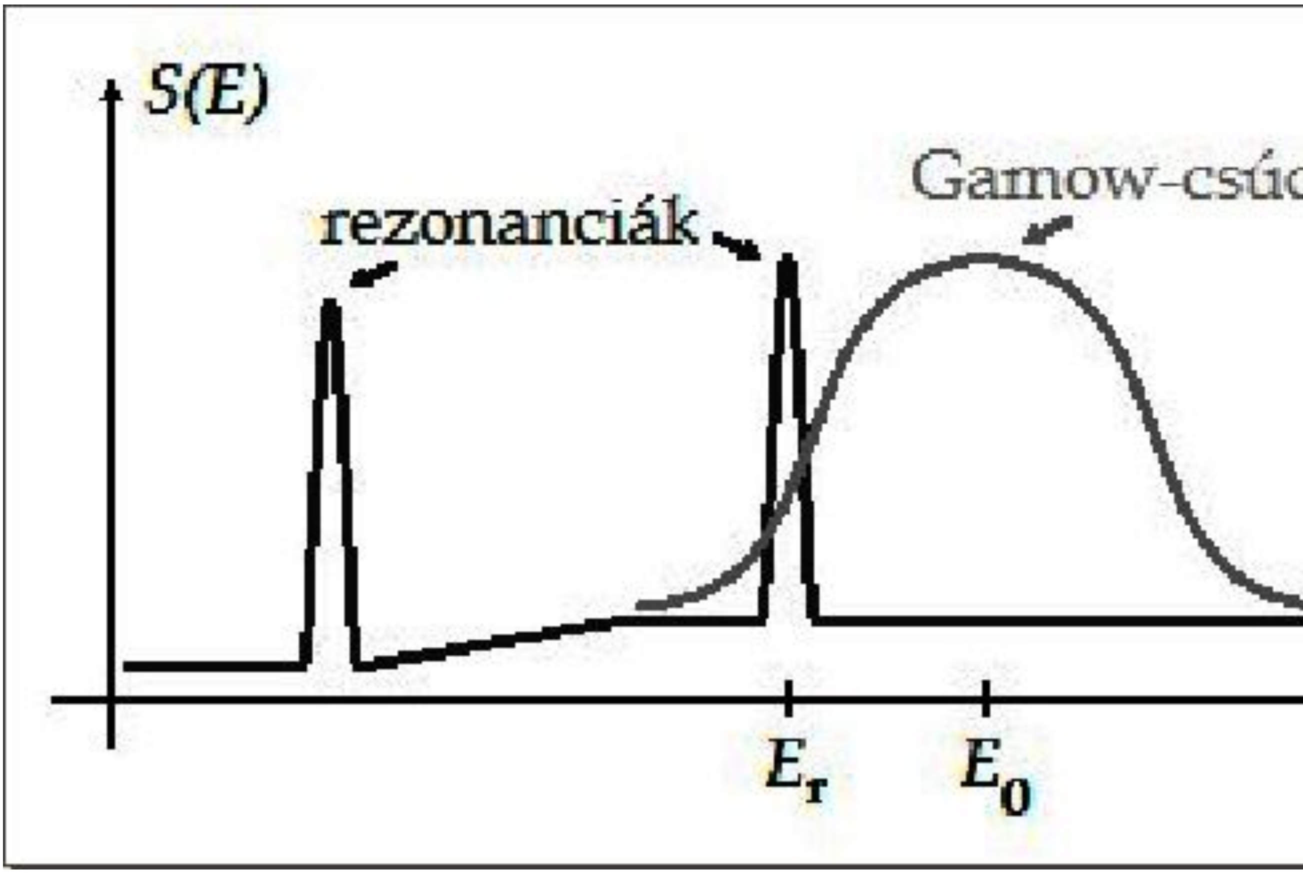
$$< \sigma v >_r = \sqrt{\frac{8}{m\pi}} (kT)^{-3/2} \cdot S(E_r) \qquad (1.61)$$

A hőmérsékletfüggést explicite kifejezve az alábbi összefüggés adódik:

$$\langle \sigma v \rangle_r = \langle \sigma v \rangle_r(0) \cdot T^{-3/2} \cdot \exp[-a \qquad (1.62)$$

Az (1.60) képlettel összevetve látható, hogy a rezonáns hatáskeresztmetszet sokkal erősebben függ a hőmérséklettől, mint a nemrezonáns.

A magreakciók különféle energiákon különbözőek lehetnek. Így gyakran előfordul, hogy két mag ütközése bizonyos energiákon nemrezonáns, más energiákon rezonáns kölcsönhatást eredményez. A teljes hatáskeresztmetszet általában (1.59) és (1.61) alakú függvények szuperpozíciójával adható meg (lásd 1.5.. ábra).



A teljes hatáskeresztmetszet a rezonáns és nemrezonáns hatáskeresztmetszetek szuperpozíciójaként állítható elő.

6.8. Az energiatermelés hőmérsékletfüggése

A hatáskeresztmetszet hőmérsékletfüggésének kifejezéséből megadható a teljes energiakeltési ráta hőmérséklettől való függése. Írjuk az (1.52) egyenletet formálisan hatványfüggvény alakba:

$$\epsilon = \frac{n_a n_x Q}{\rho}\langle\sigma v\rangle \;=\; \epsilon_0\rho^\lambda T^\nu, \tag{1.63}$$

ahol λ és ν egyelőre ismeretlen hatványkitevők. Ezek meghatározása egyszerű, ha figyelembe vesszük, hogy a többi paraméter melyik mennyiségtől hogyan függ.

Mivel $n_a n_x \sim \rho^2$, ebből azonnal következik, hogy $\varepsilon\sim\rho$, azaz λ=1. A hőmérséklet kitevőjének kiszámítására használjuk az alábbi logaritmikus deriváltat:

$$\nu \;=\; \left(\frac{\partial \ln\epsilon}{\partial \ln T}\right). \tag{1.64}$$

Mivel a hőmérsékletfüggést a hatáskeresztmetszet határozza meg, az (1.60) és (1.62) összefüggésekből adódik, hogy $\nu = a_1/(3T^{1/3}) - 2/3$ a nemrezonáns, $\nu = a_2 E_r/T - 3/2$ a rezonáns esetben. A hőmérséklet hatványkitevője tehát maga is hőmérsékletfüggő (azaz a függvény nem tisztán hatványfüggvény).

6.9. A gyenge kölcsönhatás szerepe

A termonukleáris reakciókban az erős és elektromágneses kölcsönhatás mellett fontos szerepet játszik egy harmadik fajta kölcsönhatás is. Ez a gyenge kölcsönhatás. Nevét onnan kapta, hogy az ennek hatására végbemenő reakciók sebessége sokkal kisebb, mint a másik két kölcsönhatás okozta folyamatoké.

A gyenge kölcsönhatás alapvető folyamata a béta-bomlás:

$$n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu_e} \qquad (1.65)$$

ahol n a neutron, p a proton, e^- az elektron, $\tilde{\nu_e}$ pedig az antineutrínó (pontosabban antielektron-neutrínó). A gyenge kölcsönhatás során is teljesülnek az alapvető megmaradási törvények: az elektromos töltés, a barionszám, a leptonszám és az energia megmaradása.

A fenti β-bomlás karakterisztikus ideje szabad neutronon kb. 10 perc. Összehasonlításképpen, az erős kölcsönhatással lejátszódó magreakciók átlagos ideje 10^{-22} s, míg az elektromágneses kölcsönhatás vezérelte folyamatok (foton-kisugárzás) ideje kb. 10^{-16} s. Látható, hogy a gyenge kölcsönhatás okozta reakciók sebessége sok nagyságrenddel kisebb.

Más, szintén a gyenge kölcsönhatás által vezérelt lehetséges reakciókat kaphatunk az (1.65) β-bomlás átrendezésével, oly módon, hogy ha egy részecskét a másik oldalra viszünk, akkor az antirészecskéjével helyettesítjük. Ugyanígy elvileg lehetséges a reakció irányának megfordítása is. Az így kapott folyamatok azonban csakis akkor valósulnak meg, ha teljesülnek rájuk a fenti megmaradási törvények. Például a $p \rightarrow n+e^+ + \nu$ (e^+ a pozitron) protonbomlás az energiamegmaradás miatt szabad protonokon nem mehet végbe, hiszen a proton nyugalmi tömege kisebb, mint a neutroné. Viszont ha a proton kötött állapotban van az atommagon belül, akkor ez a reakció is végbemehet a kötési energia rovására.

A $p+e^- \rightarrow n+\nu$ neutronkeltés (neutronizáció) szintén problémás, ugyanis a proton és az elektron nyugalmi tömege együttesen sem éri el a neutron nyugalmi tömegét. Ez a reakció is megvalósulhat azonban olyan extrém körülmények között, amikor az elektron igen nagy kinetikus energiája fedezi a reakció energiaszükségletét. Ez történik pl. nagyon nagy tömegű csillagok magjában, a vas-mag gravitációs összeomlásakor.

A gyenge kölcsönhatás okozta reakciók során általában neutrínó keletkezik. Ezek nagyon gyengén hatnak kölcsön a többi részecskével, gyakorlatilag akadálytalanul távoznak a csillag magjából. Az általuk elvitt energia csökkenti a reakció energiahozamát, ennek mértéke pl. fősorozati csillagokban elérheti az 5-10%-ot is.

A gyenge kölcsönhatás játszik vezető szerepet a neutronbefogásos reakcióknál is. Ezeknél a reakcióknál egy nagy tömegszámú (általában vasnál nehezebb) atommag fog be egy neutront, amely aztán kötött állapotban átalakul protonná, ezzel növelve a rendszámot. Ily módon lehetséges pl. a vasnál nehezebb elemek keletkezése. Mivel a vasnál nehezebb elemek fúziója energiabefektetést igényel (endoterm), a neutron kinetikus energiája fedezi az ehhez szükséges energiát. A reakciót lefolyását segíti, hogy a neutron elektromosan semleges, tehát az ütközésnél nincs Coulomb-gát, nem kell alagúteffektus.

A neutronbefogás egyszerűbb formája az s-folyamat (slow = lassú neutronbefogás). Ekkor a mag egy neutront fog be, és ez alakul át protonná: $(A,Z) + n \rightarrow (A+1,Z) \rightarrow (A+1,Z+1) + e^- + \tilde{\nu_e}$. Ez a reakció a 83-as rendszámú bizmutig képes nehéz magokat kelteni, ezután a magok α-radioaktívak lesznek.

Az r-folyamatban (rapid = gyors neutronbefogás) egyszerre több neutron is befogódhat: $(A,Z) + N \cdot n \rightarrow (A+N,Z) \rightarrow (A+N,Z+N) + N \cdot e^- + N \cdot \tilde{\nu_e}$. Ezen a módon egészen A=260 tömegszámig keletkezhetnek nehéz elemek (e fölött a neutronbefogás maghasadást okoz). Az s-folyamat akár a hideg óriáscsillagok ritka légkörében is lejátszódhat, az r-folyamathoz szükséges nagy neutronsűrűség inkább csak szupernóva-robbanások során valósul meg.

6.10. Magreakciók a csillagokban

6.10.1. H-He fúzió

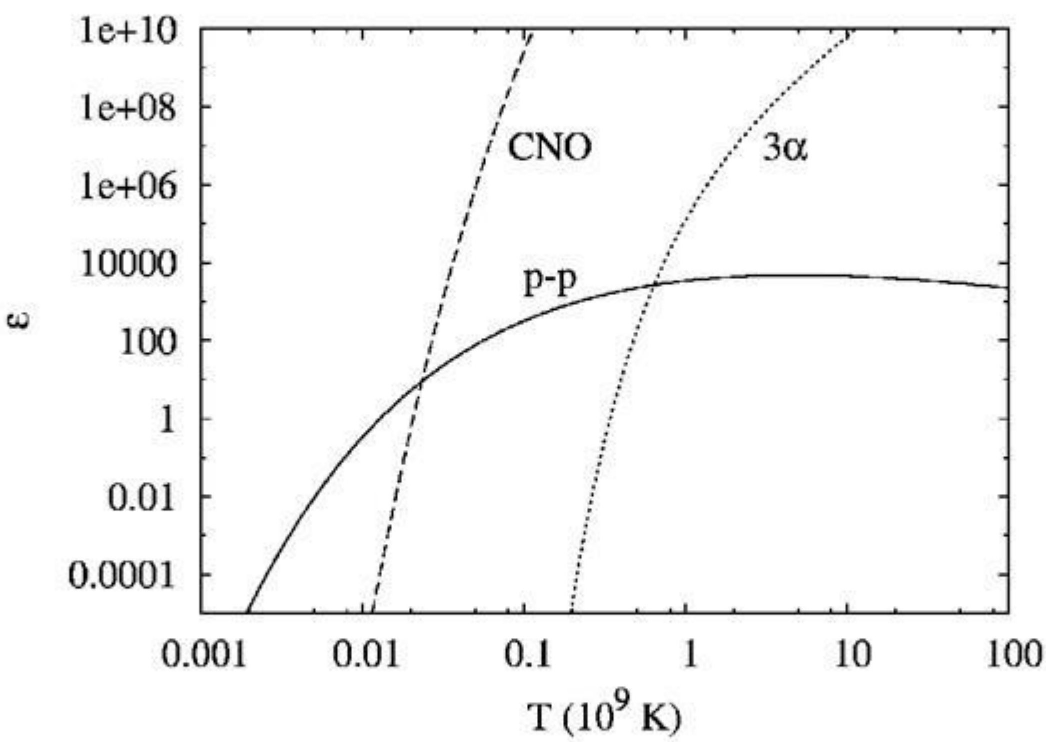
A csillagokban lejátszódó legfontosabb termonukleáris reakció a hidrogén átalakulása héliummá. Mai tudásunk szerint ez a folyamat ment végbe az ősrobbanást követő percekben is (primordiális nukleoszintézis), ennek hatására jött létre az Univerzum héliumtartalmának nagy része.

A H-He fúzió egyszerűbb formája a proton-proton ciklus. Ez három fő lépésből áll:

$^{1}H + ^{1}H$	→	$^{2}H + e^{+} + \nu$
$^{2}H + ^{1}H$	→	$^{3}He + \gamma$
$^{3}He + ^{3}He$	→	$^{4}He + ^{1}H + ^{1}H$

Egy teljes ciklus által termelt energia kb. 26,2 MeV. A reakció kulcsmomentuma az első lépés: két proton ütközése egy deuteront kelt. Az ehhez szükséges β-bomlás lassúsága miatt ez a folyamat rendkívül valószínűtlen, csakis azért játszódik le a csillagokban, mert a magban a H-sűrűség igen nagy. A p-p ütközés nemrezonáns folyamat, hatáskeresztmetszetét az (1.60)-hez hasonló képlet írja le. (1.54) felhasználásával a protonok pusztulásának karakterisztikus idejére $\tau \approx 10^9$ év adódik, ez összemérhető a csillag teljes nukleáris időskálájával. A p-p reakció lassúsága tehát a H-He fúzió teljes energiahozamát meghatározza.

A p-p ciklus hőmérsékletfüggésének kitevője $\nu_{pp} = 11,27/T_6^{1/3} - 2/3$, ahol T_6 a hőmérséklet 10^6 K egységekben. 10^6 K-re ν=10,6, $3\cdot 10^7$ K-re ν=3,0 adódik. Látható, hogy a hőmérséklet emelkedésével a reakció energiahozama a hőmérséklet egyre csökkenő hatványával írható le, az energiakeltési ráta ellaposodik (1.6.. ábra).



Az egyes magreakciós folyamatok energiatermelési rátáinak hőmérsékletfüggése

A H-He fúzió más módon is végbemehet. Szén-, nitrogén- és oxigénmagok katalizálhatják a reakciót az alábbi módon (CNO-ciklus):

$^{12}C + ^{1}H$	→	$^{13}N + \gamma$	→	$^{13}C + e^{+} + \nu$
$^{13}C + ^{1}H$	→	$^{14}N + \gamma$		
$^{14}N + ^{1}H$	→	$^{15}O + \gamma$	→	$^{15}N + e^{+} + \nu$
$^{15}N + ^{1}H$	→	$^{12}C + ^{4}He$		

A folyamat során felszabaduló energia kb. 25,0 MeV, kicsivel kevesebb, mint a p-p ciklusé. A kétszer akkora neutrínóemisszió miatt az energiaveszteség is nagyobb. A CNO-ciklus szintén nemrezonáns jellegű folyamat, azonban hőmérsékletfüggése erősebb, mint a p-p ciklusé: $\nu_{CNO} = 50,8/T_6^{1/3} - 2/3$. Ebből 10^6 K-re ν=50,1, $3\cdot 10^7$ K-re ν=15,7 adódik. Az 1.6. ábrán látható, hogy emelkedő hőmérsékletnél a CNO-ciklus energiakeltési rátája kevésbé laposodik el, meredekebben emelkedik, mint a p-p ciklusé. A Napban keletkező teljes energia kb. 10%-át termeli a CNO-ciklus, azonban egy 3 $M_\odot$-nél nagyobb tömegű csillagban az energia szinte kizárólag CNO-ciklussal keletkezik.

6.10.2. He-égés

A H-He fúziónál sokkal bonyolultabb folyamat a He-égés. Ezt szokás 3α-folyamatnak is nevezni, mivel három db. He-mag (α-részecske) kell hozzá. A reakció lépései a következőek:

^{4}He + ^{4}He	$\rightarrow$	^{8}Be
^{8}Be + ^{4}He	$\rightarrow$	$^{12}C^*$
$^{12}C^*$	$\rightarrow$	^{12}C + γ

A reakció bonyolultságát egyrészt az okozza, hogy az első lépésben keletkező ^{8}Be radioaktív, rendkívül gyorsan, 10^{-16} s felezési idővel visszabomlik két ^{4}He maggá. Ezért a második lépés bekövetkezéséhez az kell, hogy az újabb ^{4}He maggal történő ütközés ezen rövid időtartamon belül történjen meg. A másik nehezség az, hogy a második lépésben keletkező $^{12}C^*$ a ^{12}C egy speciális gerjesztett állapota, amelyből γ-foton kibocsátásával a ^{12}C-mag képes stabil alapállapotba kerülni. A gerjesztett állapotú $^{12}C^*$ keltése egy rezonáns magreakció, ennélfogva az egész folyamat nagyon érzékenyen függ a hőmérséklettől. (1.64) alapján a hőmérsékletfüggés exponense $\nu_{3\alpha} = 4,4/T_9 - 3$, ahol T_9 a hőmérséklet 10^9 K egységekben. A három He-mag együttes ütközésének feltétele miatt a sűrűségtől való függés is erősebb, mint azoké a folyamatoké, amelyekben két mag ütközik, a sűrűségfüggés kitevője λ=2. A 3α-folyamat beindulásához kb. $\rho\sim 10^6$ g/cm^3 és $T\sim 10^8$ K hőmérséklet szükséges. A hőmérsékletfüggés kitevőjének értéke ekkor $\nu\approx 40$. A 3α-folyamat tehát sokkal erősebben függ a hőmérséklettől, mint akármelyik H-He fúziós folyamat.

A He-C fúzió egy ciklusa 7,27 MeV energiát termel, ez kb. negyede a H-He fúzió energiahozamának. A tömegegységre jutó energiakeltési ráta összevetésekor ez az arány még rosszabb, kb. 0,1 (mivel a 3α-folyamathoz több tömeg kell). A He-C fúzió tehát tizedakkora hatásfokú, mint a H-He fúzió. Ahhoz tehát, hogy a csillagok egyensúlya fennmaradjon, a He-égésnek sokkal gyorsabban kell végbemennie, mint a H-He fúziónak.

6.10.3. Nehezebb elemek fúziója

Ha a magban a hőmérséklet eléri a 600 millió K-t, lehetővé válik a szén- és az oxigén-fúzió. Két ^{12}C mag ütközése Na, Ne és Mg keletkezéséhez vezethet, míg két ^{16}O-mag fúziójából Mg, P, S és Si jöhet létre. Ezek a folyamatok hasonlóan nemrezonáns jellegűek, mint a H-He fúzió, de a reakciórátájuk a hőmérsékletre jóval érzékenyebb, és sokkal kevesebb energiát képesek termelni.

Az oxigénégésen túli magreakciók a fentiektől eltérő módon mennek végbe. Ha a hőmérséklet eléri a $2\cdot 10^9$ K-t, a ^{20}Ne-nál nehezebb magok a nagy energiájú (E>10 MeV) γ-fotonok hatására könnyebb magokká esnek szét (fotodezintegráció). Az így emittálódó ^{4}He-magokat (α-részecskéket) más magok befoghatják, mivel ekkor kedvezőbb energiaállapotba kerülnek. Így tehát egyre nehezebb magok jöhetnek létre. Ez a folyamat fokozatosan, kváziegyensúlyi szakaszokon keresztül végül a vas-csoport (^{56}Ni, ^{56}Co, ^{56}Fe) elemeinek kialakulásához vezet. Mivel a folyamatban kulcsszerepet játszó elem a ^{28}Si (ez a leginkább ellenálló a fotodezintegrációra, tehát ennek reakciórátája és időskálája vezérli a teljes folyamatot), ezért a nehezebb elemek fúzióját összefoglaló néven Si-égésnek nevezik.

A Si-égés igen magas hőmérsékletet igényel, így csak nagy tömegű (M>5$M_\odot$) csillagok magjában mehet végbe. Mivel a Si-égés viszonylag kis energiahozamú a többi fúziós folyamathoz képest, ezért a csillag teljes Si-tartalma nagyon gyorsan átalakul vassá. Egy 5 $M_\odot$ tömegű csillagban a Si-égés időtartama kb. 1 nap. M>8$M_\odot$ tömegű csillagok magja a Si-égés után nem képes újra egyensúlyi állapotba kerülni, és gravitációs kollapszussal neutroncsillaggá, vagy fekete lyukká alakul (szupernóva-robbanás).

7. Összefoglalás

Az alábbiakban összefoglaljuk a csillagszerkezet vizsgálatához szükséges legfontosabb alapegyenleteket és összefüggéseket.

A csillagszerkezetet leíró differenciálegyenlet-rendszer:

$dM_r/dr \;=\; 4\pi r^2\rho$	tömeg-kontinuitási egyenlet
$dP/dr \;=\; -G\rho M_r/r^2$	hidrosztatikai egyensúly egyenlete
$dT/dr \;=\; -(3\kappa\rho/16\pi ac)L_r/(4\pi r^2)$	radiatív energiaterjedés egyenlete
$dT/dr=[(\gamma-1)/\gamma]\cdot(T/P)\cdot(dP/dr)$	konvektív energiatranszport egyenlete
$dL_r/dr \;=\; 4\pi r^2\rho\cdot\epsilon$	energia-kontinuitási egyenlet

A fenti alapegyenletekhez kapcsolódó kiegészítő összefüggések:

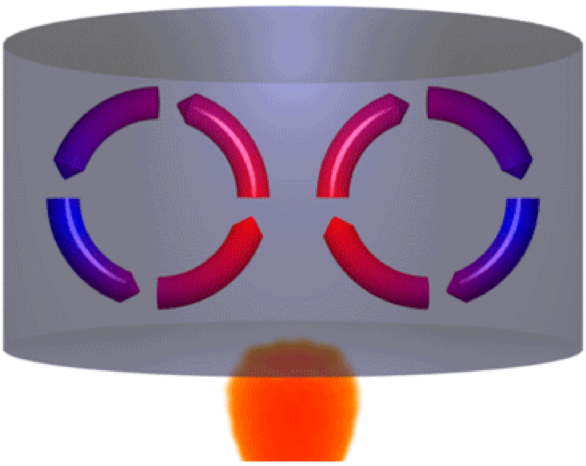
$P=(\rho/\mu)\mathcal{R}\cdot T+(a/3)T^4$	állapotegyenlet
$\epsilon \;=\; \epsilon_0\rho^\lambda T^\nu$	energiakeltés
$\kappa \;=\; \kappa_0\rho T^{-7/2}$	opacitás (Kramers-törvény)

A fenti összefüggésekben szereplő konstansok, ill. kitevők a csillagok anyagának összetételétől, illetve a figyelembe vett fizikai folyamatok részleteitől függenek. A legfontosabb szerepet a kémiai összetétel játssza. Ha a csillagban a hidrogén, a hélium és a nehezebb elemek tömegszázalékát rendre X, Y, Z -vel jelöljük, az átlagos molekulasúly ezekkel kifejezhető: $1/\mu\approx 2X+(3/4)Y+Z/2$. Hasonlóan, az energiakeltési rátában szereplő ε_0 a p-p ciklusnál X^2-től, a CNO-ciklusnál $X\cdot Z$-től függ.

A fenti egyenletek 7 különböző fizikai mennyiségre összesen 7 összefüggést adnak meg, tehát az egyenletrendszer elvileg megoldható, amennyiben a kémiai összetételt adottnak tesszük fel. A differenciálegyenletek konkrét (partikuláris) megoldásához határfeltételeket is meg kell adnunk. Ezek praktikusan meghatározható mennyiségek, pl. a csillag tömege, sugara, vagy luminozitása lehetnek. Mivel kellő számú egyenletünk van, az ismeretlenek kifejezhetőek egymással, tehát az egyértelmű megoldáshoz a határfeltételek közül elegendő csak az egyiket (általában a tömeget) megadnunk. Ezt szokás Vogt–Russell-tételnek is nevezni. A Vogt–Russell.tétel értelmében a csillagok belső szerkezetét és mérhető paramétereit a tömeg és a kémiai összetétel egyértelműen meghatározza.

Kapcsolódó animációk:

- A hőáramlás (konvekció) egyszerű illusztrálása



(Forrás: commons.wikipedia.org)http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/08/Convection.gif

8. Irodalomjegyzék

[1]Bowers, R., Deeming, T.: Astrophysics I. Stars (Jones and Bartlett Publ., Sudbury, MA, 1984)
[2]Carroll, B. W., Ostlie, D. A.: An Introduction to Modern Astrophysics (Addison-Wesley Publ., Reading, MA, 2007)
[3]Hansen, C. J., Kawaler, S. D.: Stellar Interiors (Springer-Verlag, New York, 1994)
[4]Marik M. (szerk): Csillagászat (Akadémiai Kiadó, Budapest, 1989)
[5]Zeldovics, Ja. B., Blinnyikov, Sz. I., Sakura, Ny. I.: A csillagszerkezet és csillagfejlődés fizikai alapjai (Gondolat, Budapest, 1988)

2. fejezet - Csillagfejlődés

A csillagok születnek, élnek és meghalnak – nagyon leegyszerűsítve ezt nevezzük csillagfejlődésnek. A folyamat egyes részletei azonban, hasonlóan a biológiai életjelenségekhez, igen összetettek és szövevényesek lehetnek. Az alábbiakban áttekintjük a csillagkeletkezés és -fejlődés legfontosabb állomásait, a velük kapcsolatos alapfogalmakat és -jelenségeket.

Szükséges előismeretek, kompetenciák: lásd 1. fejezet.

Kulcsszavak: protocsillag, Hertzsprung-Russell diagram, csillagfejlődés, fősorozat, vörös óriás, fehér törpe, neutroncsillag, szupernóva, fekete lyuk.

1. Csillagkeletkezés

A csillagok nagy tömegű ($\sim 10^3 - 10^5 M_\odot$) intersztelláris molekulafelhők belsejében, gravitációs összehúzódás során jönnek létre. A Tejútrendszerben számos ilyen csillaggyártó molekulafelhőt ismerünk, ezek közül a Naphoz legközelebbi a Nagy Orion-köd (2.1.. ábra). Egy tipikus óriás molekulafelhő mérete $10 - 100$ parszek közötti, hőmérséklete 10 – 50 K között van. A molekulafelhőt alkotó anyag átlagos számsűrűsége (koncentrációja) 10^2 – 10^4 cm^{-3} lehet. Egy ilyen felhő teljes élettartama nagyjából 30 millió év, ezalatt teljes tömegének néhány százalékát alakítja át csillagokká.

Az egyik legismertebb csillagkeletkezési terület, a Nagy Orion-köd a Hubble- és a Spitzer-űrtávcső felvételeiből készített, hamisszínes kombinált képen (kék és zöld: optikai tartomány, narancs: 3,6μm, vörös: 8,0 μm; forrás: www.nasa.gov).

1.1. Gravitációs kollapszus, Jeans-tömeg

A molekulafelhők dinamikus egyensúlyhoz közeli állapotban vannak. Ebben az állapotban érvényes a viriáltétel (lásd 1.1.1. fejezet):

$$2U+\Omega \;\approx\; 0 \tag{2.1}$$

ahol $U=(3/2)NkT=(3/2)M(\mathcal{R}/\mu)T$ a felhő teljes belső energiája (T a hőmérséklet, N a teljes részecskeszám, k a Boltzmann-állandó, $\mathcal{R}$ az egyetemes gázállandó, μ az átlagos molekulasúly), $\Omega \approx -(3/5)GM^2/R$ a felhő teljes gravitációs potenciális energiája. A felhő egészének makroszkópikus mozgási energiáját itt és a továbbiakban elhanyagolhatónak tételezzük fel.

Amennyiben valamilyen perturbáció hatására az egyensúly megbomlik, előfordulhat, hogy $||>2U$ lesz. Ekkor a gravitáció legyőzi a nyomást, és a felhő összehúzódásba kezd. U és Ω fenti kifejezéseit beírva megmutatható, hogy az ehhez szükséges kritikus tömeg (Jeans-tömeg):

$$M_J \;=\; \left(\frac{3}{4\pi}\frac{5\mathcal{R}}{G\mu}\right)^{\frac{1}{2}} T^{\frac{3}{2}}\rho^{-\frac{1}{2}}. \tag{2.2}$$

Ha tehát a felhő egészének, vagy egy részének össztömege meghaladja a Jeans-tömeget, a felhő gravitációs összehúzódásba kezdhet.

A Jeans-tömeggel analóg mennyiség a Jeans-hossz, ez egy Jeans-tömegnyi egyenletes sűrűségű gömb sugarával egyezik meg:

$$R_J=\left(\frac{3M}{4\pi\rho}\right)^{\frac{1}{3}} \;=\; \sqrt{\frac{15\mathcal{R}}{4\pi\mu G}\frac{T}{\rho}}. \tag{2.3}$$

Ennek fizikai tartalma szintén hasonló a Jeans-tömegéhez: ha a felhő karakterisztikus mérete adott sűrűség és hőmérséklet mellett meghaladja a Jeans-hosszat, a felhő összehúzódhat.

A fenti egyszerű fizikai képről azonban az utóbbi években kiderült, hogy nem írja le teljesen az ismert molekulafelhők fizikai viszonyait. Ezek ugyanis viszonylag alacsony hőmérsékletűek, tömegük jóval meghaladja a Jeans-tömeget, mégsem omlanak össze. A hőmozgás mellett tehát valami még hozzájárul a gravitációs energia kiegyensúlyozásához. Kiderült, hogy ez nem más, mint a felhők jelentős mágneses energiája:

$$W_M \;=\; \frac{1}{8\pi}\int |B|\,dV, \tag{2.4}$$

ahol B a felhő mágneses indukciója. Mágneses tér esetén a viriáltétel egyensúlyi alakja is módosul:

$$2U+\Omega+W_M \;=\; 0. \tag{2.5}$$

Látható, hogy ebben az esetben a Jeans-tömeg megnő, hiszen ekkor a gravitációnak a mágneses energiát is le kellene győznie. A tapasztalat szerint az erősebb mágneses terű felhők hosszabb távon stabilisak maradnak, ellentétben a gyengébb mágneses mezejű sűrű felhőmagokkal.

1.2. Izotermikus összehúzódás

Ha a felhőben megindul a gravitációs összehúzódás, az anyag kezdetben olyan ritka, hogy a felszabaduló gravitációs energia akadálytalanul eltávozik (általában infravörös sugárzás formájában). Az összehúzódás így kezdetben a szabadesési időskálán zajlik:

$$t_{ff} = \sqrt{\frac{R^3}{GM}}. \tag{2.6}$$

Az így létrejövő sugárzás luminozitása $L_{ff} \sim \Omega/t_{ff}$ jellemzően a távoli infravörös tartományba esik. Mivel a felszabaduló energia kisugárzódik, a felhő hőmérséklete közel állandó marad. Ez az izotermikus összehúzódás szakasza.

Izotermikus összehúzódás során a felhő Jeans-tömege folyamatosan csökken, mivel (2.2) értelmében $M_J \sim 1/\sqrt{\rho}$, és ρ az összehúzódás során nő. Ezért egy idő után a felhő kisebb részei maguk is instabilakká válnak, és önálló összehúzódásba kezdenek. Ez a jelenség a fragmentáció. Feltehetően így jönnek létre a molekulafelhőkben megfigyelhető sűrű felhőmagok, amelyekben jelentős a csillagközi por koncentrációja is.

1.3. Adiabatikus összehúzódás

Az izotermikus összehúzódás addig tart, amíg a felhő olyan sűrű nem lesz, hogy már elnyeli a saját sugárzását, tehát optikailag vastaggá válik. Ezután a felszabaduló (hővé alakuló) gravitációs energia már nem tud zavartalanul eltávozni, hanem csak lassú sugárzási diffúzió során. Ezért a felhő belső energiája és hőmérséklete elkezd növekedni. Ez az adiabatikus összehúzódás állapota.

A felhő akkor válik átlátszatlanná (optikailag vastaggá), ha a teljes optikai mélységére igaz, hogy $\tau=\kappa\rho R\geq1$, ahol κ a felhő átlagos opacitása, R a felhő sugara. A sűrűséget a tömeggel és a sugárral kifejezve adódik, hogy ez az állapot akkor következik be, amikor a felhő mérete nagyságrendileg $R \sim \sqrt{\kappa M}$ lesz.

Adiabatikus folyamat során $T\sim\rho\gamma^{-1}$, ahol γ a felhő átlagos adiabatikus kitevője. Ezt kihasználva a Jeans-tömeg sűrűségfüggésére $M_J \sim \rho^{(3\gamma-4)/2}$ adódik. Mivel $\gamma>4/3$, a kitevő pozitív lesz, tehát növekvő sűrűségnél M_J is nő. Adiabatikus összehúzódáskor tehát a fragmentáció leáll.

1.4. Protocsillagok evolúciója

Miután a fragmentáció leáll, a felhőmag lassú adiabatikus összehúzódással zsugorodik: kialakul a protocsillag. A protocsillag luminozitása továbbra is a felszabaduló gravitációs energiából származik:

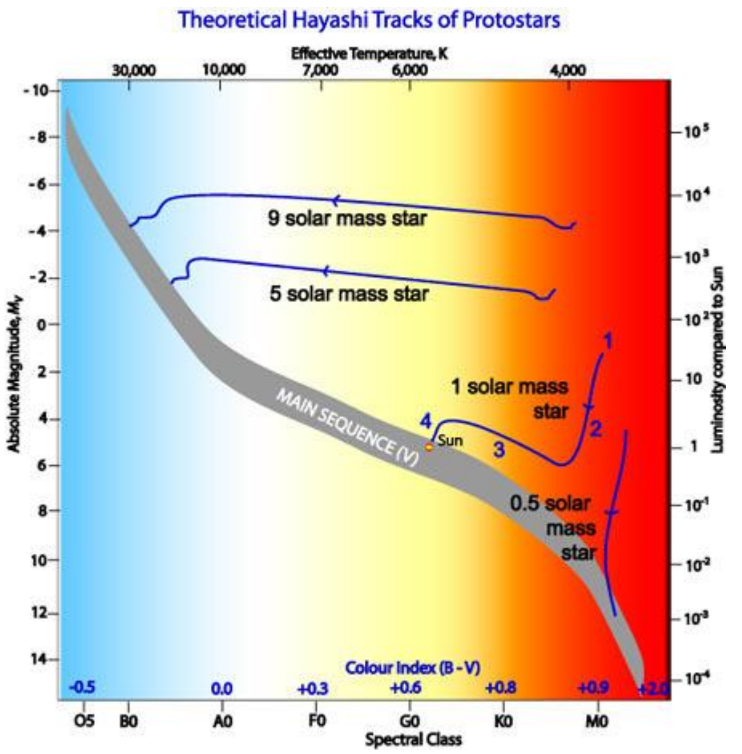
$$L \sim \frac{d}{dt}|\Omega| \simeq -\frac{GM^2}{R^2}\frac{dR}{dt}. \tag{2.7}$$

Látszik, hogy a luminozitást főként a felhő összehúzódási sebessége határozza meg. Ez fordítva is igaz: a protocsillag olyan ütemben képes zsugorodni, amilyen gyorsan ki tudja sugározni a felszabaduló energiatöbbletét. Az így kialakuló luminozitás kezdetben általában igen nagy, ezért az alacsony hőmérsékletű, átlátszatlan protocsillagok belsejéből csak a konvekció tudja hatékonyan elszállítani az energiát. A kialakuló protocsillagok tehát teljesen konvektívak lesznek.

Teljesen konvektív csillagokra megmutatható, hogy a luminozitás, a tömeg és az effektív hőmérséklet között az alábbi összefüggés érvényes:

$$L \sim M^6 T_{eff}^{-6}. \tag{2.8}$$

Eszerint egy adott tömeg mellett, ha a hőmérséklet a lassú adiabatikus összehúzódás során nő, a luminozitás meredeken csökken. A protocsillagok tehát a Hertzsprung–Russell-diagram nagy luminozitású és alacsony hőmérsékletű tartományából (jobb felső sarok) szinte függőleges útvonalakon haladnak a kisebb luminozitások felé. Ez az útvonal a Hayashi-vonal (2.2.. ábra).



Különböző tömegű csillagok fejlődése a fősorozat elérése előtt (forrás: ©opyright CSIRO Australia, http://outreach.atnf.csiro.au)

Amikor a protocsillagban a hőmérséklet kb. 10^5 K fölé emelkedik, az átlátszatlanságot okozó molekulák és atomok disszociálnak, ill. ionizálódnak, így az opacitás csökken. Ezáltal a konvektív energiaterjedés helyett a sugárzási (radiatív) energiatranszport válik jelentősebbé. Ekkor a luminozitás és az effektív hőmérséklet közötti összefüggés átalakul:

$$L \sim M^{10/3} T_{eff}^{4/3}. \tag{2.9}$$

A luminozitás növekvő hőmérséklet mellett szintén növekedni fog, a csillag tehát a Hertzsprung–Russell-diagramon balra fordul, és mind a luminozitását, mind az effektív hőmérsékletét növelve eléri a fősorozatot. Ez utóbbi az az állapot, amikor a csillag magjában beindul a H → He fúzió. A számítások szerint erre az M>0,08 $M_\odot$ tömegű protocsillagok képesek. Az ennél kisebb tömegű magok nem érik el a fősorozatot, hanem alacsony hőmérsékletű, főleg infravörösben sugárzó barna törpévé válnak.

1.5. A forgás szerepe, korongképződés

A protocsillagok összehúzódása nem gömbszimmetrikusan történik, mivel az összehúzódás során a felhő impulzusmomentuma ($J \sim MRv_{rot}$) megmarad. Ha a tömeg állandó és a sugár csökken, a forgási sebesség nőni fog. A növekvő forgási sebesség miatt a forgástengelyre merőleges irányban nő a centrifugális erő is, ami egy idő után összemérhetővé válik a gravitációval:

$$\frac{GM}{R_a^2} \simeq R_a \omega^2, \tag{2.10}$$

ahol R_a a kritikus sugár. Ezután az összehúzódás csak a forgástengely irányában folytatódhat tovább, a forgástengelyre merőlegesen nem. Ezáltal a felhő összelapul, és egy protosztelláris akkréciós korong képződik. Az impulzusmomentum fenti definícióját kihasználva az akkréciós korong sugarára adódik:

$$R_a = \frac{J^2}{GM^3}. \quad (2.11)$$

Az akkréció során a magba hulló anyag növeli a luminozitást. Ez az összehúzódás harmadik szakasza, az akkréciós szakasz.

A fősorozat előtti protocsillagok leggyakrabban ún. T Tauri csillagokként jelennek meg. Ezek infravörös többletsugárzással jellemezhető, szabálytalan változócsillagok, amelyek körül gyakran még megfigyelhető a protosztelláris korong is. Az akkréciós korongra merőlegesen néha erős csillagszél áramlik ki a protocsillagról, amely a csillagkörüli anyagba ütközve sugárzást hoz létre. Így keletkeznek a Herbig–Haro-objektumok.

1.6. Kezdeti tömegfüggvény

Mivel a fragmentáció miatt egy molekulafelhőben általában sok csillag keletkezik, ezek tömeg szerinti eloszlása a tapasztalat szerint nem lesz homogén: kisebb tömegű csillagból több, míg nagyobb tömegűből kevesebb keletkezik. Az ezt leíró függvény a kezdeti tömegfüggvény: $f(m)=dN/dm$.

A tapasztalat szerint a kezdeti tömegfüggvény a csillag tömegétől hatványfüggvény szerint függ:

$$f(m) = \frac{dN}{dm} = Km^{-(1+\alpha)}, \quad (2.12)$$

ahol $\alpha \approx 1.35$ (Salpeter-féle tömegfüggvény). Ez az 1 $M_\odot$-nél kisebb, illetve a kb. 20 $M_\odot$-nél nagyobb tömegű csillagokra nem teljesen pontos, de közelítő számításokra jól használható.

2. Csillagfejlődés a fősorozaton

Fősorozatnak (Main Sequence) a Hertzsprung–Russell-diagramon átlós irányban húzódó, csillagokkal sűrűn benépesített sávot nevezzük (2.x. ábra). Az itt elhelyezkedő csillagok közös jellemzője, hogy magjukban H → He fúzió zajlik (lásd 1.6.10. fejezet).

A fősorozati állapot minden csillag leghosszabb ideig tartó fejlődési szakasza. Ennek belátásához tekintsünk egy M tömegű csillagot, amelynek kezdeti hidrogéntartalma $X=M_H/M=0.7$. A fősorozati állapot során a csillag luminozitása az empirikus tömeg-fényesség reláció értelmében $L \sim M^4$. Mivel a fúzió csak a csillag magjában képes végbemenni, és a mag tömege a teljes tömeg kb. 10%-a, a H → He fúzió lehetséges időtartama években:

$$\tau_{MS} = \frac{0.1MX\epsilon}{L} = \frac{0.07M\epsilon}{L_\odot(M/M_\odot)^4} \quad (2.13)$$

ahol ε a H → He fúzió tömegegységre jutó energiahozama. Látható, hogy míg egy Naphoz hasonló csillag kb. 10^{10} évig fősorozati állapotú lehet, addig egy 10-szer akkora tömegű csillag „csak” kb. 10 millió évig.

2.1. A kémiai összetétel változása

A H → He fúzió a kémiai összetétel lassú megváltozásával jár, ami idővel a csillagszerkezet átalakulását okozza. Tekintsünk először egy kis tömegű csillagot, amelynek magjában csak a proton-proton ciklus termel energiát. Ekkor a H-magok koncentrációjának időbeli változása így írható:

$$\frac{dn_H}{dt} = -4r_{pp} = -4\frac{\rho\epsilon_{pp}}{Q_{pp}} \quad (2.14)$$

ahol r_{pp} a reakcióráta, ε_{pp} a folyamat energiahozama egységnyi tömegre, Q_{pp} pedig egy reakció során termelt energia. A 4-es szorzó azért jelenik meg, mert egy p-p ciklus során 4 H-mag alakul át.

Ha a mag H-tartalmát tömegszázalékban (X) fejezzük ki, akkor $X = n_H m_H/\rho$, ahol m_H az atomi tömegegység (kb. a H-mag tömege). A H-tartalom változására adódik

$$\frac{dX}{dt} = -\frac{4\epsilon_{pp}m_H}{Q_{pp}} = -\frac{\epsilon_{pp}}{q_{pp}}, \tag{2.15}$$

ahol q_{pp} az egy H-magra eső termelt energiát jelöli.

Ha a csillag tömege nagyobb, akkor nemcsak a p-p, hanem a CNO-ciklus során termelt energiát is figyelembe kell venni. Ekkor a (2.15) egyenlet így módosul:

$$\frac{dX}{dt} = -\frac{\epsilon_{pp}}{q_{pp}} - \frac{\epsilon_{CNO}}{q_{CNO}}. \tag{2.16}$$

Mivel a fősorozaton csak H → He fúzió lehetséges, más elemek fúziója nem, ezért a mag He-tartalmának (Y) megváltozása egyszerűen $dY/dt=-dX/dt$.

A kémiai összetétel globális hatásának jellemzésére jól használható paraméter az átlagos molekulasúly (lásd 1.2 fejezet). Ha a csillag hidrogén-, hélium- és nehézelemtartalmát tömegszázalékban rendre X, Y, Z-vel jelöljük ($X+Y+Z=1$), a μ átlagos molekulasúlyra adódik, hogy $1/\mu=2X+(3/4)Y+(1/2)Z$. Ennélfogva a mag átlagos molekulasúlyának időbeli változását így fejezhetjük ki:

$$\frac{d\mu}{dt} = -\mu^2\left(2\frac{dX}{dt} + \frac{3}{4}\frac{dY}{dt}\right) = \tag{2.17}$$

A mag He-tartalmának folyamatos növekedése miatt μ is növekszik időben. Az állapotegyenlet értelmében a mag nyomása fordítottan arányos μ-vel: $P=\rho\mathcal{R}T/\mu$. A mag nyomásának az egyensúly fenntartása érdekében időben állandónak kell maradnia. Ha azonban μ nő, P csak akkor maradhat állandó, ha közben ρ és/vagy T is növekszik. Mind a sűrűség, mind a hőmérséklet lassú növekedése növeli a fúzió reakciórátáját, vagyis a magfúzió sebessége is nőni fog. Ez tovább gyorsítja a molekulasúly növekedését, tehát egy pozitív visszacsatolás alakul ki: a csillagmag egyre gyorsuló ütemben égeti el hidrogéntartalmát.

A Naphoz hasonló tömegű csillagok a növekvő centrális sűrűségre és hőmérsékletre mind sugaruk, mind luminozitásuk lassú növelésével reagálnak. A Nap fősorozati életkora kb. 6 milliárd év. A számítások szerint kb. 1 – 1,5 milliárd év múlva luminozitása 20 – 30%-kal nagyobb lesz, és mérete is a jelenlegi kétszeresére duzzad. Fejlődése jelentősen felgyorsul a fősorozat utáni szakaszban, amivel a részletesebben a következő fejezetben foglalkozunk.

A Napnál sokkal nagyobb tömegű csillagok ettől kissé eltérő módon fejlődnek a fősorozaton. Kb. 20 $M_\odot$ felett ugyanis a luminozitás nagyjából egyenlő az Eddington-féle kritikus fényességgel (1.5.2. fejezet): $L\approx(4\pi Gc/\kappa)M$, ahol κ a csillag átlagos opacitása. Amikor a magreakciók gyorsulása miatt a csillag növelné luminozitását, az tömegvesztést indít el, emiatt a centrális sűrűség és hőmérséklet csökken, a magreakciók lelassulnak. Itt tehát kevésbé alakul ki a fent említett pozitív visszacsatolás. Ezen csillagok luminozitása állandó, így a Hertzsprung–Russell-diagramon vízszintes irányban fejlődnek a fősorozattól az óriáság felé (2.3.. ábra).

2.2. Izotermikus He-mag, Schönberg–Chandrasekhar-határ

A fősorozati állapot végére a csillag magja egy közel izotermikus He-gömbbé válik. Mivel a centrális hőmérséklet nem elég magas, a He egyelőre nem képes fuzionálni, így a mag inaktív marad. H → He fúzió egyedül a magot övező vékony H-gazdag héjban mehet végbe. Az ebből keletkező He folyamatosan növeli a mag tömegét, ami így lassan tovább zsugorodik és melegszik.

Az izotermikus He-magra a külső H-burok jelentős nyomást gyakorol, amit a mag nyomásának kompenzálnia kell. Ennélfogva a He-magra a viriáltétel az alábbi alakú lesz:

$$2\cdot U_c + \Omega_c = 3P_1V_c, \tag{2.18}$$

ahol U_c, Ω_c és V_c rendre a mag belső energiája, gravitációs energiája és térfogata, P_1 pedig a burokból származó külső nyomás. Figyelembe véve, hogy $U_c = (3/2) M_c \mathcal{R} T / \mu_c$ és $\Omega_c = -(3/5) G M_c^2 / R_c$ (a c index mindig a He-magra vonatkozó mennyiségeket jelöli), a külső nyomás így fejezhető ki:

$$P_1 = \frac{3}{4\pi R_c^3} \left(\frac{M_c}{\mu_c} \mathcal{R} T - \frac{G M_c^2}{5 R_c} \right). \tag{2.19}$$

Az egyensúly fennmaradásához a fenti egyenleteknek teljesülniük kell. Könnyen belátható azonban, hogy a He-mag tömegének növelésével a fenti képletben szereplő P_1 nem monoton nő, hanem létezik egy maximális értéke: $P_1^{max} \sim (1/G^3 M_c^2)(\mathcal{R} T_c / \mu_c)^4$. Ez nagyon hasonló alakú kifejezés ahhoz, mint amit a csillag teljes tömegének és centrális hőmérsékletének kifejezéséből kaphatunk a centrális nyomásra (lásd 1.3. fejezet): $P_c \sim (1/G^3 M^2)(\mathcal{R} T_c / \mu)^4$, ahol M és μ a csillag teljes tömege és átlagos molekulasúlya. Mivel a mag egyensúlyához $P_c \approx P_1$ szükséges, ebből kifejezhető az egyensúlyban lévő He-mag maximális tömege:

$$\frac{M_c}{M} \approx 0,54 \left(\frac{\mu}{\mu_c} \right)^2. \tag{2.20}$$

Mivel $\mu_c > \mu$, ezért $M_c < M$. A pontosabb számítások szerint $M_c \approx 0,1M$, tehát az izotermikus, inaktív He-mag a teljes csillagtömeg kb. 10%-át képes megtartani. Ezt nevezzük Schönberg–Chandrasekhar-határnak.

3. Csillagfejlődés az óriáságon

Amikor a mag tömege túllépi a Schönberg–Chandrasekhar-határt, már nem képes megtartani saját tömege mellett a fölötte lévő burok tömegét is, ezért összehúzódásba kezd. A zsugorodó mag egyre melegebb lesz, ezért a vele határos külső héjban a H → He fúzió egyre hevesebben zajlik. A csillag fejlődése ekkor felgyorsul, a burok gyorsan tágul, míg a mag összehúzódik. Így a csillag viszonylag gyorsan az alacsony effektív hőmérsékleteknél húzódó óriáságra kerül. A további fejlődés részletei különbözőek a kis ($M \sim 1 M_\odot$) és a nagy ($M > 3 M_\odot$) tömegű csillagokra, ezért ezeket külön tárgyaljuk.

3.1. Kis tömegű csillagok

A kis tömegű csillagok viszonylag alacsony luminozitásnál érik el az óriáságat (Red Giant Branch), mivel addig a termelt energia jelentős része a burok tágulási munkájára fordítódik. Amikor az effektív hőmérséklet kb. 3000 K-re csökken, a burokban jelentőssé válik a konvektív energiatranszport (lásd 1.5.3. fejezet). Ekkor az energiaterjedés jóval hatékonyabbá válik, így a burok tágulása megáll. A konvekció egészen a magig leérve felkeveri a mélyebb rétegek anyagát a felszínre, így a csillagburok kémiai összetétele a korábbi inhomogén struktúrához képest jóval homogénabbá válik.

A csillag ezután a konvektív csillagokra érvényes Hayashi-vonal (2.1.4. fejezet) mentén fejlődik tovább: luminozitása egyre nő, míg effektív hőmérséklete alig változik. Ez az állapot egészen nagy luminozitásokat ($L \sim 1000 L_\odot$) eredményezhet, így a csillag lényegében az óriáság tetejéig eljuthat.

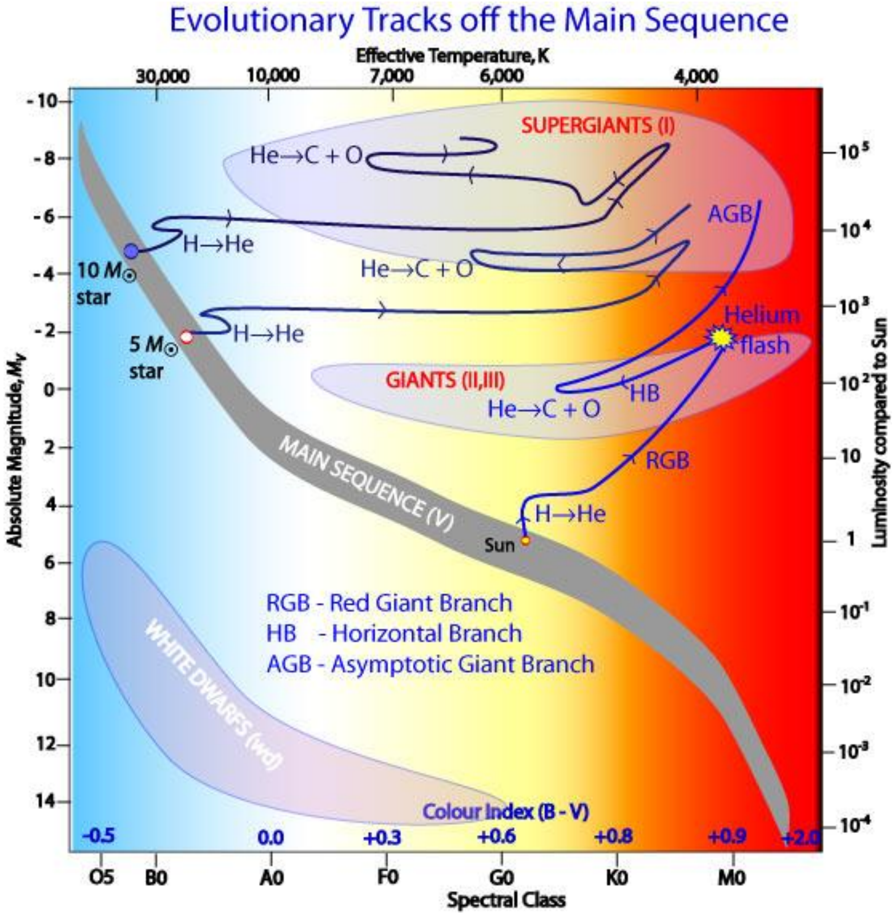
Az egyre zsugorodó He-mag egy kritikus sűrűség elérésekor elfajult (degenerált) állapotba kerül (lásd 1.4.1. fejezet). Ebben az állapotban a szabad elektronok közti átlagos távolság a de Broglie-hullámhossz nagyságrendjébe esik, az elektronok Fermi-energiája pedig összemérhetővé válik a termikus energiával: $E_F \approx kT$. A mag nyomásához ettől kezdve hozzáadódik az elfajult elektrongáz nyomása: $P \sim \rho^{5/3}$.

Ha a csillag tömege 0,5 $M_\odot$-nél kisebb, az elfajult elektrongáz nyomása megállítja a mag további kontrakcióját, még mielőtt az elérhetné a 10^8 K hőmérsékletet. Ha azonban $M > 0,5 M_\odot$, a mag tovább zsugorodik, és eléri a 10^8 K hőmérsékletet. Ekkor beindul a He → C fúzió (3α-folyamat, lásd 1.6.10. fejezet). Mivel az elfajult anyag nyomása nem függ a hőmérséklettől, a fúzió során termelt energia a hőmérsékletet növeli, a nyomást viszont nem. Így a mag nem kezd hirtelen tágulásba, azaz a meredeken emelkedő hőmérséklet tovább gyorsítja a fúziót. A fúziós folyamat ennélfogva hirtelen, robbanásszerűen indul be a magban, ez a héliummag-felvillanás (He-core flash). Ez azért nem vezet a csillag teljes felrobbanásához, mert a növekvő hőmérséklet egy idő után megszünteti az elektronok degenerációját. A nyomás újra függeni fog a hőmérséklettől, a mag ezután kitágul, lehűl, így a fúzió kontrollálttá válik.

A He-égés beindulásakor a csillag új egyensúlyi helyzetet alakít ki: a magban He → C fúzió, a magot övező héjban H → He fúzió termel energiát. Ekkor a csillag nagyjából a vörös óriás ág felénél található sűrűn populált sávba kerül. Ez a horizontális ág a fémgazdag csillagokra az óriásághoz közeli effektív hőmérsékleteknél, fémszegényebb csillagokra viszont valamivel magasabb hőmérsékleteknél helyezkedik el.

A magban egyre gyarapodó inaktív széngömb a mag sűrűségét növeli, míg a héjbeli H-égés a burok lassú tágulását eredményezi. A horizontális ágról a csillag ismét az óriáság teteje felé fejlődik, de a Hayashi-vonaltól balra, kissé magasabb effektív hőmérsékletek mellett. Ez az útvonal az aszimptotikus óriáság (Asymptotic Giant Branch, AGB).

Az óriáság tetején a H-égető héj alján elhelyezkedő, enyhén elfajult He-héjban is beindul a He → C fúzió. Itt ugyanaz játszódik le, mint korábban a magban, csak kisebb energiával (hélimhéj-felvillanás). Ez akár többször is végbemehet, így jönnek létre a termális pulzusok. Ezek hatására a csillag elveszti a külső burkát. A visszamaradó, vékony He-réteggel övezett, szénben gazdag mag pedig fehér törpévé válik (lásd 1.4. fejezet).



Fősorozat utáni fejlődési útvonalak 1, 5 és 10 naptömegű csillagok esetében (forrás: ©opyright CSIRO Australia, http://outreach.atnf.csiro.au)

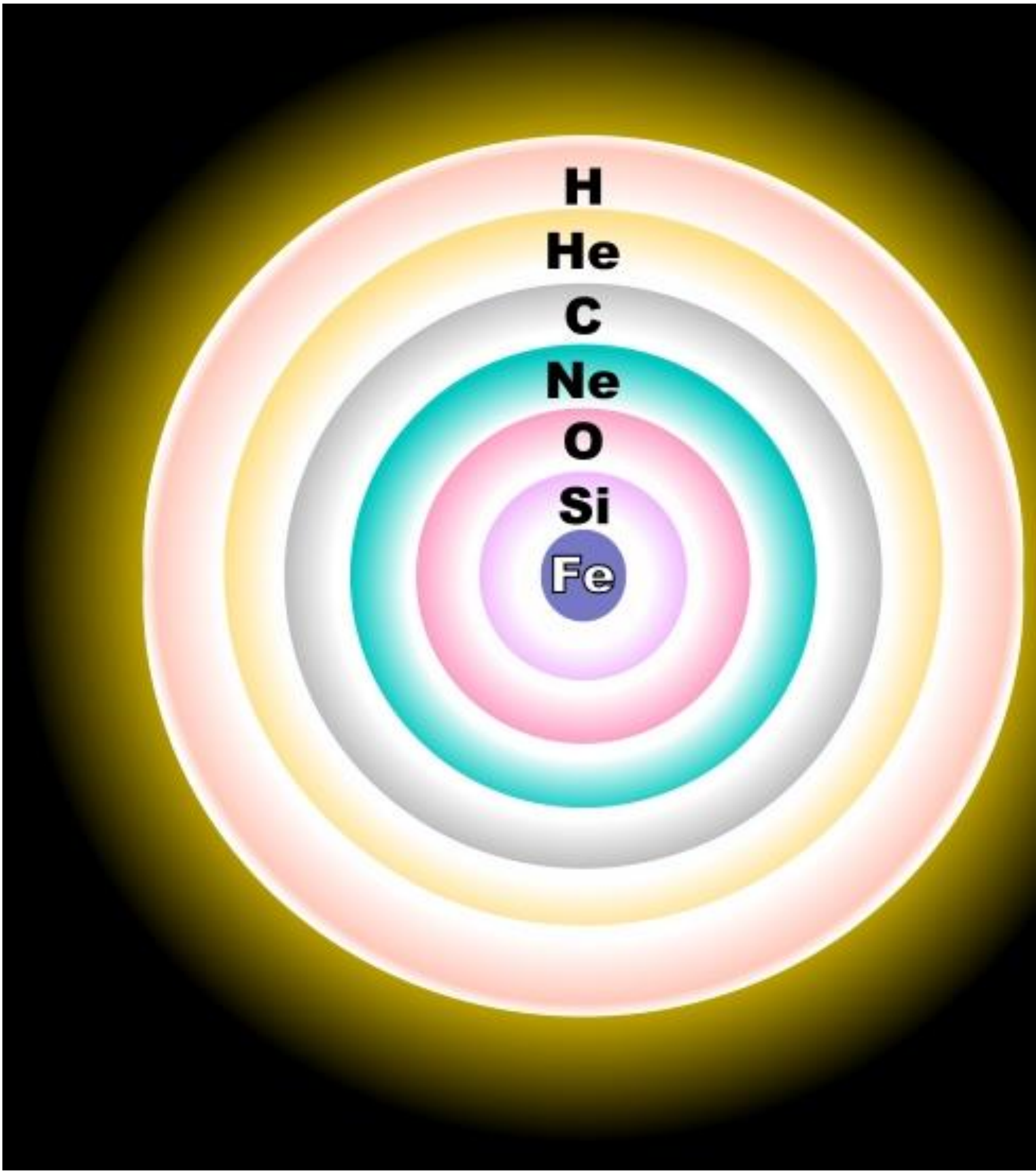
3.2. Nagy tömegű csillagok

Nagy tömegű ($M>3M_\odot$) csillagokban a fenti kép azért módosul, mert a He-mag még azelőtt elkezd fuzionálni, mielőtt degenerált állapotba kerülhetne. Így a csillag nem a horizontális ágra kerül, hanem csak kissé eltávolodik a Hayashi-vonaltól a magasabb hőmérsékletek felé (kék hurkok). A kék hurkokról idővel ismét az óriáságra kerül a csillag, az inaktív mag összehúzódik, a burok kitágul.

A $3<M<8M_\odot$ között a kialakuló, szénből és oxigénből álló mag jórészt inaktív marad, és az elektronok elfajulása után stabil egyensúlyi állapotba kerül. Ezután a csillag az óriáság tetején a termális pulzusok hatására megszabadul a külső buroktól. A csillagmag szén-oxigén fehér törpeként fejezi be életét.

Ha a tömeg 8 $M_{\odot}$-nél nagyobb, a számítások szerint nemcsak a szén, hanem a neon fúziója is beindul a magban. Ekkor ismét egy kék hurokra kerül a csillag. A szén fúzióját követően újabb és újabb, egyre nehezebb elemek fúziója indul be a magban. Mivel a nehéz elemek fúziója egyre kisebb energiahozamú, az egyensúly fenntartása érdekében a fúziós rátának egyre nagyobbá kell válnia. A csillag ezért egyre gyorsabban égeti el a nukleáris tüzelőanyagát. Az utolsó folyamat, a Si → Fe fúzió karakterisztikus ideje kb. 2 nap.

Végeredményként egy tisztán vasból álló mag jön létre. A vasmag feletti burok kémiai összetétele nagyon inhomogén lesz, jellegzetes hagymahéj-szerkezet jön létre, kifelé egyre csökkenő tömegű elemekkel (2.4.. ábra).



A nagy tömegű csillagok fősorozat utáni fejlődésének végén kialakuló, jellegzetes hagymahéj-szerkezet (forrás: en.wikipedia.com).

A vasmag kialakulása után a csillag sorsa meg van pecsételve: a vasmag tömege egyre hízik, de további fúzióra immár nem képes. Ez addig tart, amíg el nem éri a Chandrasekhar-tömeget (1.4.2. fejezet). Ekkor a vasmag összeroppan, a külső burok pedig heves robbanással ledobódik. Ez a folyamat a szupernóva-robbanás (lásd 2.4.2. fejezet).

4. Csillagfejlődési végállapotok

4.1. Fehér törpék evolúciója

A fehér törpecsillagokban az elfajult elektrongáz nyomása tart egyensúlyt a gravitációval. A fehér törpék struktúrájának érdekessége, hogy méretük fordítottan arányos a tömegükkel, ellentétben a csillagok tömeg-sugár összefüggésével. A hidrosztatikai egyensúly miatt a centrális nyomás közelítőleg $P_c \sim (GM^2)/R^4$, az elfajult elektrongáz nyomása pedig $P_e = K\rho^{5/3}$. Mivel $P_c \approx P_e$, a sűrűséget a tömeggel és a sugárral kifejezve adódik a fehér törpék tömeg-sugár relációja:

$$\left(\frac{M}{M_\odot}\right) = 10^{-6}\left(\frac{R}{R_\odot}\right) \tag{2.21}$$

Mivel a fehér törpék belsejében nincs fúziós energiatermelés, ezek a belső termikus energiájukat sugározzák ki, eközben lassan hűlnek és halványodnak. A fehér törpék hűlési törvényét egyszerűen becsülhetjük abból, hogy luminozitásuk a belső energia időbeli csökkenéséből származik: $L=-dU/dt=-C(dT/dt)$, ahol C a csillag teljes hőkapacitása. Feltéve, hogy a luminozitás és a hőmérséklet összefüggése a Stefan–Boltzmann-törvényhez hasonló, azaz $L\sim T^4$, a luminozitásra a következő egyenletet kapjuk:

$$\frac{dL}{dt} = k_1 \cdot L^{7/4}, \tag{2.22}$$

ahol k_1 a csillag paramétereitől függő, időben kb. állandónak tekinthető tagokat foglalja össze. A fenti szétválasztható változójú differenciálegyenletet megoldva, a fehér törpék lehűlési törvényére adódik:

$$L \sim t^{-4/3}. \tag{2.23}$$

Tehát a fehér törpék luminozitása időben hatványfüggvény szerint csökken. Pontosabb számításokkal a hatványkitevő $-7/5$-nek bizonyul. Ez alapján a fehér törpék lehűlési ideje években kifejezve:

$$t_{cool} = 4.6 \times 10^6 \left(\frac{L}{L_\odot}\right)^{-5/7}. \tag{2.24}$$

Egy tipikus fehér törpe tömege kb. 0,6 $M_\odot$, luminozitása $3\times10^{-5}L_\odot$, ezek alapján a lehűlési ideje $\sim 10^{10}$ év.

4.2. Szupernóvák

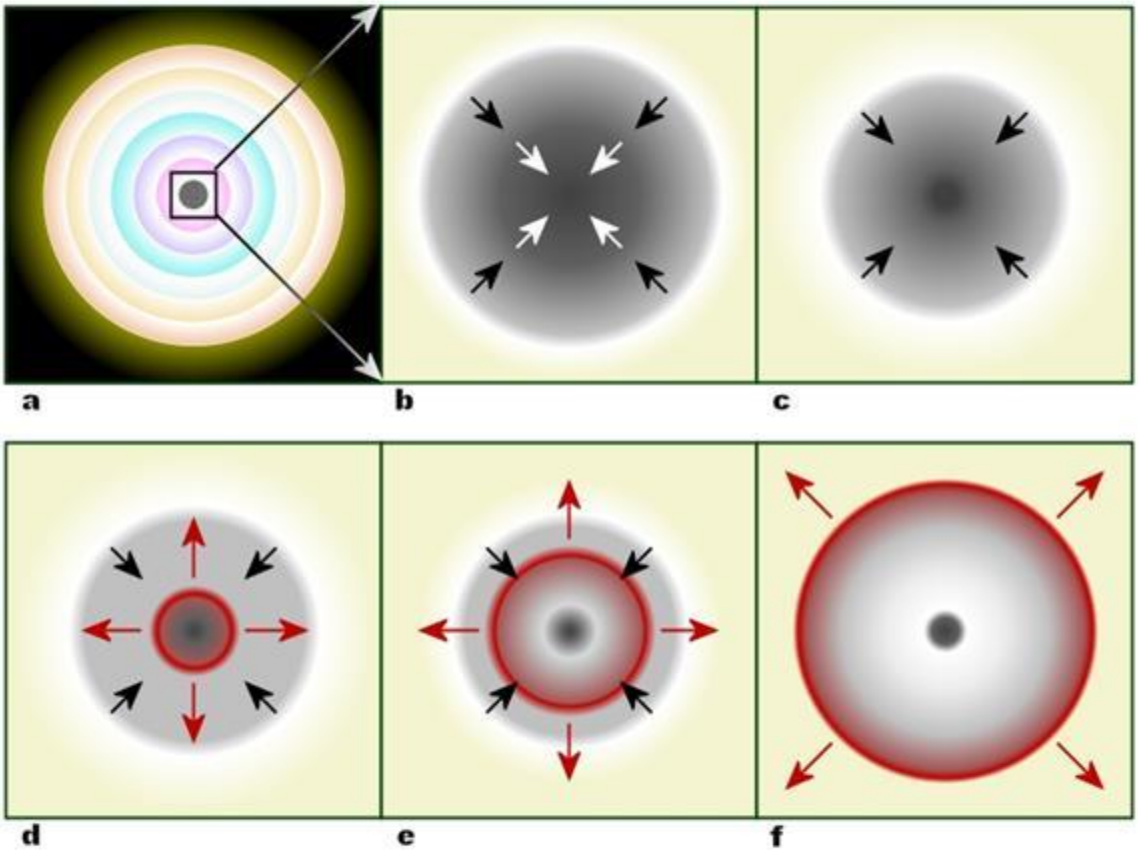
A $8M_\odot$-nél nagyobb tömegű csillagok magjában a fúzió egészen a vasig végbemegy (lásd 2.3.2. fejezet). Az ilyen csillagmagok nem maradnak meg stabil fehér törpe állapotban. Amikor a mag sűrűsége eléri a $\sim 10^{10}$ g/cm^3-t, hőmérséklete a $\sim 8\cdot 10^9$ K-t, lehetővé válik a gyenge kölcsönhatás vezérelte inverz béta-bomlás:

$$p + e^- \to n + \nu_e \tag{2.25}$$

(lásd 1.6.9. fejezet). A neutronizáció során a magban lecsökken a szabad elektronok sűrűsége. Ez hirtelen kibillenti a csillagot egyensúlyi állapotából, ugyanis a vasmagban a nyomás nagyrészt az elfajult elektrongáztól származik. Az elfajult elektronok eltűnése miatt a nyomás lecsökken, emiatt a mag saját gravitációjának és a fölötte lévő vastag burok súlyának következtében összeomlik. Ez a folyamat a magkollapszus.

A vasmag tömege a kollapszus pillanatában kb. a Chandrasekhar-tömeg (1.4.2. fejezet), sugara kb. 0,01 $R_\odot$. Az összeomlás időskálája a szabadesési időskála (2.1.2. fejezet), kb. 1 s.

Az összeomló vasmagban a neutronizáció teljessé válik, azaz kb. egy Chandrasekhar-tömegű neutrongömb jön létre (neutroncsillag). A kollapszust a neutronok elfajulása képes csak befolyásolni, kb. $\sim 10^{14}$ g/cm^3 sűrűség elérésekor. A neutronok elfajulásával a nyomás hirtelen megnő, így a neutrongömb összeomlása lelassul, vagy megáll. A mag feletti, nem elfajult gázból álló burok azonban továbbra is szabadeséssel zuhan a magra, amelyet elérve visszapattan. A visszapattanó és a még befelé hulló rétegek ütközésénél nagy sűrűségű lökéshullám alakul ki, amely kifelé egyre növekvő sebességgel terjed. A lökéshullám felfűti és ledobja a nagy tömegű csillagburkot, amely egy nagy ($\sim$10000 km/s) sebességgel táguló, $\sim 10^5$ K kezdeti hőmérsékletű tűzgolyót hoz létre. Ez a folyamat a szupernóva-robbanás (vázlatosan lásd a 2.5.. ábrán).



A kollapszár szupernóva-robbanások folyamata (vázlatosan): (a)-(b) A kialakuló csillagszerkezet közepén lévő vasmag nyomásának lecsökkenésekor megindul annak összehúzódása; (c) a mag belsejében tömör, elfajult állapotú neutrongömb alakul ki, (d) az erre zuhanó gázanyag visszapattanva kifelé terjedő lökéshullámot hoz létre (pirossal jelezve); (e) a lökéshullám energiát veszt és lelassul, (f) de a neutrínók és gázanyag kölcsönhatása révén plusz energiát nyerve újra felgyorsul és végül a külső rétegek robbanásszerű ledobódását okozza (forrás: en.wikipedia.com).

A magkollapszus során felszabaduló gravitációs energia nagyságrendileg

$$\Delta E = G M_c^2 \left(\frac{1}{R_n} - \frac{1}{R_c} \right) \sim 10^{55} \qquad (2.26)$$

ahol R_n a kialakuló neutroncsillag sugara ($\sim$10 km), R_c pedig a mag kezdeti sugara ($\sim 0{,}01 R_\odot$). Ennek nagy részét azonban elviszik a magból távozó neutrínók (2.25. képlet), emellett a burokban fúziós folyamatok játszódnak le a ledobódás során. Ezek miatt a robbanás során felszabaduló teljes energia nagyságrendileg 10^{51} erg ($=10^{44}$ Joule) lesz.

A szupernóva-robbanásban keletkező táguló burokban az expanziós sebesség arányos a középponttól mért távolsággal (homológ tágulás): $v(r) = r\, v_{max}/R_{max}$, ahol R_{max} a táguló burok maximális mérete, $v_{max} \sim 10000$ km/s ennek a rétegnek a tágulási sebessége.

Ha a burok adiabatikusan tágulna, 1-2 hét alatt teljesen kihűlne. A megfigyelések szerint azonban a robbanás során nukleoszintézissel 56-os tömegszámú radioaktív nikkel (^{56}Ni) is keletkezik. Ez 6,1 nap felezési idővel 56-os tömegszámú kobalttá bomlik. A ^{56}Co szintén radioaktív, 77,7 napos felezési idővel stabil vassá (^{56}Fe) alakul. A ^{56}Ni – ^{56}Co – ^{56}Fe bomlási lánc miatti energiafelszabadulás belülről fűti a ledobódott burkot, ezzel megakadályozza a gyors kihűlést. A táguló maradvány így hónapokon keresztül intenzíven sugároz (fotoszferikus fázis).

Kb. 3-4 hónappal a robbanást követően a burok annyira szétterjed, sűrűsége annyira lecsökken, hogy elkezd átlátszóvá válni (nebuláris fázis). A kisugárzott energia ekkor már teljesen a ^{56}Co bomlásából származik. A radioaktív bomlás törvényéből:

$$L = \frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \tag{2.27}$$

ahol λ a ^{56}Co bomlási állandója, $\lambda = \ln 2/T_{Co}$, ahol T_{Co} a felezési idő (77,7 nap). Mivel a bolometrikus magnitúdóra igaz, hogy $m_{bol} \sim -2.5 \log_{10} L = 2.5\lambda/(\ln 10) \cdot t$ + konst, a bolometrikus fénygörbe meredeksége állandó lesz:

$$\frac{dm_{bol}}{dt} = \frac{2.5\lambda}{\ln 10} = \frac{2.5 \ln 2}{\ln 10} \frac{1}{T_{Co}} = 0 \tag{2.28}$$

A megfigyelések szerint a szupernóvák késői fényváltozása valóban ilyen meredekségű, a fentiekkel teljesen összhangban.

A fentebb leírt magkollapszussal létrejövő szupernóvák mellett más mechanizmusú csillagrobbanások is léteznek. Ezekről bővebben a 2.5.2. fejezetben lesz szó.

4.3. Neutroncsillagok, fekete lyukak

A szupernóva-robbanás során a vasmag tisztán neutronokból álló gömbbé alakul. A neutroncsillag egyensúlyát az elfajult neutrongáz nyomása teremtheti meg. Ehhez az összeomló csillagnak kb. $20 M_\odot$-nél kisebb tömegűnek kell lennie.

Az elfajult neutrongáz nyomása a fehér törpék elfajult elektrongázához hasonlóan $P \sim \rho^{5/3}$ alakú, de az állandó szorzó lényegesen nagyobb. A fehér törpékhez hasonlóan itt is érvényes a tömeg-sugár összefüggés (2.4.1. fejezet), de a neutroncsillagok sugara ezredrésze a fehér törpékének, kb. 10 km. A tipikus tömegértékek 1 - 2 $M_\odot$ körüliek. Átlagsűrűségük igen nagy, $\sim 10^{14}$ g/cm^3, ez nagyságrendileg az atommagok sűrűségének felel meg.

A neutroncsillagok egyik jellegzetessége a gyors forgás, mivel a mag összeomlásakor az impulzusmomentum megmarad. Így a létrejövő neutroncsillag forgási szögsebessége

$$\omega_n = \omega_c \left(\frac{R_c}{R_n}\right)^2 \approx 10^6 \omega_c, \tag{2.29}$$

ahol R_c és R_n a mag és a neutroncsillag sugara, ω_c a mag kezdeti forgási szögsebessége. A mag forgása tehát milliószorosára gyorsul. A táguló szupernóva-maradványokból előbukkanó gyorsan forgó neutroncsillagok időnként pulzárként figyelhetők meg.

A neutroncsillagok másik fontos jellemzője az erős mágneses tér. A mágneses tér a kollapszus során megmaradó mágneses fluxus miatt erősödik fel. Hasonló módon, mint az előbb, a neutroncsillag mágneses indukciójára adódik:

$$B_n = B_c \left(\frac{R_c}{R_n}\right)^2 \approx 10^6 B_c. \quad (2.30)$$

Ha a csillag kezdeti tömege meghaladja a 20-30 $M_\odot$-et (ez a tömeghatár bizonytalan), a gravitációs kollapszust az elfajult neutrongáz nyomása sem képes megállítani. Ebben az esetben fekete lyuk jön létre. Fekete lyukról akkor beszélünk, ha a zsugorodó objektum mérete kisebb lesz, mint a gravitációs sugár (Schwarzschild-sugár):

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}. \quad (2.31)$$

A fekete lyukból elvileg semmilyen sugárzás nem érkezhet a külvilágba, mivel a gravitációs sugárnál a szökési sebesség egyenlő a fénysebességgel. Fekete lyukakat ezért leginkább a környezetükkel történő kölcsönhatásai révén figyelhetünk meg. Ilyen kölcsönhatás lehet egy társcsillag gyors keringése a fekete lyuk erős gravitációs terében, vagy a fekete lyukba hulló anyag által keltett sugárzás (akkréciós luminozitás).

5. Csillagfejlődés szoros kettős rendszerekben

A csillagfejlődés szoros kettős rendszerekben az eddig tárgyaltaktól eltérő lehet. Szoros kettőscsillagról akkor beszélünk, ha a komponensek közti kölcsönhatás befolyásolja a csillagok szerkezetét és/vagy fejlődését.

Habár a kettőscsillagok ellipszis alakú pályákon keringenek a közös tömegközéppont körül, a szoros kettős rendszerekben a komponensek közelsége olyan gravitációs perturbációkat eredményez, melyek hatására a pályák a csillagfejlődéshez képest rövid idő alatt kör alakúvá válnak. Ezért a továbbiakban mindig feltesszük, hogy a pályák excentricitása e=0.

5.1. Lagrange-pontok, Roche-térfogat

A kettőscsillagok fizikai mennyiségei közti egyik legáltalánosabb összefüggés Kepler 3. törvénye:

$$\frac{A^3}{P^2} = \frac{G}{4\pi^2}(m_1 + m_2), \quad (2.32)$$

ahol $m_{1,2}$ a komponensek tömegei, A a relatív pálya fél nagytengelye ($A = A_1 + A_2$, ahol $A_{1,2}$ a komponensek abszolút pályájának sugara a tömegközépponti rendszerben), P a keringési periódus.

A tömegközépponti rendszerben a pálya menti keringésből származó impulzusmomentum:

$$J_{orb} = \frac{2\pi}{P}\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}A^2. \quad (2.33)$$

Ha a komponensek forgását is figyelembe vesszük, a forgási impulzusmomentum:

$$J_{rot} = (\alpha_1 m_1 R_1^2 + \alpha_2 m_2 R_2^2)\omega, \quad (2.34)$$

ahol $\alpha_{1,2}$ a két komponens tömegeloszlására jellemző konstans (fősorozati csillagokra $\alpha\sim$ 0,01 - 0,1), $\omega=2\pi/P$ a keringés körfrekvenciája, és feltételeztük, hogy a csillagok forgása és keringése kötött (ami szoros kettős rendszerben gyakran teljesül).

A teljes impulzusmomentum a pályamomentum és a forgási momentum összege, azaz

$$J = J_{orb} + J_{rot} = \frac{2\pi}{P}\left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}A \quad (2.35)$$

A kettőscsillag gravitációs terének egy P = (x,y,z) koordinátájú pontjában a gravitációs potenciál értéke

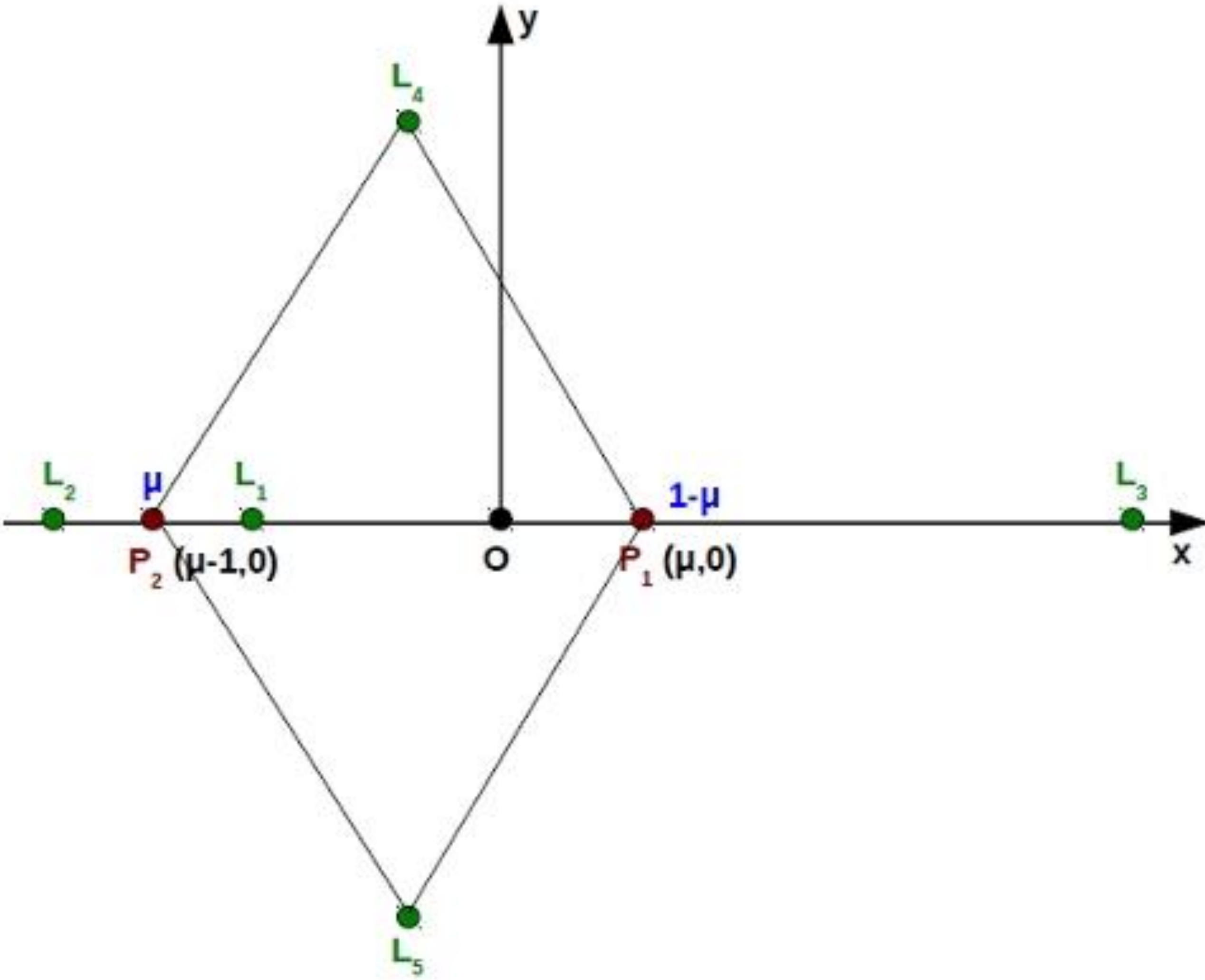
$$\phi \;=\; -\frac{Gm_1}{r_1} - \frac{Gm_2}{r_2} - \frac{\omega}{2} r_o^2, \qquad (2.36)$$

ahol $r_{1,2}$ a P pontnak a két komponens tömegközéppontjától mért távolsága, r_o pedig a forgástengelyre merőlegesen mért távolsága. Ha együttforgó koordináta-rendszert választunk, amelyben az x-tengely mindig átmegy a két csillagon, az origót a tömegközéppontba helyezzük, a forgástengelynek a z-tengelyt jelöljük, és a távolságegységnek a két komponens távolságát választjuk (azaz A=1), akkor a 2.32 egyenlet felhasználásával adódik

$$\phi \;=\; -\frac{\omega}{1+q}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{q}{r_2}\right) - \frac{\omega}{2}(x^2 + \qquad (2.37)$$

ahol bevezettük a $q = m_2/m_1$ jelölést (tömegarány).

A 2.37 egyenlet által leírt potenciálfüggvénynek a két csillag közti szakaszon szélsőértéke, maximuma van. Ezen a helyen a potenciál hely szerinti első deriváltja zérus, azaz az ide helyezett próbatestre nem hat erő. Ez a hely a belső Lagrange-pont, amit L_1-gyel jelölnek. Hasonló pontok találhatók még az x-tengelyen a két komponensen túl (L_2 és L_3), valamint az x-y síkon a relatív pálya két ellentétes pontján (L_4 és L_5), ahogyan ezt a 2.6.. ábra is szemlélteti.



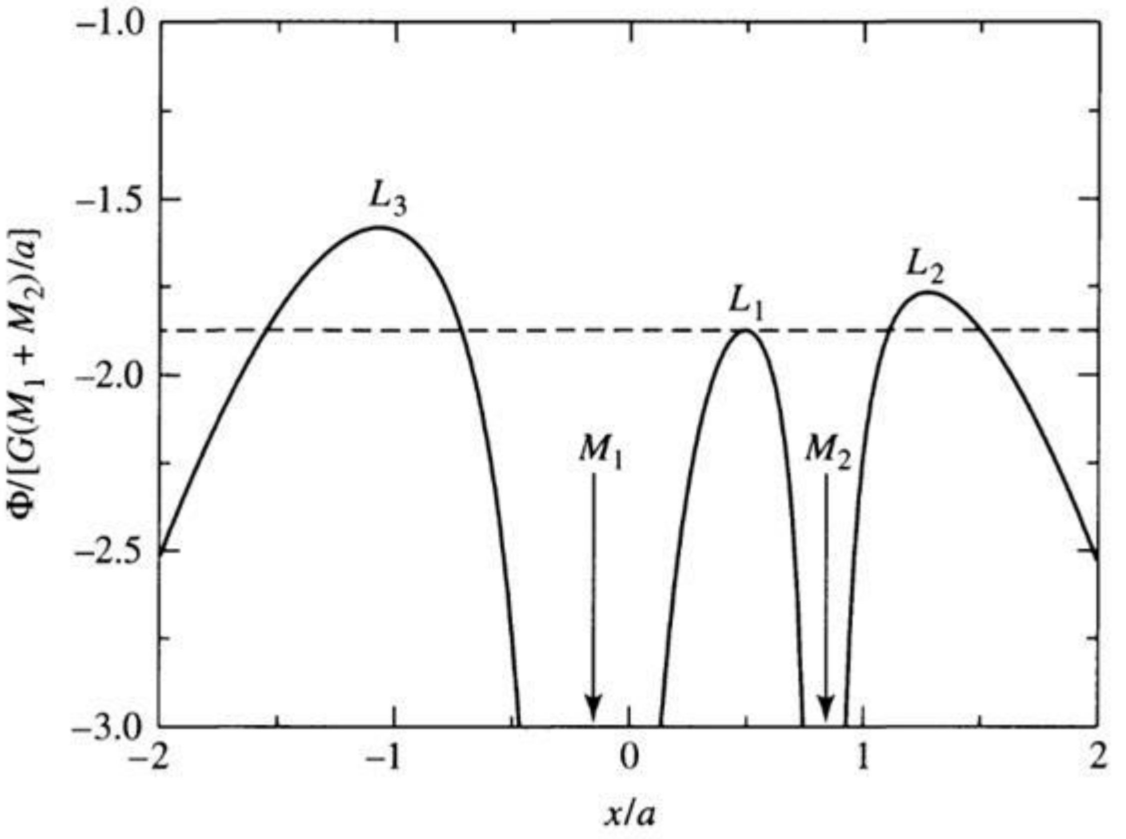
A Lagrange-pontok helyzete aP_1 és P_2 pontban lévő, m_1 és m_2 tömegpontok gravitációs terében. $\mu = m_2/(m_1+m_2)$ az ún. redukált tömeg.

A belső Lagrange-ponton átmenő ekvipotenciális felületet nevezzük Roche-felületnek, az általa határolt térfogatot pedig Roche-térfogatnak (2.x. ábra). A két komponens Roche-térfogatának sugarát megadó közelítő képlet:

$$R_r(1) \approx A(0.38 - 0.2 \log q) \quad R_r(\tag{2.38}$$

5.2. Szoros kettőscsillagok fejlődése

Az L_1 pont és a Roche-térfogat kiemelt jelentőségű a szoros kettőscsillagok fejlődésében. A komponensek egyensúlyi sugara dinamikai okokból nem lehet nagyobb, mint a Roche-térfogat mérete. A Roche-térfogatát kitöltő csillag anyaga az L_1 ponton keresztül átáramolhat a másik komponensre (illetve a másik komponens által gravitációsan „uralt” térrészbe, lásd 2.7.. ábra), így a rendszer tömegaránya megváltozik. A változó tömegarány a pályákat is megváltoztatja, így a szoros kettőscsillagok fejlődése jelentősen eltérhet a magányos csillagoknál tapasztaltaktól.



A Φ effektív gravitációs potenciál a kettőscsillag komponenseitől való távolság függvényében. Ha egy részecske tömegegységre jutó teljes energiája nagyobb, mint az L_1 ponthoz tartozó Φ értéke (szaggatott vonal), akkor átáramolhat az egyik csillagról a másikra a belső Lagrange-ponton keresztül (forrás: Carroll és Ostlie, 2007).

A Roche-térfogat kitöltése nemcsak a csillag méretétől, hanem a kettős rendszer egyéb paramétereitől is függ. Kepler 3. törvénye (2.32 egyenlet) ilyen alakba is írható:

$$\log A = \frac{2}{3} \log P + \frac{1}{3} \log M + 0,62 \tag{2.39}$$

ahol $M = m_1 + m_2$ és A-t napsugárban, M-et naptömegben, P-t napokban mérjük. A 2.38 egyenlet felhasználásával kapjuk a következő összefüggést:

$$\log R_r(1) \;=\; \log(0.38 - 0.2\log q) + \tag{2.40}$$

Ha példaként egy m_1=5$M_\odot$, m_2=2$M_\odot$ csillagokból álló rendszert tekintünk, akkor M=7$M_\odot$, q=0,4. A 2.40 egyenletből a nagyobb tömegű főkomponens (m_1) Roche-térfogatának sugarára P=15 nap periódus mellett Rr(1)=22,5 $R_\odot$, P=140 nap esetén viszont Rr(1)=100 $R_\odot$ adódik. Nyilvánvaló, hogy a csillag egy rövidebb keringési idejű kettős rendszerben jóval hamarabb képes kitölteni a Roche-térfogatát, mint egy hosszabb periódusidejű rendszerben.

A csillagok fejlődésük során különböző időszakokban képesek a méretüket jelentősen megnövelni. Mivel a nagyobb tömegű csillagok gyorsabban fejlődnek, a nagyobb tömegű főkomponens lesz az, amelyik először képes a Roche-térfogatát kitölteni. Az első (lassú) méretnövekedés még a fősorozati (magbeli hidrogénégető) szakaszban történik. Ha a főkomponens már ekkor kitölti a Roche-lebenyét, A típusú tömegátadásról beszélünk. Ha a fősorozati szakaszban nem, hanem az óriáságon, de még a magbéli He-égés beindulása előtt történik a kitöltés, akkor B típusú tömegátadás jön létre. Ha pedig a He-égés után, a szén-égés beindulása előtt történik meg a kitöltés, C típusú tömegátadás következik be.

A tömegcsere hatására megváltozik a komponensek tömegaránya, és a keringés egyéb paraméterei is. Konzervatív tömegátadásról akkor beszélünk, ha a tömegcsere során a rendszer össztömege (M) és teljes impulzusmomentuma (J) állandó marad (most csak a pályamomentumot tekintjük). A 2.32 és 2.33 egyenletek felhasználásával megkaphatjuk, hogy δm tömeg m_1-ről m_2-re történő átáramlása esetén a relatív pálya fél nagytengelyének megváltozása:

$$\frac{dA}{A} \;=\; 2\delta m \frac{m_2 - m_1}{m_1 m_2}, \tag{2.41}$$

a keringési periódusé pedig

$$\frac{dP}{P} \;=\; 3\delta m \frac{m_2 - m_1}{m_1 m_2}. \tag{2.42}$$

A fenti képletekből látható, hogy ha $m_2 < m_1$, akkor dA<0 és dP<0, azaz ha a tömeget adó (donor-) csillag a nagyobb tömegű, mind a pálya mérete, mind a periódus csökken, tehát a csillagok közelebb kerülnek egymáshoz és a keringésük felgyorsul. Fordítva, ha a donorcsillag kisebb tömegű, a nagytengely (szeparáció) növekszik és a keringés lassul. Egyszerűen belátható, hogy a minimális pályaméret és -periódus akkor következik be, amikor a tömegek kiegyenlítődnek, azaz q=1. Ekkor

$$A_{min} \;=\; 16\frac{J^2}{GM^3}, \qquad P_{min} \;=\; 128; \tag{2.43}$$

A fenti képletek szerint a tömegarány a tömegátadás sebességét nagymértékben befolyásolja. A csillagfejlődés során először a nagyobb tömegű főkomponens tölti ki a Roche-lebenyét, tehát az első tömegátadásnál $m_1 > m_2$. Mivel ekkor a nagytengely (A) csökken, a Roche-lebeny Rr(1) sugara is csökkenni fog (2.38. egyenlet), ezért a Roche-térfogat kitöltöttsége fokozódik. A pozitív visszacsatolás miatt a tömegátadás egyre gyorsuló ütemben történik meg, a számítások szerint a szabadesési időskálán (gyors tömegátadás). Ez legalább addig tart, amíg a tömegarány ki nem egyenlítődik, de a pontosabb számítások szerint a tömegarány akár meg is fordulhat. Ennek hatására a kezdetben nagyobb tömegű csillag válik a kisebb tömegű mellékkomponenssé.

Ha ettől eltérő módon a kisebb tömegű csillag tölti ki a Roche-lebenyét, tehát $m_1 < m_2$, akkor a 2.41 és 2.42 képletek értelmében a nagytengely és a periódus nő, tehát a csillagok távolodnak egymástól. Ennélfogva a Roche-térfogat sugara is növekszik. A Roche-lebeny kitöltöttsége tehát csökken, akár meg is szűnhet. A csillagnak egyre növelnie kell a sugarát, hogy a kitöltés és a tömegátadás továbbra is fennmaradjon, ami egy lassú, a nukleáris időskálán lejátszódó folyamat. Ez a szakasz a lassú tömegátadás.

Szoros kettős rendszerek megfigyelése során kiderült, hogy számos esetben a fősorozatról már elfejlődött komponens kisebb tömegűnek bizonyult, mint a nagyobb tömegű, ámde még fősorozati állapotú csillag (Algol-paradoxon). Erre a látszólagos ellentmondásra a kettőscsillagokban lejátszódó, fentebb részletezett tömegátadási folyamatok felismerése adta meg a magyarázatot.

5.3. Tömegátadás kompakt objektum esetén

Ha a tömeget kapó (akceptor-) csillag igen kis méretű, kompakt objektum (fehér törpe, neutroncsillag, esetleg fekete lyuk), az L_1 ponton átáramló anyag az impulzusmomentum megmaradása miatt nem kerülhet közvetlenül a kompakt objektum felszínére, hanem keringésbe kezd körülötte. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a keringés körpályán történik, azaz a kompakt objektumtól r távolságra a kerületi sebesség a Kepler-törvényeknek megfelelően $v_K = \sqrt{Gm_2/r}$. Egy Δm tömegelem az átáramlás után R_{cir} sugarú körpályára áll a kompakt objektum körül. R_{cir} (cirkularizációs sugár) értékét az impulzusmomentum megmaradása határozza meg:

$$\Delta m \cdot v_K \cdot R_{cir} = \Delta m \cdot l_1^2 \cdot \frac{2\pi}{P}, \tag{2.44}$$

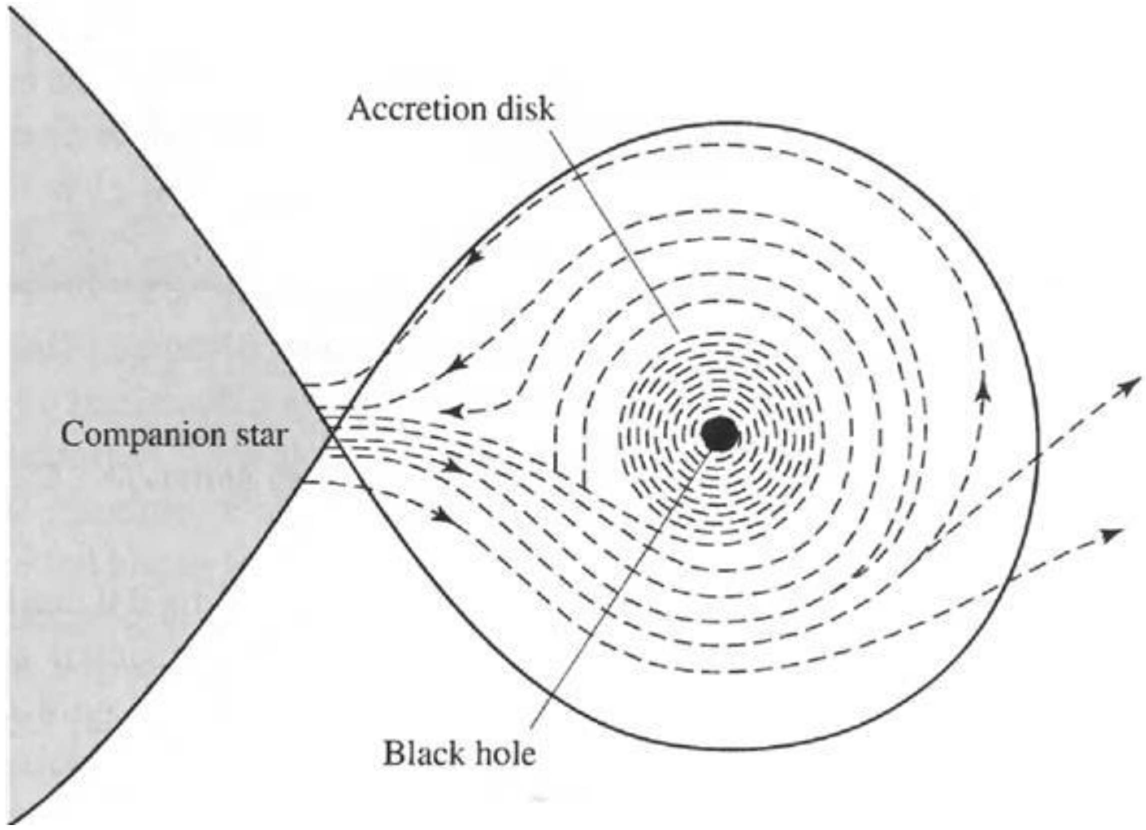
ahol l_1 az L_1 pont távolsága a kompakt objektumtól. A körsebesség értékét behelyettesítve és Kepler 3. törvényét felhasználva adódik

$$\frac{R_{cir}}{A} = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \left(\frac{l_1}{A}\right)^4. \tag{2.45}$$

A Lagrange-pont távolságát jól közelítő formula szerint $l_1/A \approx 0.5 - 0.227 \log q$, ahol $q = m_2/m_1$ a tömegarány. Ezzel a cirkularizációs sugár

$$\frac{R_{cir}}{A} = \frac{1+q}{q}(0.5 - 0.227 \log q)^4. \tag{2.46}$$

A keringő anyagfelhő belső súrlódásának hatására lassan elveszti kezdeti impulzusmomentumát, így közelebb kerül a kompakt objektumhoz. Hosszabb idő elteltével eléri az objektum felszínét, így egy akkréciós korong alakul ki (2.8.. ábra; lásd még 2.1.5. fejezet). A korong külső részein a nemrég átáramlott anyag, belső részén pedig a már régóta ott keringő, impulzusmomentumát jórészt elvesztett anyag található.



A társcsillagról a kompakt objektumra áramló anyag egy akkréciós korongot alkot; az összesűrűsödő és felforrósodó gáz termális röntgensugárzást kelt (forrás: Carroll és Ostlie, 2007).

A belső súrlódás következtében az akkréciós korong felmelegszik, és sugárzást bocsát ki. Megmutatható, hogy az akkréciós korong luminozitása

$$L_{disk} = \frac{1}{2}\frac{Gm_2}{R_2}\frac{dm}{dt}, \qquad (2.47)$$

ahol m_2 és R_2 a kompakt objektum tömege és sugara, *dm/dt* pedig a kompakt objektumra hulló anyag tömege egységnyi idő alatt (akkréciós ráta). Mivel az akkréciós luminozitás nem lehet nagyobb, mint az Eddington-fényesség (1.5.2. fejezet), az akkréciós ráta maximális értéke

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_{max} = \frac{8\pi c}{\kappa}R_2. \qquad (2.48)$$

Fehér törpék esetén (R_2~0,01 $R_\odot$) $(dm/dt)_{max} \sim 10^{-3} M_\odot$/év, míg neutroncsillagot (R_2~10 km) tartalmazó kettősökben ~$10^{-8} M_\odot$/év.

5.4. Robbanások fehér törpét tartalmazó kettősökben

Fehér törpecsillag körüli akkréciós korongban különböző okokból időnként erős kitörésekkel járó folyamatokat figyelhetünk meg, sőt, néha robbanás is lejátszódhat. A gyengébb kitörések okozta felfényesedések legtöbbször ott jelentkeznek, ahol az L_1 pontból érkező anyag becsapódik az akkréciós korongba. Az itt kialakuló forró folt hőmérséklete ingadozhat az átáramló anyagmennyiség fluktuációjakor. Többé-kevésbé szabályos időközönként felfényesedéseket tapasztalhatunk. Az ilyen objektumokat törpenóváknak nevezzük.

Az akkréciós korongból a fehér törpére hulló hidrogén a fehér törpecsillag felszínén a magas hőmérséklet hatására héliummá fuzionálhat (lásd 1.6.10. fejezet). Ha az akkréciós ráta hirtelen megnő, a fúzió megszaladhat és hirtelen nagyobb mennyiségű energia szabadul fel. Ez a jelenség a nóva robbanás. Hatására kb. 0.001 - 0.01 $M_{\odot}$ anyag dobódhat ki, és az akkréciós korong belső területei részben, vagy teljesen megsemmisülhetnek. A nóva robbanás után az akkréciós korong lassan újra felépül (ennek időskálája több évtizedtől akár évezredekig is terjedhet), ezután újabb nóvarobbanás is létrejöhet. Ilyen néhány évtizedenként ismétlődő kitörést mutató visszatérő (rekurrens) nóva tíznél kevesebb ismert.

A leghevesebb robbanás akkor játszódhat le, amikor a fehér törpére olyan sok anyag kerül, hogy tömege eléri a Chandrasekhar-féle határtömeget (lásd 1.4.2. fejezet). Ekkor a fehér törpe olyan sűrűvé és forróvá válik, hogy belsejében megindul a szén és az oxigén fúziója nehezebb elemekké. Mivel az elfajult állapotú anyagban a fúzió rendkívül heves robbanáshoz vezet (mint pl. a héliummag-felvillanás a 2.3.1. fejezetben), a fehér törpe teljes egészében szétrobban. Ez a folyamat az Ia típusú szupernóva-robbanás, melyet szokás termonukleáris szupernóvának is nevezni.

Az Ia-szupernóvák jellegzetessége, hogy színképükben nincs hidrogén, mivel a szülő objektum, egy szén-oxigén fehér törpe, nem tartalmaz hidrogént. A kezdeti szén és oxigén nagy része nehezebb elemekké fuzionál a robbanás során. Jelentős mennyiségben keletkeznek a oxigénnél nehezebb, átmeneti elemek (pl. Ca, Mg, Si, S, Ti), valamint a vas-csoport elemei (Fe, Ni, Co). Az Ia-szupernóvák fontos paramétere a keletkezett radioaktív ^{56}Ni mennyisége. Ez a mérések szerint kb. 0,6 $M_{\odot}$, lényegesen több, mint a kollapszár szupernóváknál (2.4.2. fejezet).

A robbanást követő napokban a fehér törpe szétdobódott anyaga egy közel állandó hőmérsékletű, egyenletesen táguló tűzgömböt alkot, mivel az adiabatikus tágulásból származó hőmérséklet-csökkenést ellensúlyozza a nagy mennyiségű ^{56}Ni radioaktív bomlásából származó fűtés. Így kezdetben a szupernóva luminozitása az idő függvényében

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \;=\; 4\pi (v_{exp} \cdot t)^2 \sigma T^4 \qquad (2.49)$$

tehát a fényesség az idő négyzetével arányosan nő.

A felfényesedés addig tart, míg a luminozitás egyenlő nem lesz a radioaktív bomlásból származó energiabevitellel (amely időben exponenciálisan csökken, lásd 2.27. képlet):

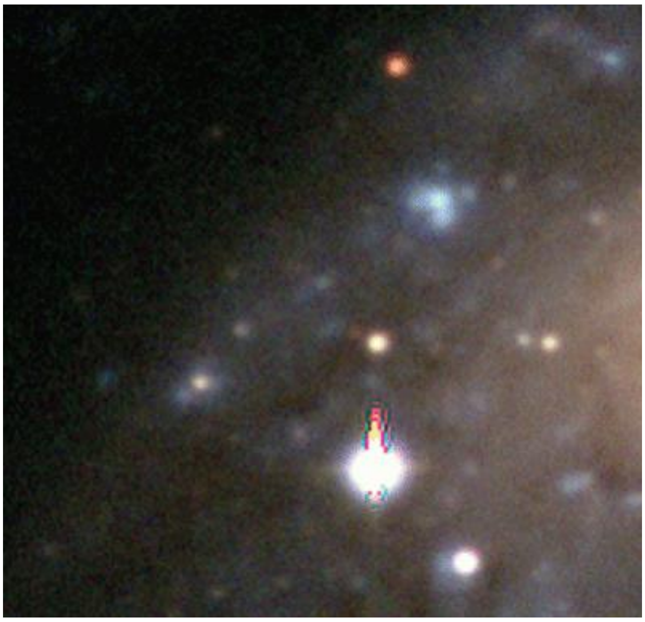
$$L_{max} \;=\; \frac{dN_{Ni}}{dt}\epsilon_{Ni} \;=\; \lambda N_{Ni}(0) e^{-\lambda t} \qquad (2.50)$$

ahol ε_{Ni} egy Ni-Co bomlás során felszabaduló energia (kb. 2,1 MeV), λ az ^{56}Ni bomlási állandója, $N_{Ni}(0)$ a kezdeti radioaktív Ni-magok száma, t_{max} pedig a robbanás óta a fényességmaximumig eltelt idő. A 2.50 és 2.49 képletek összevetéséből megbecsülhető, hogy $t_{max} \sim 20$ nap, ami jól egyezik a megfigyelésekkel. Az Ia-szupernóvák tehát a robbanást követően kb. 3 hét múlva érik el fényességmaximumukat, ezután a fényességük a Ni → Co → Fe radioaktív bomlási sornak megfelelő ütemben csökken

Az Ia-szupernóvák legfőbb jelentőségét az adja, hogy a tapasztalat szerint maximális abszolút fényességük korrelál a fénygörbéjük halványodási ütemével: a fényesebb szupernóvák lassabban halványodnak, míg a maximumban kicsit kisebb abszolút fényességű szupernóvák halványodási üteme gyorsabb. Ennek segítségével, megfelelő kalibrációk után igen pontos távolságmérésre alkalmasak, a cefeida változócsillagokhoz hasonlóan. Mivel az Ia-szupernóvák az Univerzum legfényesebb objektumai közé tartoznak, igen távoli extragalaxisokban is észlelhetők. Precíz távolságmérésük vezetett elsőként az Univerzum gyorsuló tágulásának felfedezésére, amelyet 2011-ben fizikai Nobel-díjjal jutalmaztak.

Kapcsolódó animációk:

- Az SN 2004dj szupernóva feltűnése az NGC 2403 galaxisban (a felvételpár az MTA Piszkés-tetői obszervatóriumában lévő 60/180cm-es Schmidt-távcsővel készült)



Kapcsolódó videók:

- Egy fiatal csillag körüli akkréciós korong szerkezete
  (Forrás: C. Carreau)http://spaceinvideos.esa.int/Videos/2012/07/Inside_a_young_star_s_accretion_disc
- Egy csillag életútja az Orion-ködben
  http://hubblesite.org/gallery/movie_theater/starslife/
- Az Omega Centauri gömbhalmaz csillagainak HRD-je
  (Forrás: NASA, ESA, J. Anderson and R. van der Marel (STScI))http://www.spacetelescope.org/videos/heic1017b/
- A Helix-köd néven ismert planetáris köd szerkezete
  http://hubblesite.org/gallery/movie_theater/hm_helix_twist/
- Egy nagy tömegű csillag élete végén bekövetkező szupernóva-robbanás, melynek eredményeként a csillag magjából fekete lyuk alakul ki
  (Forrás: NASA/CXC/A.Hobart)http://www.nasa.gov/multimedia/videogallery/index.html?media_id=29520021
- Szupernóva-robbanás szimulációja
  (Forrás: ESA/Hubble (L. Calcada))http://www.spacetelescope.org/videos/hubblecast64b/
- Ia típusú szupernóva-robbanás
  (Forrás: ESA/Hubble (M. Kornmesser & L. L. Christensen))http://www.spacetelescope.org/videos/heic0401a/
- A Tejútrendszer legfiatalabb, ismert szupernóva-maradványa, a Cassiopeia A

http://www.nasa.gov/multimedia/videogallery/index.html?media_id=14383677

6. Irodalomjegyzék

[1]Carroll, B. W., Ostlie, D. A.: An Introduction to Modern Astrophysics (Addison-Wesley Publ., Reading, MA, 2007)

3. fejezet - Változócsillagok

Azokat a csillagokat hívjuk változócsillagoknak, amelyeknek valamilyen jellemzőjük, fizikai paraméterük időben változik. Általában a fényesség változásáról van szó. A megfigyelésekből a színkép és/vagy a fényesség módosulását mérhetjük meg, és ennek okát kell felderítenünk. A változócsillagok vizsgálata azért fontos, azért nagy az asztrofizikai jelentőségük, mert esetükben nagyobb lehetőség nyílik adataik, tulajdonságaik meghatározására. A változásnak ugyanis oka van, ha ezt sikerül felderíteni, akkor ez több információt szolgáltat.

Magyarországon a legsikeresebb, nagy hagyományokat felmutató, és nemzetközileg elismert csillagászati kutatási téma a változócsillagok tanulmányozása. Gyakorlatilag minden csillag ide sorolható, hiszen fejlődésük során folyamatosan változik minden jellemzőjük. Szigorúbb értelemben a legfeljebb napok, évek alatti változásokat mutató objektumokról van szó. A fényesség ingadozása a 0,0001 magnitúdós, még éppen detektálható értéktől a szupernóvák 20 magnitúdós felfényesedéséig terjed. A fényességmérés pontossága a Kepler űrtávcsővel már eléri a néhány százezred magnitúdót. Gyakorlatilag ezen a szinten minden csillag változónak bizonyul.

Az 1985-ös Változócsillagok Általános Katalógusa (GCVS) a kiegészítésekkel mintegy 38000 csillagot tüntetett fel. Azóta több százezerrel nőtt az ismert változók száma, főleg a nagy földi megfigyelő programok beindulása, a számos űrtávcső mérései és a mérőberendezések (pl. CCD) érzékenységének növekedése miatt. Ebben a fejezetben először összefoglaljuk az ismert változócsillagok főbb típusait, majd az egyes típusok jellemzőit ismertetjük. Hangsúlyt helyezünk nemcsak a megfigyelt jelenségek leírására, hanem azok fizikai hátterének, okainak megvilágítására is. A megértést nagyszámú ábra, illusztráció, animáció segíti.

Szükséges előismeretek, kompetenciák: megfigyelő csillagászat és égi mechanika, rezgéstan, hullámtan és optika alapfogalmai és összefüggései, differenciál- és integrálszámítás.

Kulcsszavak: pulzáló csillagok, fedési kettősök, rotáló változók, eruptív változók, kataklizmikus változók, O-C diagram, Fourier-analízis, wavelet-analízis, exobolygó.

1. Változócsillagok elnevezése, jelölése

röv.	latin név	magyar név	röv.	latin név	magy
And	Andromeda	Androméda	Lac	Lacerta	Gyík
Ant	Antlia	Légszivattyú	Leo	Leo	Oroszlá
Aps	Apus	Paradicsommadár	LMi	Leo Minor	Kis Oro
Aqr	Aquarius	Vízöntő	Lep	Lepus	Nyúl
Aql	Aquila	Sas	Lib	Libra	Mérleg
Ara	Ara	Oltár	Lup	Lupus	Farkas
Ari	Aries	Kos	Lyn	Lynx	Hiúz
Aur	Auriga	Szekeres	Lyr	Lyra	Lant
Boo	Bootes	Ökörhajcsár	Men	Mensa	Táblahe
Cae	Caelum	Véső	Mic	Microscopium	Mikrosz
Cam	Camelopardalis	Zsiráf	Mon	Monoceros	Egyszar
Cnc	Cancer	Rák	Mus	Musca	Légy
CVn	Canes Venatici	Vadászebek	Nor	Norma	Szögmé
CMa	Canis Maior	Nagy Kutya	Oct	Octans	Oktáns
CMi	Canis Minor	Kis Kutya	Oph	Ophiuchus	Kígyóta
Cap	Capricornus	Bak	Ori	Orion	Orion
Car	Carina	Hajógerinc	Pav	Pavo	Páva
Cas	Cassiopeia	Kassziopeia	Peg	Pegasus	Pegazu
Cen	Centaurus	Kentaur	Per	Perseus	Perzeus
Cep	Cepheus	Cefeusz	Phe	Phoenix	Főnix
Cet	Cetus	Cet	Pic	Pictor	Festő
Cha	Chamaeleon	Kaméleon	Psc	Pisces	Halak
Cir	Circinus	Körző	PsA	Piscis Austrinis	Déli Hal
Col	Columba	Galamb	Pup	Puppis	Hajófar
Com	Coma Berenices	Bereniké haja	Pyx	Pyxis	Tájoló
CrA	Corona Australis	Déli Korona	Ret	Reticulum	Háló
CrB	Corona Borealis	Északi Korona	Sge	Sagitta	Nyíl
Crv	Corvus	Holló	Sgr	Sagittarius	Nyilas
Crt	Crater	Serleg	Sco	Scorpius	Skorpió
Cru	Crux	Dél Keresztje	Scl	Sculptor	Szobrás
Cyg	Cygnus	Hattyú	Sct	Scutum	Pajzs
Del	Delphinus	Delfin	Ser	Serpens	Kígyó
Dor	Dorado	Aranyhal	Sex	Sextans	Szextán
Dra	Draco	Sárkány	Tau	Taurus	Bika
Equ	Equuleus	Csikó	Tel	Telescopium	Távcső
Eri	Eridanus	Eridánusz	Tri	Triangulum	Háromsz
For	Fornax	Kemence	TrA	Triang. Australe	Déli Hár
Gem	Gemini	Ikrek	Tuc	Tucana	Tukán
Gru	Grus	Daru	UMa	Ursa Maior	Nagy M
Her	Hercules	Herkules	UMi	Ursa Minor	Kis Med
Hor	Horologium	Ingaóra	Vel	Vela	Vitorla
Hya	Hydra	Északi Vízikígyó	Vir	Virgo	Szűz
Hyi	Hydrus	Déli Vízikígyó	Vol	Volans	Repülő
Ind	Indus	Indián	Vul	Vulpecula	Kis Rók

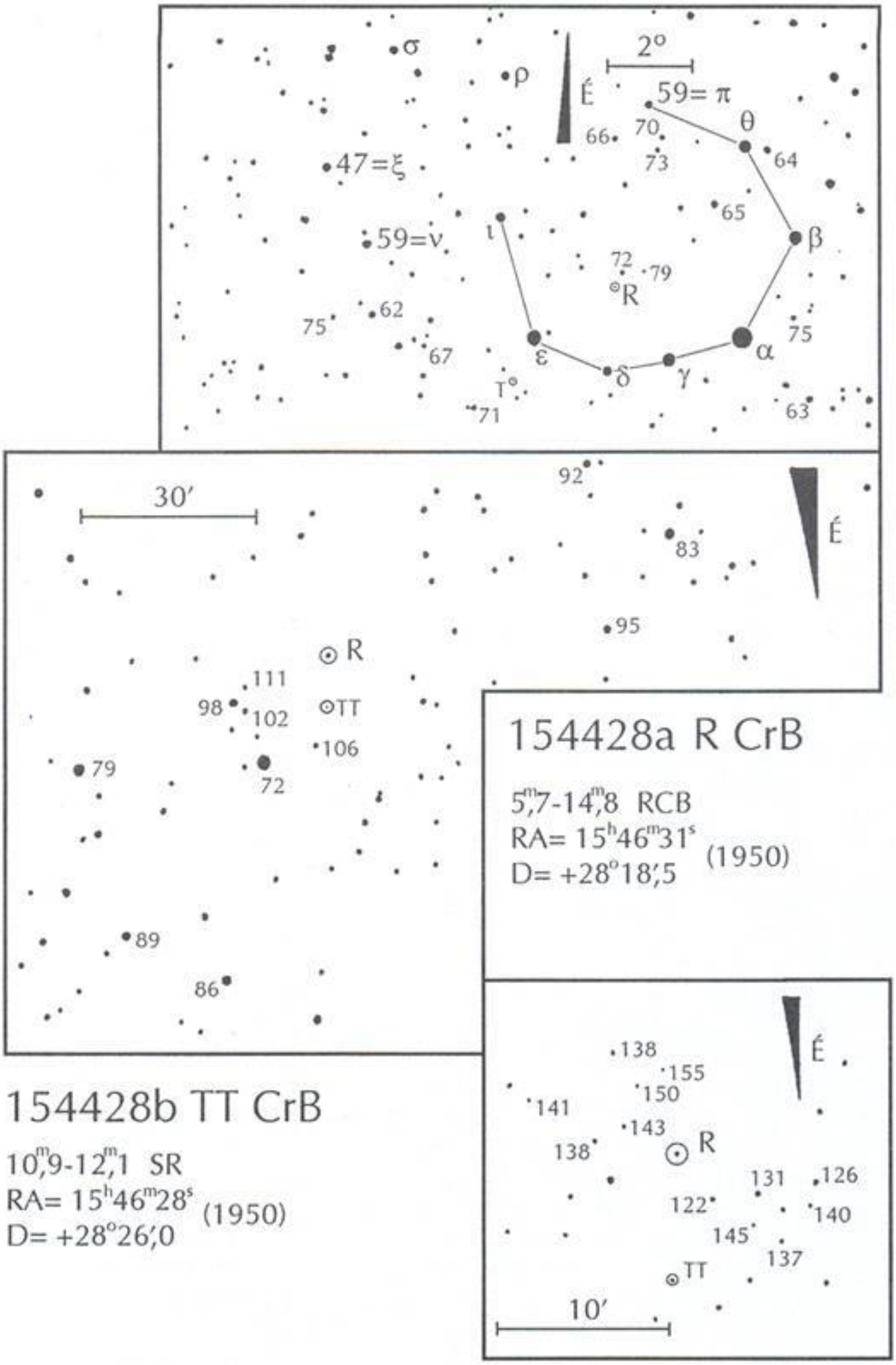
A 88 csillagkép.

R 001	UU 034	AN 067	BW 100	DK 133	EW 166	GQ 199	IO 232	LQ 265	NW 298	QW 331
S 002	UV 035	AO 068	BX 101	DL 134	EX 167	GR 200	IP 233	LR 266	NX 299	QX 332
T 003	UW 036	AP 069	BY 102	DM 135	EY 168	GS 201	IQ 234	LS 267	NY 300	QY 333
U 004	UX 037	AQ 070	BZ 103	DN 136	EZ 169	GT 202	IR 235	LT 268	NZ 301	QZ 334
V 005	UY 038	AR 071	CC 104	DO 137	FF 170	GU 203	IS 236	LU 269	OO 302	
W 006	UZ 039	AS 072	CD 105	DP 138	FG 171	GV 204	IT 237	LV 270	OP 303	
X 007	VV 040	AT 073	CE 106	DQ 139	FH 172	GW 205	IU 238	LW 271	OQ 304	
Y 008	VW 041	AU 074	CF 107	DR 140	FI 173	GX 206	IV 239	LX 272	OR 305	
Z 009	VX 042	AV 075	CG 108	DS 141	FK 174	GY 207	IW 240	LY 273	OS 306	
RR 010	VY 043	AW 076	CH 109	DT 142	FL 175	GZ 208	IX 241	LZ 274	OT 307	
RS 011	VZ 044	AX 077	CI 0110	DU 143	FM 176	HH 209	IY 242	MM 275	OU 308	
RT 012	WW045	AY 078	CK 111	DV 144	FN 177	HI 210	IZ 243	MN 276	OV 309	
RU 013	WX 046	AZ 079	CL 112	DW 145	FO 178	HK 211	KK 244	MO 277	OW 310	
RV 014	WY 047	BB 080	CM 113	DX 146	FP 179	HL 212	KL 245	MP 278	OX 311	
RW 015	WZ 048	BC 081	CN 114	DY 147	FQ 180	HM 213	KM 246	MQ 279	OY 312	
RX 016	XX 049	BD 082	CO 115	DZ 148	FR 181	HN 214	KN 247	MR 280	OZ 313	
RY 017	XY 050	BE 083	CP 116	EE 149	FS 182	HO 215	KO 248	MS 281	PP 314	
RZ 018	XZ 051	BF 084	CQ 117	EF 150	FT 183	HP 216	KP 249	MT 282	PQ 315	
SS 019	YY 052	BG 085	CR 118	EG 151	FU 184	HQ 217	KQ 250	MU 283	PR 316	
ST 020	YZ 053	BH 086	CS 119	EH 152	FV 185	HR 218	KR 251	MV 284	PS 317	
SU 021	ZZ 054	BI 087	CT 120	EI 153	FW 186	HS 219	KS 252	MW 285	PT 318	
SV 022	AA 055	BK 088	CU 121	EK 154	FX 187	HT 220	KT 253	MX 286	PU 319	
SW 023	AB 056	BL 089	CV 122	EL 155	FY 188	HU 221	KU 254	MY 287	PV 320	
SX 024	AC 057	BM 090	CW 123	EM 156	FZ 189	HV 222	KV 255	MZ 288	PW 321	
SY 025	AD 058	BN 091	CX 124	EN 157	GG 190	HW 223	KW 256	NN 289	PX 322	
SZ 026	AE 059	BO 092	CY 125	EO 158	GH 191	HX 224	KX 257	NO 290	PY 323	
TT 027	AF 060	BP 093	CZ 126	EP 159	GI 192	HY 225	KY 258	NP 291	PZ 324	
TU 028	AG 061	BQ 094	DD 127	EQ 160	GK 193	HZ 226	KZ 259	NQ 292	QQ 325	
TV 029	AH 062	BR 095	DE 128	ER 161	GL 194	II 227	LL 260	NR 293	QR 326	
TW 030	AI 063	BS 096	DF 129	ES 162	GM 195	IK 228	LM 261	NS 294	QS 327	
TX 031	AK 064	BT 097	DG 130	ET 163	GN 196	IL 229	LN 262	NT 295	QT 328	
TY 032	AL 065	BU 098	DH 131	EU 164	GO 197	IM 230	LO 263	NU 296	QU 329	
TZ 033	AM 066	BV 099	DI 132	EV 165	GP 198	IN 231	LP 264	NV 297	QV 330	

Változócsillagok jelölése.

A Hattyú csillagképben felfedezett első változó neve: R Cygni (a csillagkép neve ilyenkor birtokos esetben szerepel, a Cygnus-ból így lesz Cygni). J-vel kezdődő jelölés nincs, nehogy az I-vel összekeverjék. A kétbetűs jeleknél a második nem előzheti meg az elsőt ABC szerint (3.2.. ábra). A QZ utáni változó jele V335. Több csillagképben sok ezer változócsillag van. Néhány fényes csillag esetében az eredeti, görög betűs jelét használjuk, pl. α Her, o Cet, β Per.

A változócsillagok megfigyeléséhez keresőtérképet szokás használni (3.3.. ábra). Ezen a változó mellett bejelölésre kerülnek az összehasonlító csillagok, amelyek fényességéhez viszonyítjuk a változónk pillanatnyi fényességét (differenciális fotometria). Fontos, hogy az összehasonlítók fényessége ne változzon, hasonló színűek és fényességűek legyenek, mint a változónk. A keresőtérképek az égbolt különböző méretű területeit mutathatják, a legkisebb lehetőleg a használt látómezőnk méretének feleljen meg.

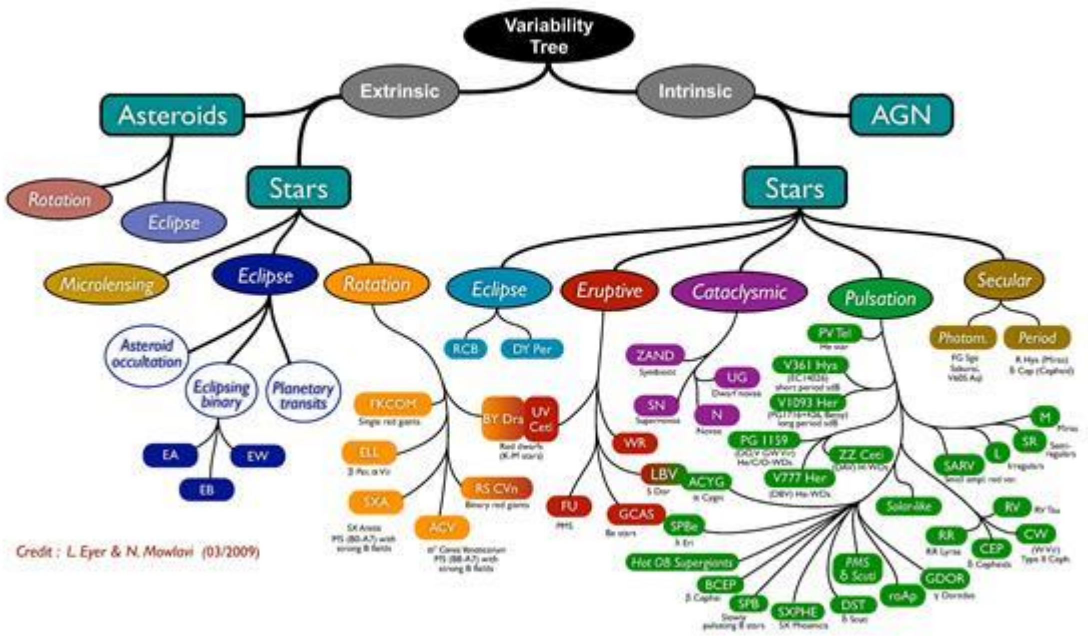


Az R Coronae Borealis észlelőtérképe

Keresőtérkép-sorozat (Kiss, Mizser, Csizmadia 2006).

2. Változócsillagok típusai

A változócsillagok világa rendkívül sokszínű, hiszen nagyon sok oka lehet annak, hogy miért módosul a fényesség és a színkép. Régebben két nagy csoportra osztották a változócsillagokat: geometriai és fizikai, attól függően, hogy mi a változás oka. Ennek nyoma a mai osztályozásban is megvan: extrinsic (külső hatás, külsőleg), ezeknél a csillag fénykibocsátása nem változik, és intrinsic (belső hatás, belsőleg), ezeknél valójában, fizikailag változik a csillag fényessége. Az előbbihez sorolják a fedési kettős, a rotációs változók mellett a röntgenkettősöket és a gravitációs mikrolencse jelenségeket, utóbbihoz az eruptív, kataklizmikus és pulzáló csillagokon kívül a csillag saját porburka miatti és a lassú, szekuláris változókat (3.4.. ábra). A változók típusairól igen részletes összefoglaló található az American Association of Variable Star Observers (AAVSO) VSX honlapján.

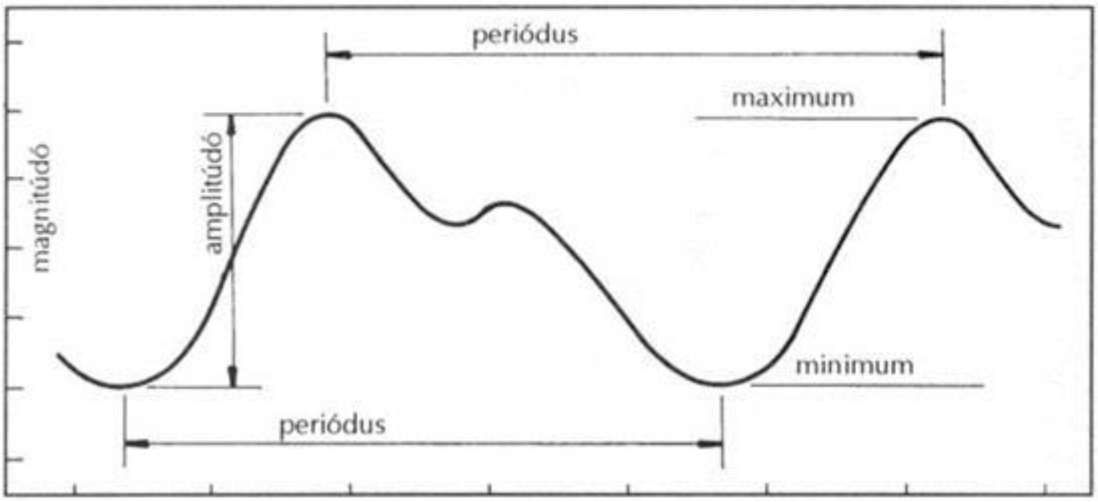


A változó objektumok „családfája” (Eyer & Mowlavi 2009).

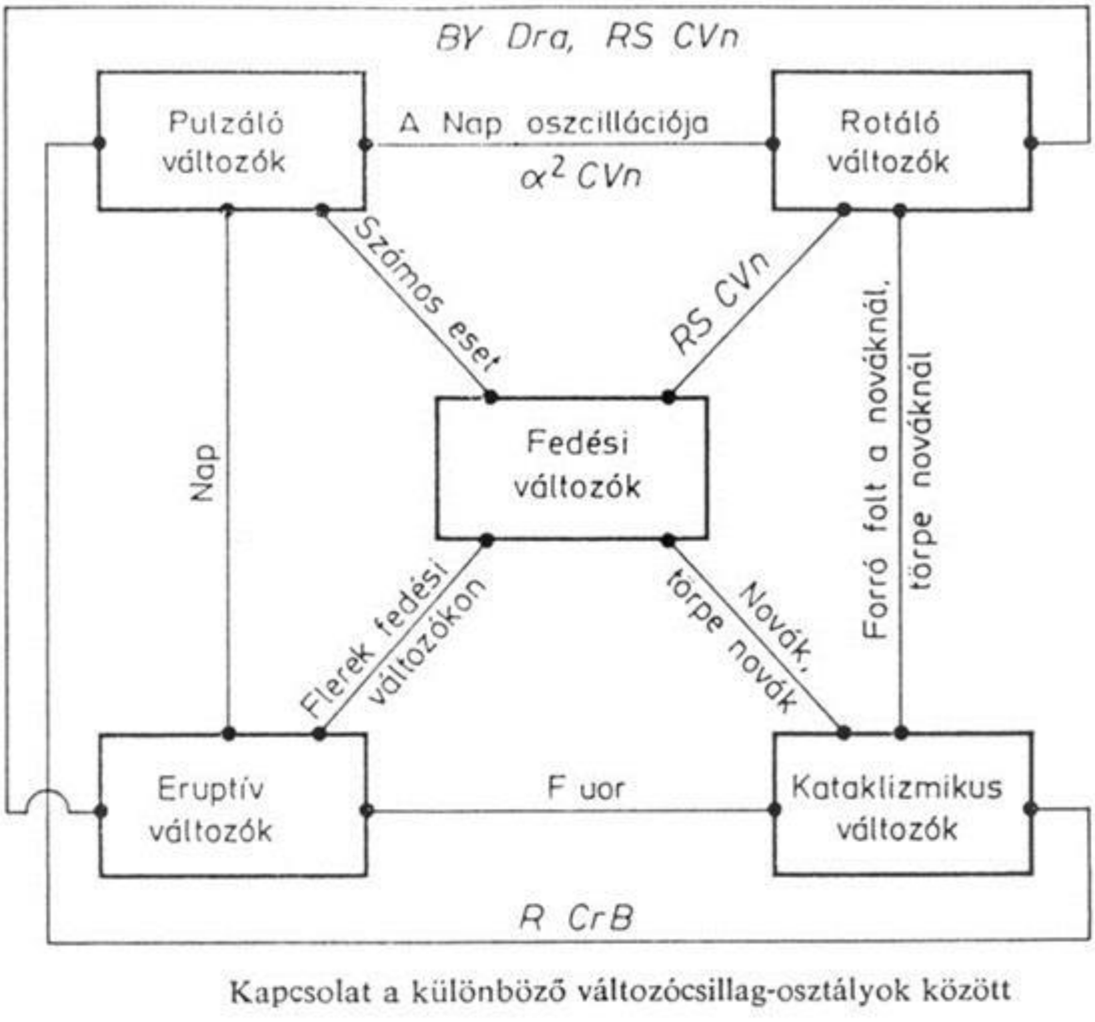
A leggyakoribb osztályozás 5 nagyobb csoportot különböztet meg:

- pulzáló változócsillagok
- fedési kettőscsillagok
- rotáló csillagok
- eruptív változók
- kataklizmikus változócsillagok

Sajnos sokszor egybeolvasztottan kezelik az eruptív és a kataklizmikus csillagokat. A fényváltozás időbeli menetét fénygörbének hívjuk, amelynek fő jellemzői az amplitúdó és a periódus (3.5.. ábra).



Fénygörbe (Kiss, Mizser, Csizmadia 2006).



A változócsillagok öt fő típusa (Szabados 1989).

Hazánkban sok évtizedes hagyománya van a változócsillagok vizsgálatának. Közismert, hogy asztrofizikai jelentőségük igen nagy (pl. Szeidl 1981), ugyanis több fizikai paraméterüket lehet meghatározni, mint a fényességváltozást nem mutató csillagok esetében. Nagyon sok magyar csillagász kutatási területe a változócsillagok valamelyik típusa vagy típusai.

Tágabb értelemben változócsillagok közé sorolhatóak a gravitációs mikrolencsézés miatt felfényesedő csillagok, illetve az exobolygók tranzitjai miatt kissé elhalványodó csillagok is. Egy sor különleges objektum, a pulzárok, valamint a röntgen- és gammafelvillanásokat produkálók (GRB-k) is ide tartoznak.

Sok csillag egyidejűleg több osztályba is sorolható. Napunk például nemradiálisan pulzál, foltos, eruptív és tőlünk nézve fedési is, hiszen a Merkúr, a Vénusz és a Hold időnként eltakarja egy részét.

Különösen izgalmas kutatási terület a kettős rendszerekben lévő pulzáló csillagok. Szorosabb kettős esetén az árapályhatások, a szinkronizáció befolyásolhatja a pulzációs módusok gerjesztődését. Rezonancia léphet fel az orbitális és a pulzációs periódus között. A pulzációs periódus pedig a keringés során látszólag ciklikusan változik a fényidő-effektus (LITE) következtében.

Egy másik érdekes jelenség a kettős rendszerben keringő (hozzánk képest közeledő-távolodó) csillag fényességének változása (Doppler-boosting). Ennek amplitúdója kicsiny, mivel v/c-vel arányos, ahol v a látóirányú sebessége, c a fénysebesség. A Kepler űrtávcső fotometriai pontossága viszont már lehetővé teszi ennek az effektusnak a kimutatását.

3. Pulzáló változócsillagok

A csillagok közül nagyon sok rezgéseket végez. Az oszcilláció során a csillag rétegei vagy csak sugárirányban (radiális pulzáció), vagy horizontálisan is elmozdulhatnak (nemradiális pulzáció).

A csillag akusztikus rezgéseinek, szeizmikus hullámainak feltérképezésével lehetővé válik a csillag belső szerkezetének meghatározása - ezzel foglalkozik az aszteroszeizmológia (a Nap esetében a helioszeizmológia).

A pulzáció következtében a csillag mérete és felszíni hőmérséklete megváltozik, így a

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \qquad (3.1)$$

luminozitása, azaz fényteljesítménye, illetve a fényessége is. Az, hogy a pulzáció során mikor, milyen méretnél a legfényesebb a csillag, nem egyforma a különféle típusok esetén.

Name	Approx. Periods	Discovery/Definition
Mira variables	100 - 1000 d	Fabricius (1596)
Semiregular (SR) variables	20 - 2000 d	Herschel (1782)
δ Cephei stars	1 - 100 d	1784, Pigott, Goodricke (1786)
RR Lyrae stars	0.3 - 3 d	Fleming (1899)
δ Scuti stars	0.3 - 6 h	Campbell & Wright (1900)
β Cephei stars	2 - 7 h	Frost (1902)
ZZ Ceti stars (DAV)	2 - 20 min	1964, Landolt (1968)
GW Virginis stars (DOV)	5 - 25 min	McGraw et al. (1979)
Rapidly oscillating Ap (roAp) stars	5 - 25 min	1978, Kurtz (1982)
V777 Herculis stars (DBV)	5 - 20 min	Winget et al. (1982)
Slowly Pulsating B (SPB) stars	0.5 - 3 d	Waelkens & Rufener (1985)
Solar-like oscillators	3 - 15 min	Kjeldsen et al. (1995)
V361 Hydrae stars (sdBVr)	2 - 10 min	1994, Kilkenny et al. (1997)
γ Doradus stars	0.3 - 1.5 d	1995, Kaye et al. (1999)
Solar-like giant oscillators	1 - 18 hr	Frandsen et al. (2002)
V1093 Herculis stars (sdBVs)	1 - 2 hr	Green et al. (2003)
Pulsating subdwarf O star (sdOV)	1 - 2 min	Woudt et al. (2006)

A pulzáló változócsillagok fontosabb típusai a jellemző periódussal és a felfedezés idejével (Handler 2012).

A pulzáló változók típusai (a Hertzsprung-Russell-diagramon [HRD-n] kb. felülről lefelé haladva, 3.8.. és 3.9.. ábra):

- LBV (Luminous Blue Variables): Nagy luminozitású eruptív kék változók, 1 magnitúdónál nagyobb szabálytalan fényességváltozással, amelyek tömegvesztése az erős csillagszél által valószínűleg a globális pulzációs instabilitás következménye. S Doradus vagy Hubble-Sandage- változóknak is nevezik a csoportot.

- α Cyg: Kváziperiodikus A színképtípusú szuperóriások 0,1 magnitúdó körüli amplitúdóval és néhány napos vagy hetes periódussal. Többszörös periodicitás, nemradiális módusok.

- ζ Oph: Gyorsan forgó O vagy korai B színképtípusú csillagok. Nagy felbontású spektroszkópiával színképvonalprofil-változást mutatnak. Magas rendű nemradiális (l m) módusok.

- β Cep: Korai B óriások 0,1 magnitúdó körüli amplitúdóval és néhány órás periódussal. Néhányuk többszörösen periodikus, radiális és nemradiális p módusok fordulnak elő. β CMa típusnak is hívják ezeket. A χ Cen valószínűleg prototípusa a rövid periódusú alcsoportnak.

- SPB (Slowly Pulsating B stars): Közepes és korai B csillagok 9 órás vagy hosszabb fényességbeli és színképi változással, ami nem magyarázható fedéssel vagy rotációval. Többszörös periodicitás, nemradiális g módusok. 53 Per csillagoknak is nevezik a csoportot.

- Be csillagok: Gyorsan forgó, nagy tömegvesztésű emissziós B csillagok. Kismértékű, kváziperiodikus változásukat valószínűleg pulzáció okozza. Példa: LQ And.

- roAp csillagok (rapidly oscillating Ap stars): Gyorsan forgó, különleges (pekuliáris) A színképtípusú csillagok sok fémvonallal és erős mágneses térrel. 5-20 perc közötti, ezred vagy század magnitúdós fényességváltozást mutatnak. Példa: α Cir.

- δ Scuti: III-IV-V luminozitási osztályú A vagy F csillagok néhány órás periódussal és néhány század vagy tized magnitúdós amplitúdóval. Mono- vagy multiperiodikusak, radiális és/vagy nemradiális módusok. Korábban törpecefeidákként vagy AI Vel csillagokként szerepeltek.

- SX Phe: A δ Scutikhoz nagyon hasonló, de öreg (II. populációs) szubtörpe csillagok.

- γ Dor: A δ Scutikhoz nagyon hasonló, de hidegebb csillagok az instabilitási sáv vörös oldalánál.

- Nap típusú oszcillátorok: Globális nemradiális (p és/vagy g módusok) akusztikus pulzációt végző csillagok, hasonlóan a Naphoz. A konvekció gerjesztheti a pulzációt.

- Anomális cefeidák: Az RR Lyrae típushoz hasonló, de nagyobb luminozitású csillagok, majdnem kizárólagosan csak a fémszegény törpe elliptikus galaxisokban (pl. Draco) fordulnak elő.

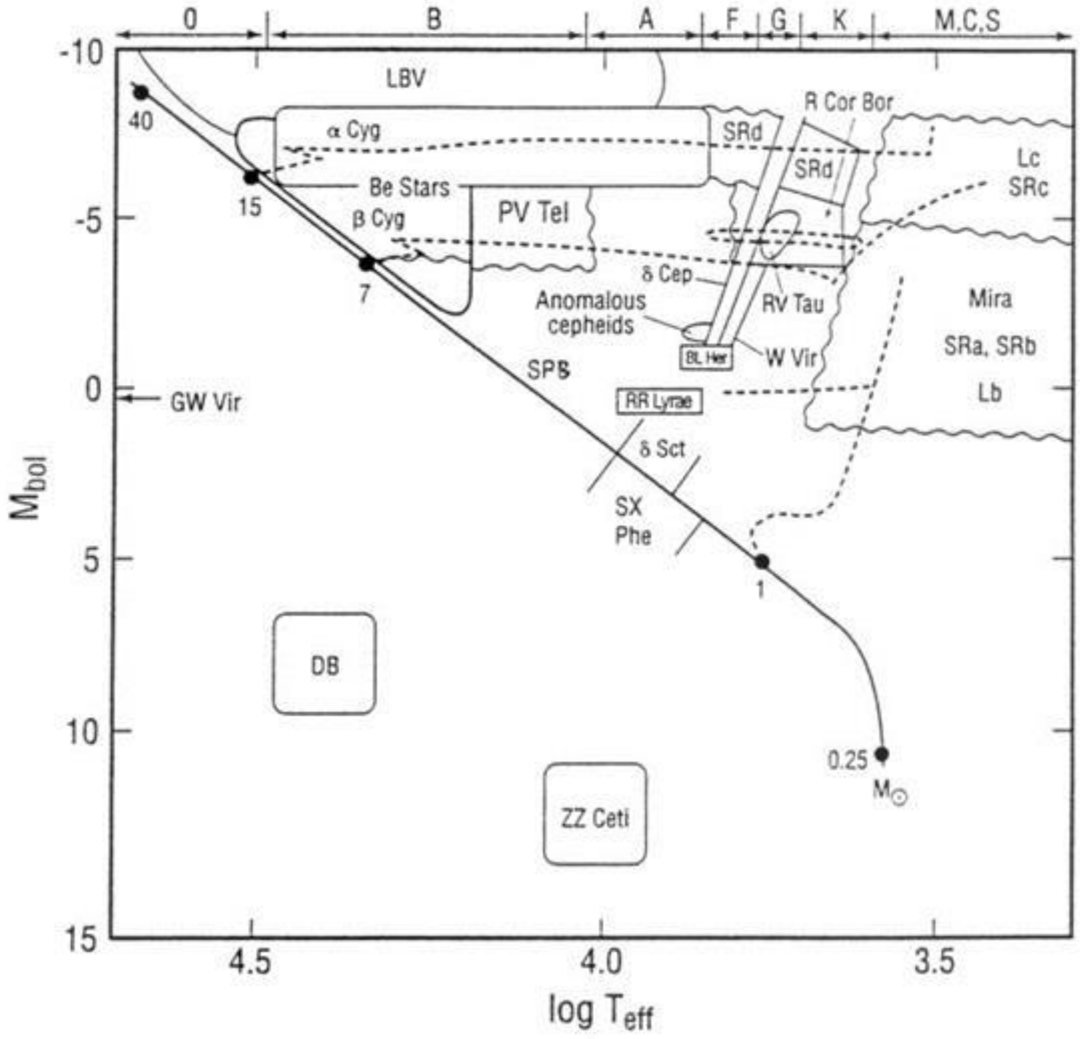
- RR Lyrae: Öreg, II. populációs A színképtípusú óriás csillagok a Tejútrendszer korongjában és halójában, gyakoriak a gömbhalmazokban. Halmazváltozóknak is nevezték őket. 0,2-1 nap periódussal, néhány tized és két magnitúdó közötti amplitúdóval változtatják fényességüket. Az abszolút fényességük nagyon hasonló, 0,5-0,6 magnitúdó, így távolságmeghatározásra alkalmasak. Általában radiálisan pulzálnak, de újabban nemradiális módusokat is kimutattak. Altípusok: RRab (F), RRc (1H), RRd (F+1H), RRe (2H). Sok esetben 20-300 napos periódussal, több tized magnitúdóval változik a pulzációs amplitúdó (Blazsko-effektus).

- H-hiányos csillagok (H-deficient stars): Színképükben hidrogént nem vagy alig mutató csillagok 0,1 és 40 nap közötti periódussal. Altípusok: R CrB csillagok, H-hiányos szén (HdC) csillagok, extrém hélium- (eHe) csillagok. Példa: PV Tel.

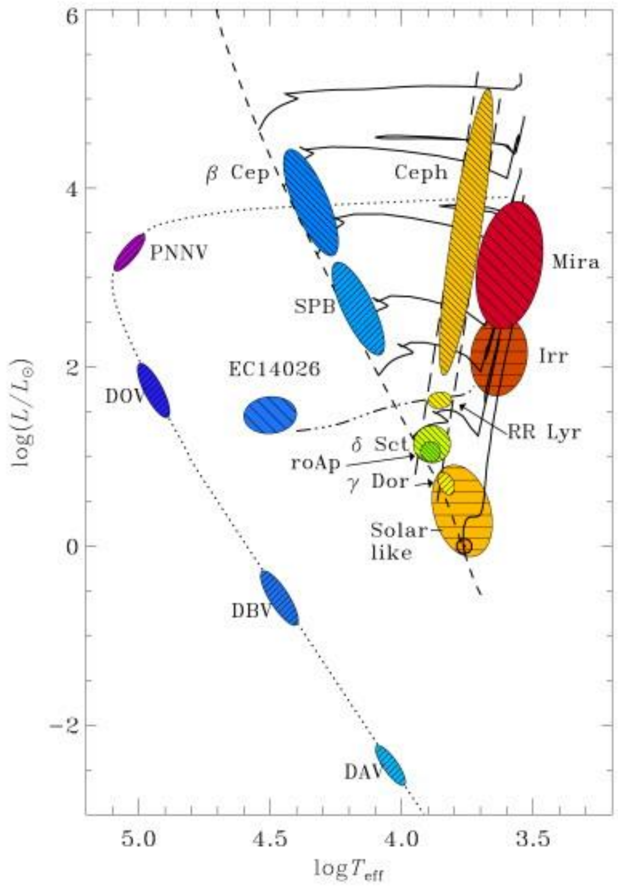
- R CrB: Hidrogénben szegény, szénben gazdag eruptív változócsillagok, amelyek az időnkénti erős elhalványulás mellett kváziperiodikus pulzációt is mutatnak. A periódus 30-100 nap közötti, az amplitúdó nagyobb mint 1 magnitúdó.

- Cefeidák (δ Cephei csillagok): Radiálisan pulzáló fiatal (I. populációs) fényes szuperóriás csillagok. A periódusuk 1 és 135 nap közötti, az amplitúdó 0,1-2 magnitúdó. A HRD-n jól meghatározott helyen, az instabilitási sávban helyezkednek el. A periódusuk egyenesen arányos a luminozitásukkal, így a fényváltozásukból meghatározható a távolságuk (periódus-fényesség [P-L] reláció). Néhányuk többszörös periodicitást mutat (beat cefeidák). Más elnevezéseik: klasszikus cefeidák, I. típusú cefeidák.

- W Vir: A cefeidákhoz nagyon hasonló, de kisebb tömegű, II. populációs, idősebb csillagok. A HRD-n és a P-L reláció szerint a cefeidák alatt, velük párhuzamosan találhatók. Periódusuk 6-35 nap, az amplitúdó 0,3-1,2 magnitúdó. II. típusú cefeidáknak is hívják őket.
- BL Her: A W Virginis típushoz hasonló radiális pulzátorok. A fényváltozási görbéjükön a leszálló ágon egy púp van. A periódus 1-8 nap.
- RV Tau: Szuperóriás II. populációs csillagok. Hasonlóak a W Vir típushoz, de hosszabb, 30-150 napos a periódusuk, az amplitúdó legfeljebb 5 magnitúdó. A fénygörbe két minimumot mutat. Alosztályok: RVa és RVb (az átlagfényesség itt hosszú, akár ezer napos periódussal változik).
- SRa: A mirákhoz hasonló, de 2,5 magnitúdónál kisebb amplitúdójú vörös óriások 35 és 1200 nap közötti periódussal.
- SRb: Az SRa típushoz hasonló csillagok, de gyakori a többszörös periodicitás, a periódus és az amplitúdó változása.
- SRc: Félszabályos, késői színképtípusú pulzáló szuperóriások. A periódus 30 nap és néhány ezer nap közötti, az amplitúdó 1 magnitúdó körüli. Altípus: OH-IR (infravörös, OH gyök a színképben) csillagok.
- SRd: Szemireguláris (félszabályos) sárga óriások és szuperóriások változatos csoportja. Néha emissziós színkép, a periódus 30-1100 nap, az amplitúdó néhány tizedtől négy magnitúdóig terjedhet.
- Lb: Lassan, szabálytalanul, periodicitás nélkül változó, késői színképtípusú óriás csillagok.
- Lc: Szabálytalan, lassú fényváltozású M szuperóriások, mintegy 1 magnitúdós amplitúdóval.
- mirák: Radiálisan pulzáló vörös óriás és szuperóriás csillagok. Az amplitúdó általában 2,5 magnitúdónál nagyobb, a periódus 80-1200 nap, átlagosan kb. 1 év. Néha többszörös periodicitás mutatható ki. LPV (Long Period Variables) elnevezést is használnak rájuk.
- EC 14026: Multiperiodikus, pulzáló forró szubtörpék (sdB, $log g \approx 6.0, T_{eff} \approx 35000 K$). A periódus 120-500 másodperc, az amplitúdó változása ¡ 1%.
- PNNV (Planetary Nebula Nuclei Variables): Nagyon forrók, planetáris ködök központi csillagai. A periódus 1000-3000 másodperc.
- GW Vir (vagy DOV): Multiperiodikus, nemradiálisan pulzáló, nagyon forró leendő fehér törpék (pre-white dwarfs). Speciális színképtípusuk DO vagy PG 1159. A periódus 400-1200 másodperc.
- DB változók (vagy DBV): Multiperiodikus, nemradiálisan pulzáló, hélium-atmoszférájú fehér törpék, 100-1000 másodperces periódussal.
- ZZ Ceti (vagy DAV): Multiperiodikus, nemradiálisan pulzáló, hidrogén-atmoszférájú fehér törpék, néhány perces periódussal. Az amplitúdó 0,001-0,3 magnitúdó.



Változócsillagok a HRD-n.



Pulzáló változócsillagok a Hertzsprung-Russell-diagramon. A fősorozatról elfejlődési utak az 1, 2, 3, 4, 7, 12 és $20M_\odot$ tömeghez tartoznak. (Christensen-Dalsgaard 2003 alapján).

A radiális pulzáció esetén a periódus fordítottan arányos az átlagos sűrűséggel:

$$P \sim \rho^{-1/2} \tag{3.2}$$

Ha a P periódust napban, a ρ átlagos sűrűséget Nap-egységben adjuk meg, akkor a Q pulzációs állandót a:

$$Q = P(\rho/\rho_\odot)^{1/2} \tag{3.3}$$

kifejezéssel definiáljuk. A Q értéke minden radiális módusra más, az alaprezgésre Q≈0,03 nap, a magasabb felhangokra egyre kisebb.

Az alaprezgésen túli, magasabb módusokat nem felharmonikusoknak, hanem felhangoknak (overtone) hívjuk, ugyanis azok frekvenciái az alaprezgésének nem egész számú többszörösei. Ennek az az oka, hogy a csillag belsejében nem homogén a sűrűség, hanem befelé növekszik.

Egy fedési kettős rendszerben lévő pulzáló csillag esetében érdekes lehetőség nyílik a Q pulzációs állandó kiszámítására, ami a módus meghatározását teszi lehetővé. Kepler III. törvényéből:

$$\frac{a^3}{P_{orb}^2} = \frac{G}{4\pi^2}(M_1 + M_2) \tag{3.4}$$

és a pulzációs állandó képletéből:

$$Q = P_{pul}\left(\frac{M_1}{R_1^3}\right)^{1/2} \qquad (3.5)$$

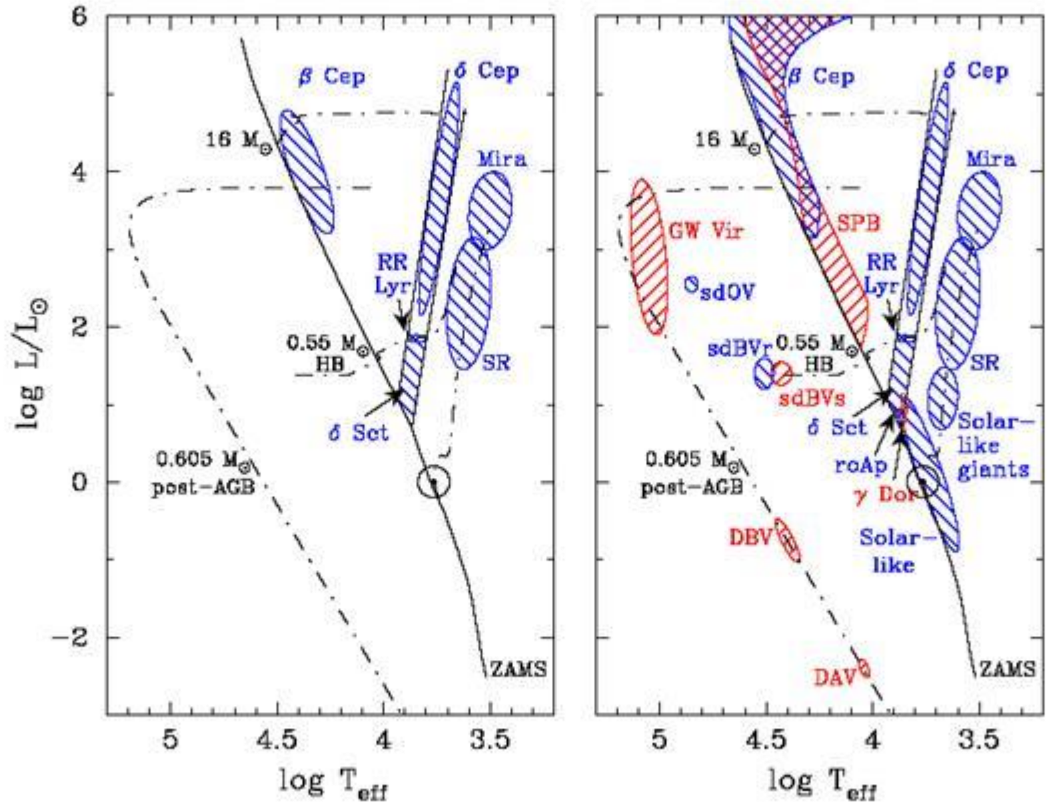
kapjuk, hogy

$$Q = 0,1159\frac{P_{pul}}{P_{orb}}\left(\frac{R_1}{a}\right)^{-3/2}\left(1+\right. \qquad (3.6)$$

ahol P_{orb} [d] a keringési, P_{pul} [d] a pulzációs periódus, M_1 [$M_\odot$] és R_1 [$R_\odot$] a pulzáló komponens tömege és sugara, a [CsE] pedig a pálya fél nagytengelye.

A δ Scuti, RR Lyrae és cefeida csillagok a főágra majdnem merőleges, ún. instabilitási sávban helyezkednek el a HRD-n. Ennek a sávnak a szélessége kb. 1000 K, a vörös és a kék határán belül lehetséges ezen csillagoknál a radiális pulzáció. A vörös határnál hidegebb csillagoknál a konvekció meggátolja a pulzációt. A kék határnál forróbb csillagoknál az ionizációs zóna, ami a pulzációt hajtaná, túl közel van a felszínhez, ahol a sűrűség kicsi a pulzáció fenntartásához. Az instabilitási sáv elnevezés némileg megtévesztő, ugyanis a sávba eső csillagok nem instabilak (Cooper & Walker 1994). Ellenkezőleg, a sajátrezgést végző csillagok nagyon stabilak. A sávon belüli csillagoknak azonban több mint fele nem pulzál, ugyanis a pulzációhoz megfelelő kémiai összetétel, mágneses tér és rotációs sebesség is szükséges.

A fotometriai mérések pontosságának javulásával és a fénygörbék elméleti magyarázatainak bővülésével egyre több új típusú, nemradiálisan pulzáló csillagot fedeztek fel (3.10.. ábra). Ezek közül talán a legfontosabb a Nap típusú (solar-like) oszcillációkat mutató csillagok, amelyeknél a konvekció sztochasztikusan gerjeszti az akusztikus módusokat.



Pulzáló változócsillagok típusai a HRD-n 40 éve (balra) és ma (jobbra) (Handler 2012).

3.1. A pulzáció oka, hajtómechanizmusa

Egy csillagnál a rezgést kiváltó és fenntartó mechanizmus többféle lehet (Handler 2012). Az öngerjesztő pulzációhoz olyan hajtómechanizmus szükséges, amely a csillapítás ellenére is periodikus oszcillációhoz vezet. Négy fő hajtómechanizmust különböztetnek meg.

A Q (vagy γ) mechanizmus során a csillagban a magfúziós folyamat rátája változik: amikor egy fúziós régió összenyomódik, akkor a hőmérséklet nő és több energia szabadul fel. Ez kitáguláshoz vezet, a nyomás lecsökken, a fúziós energiatermelés visszaesik, a réteg visszahullik, majd kezdődik elölről a ciklus. A Q mechanizmus (ami egy dízelmotorhoz hasonlóan működik) többféle csillagtípusnál játszhat szerepet, pl. Napunknál is.

A csillagok oszcillációjának legsikeresebb magyarázata a κ (kappa, az opacitás jele) mechanizmus. Amikor a csillag belsőbb részéből jövő fluxus hatására a felszín közelében lévő réteg felmelegszik, akkor az ionizáció foka megnő, több lesz a szabad elektron, így az opacitás is nagyobb lesz. A megnőtt nyomás miatt a zóna kitágul, a csillag az egyensúlyi sugaránál nagyobb lesz. Ekkor viszont lecsökken a hőmérséklet, az ionizáció foka csökken, így az opacitás kisebb lesz, a réteg visszahullik. Az újabb felmelegedéssel a ciklus újra kezdődik, ismétlődik. Ez a mechanizmus magyarázza a pulzáló csillagok legtöbbjének változását.

Az instabilitási sávban lévő klasszikus pulzátorok, mint a δ Cephei, az RR Lyrae és a δ Scuti csillagok esetében a HeII részleges ionizációs zónája hajtja a pulzációt. A roAp csillagoknál a HI és HeI zónák, a mira vörös óriás változóknál a HI ionizációs zóna, míg a β Cephei és SPB csillagoknál a vas-csoport elemeinek ionizációs zónája játszik szerepet a pulzáció fenntartásában.

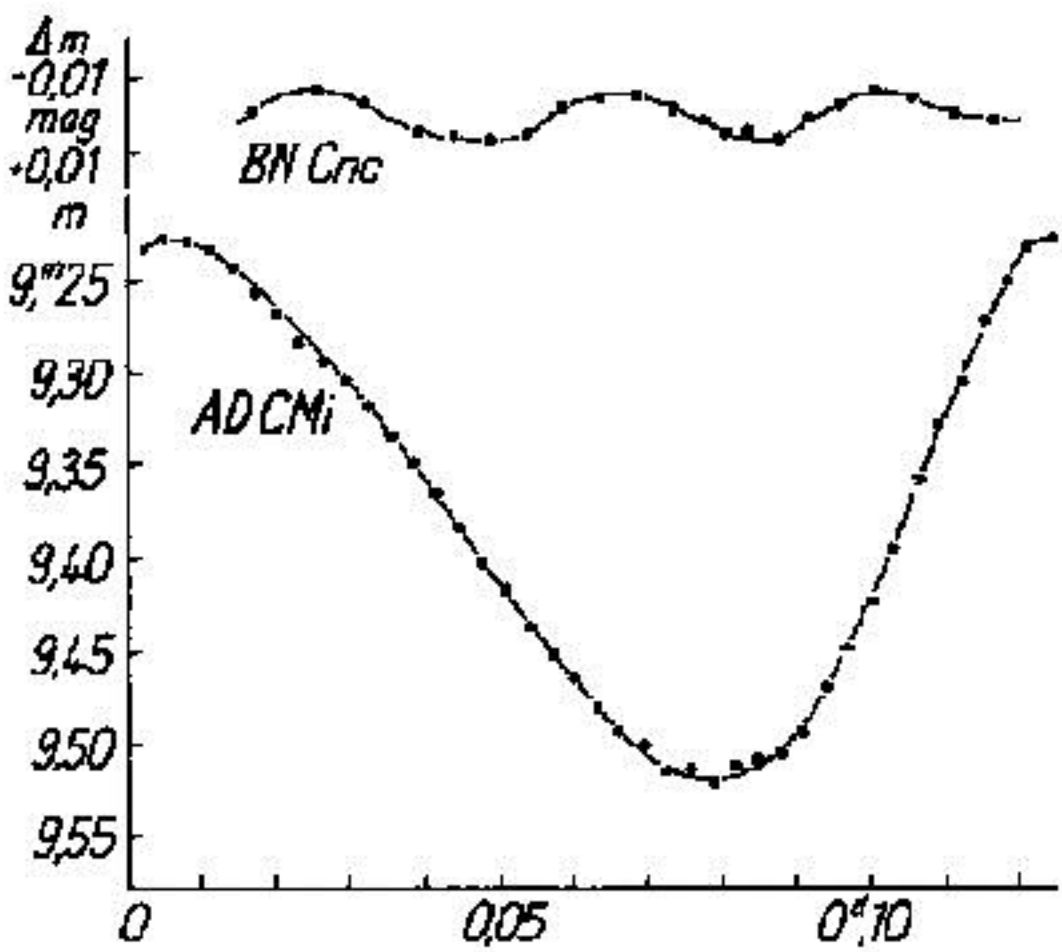
Nagyon hasonló folyamat a konvektív hajtás, amikor szintén dugattyúként viselkedhet a csillag egy belső rétege, ha a konvektív zóna egy időre leblokkolja a belülről jövő fluxust. Az összenyomódás alatt raktározott energiát azután a következő expanziós fázisban adja át a pulzáló rétegnek. Ez a mechanizmus játszhat részben szerepet a DA és DB fehér törpe csillagoknál, valamint a γ Doradus változóknál, és fontos lehet a cefeida és mira csillagoknál is.

Végül a Nap és a Naphoz hasonló (solar-like) csillagok pulzációját a felszínhez közeli konvektív zónában történő turbulencia miatti sztochasztikus gerjesztődés magyarázza. Az erőteljes konvektív mozgás a felszíni rétegekben akusztikus zajt generál széles frekvenciatartományban, amely Nap-szerű oszcillációs módusokat gerjeszt. Mivel a felszínen nagyon sok a konvektív cella, a véletlenszerű gerjesztődés, valamint az oszcillációk amplitúdója az időben erősen változik.

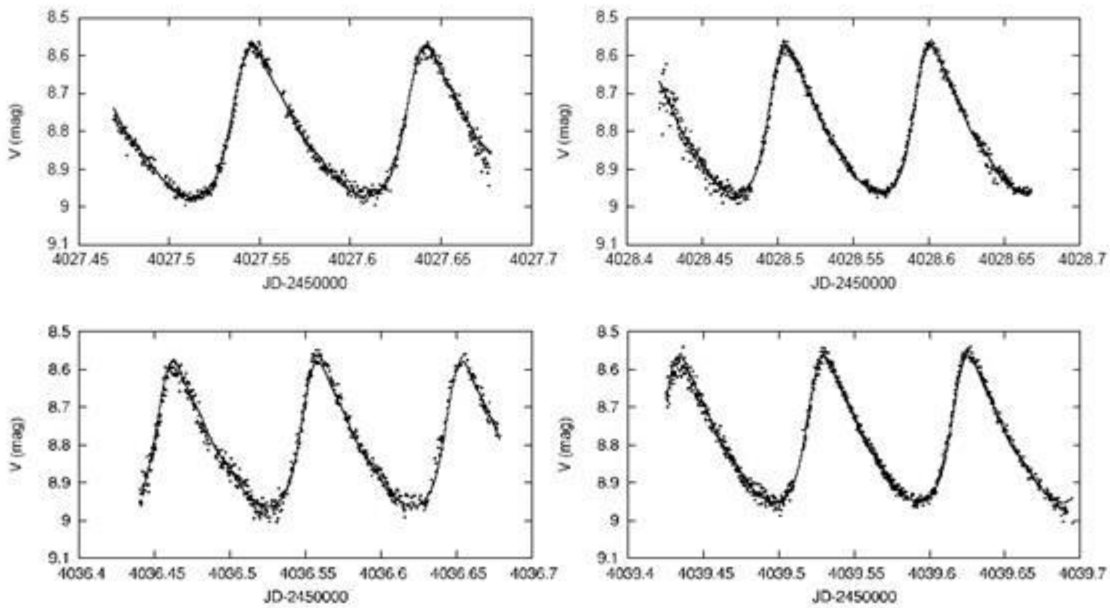
3.2. δ Scuti csillagok

III-IV-V luminozitási osztályú A vagy F csillagok félórástól néhány órás periódussal és néhány század vagy tized magnitúdós amplitúdóval. Mono- vagy multiperiodikusak, radiális és/vagy nemradiális pulzációs módusokkal. Korábban törpecefeidákként vagy AI Vel csillagokként is szerepeltek. Az SX Phe altípust a δ Scutikhoz nagyon hasonló, de öreg (II. populációs) szubtörpe csillagok alkotják.

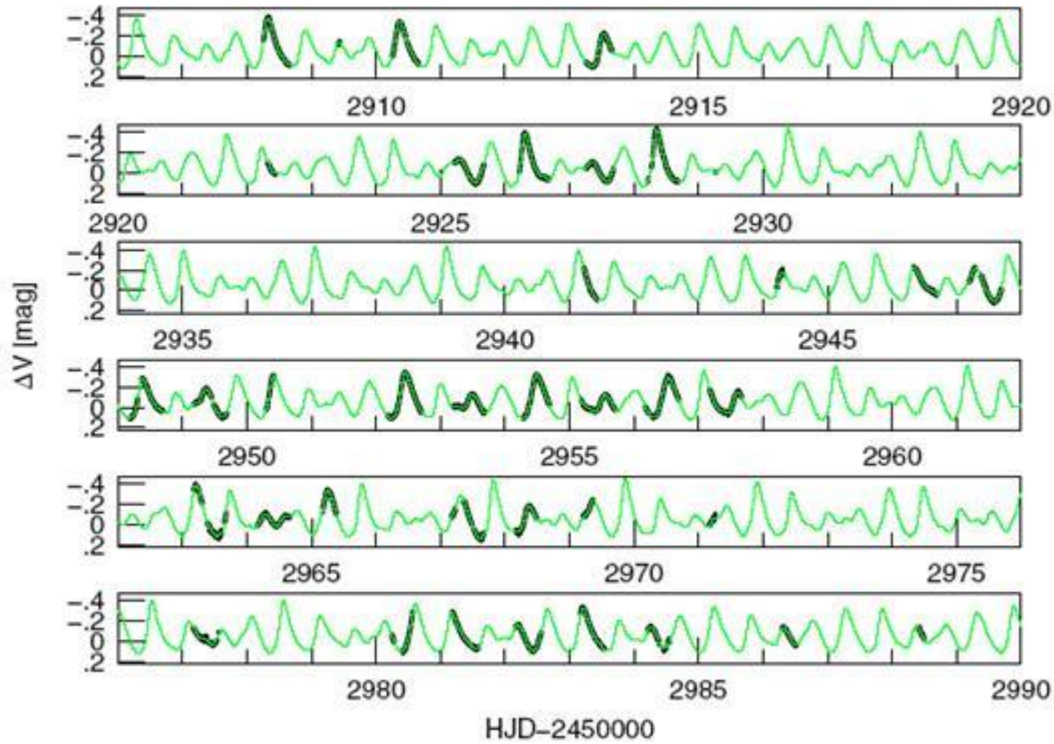
A δ Scuti csillagokból sok százat ismerünk. Közülük számos található kettős rendszerekben, fedési kettősökben is előfordulnak.



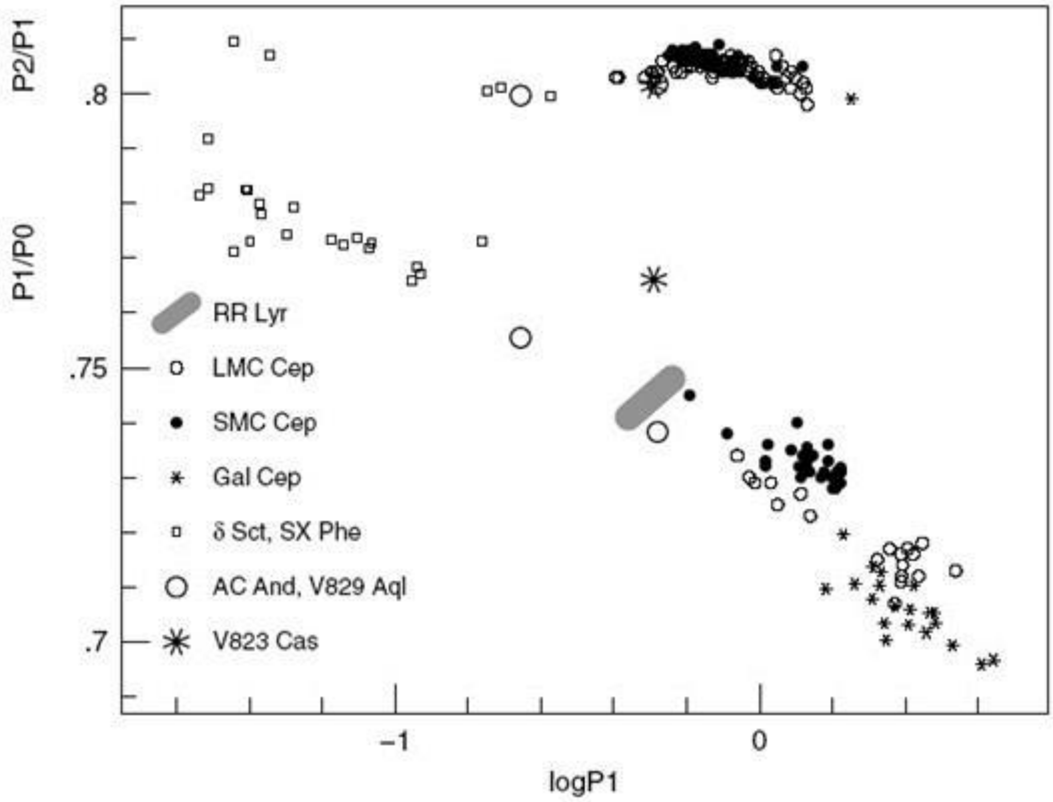
Kis és nagy amplitúdójú δ Scuti fénygörbe (Hoffmeister 1984).



A BE Lyncis fénygörbéje (Szakáts, Szabó, Szatmáry 2006)



A V823 Cas 3-módusúδ Scuti csillag fénygörbéje: a fekete körök a mérési pontok, a zöld folytonos vonal az illesztés 3 frekvenciával és kombinációikkal (Jurcsik et al. 2006).

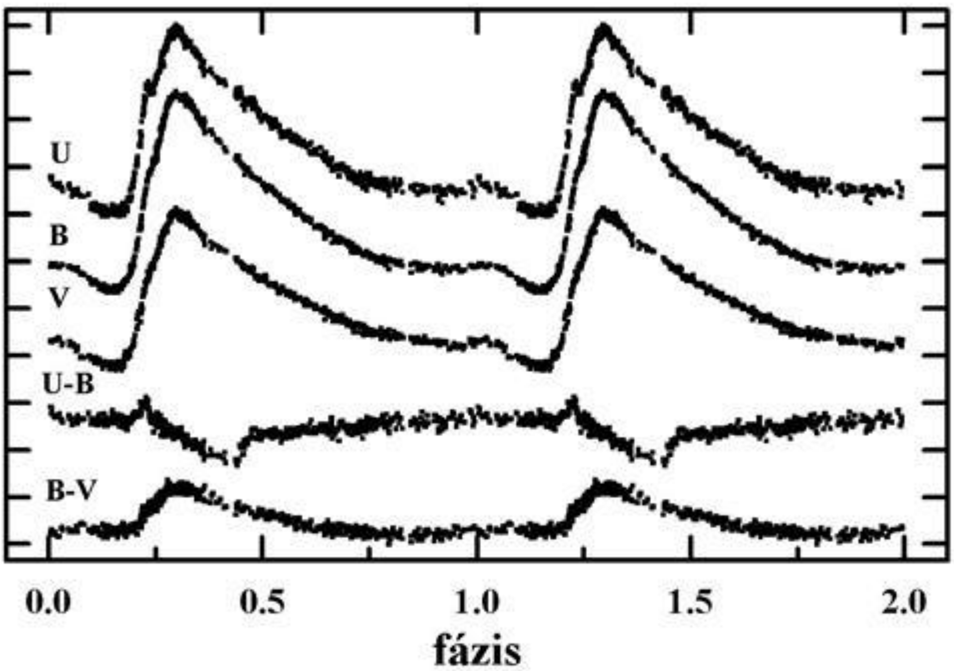


Többmódusú radiálisan pulzáló csillagok periódusaránya, a Petersen-diagram (Jurcsik et al. 2006).

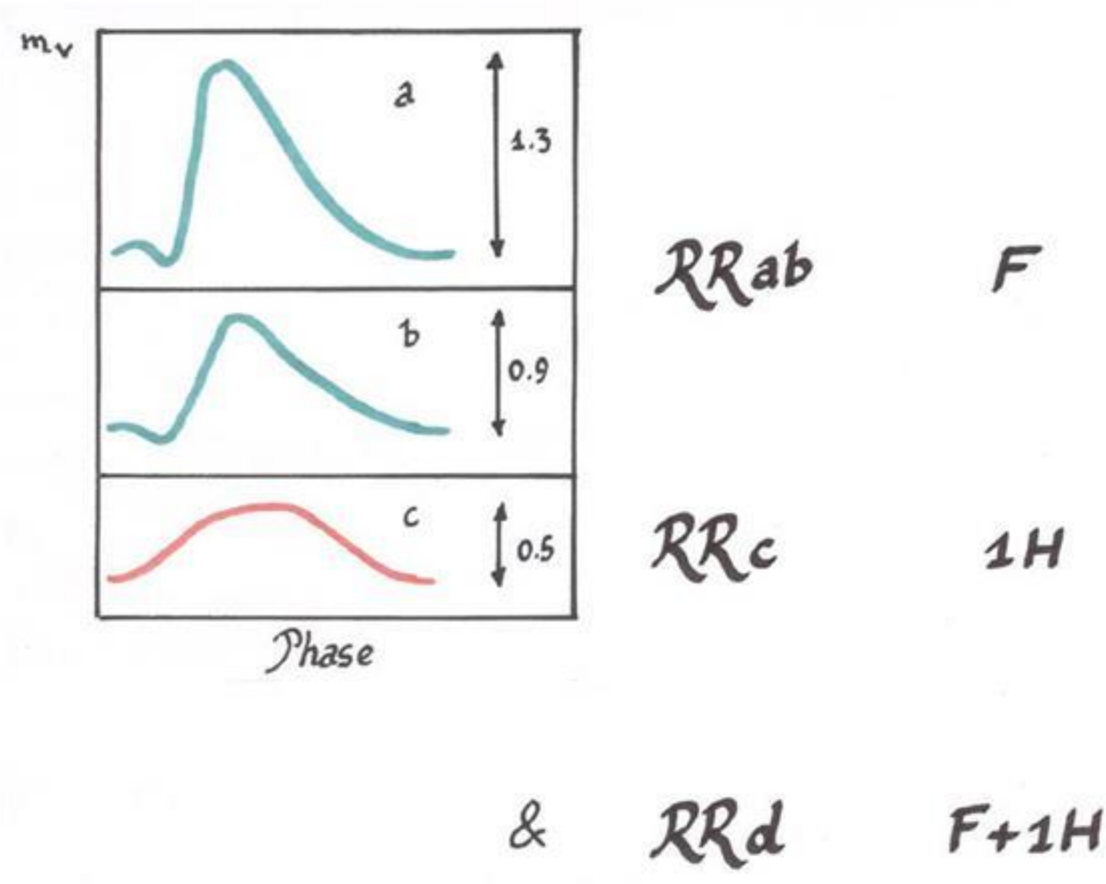
3.3. RR Lyrae csillagok

Öreg, II. populációs, A színképtípusú óriás csillagok a Tejútrendszer korongjában és halójában. Gyakoriak a gömbhalmazokban, ezért halmazváltozóknak is hívták ezeket. 0,2-1 nap periódussal, néhány tized és két magnitúdó közötti amplitúdóval változtatják fényességüket. Az abszolút fényességük nagyon hasonló, 0,5-0,6 magnitúdó, így távolságmeghatározásra alkalmasak. Általában radiálisan pulzálnak, de újabban nemradiális módusokat is kimutattak. Altípusok: RRab (F), RRc (1H), RRd (F+1H), RRe (2H) (3.16.. és 3.17.. ábra). Az OGLE megfigyelési programban az LMC-ben talált csillagok: 17693 RRab, 4958 RRc, 986 RRd és 1269 RRe.

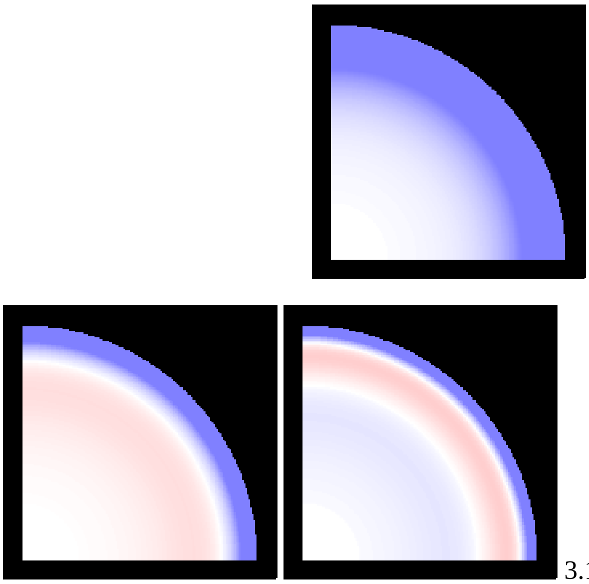
Sok esetben 10-300 napos periódussal, több tized magnitúdóval változik a pulzációs amplitúdó (Blazsko-effektus). Az amplitúdó mellett a fázis (ill. a frekvencia) is modulálódik. A bő 100 éve felfedezett Blazsko-effektusra még ma sincs kielégítő magyarázat. A Kepler űrtávcső minden eddiginél pontosbb méréseket végez e területen is. A magyar csillagászok között többen is nemzetközileg elismert szakértői a Blazsko-effektusnak.



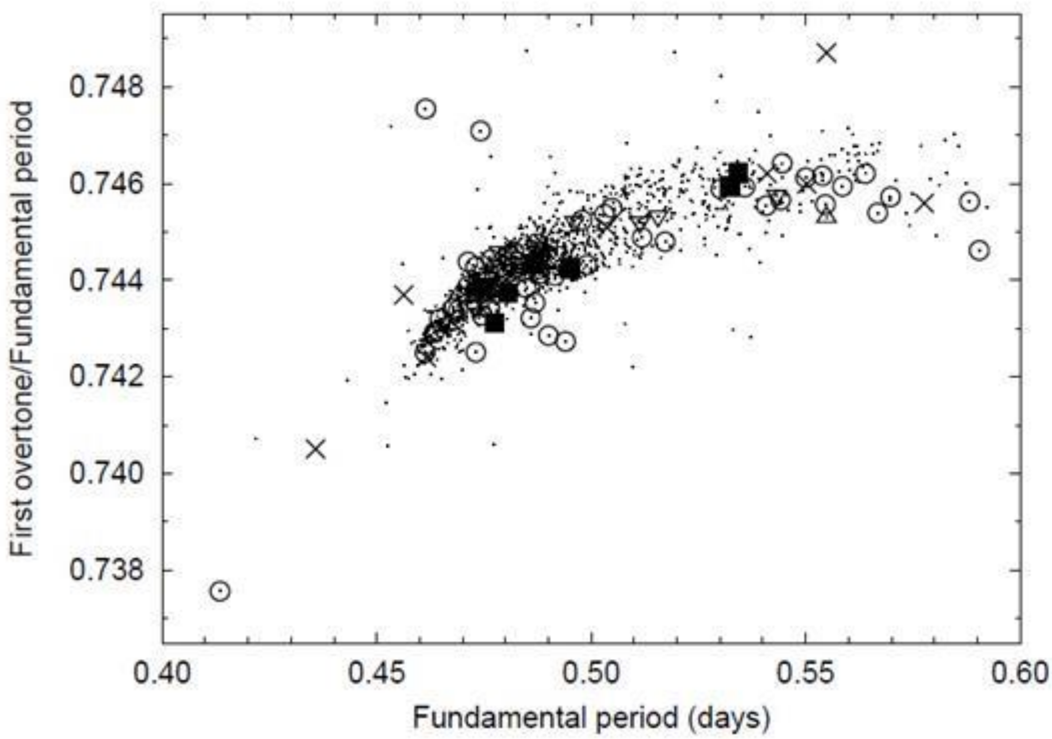
A TU UMa RRab csillag fényváltozása (V=9,2-10,3 mag, Kiss, Szatmáry, Gál, Kaszás 1995)



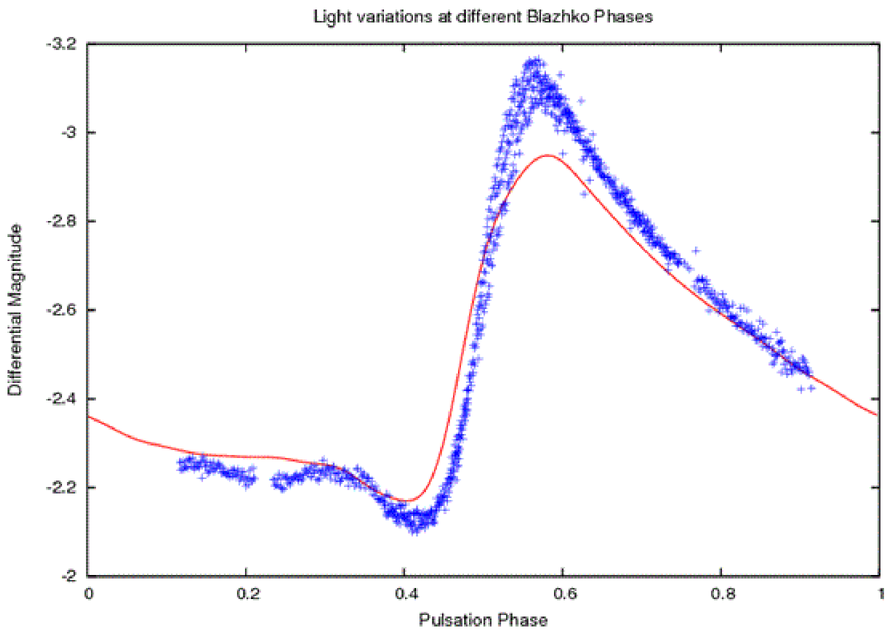
Az RR Lyrae csillagok alosztályai (F: fundamentális, alaprezgés; 1H: első felhang) (http://www.univie.ac.at/tops/blazhko/Generalities.html).



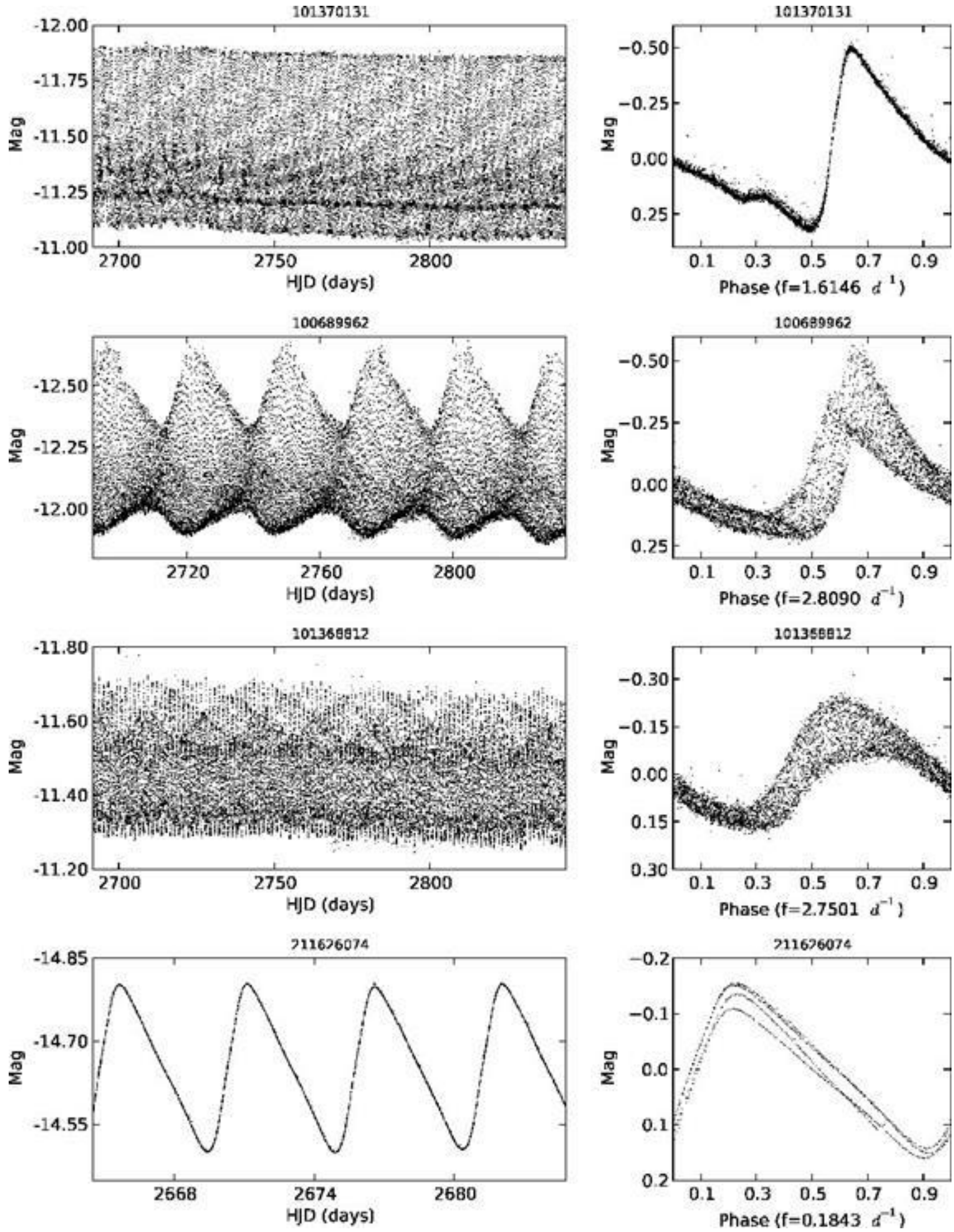
3.17. ábra. F, 1H, 2H módusok szemléltetése. A kék és a vörös tartományok ellentétes irányba mozognak a csomófelületek két oldalán (Kolláth Zoltán animációi).



Kétmódusú (RRd) RR Lyrae csillagok Petersen-diagramja. A nagy jelek galaktikus, a kis pontok LMC- és SMC-beli csillagok (Wils 2010).



A Blazsko-effektus az RR Lyrae csillagnál (animáció) (Kolenberg et al. 2006, http://www.univie.ac.at/tops/blazhko/RRLyrae2004.html).

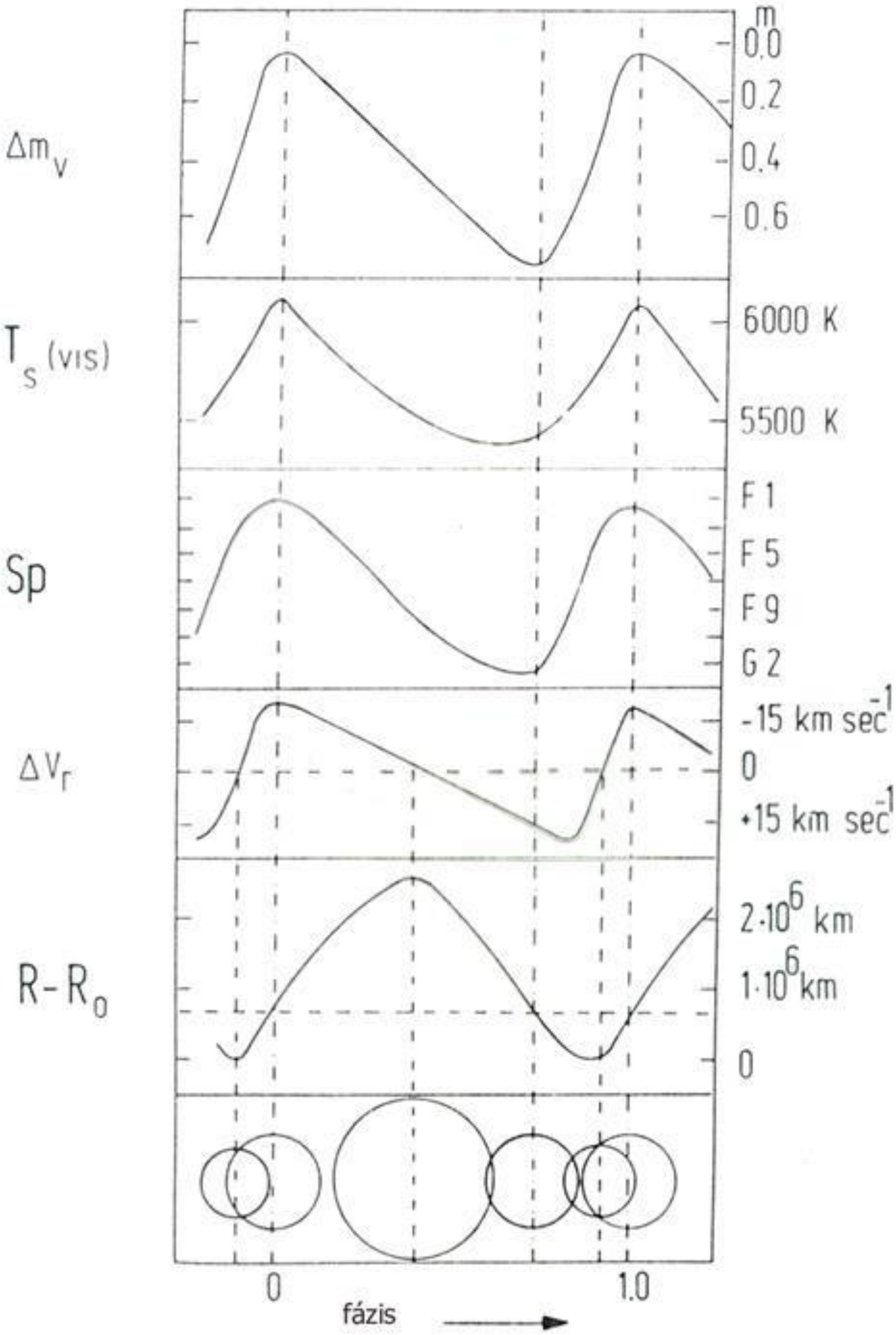


Felülről lefelé: egymódusú RR Lyr, Blazsko-effektusos RR Lyr, kétmódusú (RRd) RR Lyr és cefeida csillag fénygörbéje és fázisdiagramja (Debosscher et al. 2009).

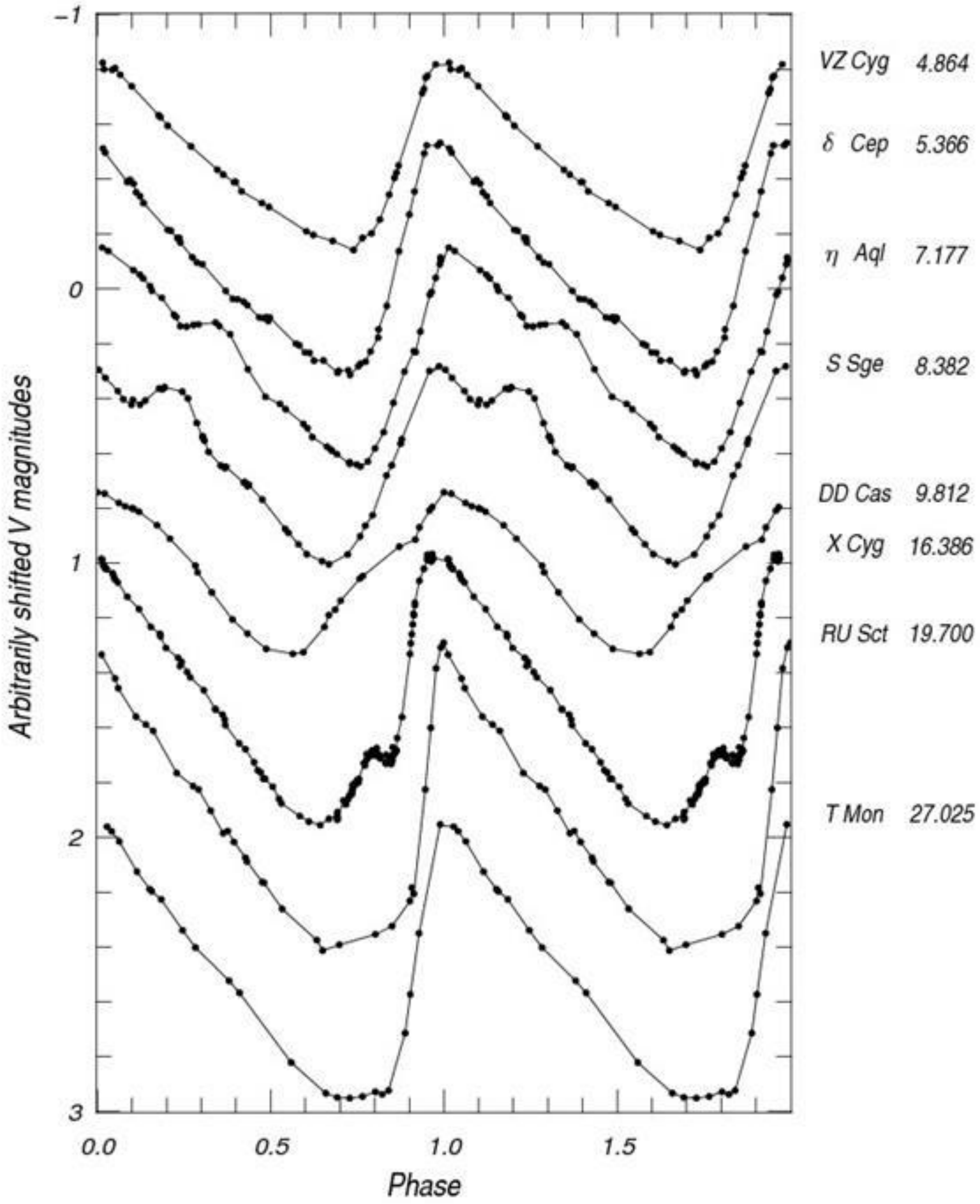
3.4. Cefeidák

Koruk és fejlődési állapotuk alapján 4 nagyobb csoportra osztják őket: δ Cephei, W Virginis, BL Herculis és (tágabb értelemben) RV Tauri típusokra. A δ Cephei csillagok radiálisan pulzáló, fiatal (I. populációs), fényes szuperóriások. A periódusuk 1 és 135 nap közötti, az amplitúdó 0,1-2 magnitúdó (3.21.. ábra). A HRD-n jól meghatározott helyen, az instabilitási sávban helyezkednek el. A periódusuk egyenesen arányos a luminozitásukkal, így a fényváltozásukból meghatározható a távolságuk (periódus-fényesség reláció). Néhányuk többszörös periodicitást mutat (beat cefeidák). Más elnevezéseik: klasszikus cefeidák, I. típusú cefeidák. A cefeidák jelentős része, kb. fele kettős rendszer tagja.

BL Her: A W Virginis típushoz hasonló radiális pulzátorok. A fényváltozási görbéjükön a leszálló ágon egy púp van. A periódus 1-8 nap. W Vir: A cefeidákhoz nagyon hasonló, de kisebb tömegű, II. populációs, idősebb csillagok. A HRD-n és a P-L reláció szerint a cefeidák alatt, velük párhuzamosan találhatók. Periódusuk 6-35 nap, az amplitúdó 0,3-1,2 magnitúdó. II. típusú cefeidáknak is hívják őket. RV Tau: Szuperóriás II. populációs csillagok. Hasonlóak a W Vir típushoz, de hosszabb, 30-150 napos a periódusuk, az amplitúdó legfeljebb 5 magnitúdó. A fénygörbe két eltérő mélységű minimumot mutat. Alosztályok: RVa és RVb (az átlagfényesség itt hosszú, akár ezer napos periódussal változik).



Cefeida csillag paramétereinek változása a pulzációs ciklus során. Felülről lefelé: fényesség, hőmérséklet, színképtípus, radiális sebesség, sugár.

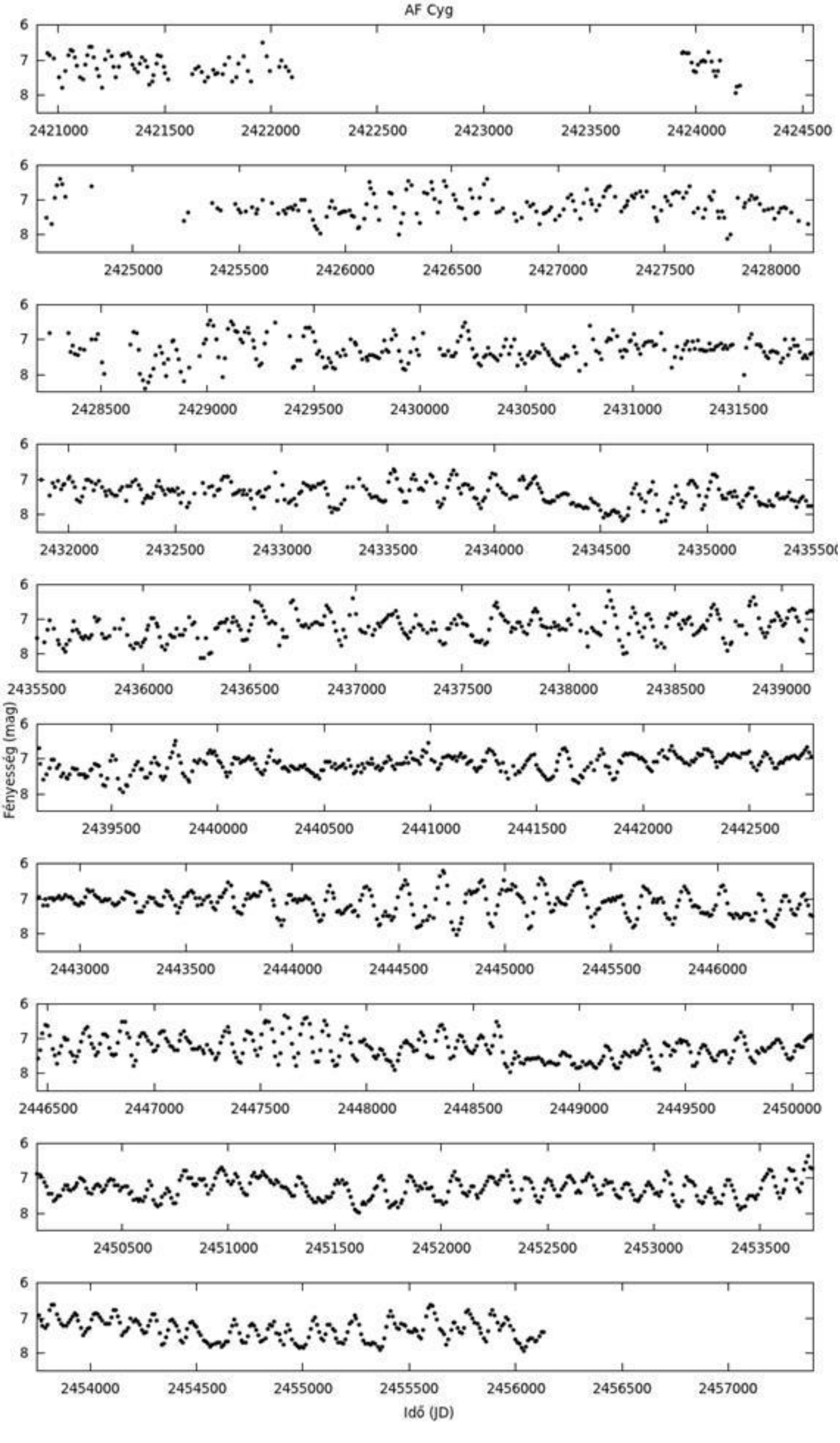


A Hertzsprung-haladvány: egy másodlagos púp megjelenése a fénygörbén, amelyet egy befelé induló, majd onnan visszaverődő és a felszínre törő lökéshullám okozhat. A púp a 6-7 napos periódus esetén a leszálló ágon jelentkezik, 10 nap körül a maximumnál, majd a felszálló ágon van, 20 nap felett eltűnik (http://www.isdc.unige.ch/Gaia/wiki/index.php/Hertzsprung_progression).

3.5. Mira és szemireguláris csillagok

A pulzáló vörös óriásoknál érdekes jelenségek is előfordulnak: többmódusú pulzáció, hosszú másodperiódus (LSP: long secondary period), módusváltás (mode switching), radikális amplitúdócsökkenés (átmenet mira típusból félszabályosba), drasztikus perióduscsökkenés (He-héj- fellobbanás, He-shell flash), kaotikus csillagpulzáció.

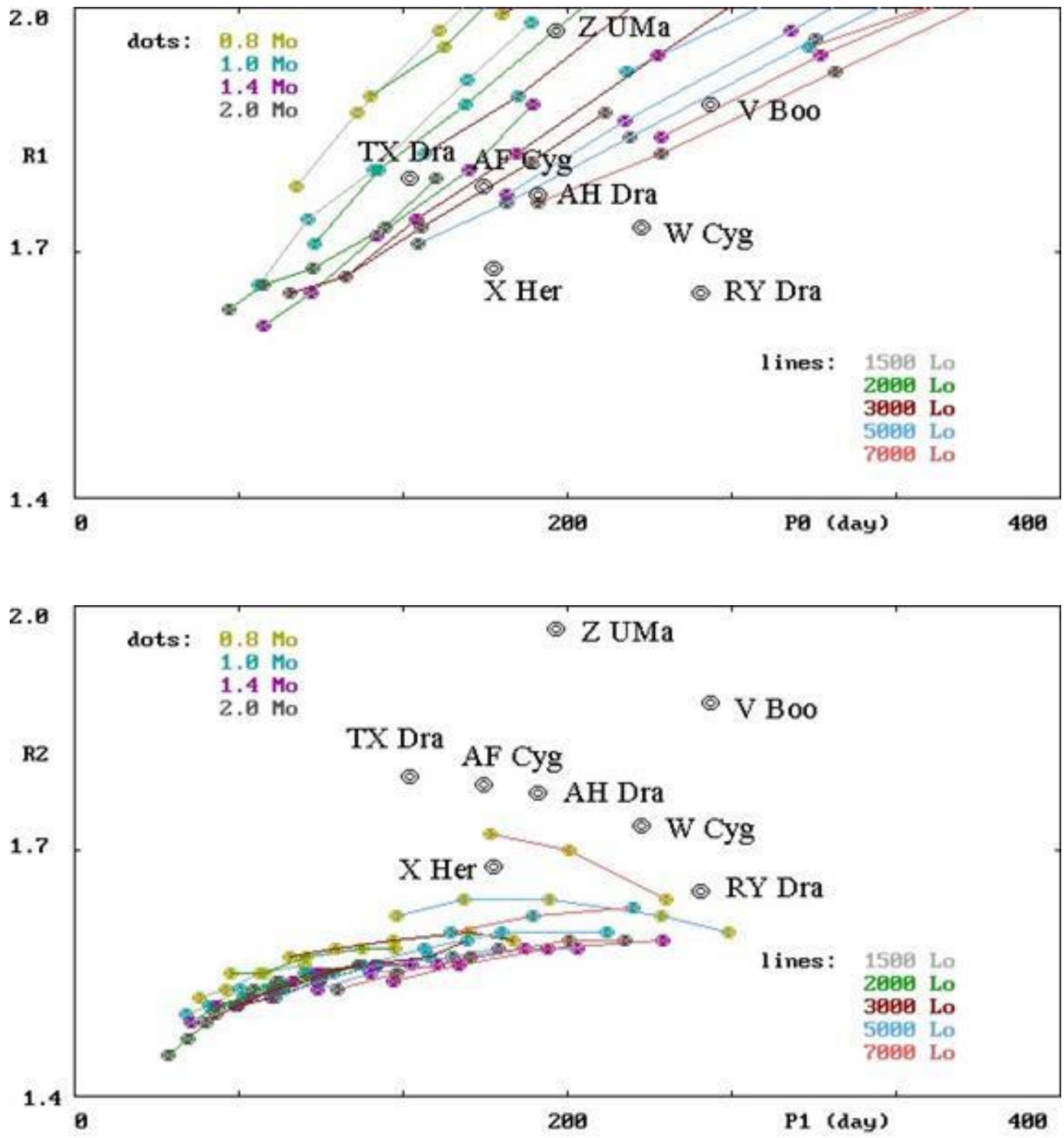
A fénygörbéket napra készen az AAVSO adatbázisából tölthetjük le, általában 5 vagy 10-napos átlagpontokat képezünk. Első lépésben Fourier-analízissel előállítjuk a frekvenciaspektrumot, a spektrálablakot, és fehérítéseket végzünk. Ehhez pl. a Period04 programot használhatjuk fel (Lenz & Breger 2005). Előállíthatjuk a fénygörbék wavelet-térképeit, amelyeken nyomon követhetjük az egyes módusok amplitúdó- és frekvenciaváltozását, modulációját. Ehhez pl. az AAVSO WinWWZ programját használjuk.


AF Cyg
Fényesség (mag)
Idő (JD)
6
7
8
2421000
2421500
2422000
2422500
2423000
2423500
2424000
2424500
2425000
2425500
2426000
2426500
2427000
2427500
2428000
2428500
2429000
2429500
2430000
2430500
2431000
2431500
2432000
2432500
2433000
2433500
2434000
2434500
2435000
2435500
2436000
2436500
2437000
2437500
2438000
2438500
2439000
2439500
2440000
2440500
2441000
2441500
2442000
2442500
2443000
2443500
2444000
2444500
2445000
2445500
2446000
2446500
2447000
2447500
2448000
2448500
2449000
2449500
2450000
2450500
2451000
2451500
2452000
2452500
2453000
2453500
2454000
2454500
2455000
2455500
2456000
2456500
2457000

A félszabályos AF Cygni fénygörbéje (10-napos átlagok, AAVSO).

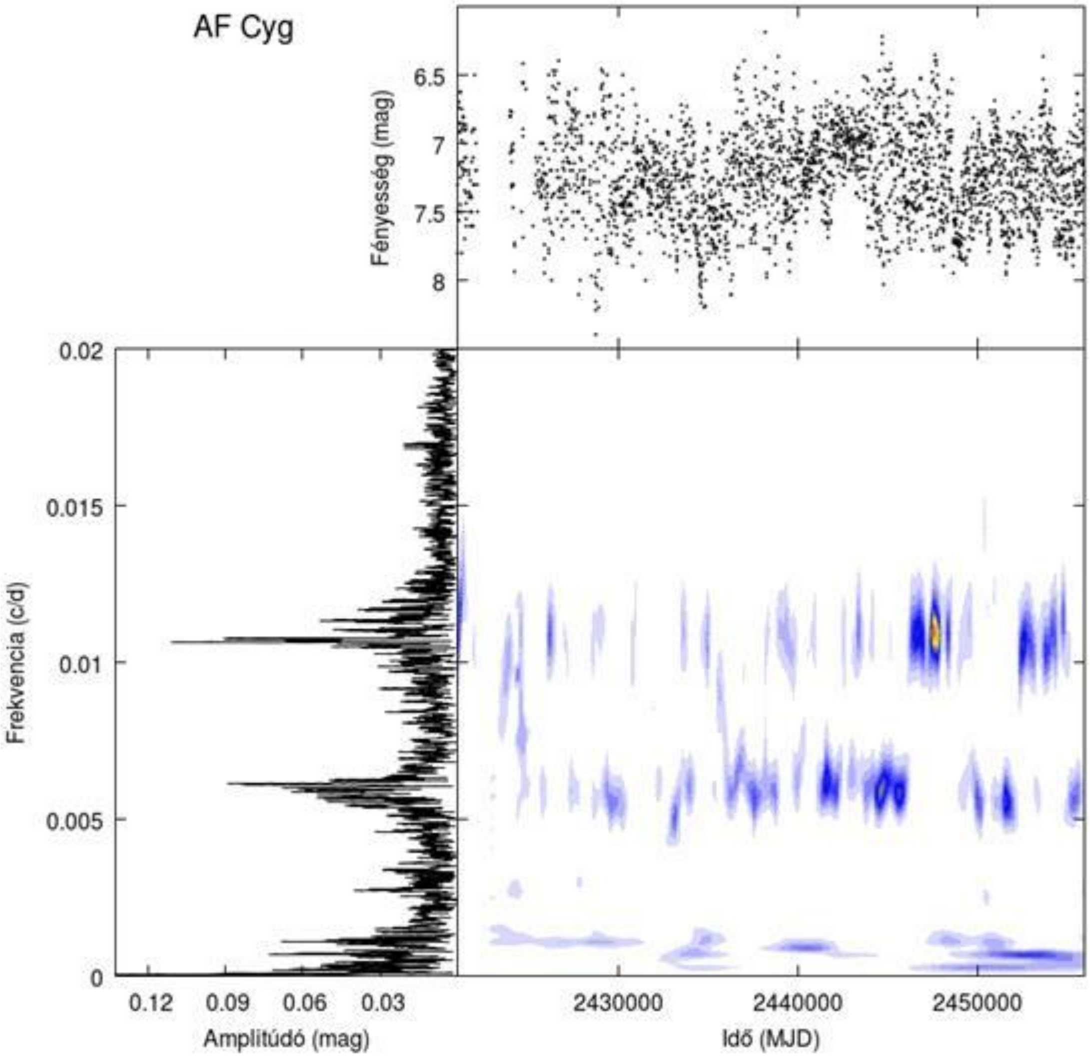
Az AF Cygni (3.23.. ábra) jellegzetes, hármas szerkezetű csúcssereget mutat frekvenciaspektrumában. Ehhez hasonló spektrum sok más félszabályos változócsillagnál is tapasztalható. Több csúcs jelentkezik kis frekvenciákon (1000-18000 nap periódusokkal), ez az utóbbi időkben intenzíven vizsgált hosszú másodperiódus (LSP) jelenléte lehet ennél a csillagnál is. A két rövidebb periódusnál (94 nap és 158 nap) lévő csúcs-csoport két radiális pulzációs módus lehet, véletlenszerűen ingadozó periódusértékkel. A periódusarány 1,7 körüli, ami jellegzetes a félszabályos csillagoknál.

A wavelet-térképen (3.25.. ábra) egyrészt az látszik, hogy a hosszú periódusok amplitúdója időszakosan nő meg. Az izgalmas dolog a két rövidebb periódusnál figyelhető meg: már a fénygörbén is mutatkozott, hogy alternáló módon hol az egyik, hol a másik amplitúdója nagyobb. Ezt a módusváltással magyarázhatjuk: két pulzációs módus van gerjesztve, de sztochasztikus hatások (pl. konvekció) miatt a pulzáció energiája váltakozva „átfolyik” egyik módusból a másikba, majd vissza. Ezt a jelenséget a teljes adatsor frekvenciaspektruma alapján nem tudjuk vizsgálni, ehhez idő-frekvencia módszer szükséges.



3.24. ábra. Ostlie & Cox (1986) lineáris modellje. P0 az alaprezgés, P1 az első-, P2 a második radiális felhang periódusa; R1=P0/P1 és R2=P1/P2 periódusarányok.

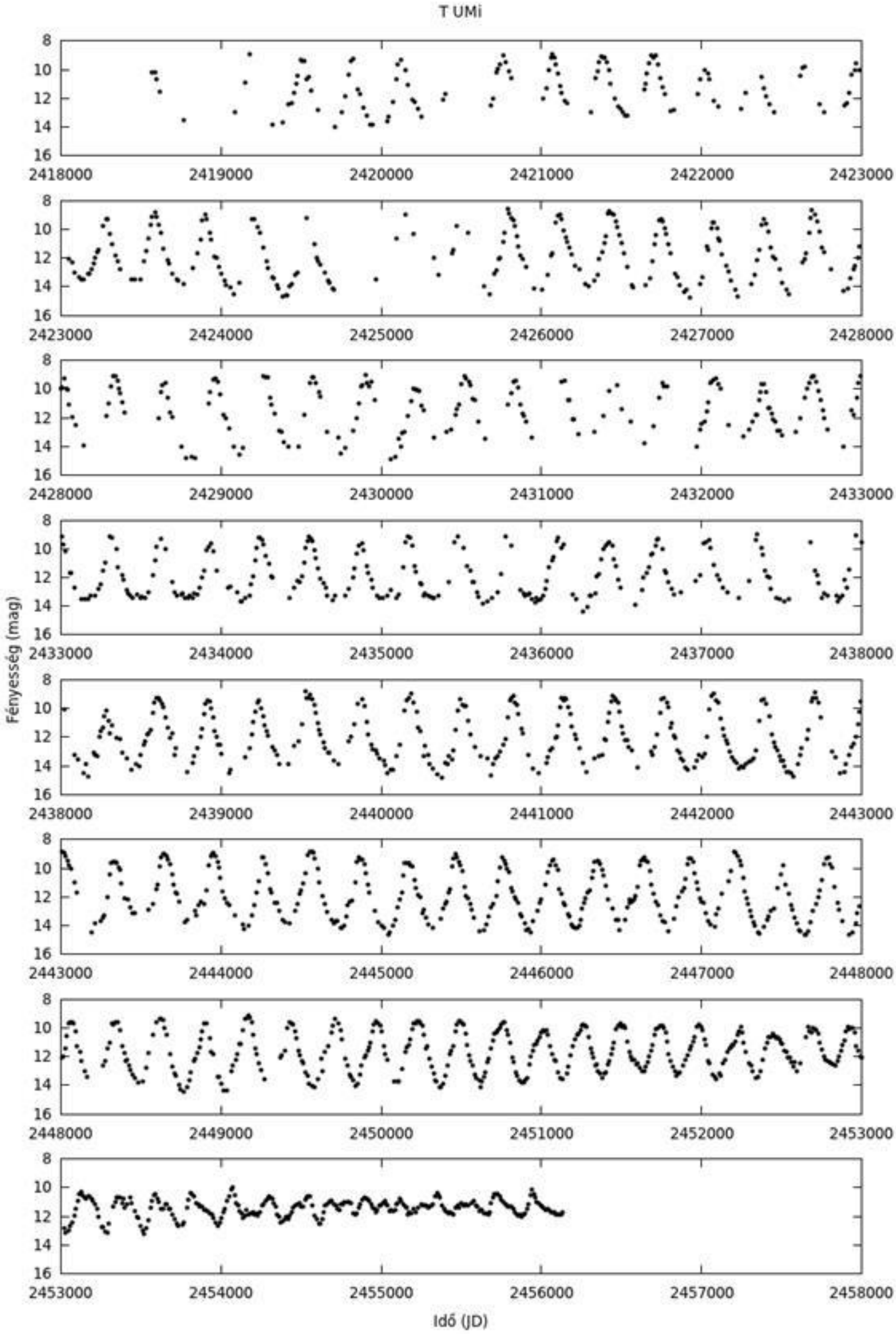
Az AF Cyg a modellek alapján alaprezgésben és első felhangban pulzál, kb. 1,5 $M_\odot$ a tömege és 3000 $L_\odot$ a luminozitása (3.24.. ábra).



Az AF Cyg fénygörbéje (felül), frekvenciaspektruma (balra) és wavelet-térképe (Szatmáry 2012).

A pulzáló vörös óriáscsillagok periódusváltozását már régen észrevették és vizsgálták. Különösen az R Aql és R Hya esetében találtak perióduscsökkenést az O-C diagram alapján. Újabban sok évtizedes vizuális adatsorok felhasználásával a mirák mintegy 1%-ánál találtak szekuláris, időben folyamatosan változó periódust, amit evolúciós hatásokkal magyaráztak. A hosszabb periódusú miráknál gyakoribb az instabil ciklushossz. Számos esetben (pl. S Ori, W Hya, T Cep, R Nor) pedig ingadozó, bolyongásszerű periódusváltozást mutattak ki, amit jelentős tömegvesztéssel, cirkumsztelláris anyagfelhővel vagy -gyűrűvel magyaráztak. A periódusfluktuáció általában néhány százalékos egy konstans fő periódusérték körül. Néhány csillag esetében a változás nagyobb: az R Aql periódusa 365 napról (1850 körül volt ennyi) 275 napra, az R Hya 495 napról 385 napra, az RU Vul 160 napról 110 napra csökkent. A W Dra periódusa viszont 155-ről 180 napra nőtt 90 év alatt.

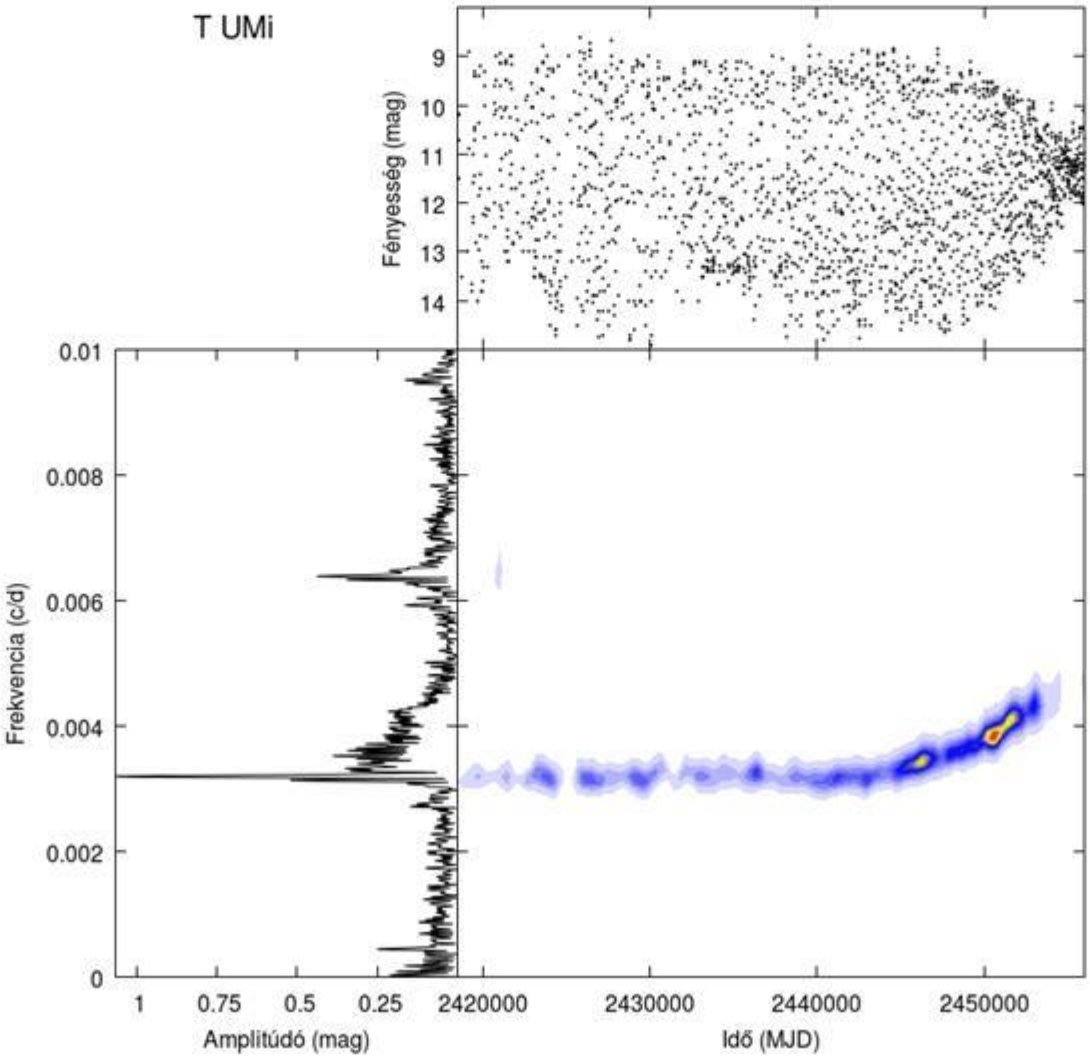
A mirák pulzációs periódusa függ a tömegüktől és a sugaruktól. Az erős csillagszél sem tudja azonban nagymértékben csökkenteni a tömegüket (általában néhány százmilliomod $M_\odot$/év, ez a rövid mira állapot alatt nem sok). A jelentős periódusváltozás arra utal, hogy a sugaruk viszont változik.



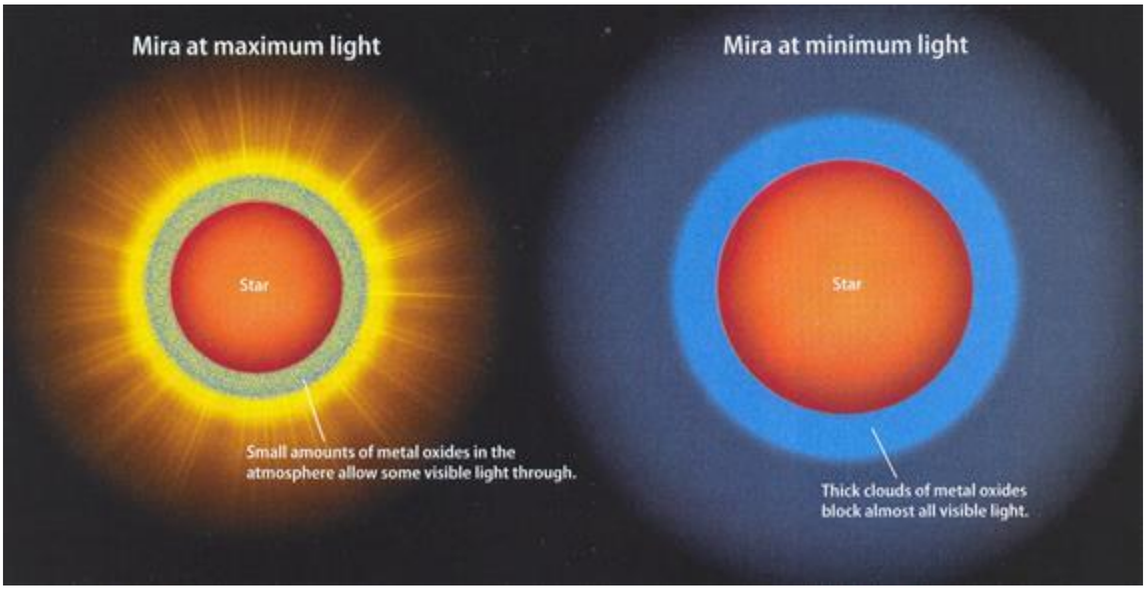
A T Ursae Minoris fénygörbéje (10-napos átlagok, AAVSO).

A T UMi (3.26.. ábra) esetében már régen feltűnt, hogy ennek a mirának a periódusa erősen csökken. A csillag periódusváltozását a termális pulzusokat végző aszimptotikus óriásági csillagok (TP-AGB) belsejében, a magot körülvevő héjban lejátszódó He-fúzió időszakos megszaladásával (He-shell flash) magyarázhatjuk Wood & Zarro (1981) modellje alapján. A belső energiatermelés növekedésével nő a csillag luminozitása, amit rövidesen a pulzáció periódusának a hosszabbodása követ. A termális pulzusok jellegzetesen néhány tízezer évente következnek be, de a gyors változások szakaszai emberi időskálán is lejátszódhatnak.

A T UMi periódusváltozása (3.27.. ábra) az eddig ismert legnagyobb értékű a pulzáló csillagok között ($\Delta P/P \approx 0{,}01$)! Amellett, hogy a periódus az utóbbi években továbbra is csökken, egészen szabálytalanná, félszabályos csillaghoz hasonlóvá vált a fénygörbe. Radikálisan változik, csökken az amplitúdó is, mintha leállna a pulzáció. Az átlagos fényesség viszont szinte nem változik.



A T UMi fénygörbéje (felül), frekvenciaspektruma (balra) és wavelet-térképe (Szatmáry 2012).

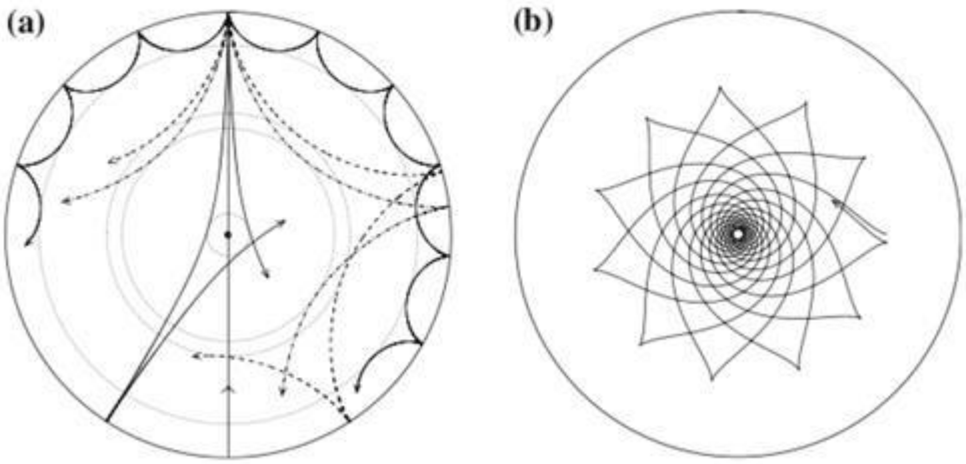


A mira csillagok akkor a legfényesebbek, amikor a legkisebbek, és akkor a leghalványabbak, amikor a legnagyobbak. Ekkor ugyanis a csillag külső rétegei annyira lehűlnek, hogy ott fém-oxidok, pl. TiO-molekulák jönnek létre, és ez a héj elnyeli, leárnyékolja a csillag fényét (Sky and Telescope).

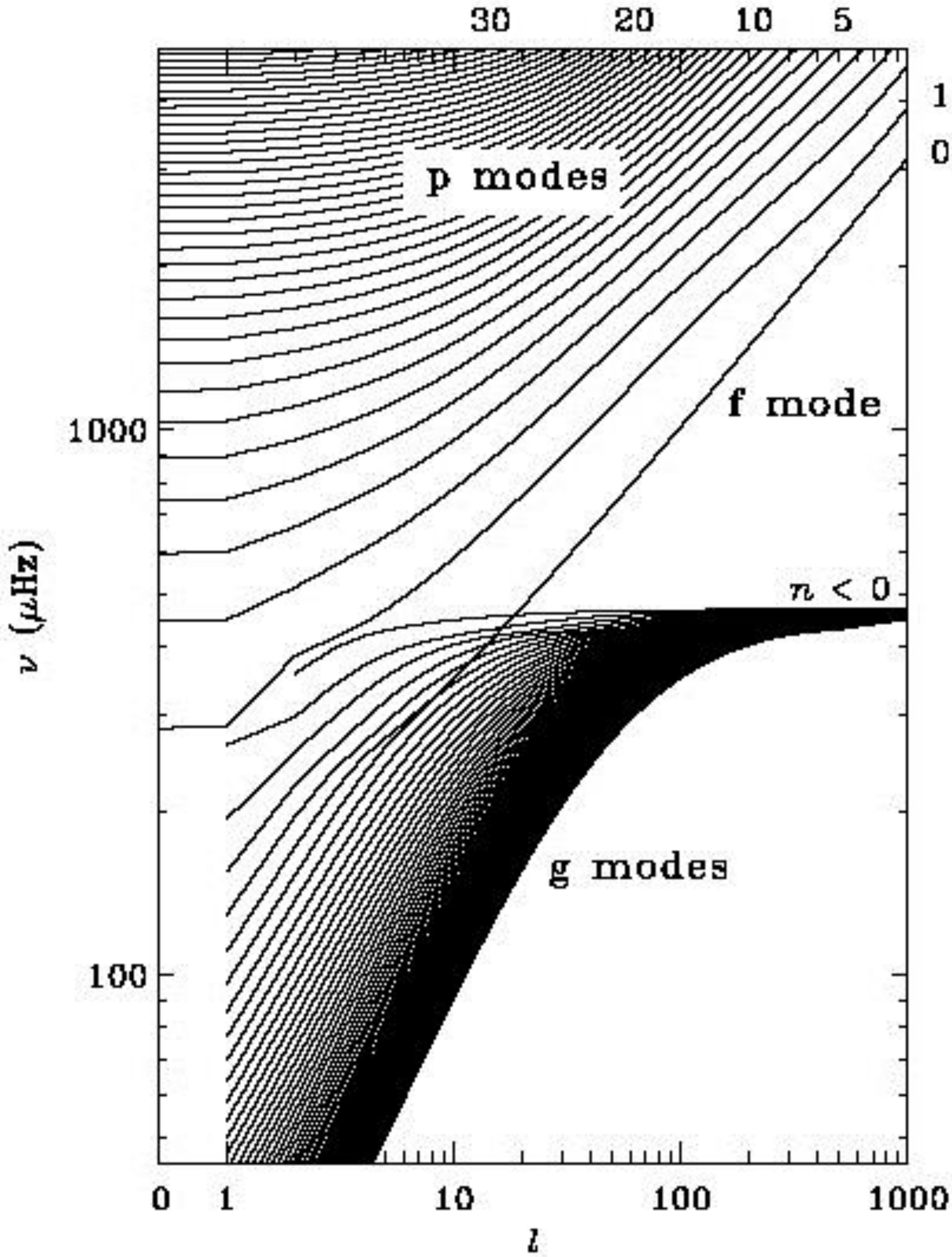
3.6. Nemradiális pulzáció

Az instabilitási sávban lévő csillagok főleg radiálisan pulzálnak, azaz a sugár irányában kifelé és befelé történik a rétegek elmozdulása (Cooper & Walker 1994). A külső tartományban azonban körben haladó hullámok is kialakulhatnak, a földrengésekhez hasonlóan. A Nap oszcillációja is ilyen. Ez a pulzáció nemradiális módja. Ilyen esetben a csillag gömbszimmetriája megszűnik, az alakja változik.

A nemradiális hullámok kétféleképp terjedhetnek. Az egyik típus nagyon alacsony frekvenciájú hanghullámnak felel meg, ezt p-hullámnak vagy nyomáshullámnak nevezik. A radiális rezgéseket szintén a nyomás kelti, így azok is p-hullámoknak tekinthetők, de ezt nem szokás hangsúlyozni. A nemradiális hullámok másik fajtájánál az oszcillációt a gravitáció és a felhajtóerő határozza meg, ezek a g-hullámok. Periódusuk általában hosszabb mint a p-hullámoké. A p-módusok amplitúdója a felszín közelében nagy, a g-módusoké viszont a csillag belsejében (3.29.. ábra). A g-módusok jellemzők a fehér törpe pulzátorokra.



Nemradiális p- (a) és g- (b) módusok szemléltetése (Christensen-Dalsgaard 2003).



A nemradiális p- és g-módusok frekvenciája az l függvényében, normál Nap-modell esetén.
Az n radiális rend értéke felül jelölt, a g-módusokra*n*<0 (Christensen-Dalsgaard 2003).

A nemradiálisan rezgő 3-dimenziós csillag módusainak jellemzésére három paramétert használunk:

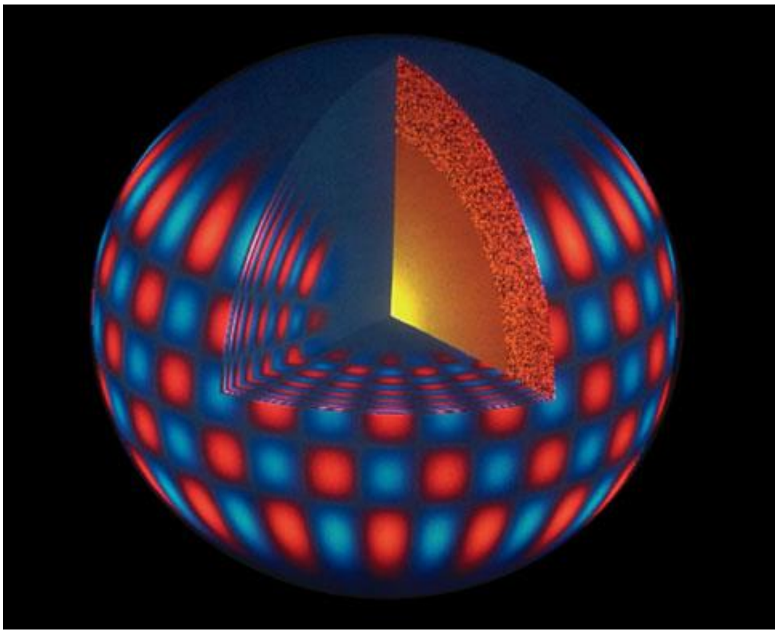
- n: a radiális rend, sugárirányban a csillag belseje felé a csomófelületek száma.

- l: a fokszám, a csillag felszínén az összes csomóvonal száma. l=0 neve monopól módus, l=1 a dipól, l=2 a kvadrupól, l=3 az oktupól módus.

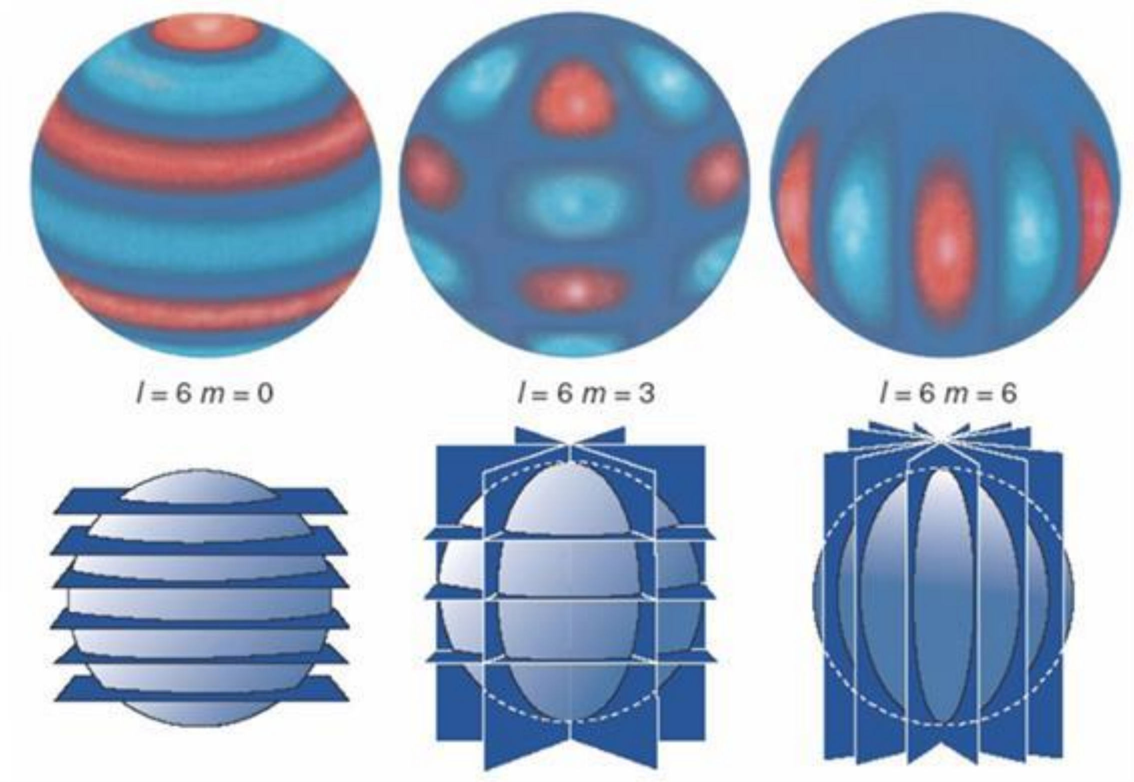
- m: az azimutális szám, a felszíni csomóvonalak közül a hosszúsági kör jellegű (pólusokon átmenő) csomóvonalak száma.

Az m értéke 2l+1 féle lehet -l és l között. Ha $m<>0$, akkor haladó hullám megy körbe a csillagon direkt irányban ($m>0$) vagy retrográd irányban ($m<0$). Ha a csillag gömbszimmetrikus, akkor a rezgési periódusa nem függ m-től. Rotáció és mágneses tér jelenléte esetén azonban az adott (n, l) módus felhasad 2l+1 komponensre. A felhasadt komponensek közti távolság arányos a rotáció frekvenciájával, relatív amplitúdóik az inklinációtól (a látóirány és a rotációs tengely szögétől) függnek.

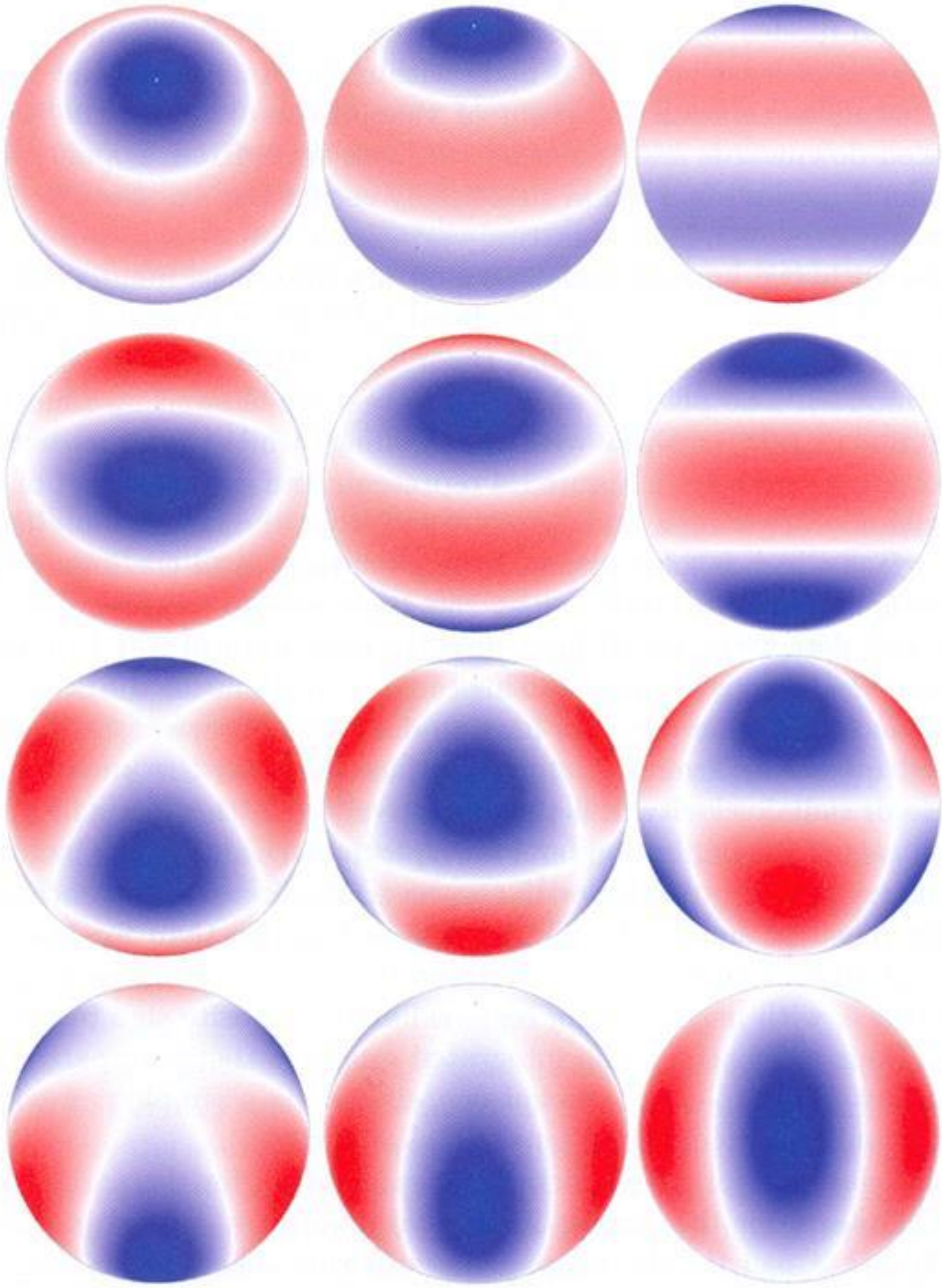
Radiális pulzációnál l=0, valamint n=0 esete az alaprezgés, n=1 az első felhang, n=2 a második felhang.



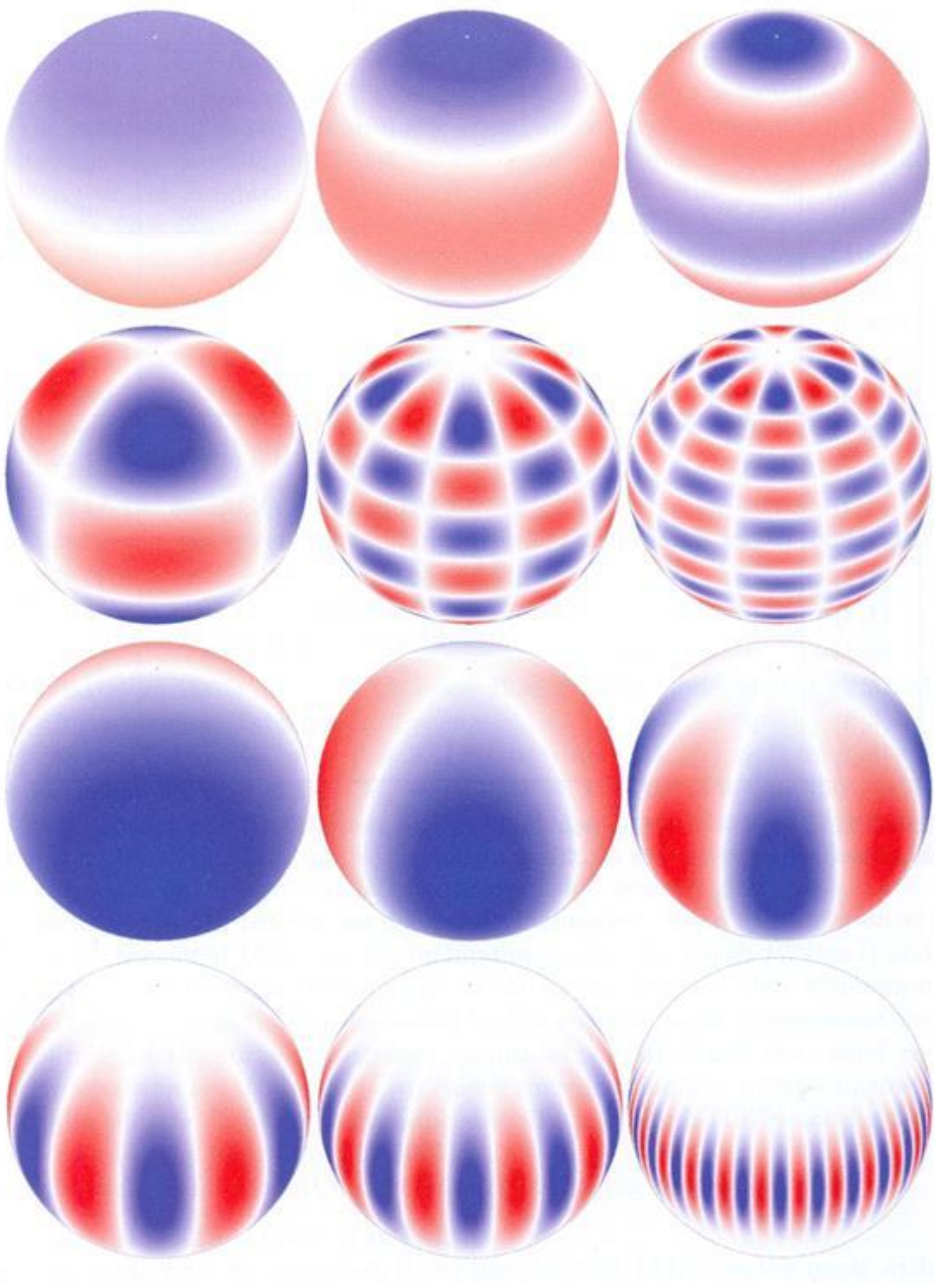
A nemradiális pulzáció szemléltetése: csomóvonalak a felszínen és csomófelületek a csillag belseje felé (http://gong.nso.edu/info/helioseismology.html).



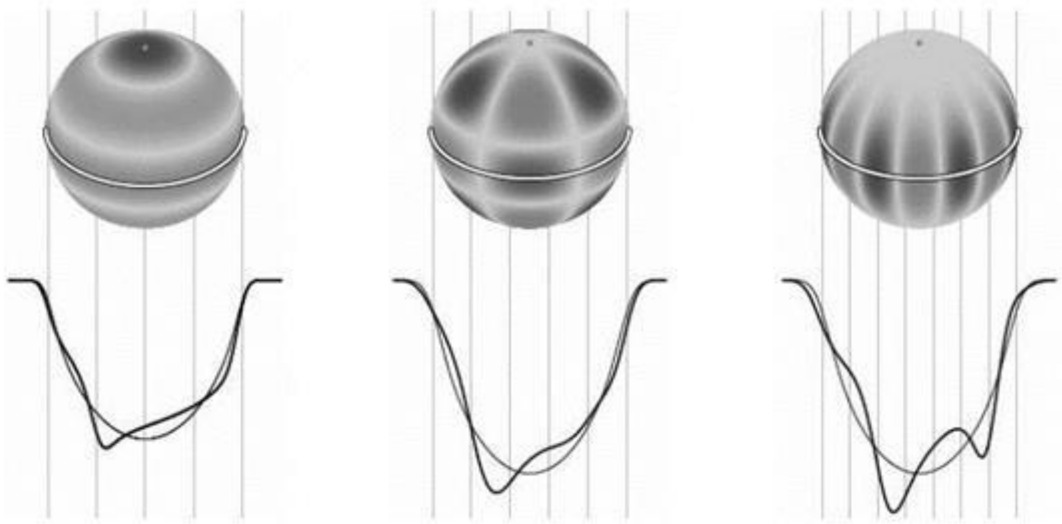
l=6 nemradiális módusok. Ha m=0, akkor csak szélességi kör jellegű csomóvonalak vannak: „zonális szferikus harmonikusok”. Ha $0<|m|<l$, akkor szélességi és hosszúsági körök mentén is vannak csomóvonalak: „tesszerálisok”. Ha $|m|=l$, akkor csak hosszúsági köröknél vannak csomóvonalak: „szektoriálisok”.



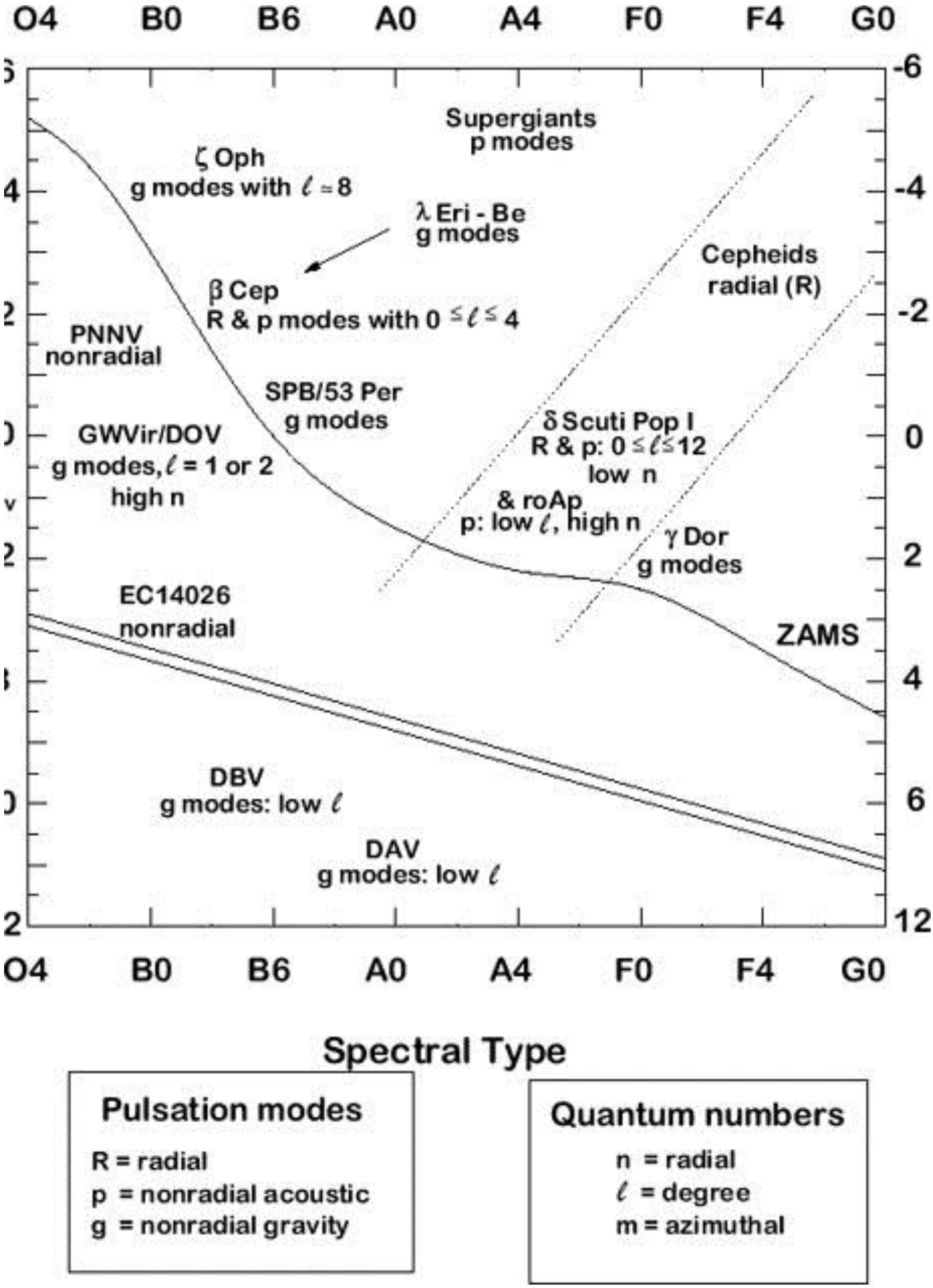
l=3 „oktupól” módusok. Az oszlopok a 30, 60 és 90 fokos inklinációt (a látóirány és a pulzációs tengely által bezárt szöget) szemléltetik. A fehér csomóvonalak választják el a vörössel és kékkel jelzett befelé és kifelé mozgó felszíni területeket. Felülről lefelé m=0, ±1, ±2, ±3 (Aerts, Christensen-Dalsgaard, Kurtz 2010).



Különböző nemradiális módusok képe 55 fokos inklináció esetén. Felső sor: l=1, 2, 4 m=0. Második sor: (l, m)=(4, 2), (10, 5), (15,5). Harmadik sor: $l=|m|=$ 1, 2, 4. Negyedik sor: $l=|m|=$ 6, 10, 25 (Aerts, Christensen-Dalsgaard, Kurtz 2010).



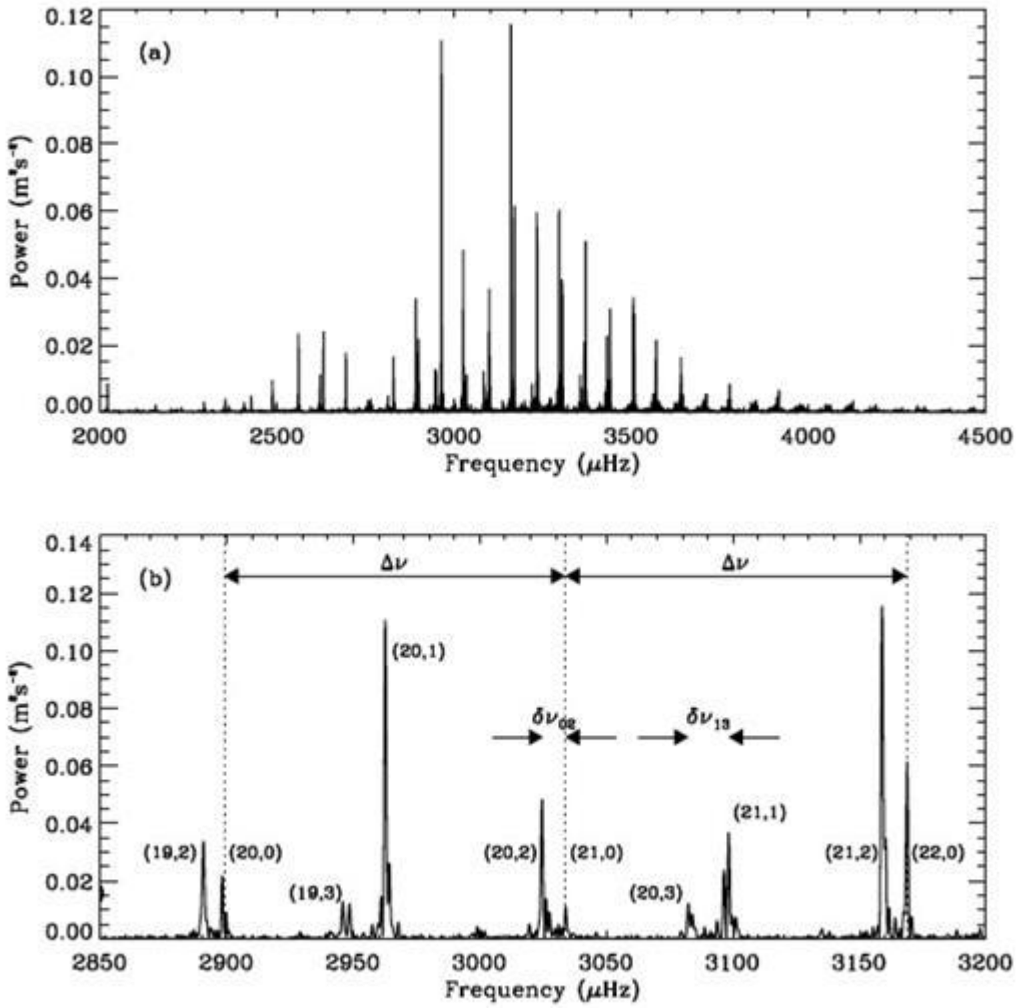
Színképvonal profil alakja nemradiális pulzáció esetén. A vékony vonal a torzítatlan, rotációsan kiszélesedett profil. Balról jobbra: l=4, m=0; l=5, |*m*|=3; *l*=|*m*|=7 (Telting & Schrijvers 1997)



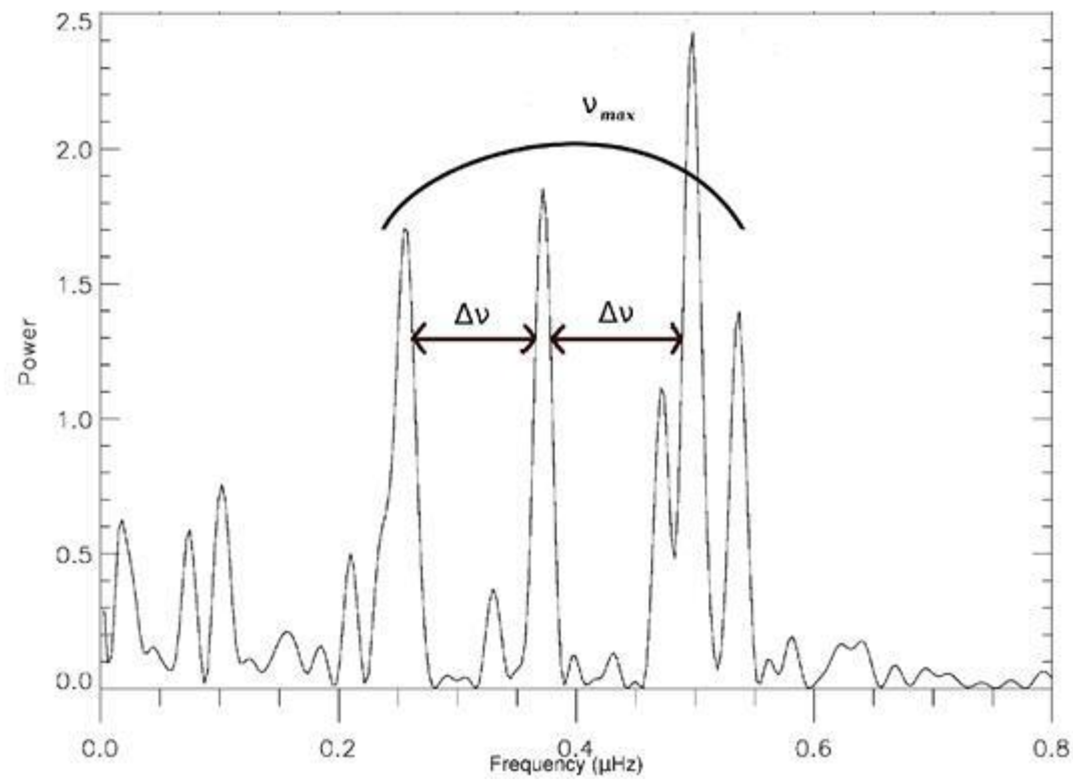
Pulzációs csillagtípusok módusai a HRD-n (http://www.univie.ac.at/tops/dsn/texts/img28.gif).

A Napban és a Nap típusú (solar-like) csillagokban az oszcillációt sztochasztikusan gerjeszti a konvekció (Bedding 2011). Számos, a Naptól jelentősen különböző csillagnál (pl. szubóriásoknál és vörös óriásoknál) is találtak ilyen pulzációt. A gerjesztés sztochasztikus természete miatt széles frekvenciatartományban jelentkeznek kis amplitúdójú, főként akusztikus p-módusok. A Nap esetében 1 és 4 mHz között (az 5 perces periódus közelében) rengeteg csúcs jelentkezik a frekvenciaspektrumban.

Az utóbbi években - különösen a Kepler űrtávcső nagyon pontos fotometriai mérései alapján - igen sok G és K színképosztályú óriáscsillagnál, de még félszabályos M óriások és vörös szuperóriások eseteiben (pl. Betelgeuze) is megfigyeltek Nap típusú pulzációt, jellemzően órás vagy még hosszabb periódusokkal.



A Nap pulzációs frekvenciaspektruma 10 napos, napkorongra integrált sebességmérésből (felül), a spektrum egy részlete (alul). Minden csúcshoz hozzárendelhető az (n, l) paraméterpáros, n=19-22, l=0-3. A$\Delta\nu$ - a „nagy frekvenciaszeparáció” - a radiális módusok (l=0) közti távolság n és n+1 esetén, értéke a csillag átlagos sűrűségének gyökével arányos. A $\delta\nu_{l,l+2}$ - a „kis frekvenciaszeparáció” - az n és n+1 radiális módusok közti távolság l és l+2 esetén (Bedding 2011).



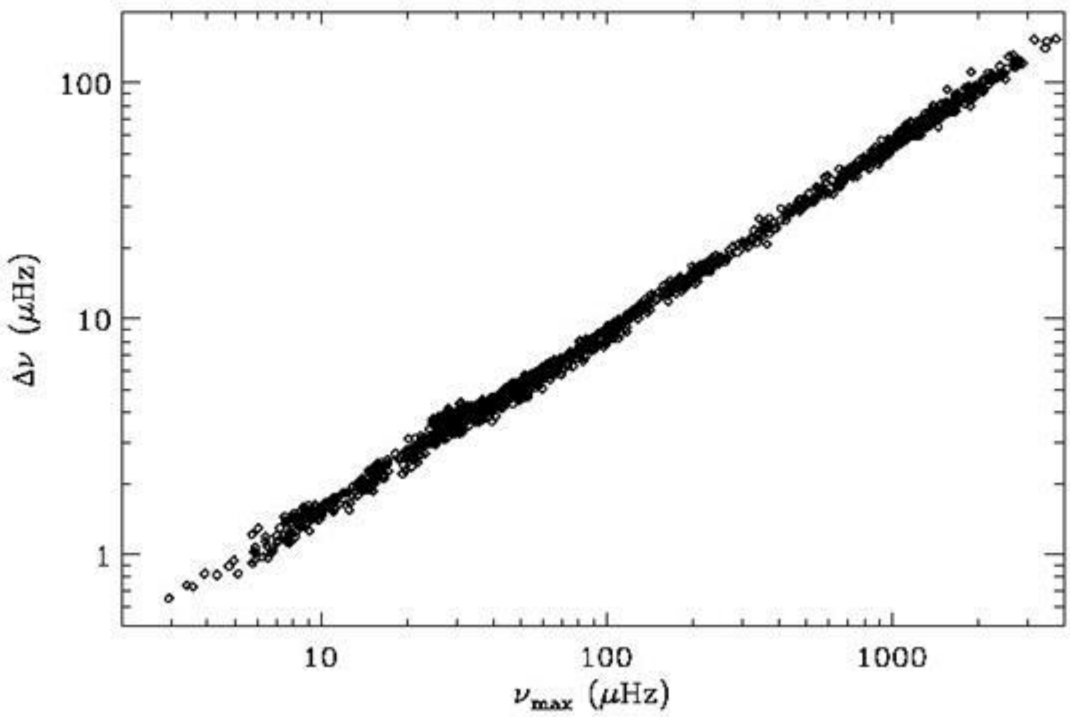
Aν_{max} a csúcsokra illesztett burkoló maximumhelyéhez tartozó frekvencia (Callingham 2011).

Ha a frekvenciaspektrumból meghatározzuk $\Delta\nu$ és ν_{max} értékét, akkor a

$$\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{\odot}} \approx \sqrt{\frac{\rho}{\rho_{\odot}}} = \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{0,5} \left(\frac{T_{eff}}{T_{eff_{\odot}}}\right) \tag{3.7}$$

$$\frac{\nu_{max}}{\nu_{max_{\odot}}} \approx \frac{M}{M_{\odot}} \left(\frac{T_{eff}}{T_{eff_{\odot}}}\right)^{3,5} \left(\frac{L}{L_{\odot}}\right)^{-1} \tag{3.8}$$

képletek alapján a csillag tömegére, hőmérsékletére és luminozitására jó becslést adhatunk (Bedding 2011).



A$\Delta\nu$ és ν_{max} között erős a korreláció a fősorozattól (jobbra fenn) a vörös óriásokig (balra lenn). A diagram a Kepler űrtávcső megfigyelésein alapul (Bedding 2011).

A nemradiális pulzációt leíró egyenletek 3 dimenzióban gömbszimmetrikus esetben, r a távolság a csillag centrumától, Θ a szélesség, ϕ a hosszúság a felszínen, az elmozdulások a 3 koordináta mentén (Kurtz 2006):

$$\xi_r(r,\Theta,\phi,t) = a(r)Y_\ell^m(\Theta,\phi)\exp(i2 \qquad (3.9)$$

$$\xi_\Theta(r,\Theta,\phi,t) = b(r)\frac{\partial Y_\ell^m(\Theta,\phi)}{\partial\Theta}\exp(\qquad (3.10)$$

$$\xi_\phi(r,\Theta,\phi,t) = \frac{b(r)}{\sin\Theta}\frac{\partial Y_\ell^m(\Theta,\phi)}{\partial\phi}\mathrm{ex} \qquad (3.11)$$

a(r) és b(r) amplitúdók, ν az oszcilláció frekvenciája, t az idő és $Y_\ell^m(\Theta,\phi)$ a szferikus harmonikusok, vagy gömbfelületi függvények:

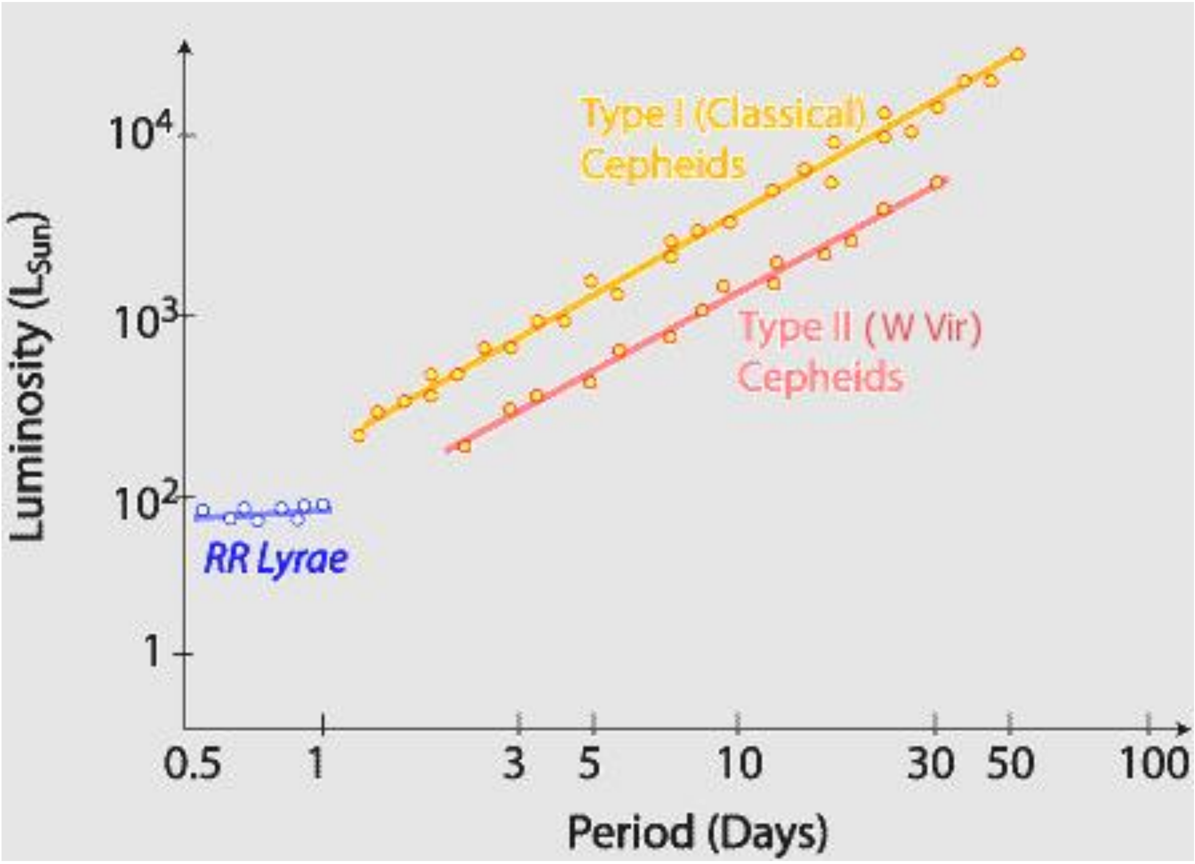
$$Y_\ell^m(\Theta,\phi) = \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}}P_\ell^m(\qquad (3.12)$$

ahol a Legendre-polinomok:

$$P_\ell^m(\cos\Theta) = \frac{(-1)^m}{2^\ell \ell!}\left(1-\cos^2\Theta\right)^{\frac{m}{2}} \qquad (3.13)$$

4. Távolságmeghatározás

A radiálisan pulzáló csillagok számos típusára érvényes az, hogy a periódus logaritmusa és az abszolút fényesség egyenesen arányos egymással (3.40.. ábra). A Henrietta Leavitt által a XX. század elején, a Magellán felhők cefeidáira felfedezett periódus-fényesség reláció mára kibővült több típussal, valamint a színindex figyelembevételével a periódus-fényesség-szín reláció jóval kisebb szórást eredményez (3.41.. ábra).



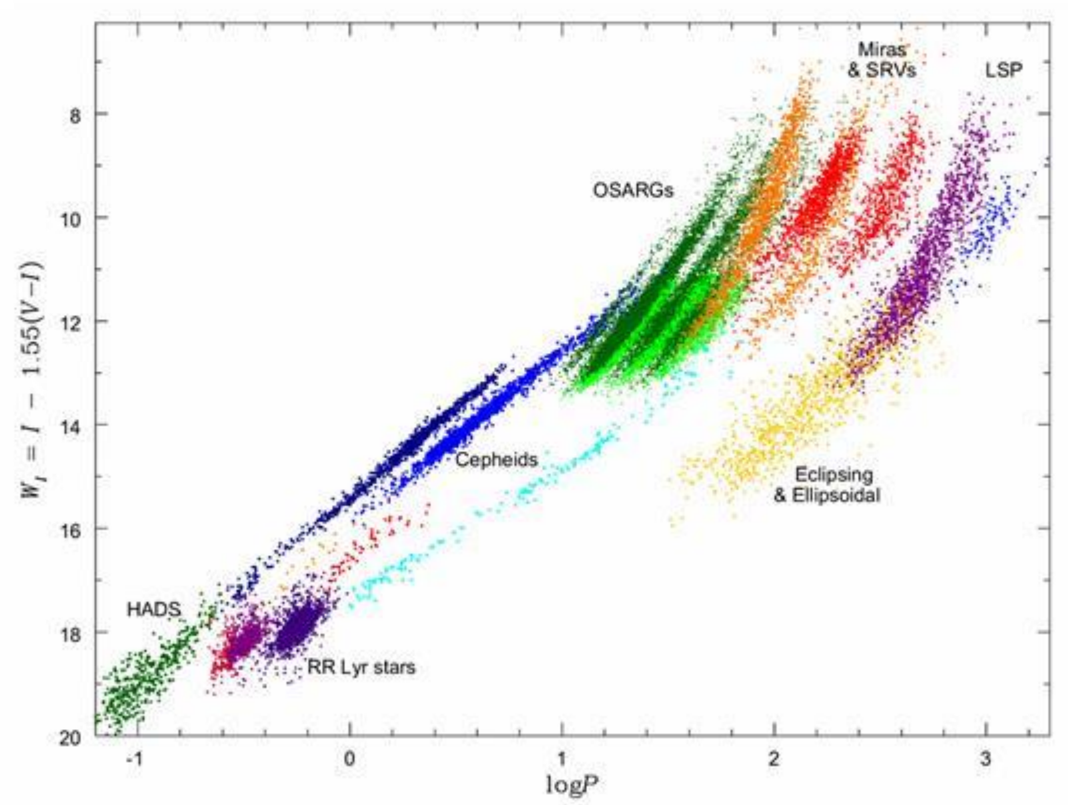
Periódus-fényesség reláció: az RR Lyrae csillagok közel azonos abszolút fényességűek, a cefeidáknál a periódussal nő a fényesség (http://outreach.atnf.csiro.au/education/senior/astrophysics/variable_cepheids.html).

A mért m látszólagos fényesség és a periódusból meghatározott M abszolút fényesség különbségéből kaphatjuk az r távolságot (parszekben), ez a távolságmodulus:

$$m - M = -5 + 5\lg r + A \tag{3.14}$$

ahol az A az adott irányban az abszorpció mértéke magnitúdóban.

A mira és SR csillagokra különösen érdekes a P-L reláció: sok, egymással párhuzamos szekvenciát találtak, főleg az LMC és az SMC feltérképezése során. A hosszabb periódushoz az alaprezgés, a rövidebbekhez az első és második felhang tartozik. A leghosszabb periódusokhoz a hosszú másodperiódusok (LSP) rendelhetők, amelyek a rövidebb pulzációs periódusok burkolóit (modulációját) képezik. Az LSP szekvencia párhuzamos a többivel, ez a pulzációs eredetre utalhat. A kettősséget, a forgást, a Blazsko-effektushoz való hasonlóságot és még sok mást is felvetettek, de az LSP elfogadott magyarázata máig nem született meg.



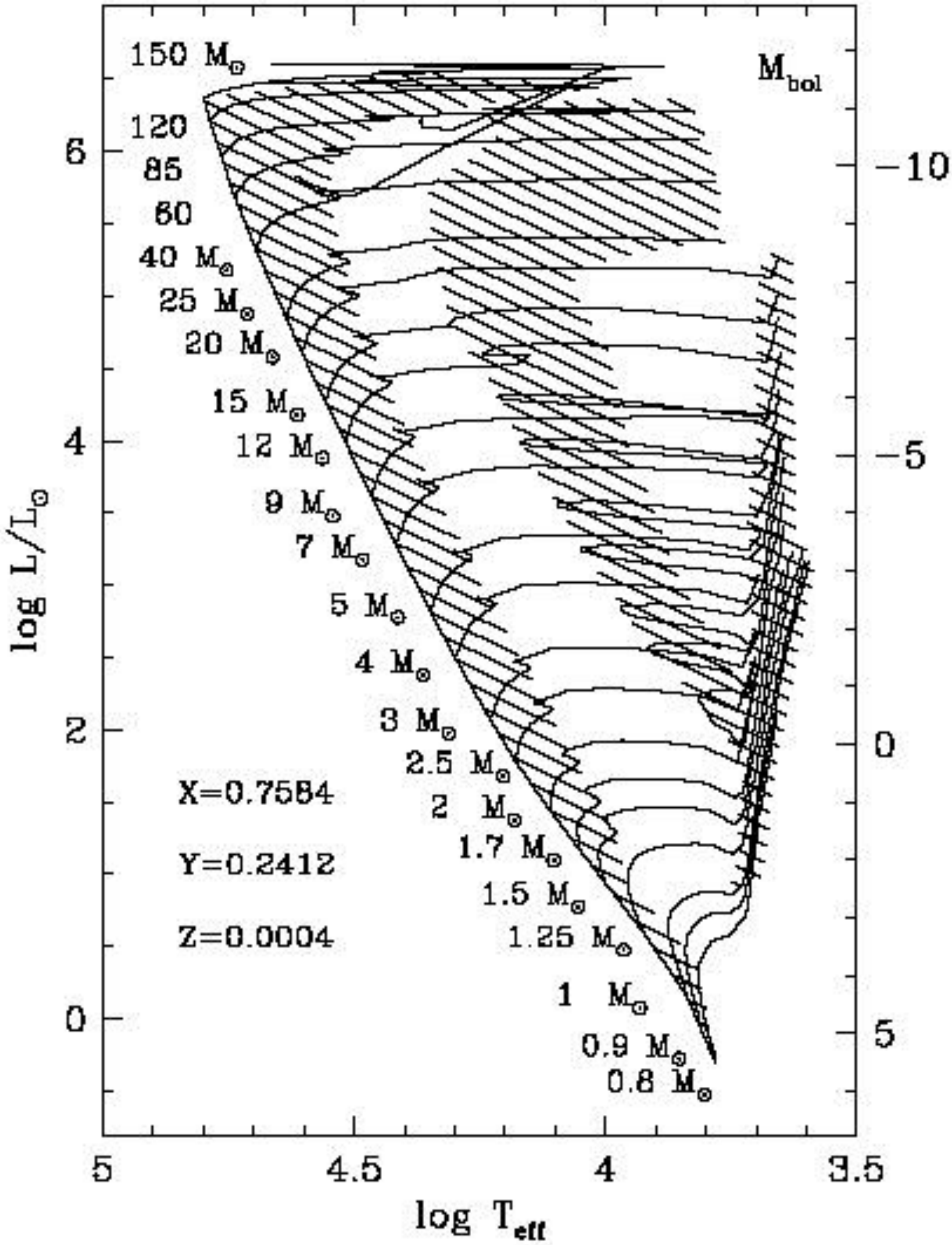
Periódus-fényesség reláció aδ Scuti csillagoktól a mirákig az OGLE program LMC- mérései alapján, függőleges tengelyen a vörösödésmentes Wesenheit-index (http://www.lorentzcenter.nl/lc/web/2009/324/Monday/Soszynski.ppt)

5. Automatikus osztályozás nagy adatbázisokban

Az utóbbi évtizedekben több nagy, majdnem teljes égboltot felmérő fotometriai program indult. A változónak bizonyult csillagok százezreinek típusba sorolására megpróbáltak automatikus osztályozó programokat használni, amelyek főleg a periódus és az amplitúdó értékét veszik figyelembe. Ezek nagyrészt jól működnek, de számos esetben nem tudják pótolni az emberi szemrevételezést.

6. Periódusváltozások

A periódus megváltozásának egyik fő oka evolúciós eredetű. Attól függően, hogy például egy pulzáló változócsillag merre halad fejlődése során a Hertzsprung-Russell- diagramon, a periódus nőhet vagy csökkenhet. Tipikus példa erre a cefeidák „hurkos” mozgása a HRD-n. Ez az evolúciós periódusváltozás lassú és kismértékű. A HRD-n történő elméleti fejlődési utak szerint a 3 $M_{\odot}$ feletti tömegű csillagok közel vízszintesen haladnak át az instabilitási sávon. Mivel az állandó periódus vonalai a vízszintestől jelentősen eltérnek, a csillagfejlődés során változik a pulzáció periódusa. Ha egy csillag balról jobbra halad át az instabilitási sávon, akkor periódusa nő, ugyanis az egyre hosszabb periódusok vonalait metszi. Amikor a sávon jobbról balra, a növekvő hőmérséklet felé halad át, akkor a periódus csökken.



Elfejlődési utak a fősorozatról. A cefeidák néhány naptömeges tartományában jellegzetes hurkok vannak, így az instabilitási sávot többször is metszhetik (Lejeune & Schaerer 2001).

A klasszikus cefeidáknál tapasztalt folytonos (szekuláris) periódusváltozás a fejlődésből elméletileg meghatározott értékkel jó egyezésben van. Ez arra utal, hogy a megfigyelhető periódusváltozások főleg a csillagfejlődés következményei. Hasonló eredmények születtek több RR Lyrae és I. populációs törpecefeida, ill. nagy amplitúdójú δ Scuti csillagra. Az I. populációs törpecefeidák általában lassú, folytonos periódusváltozást mutatnak, míg a II. populációs törpecefeidák periódusa gyakran ugrásszerűen változik, ami fejlődéssel nem értelmezhető.

A pulzáló csillagok periódusváltozásának vizsgálata Magyarországon fő kutatási téma volt már az 1930-as évektől. A magyar csillagászok nemzetközileg igen elismert eredményeket értek el.

A hosszú periódusú változók (LPV) esetén is a periódus szorosan összefügg a csillag fizikai paramétereivel, a felszíni gravitációs gyorsulással vagy a tömeggel, a luminozitással és a sugárral:

$$\log R = 0,63 \log P + 1,08 \qquad (3.15)$$

ahol P (nap) a periódus, $R(R_{\odot})$ a sugár. Ez a képlet nagyon általános, a pulzáló csillagok szinte minden típusára egyszerre való illesztéssel készült (δ Scuti - mira), így egy-egy típusra nem pontos.

A vörös óriásoknál domináns konvekció, turbulens áramlások, az erős csillagszél, a lökéshullámok, a légköri molekulaképződés jelentősen befolyásolhatják a pulzációt. A legtöbb mira és félszabályos csillag periódusa nem stabil, hanem kisebb-nagyobb mértékben ciklusról ciklusra változik. Bár emiatt az O-C diagramjuk valós változások nélkül is hullámos lehet, az egészen nagy léptékű és lassú periódusváltozások (parabolikus O-C görbék) evolúciós eredetűek lehetnek.

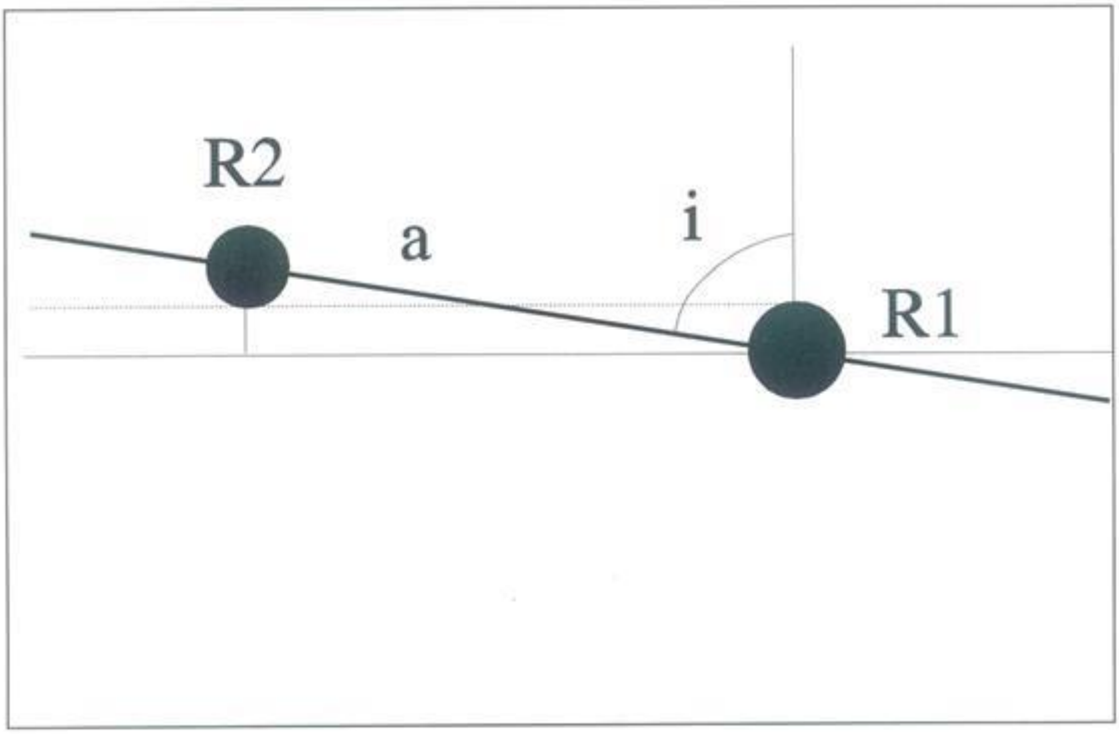
6.1. A fényesség periódusváltozásának lehetséges okai

A periódusváltozások fő fajtái:

- folyamatos periódusváltozás (növekedés vagy csökkenés)
- hirtelen periódusváltozás (növekedés vagy csökkenés)
- ciklikus periódusváltozás
- sztochasztikus vagy bolyongásszerű periódusváltozás

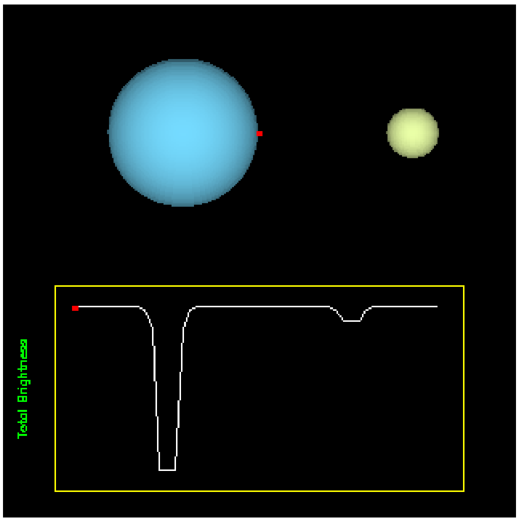
7. Fedési kettőscsillagok

A csillagok több mint fele kettős vagy többes rendszerben található. A komponensek a közös tömegközéppont körül keringenek. Amennyiben a keringési síkhoz közeli a látóirányunk, részleges vagy teljes fedés történik, amely ideje alatt a kettőscsillag összfényessége lecsökken.

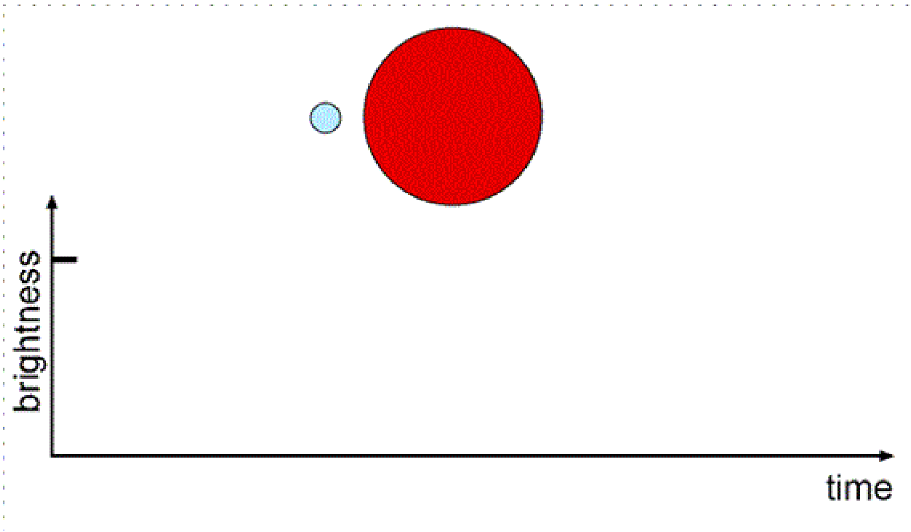


$$R_1 + R_2 \geq a \cos i$$

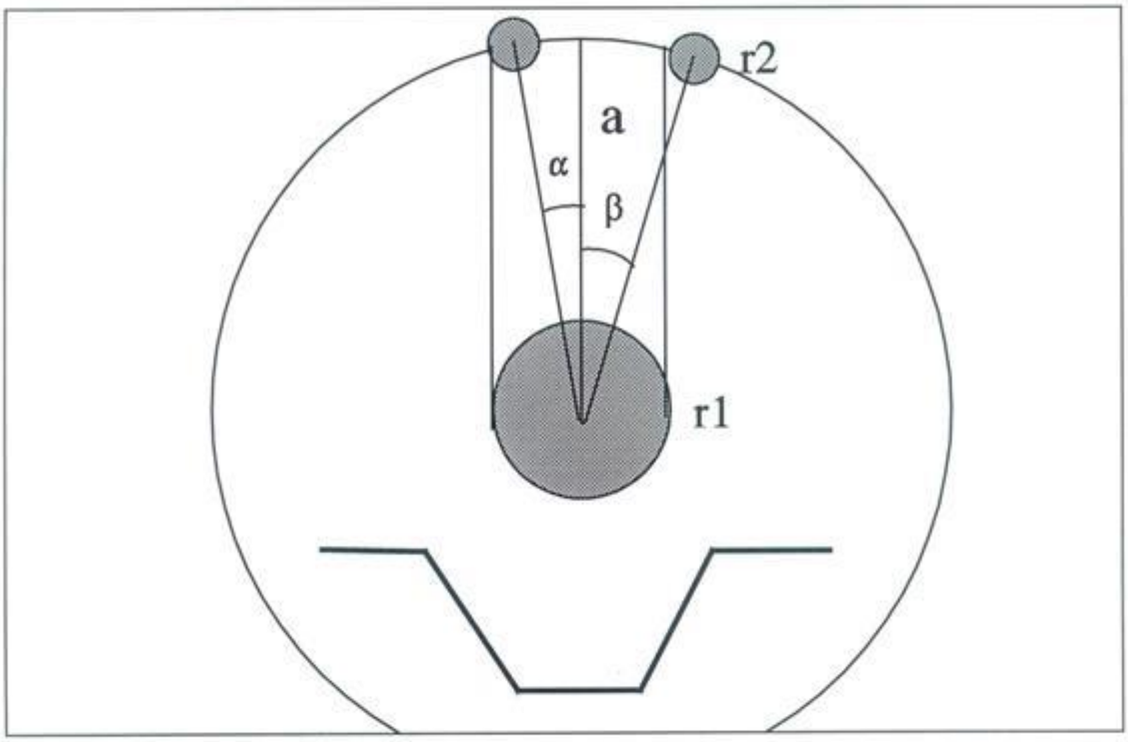
A fedés létrejöttének geometriai feltétele (a: a pályasugár, i: a pályasík és a látóirányra merőleges közötti szög).



A fedési fénygörbe (animáció) (http://www.astronomy.ohio-state.edu/ pogge/TeachRes/Movies162/eclbin.gif).



A fedési fénygörbéből a sugarak becslése (animáció) (http://www.astronomynotes.com/starprop/s11.htm).



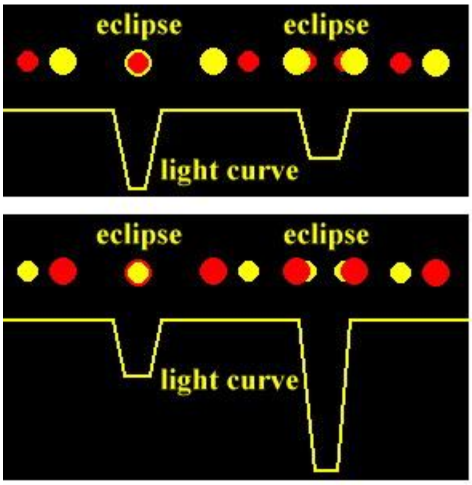
$$\sin\alpha \approx \frac{r_1 - r_2}{a}$$

$$\sin\beta \approx \frac{r_1 + r_2}{a}$$

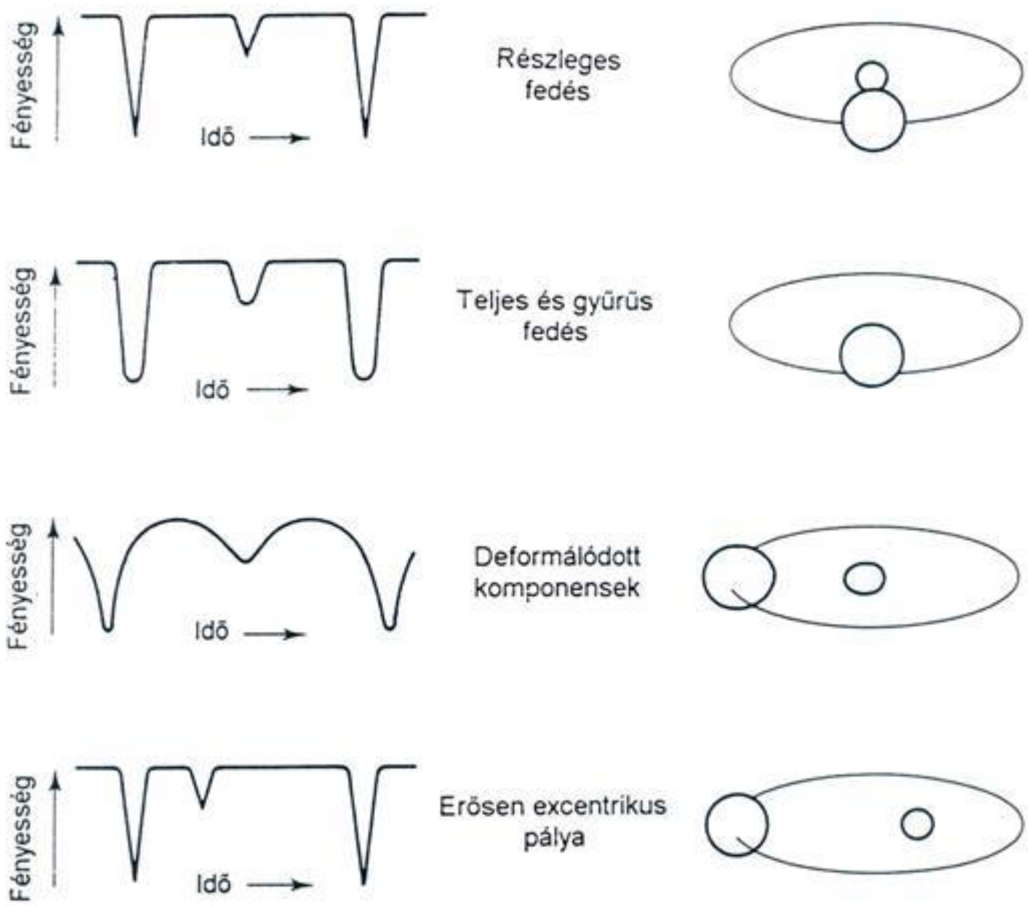
$$\frac{2\alpha}{2\pi} = \frac{t_3 - t_2}{P}$$

$$\frac{2\beta}{2\pi} = \frac{t_4 - t_1}{P}$$

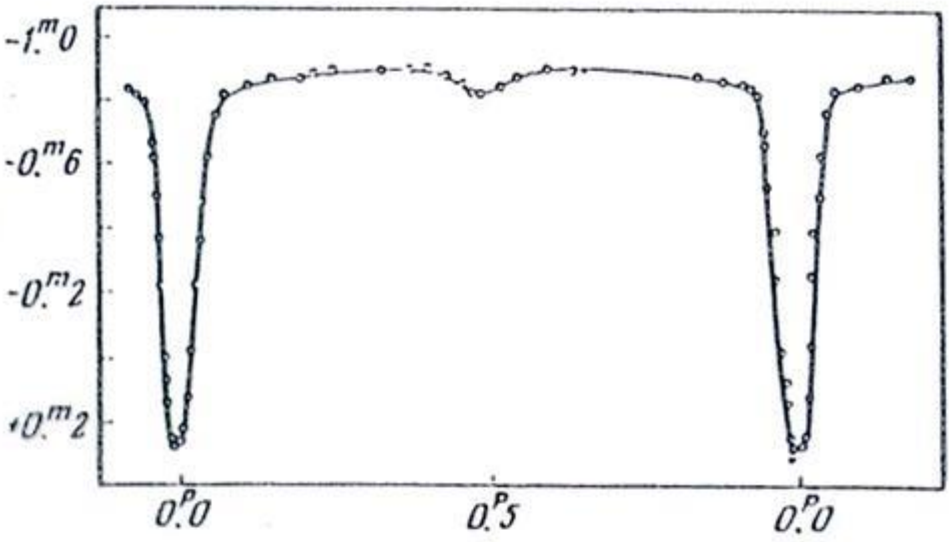
A fedés időpontjaiból a relatív sugarak (r1/a, r2/a) meghatározása.



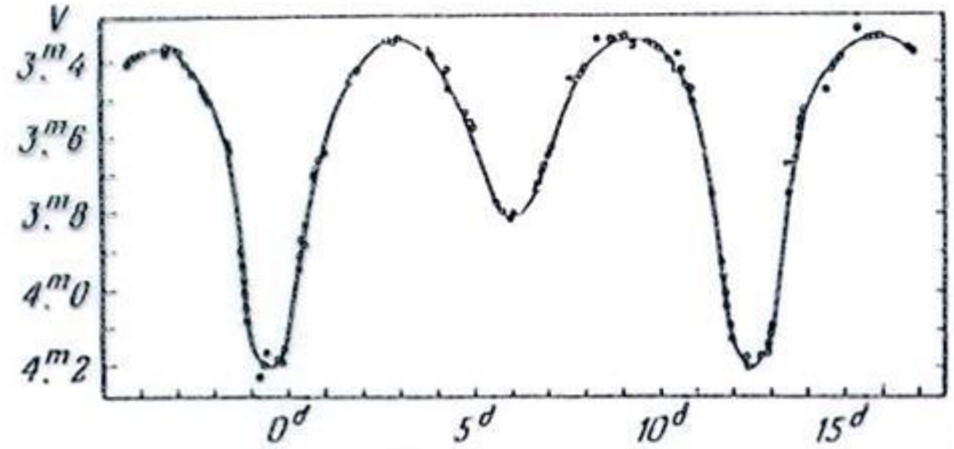
Az, hogy mikor van főminimum és mellékminimum, attól függ, hogy a kisebb vagy a nagyobb hőmérsékletű csillag fedi a másikat (http://www.jimloy.com/astro/binary.htm).



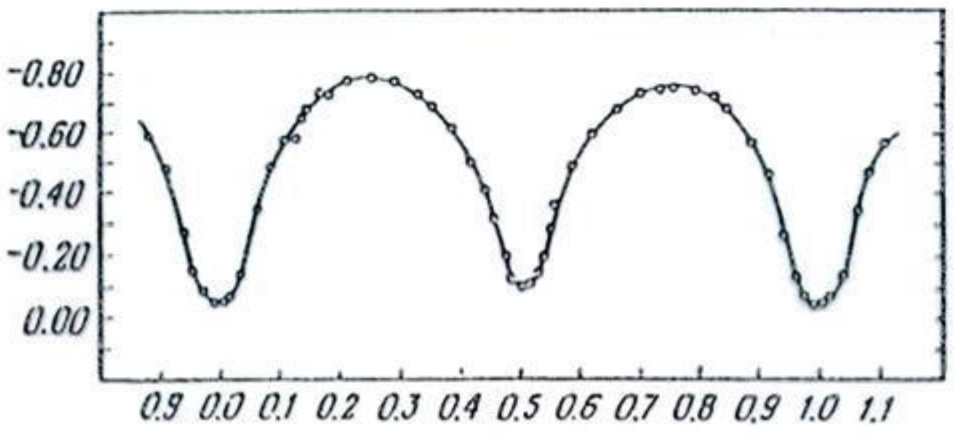
Fedési fénygörbék (Cooper-Walker 1994)



Algol

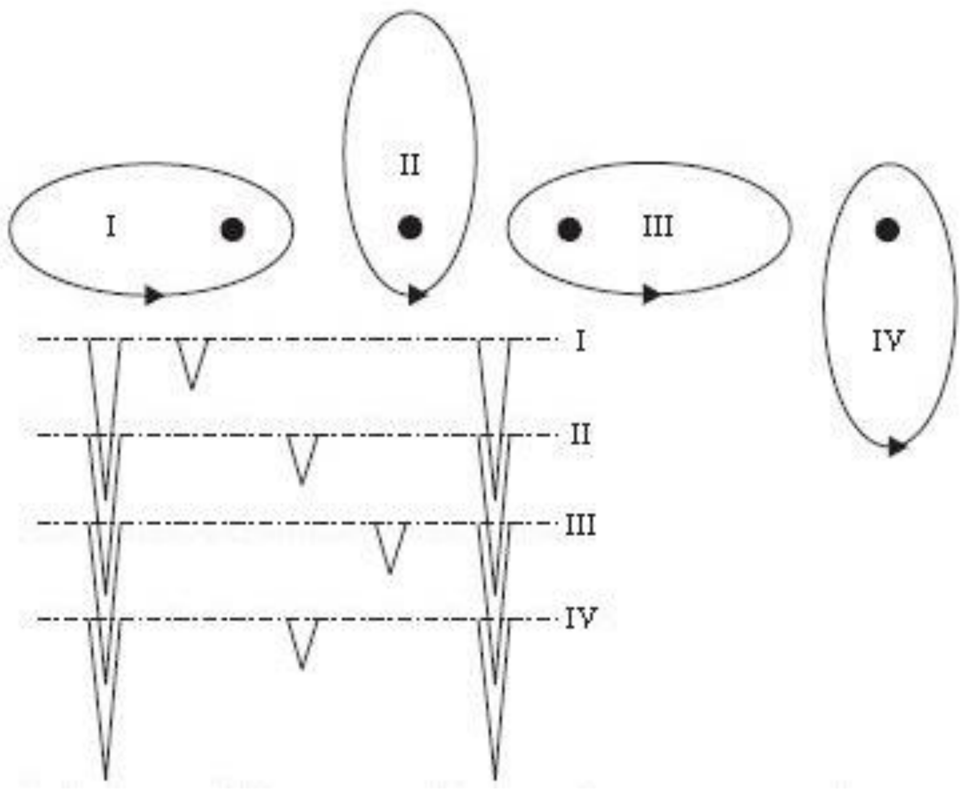


βLyrae

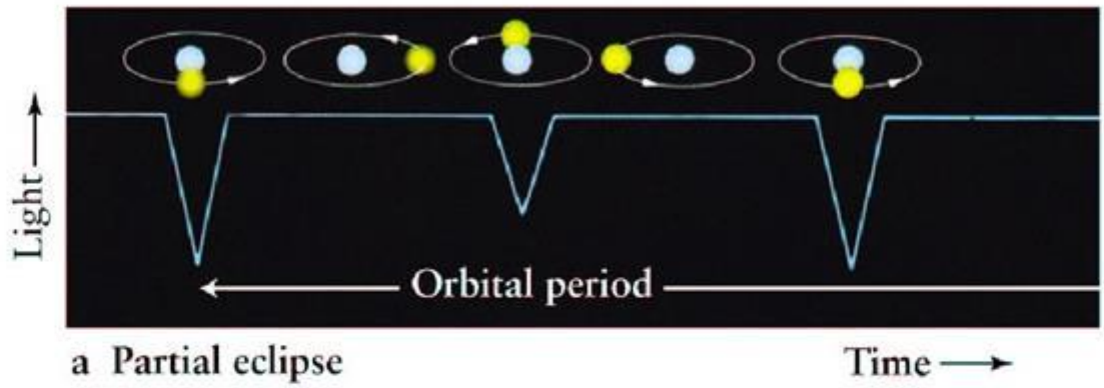


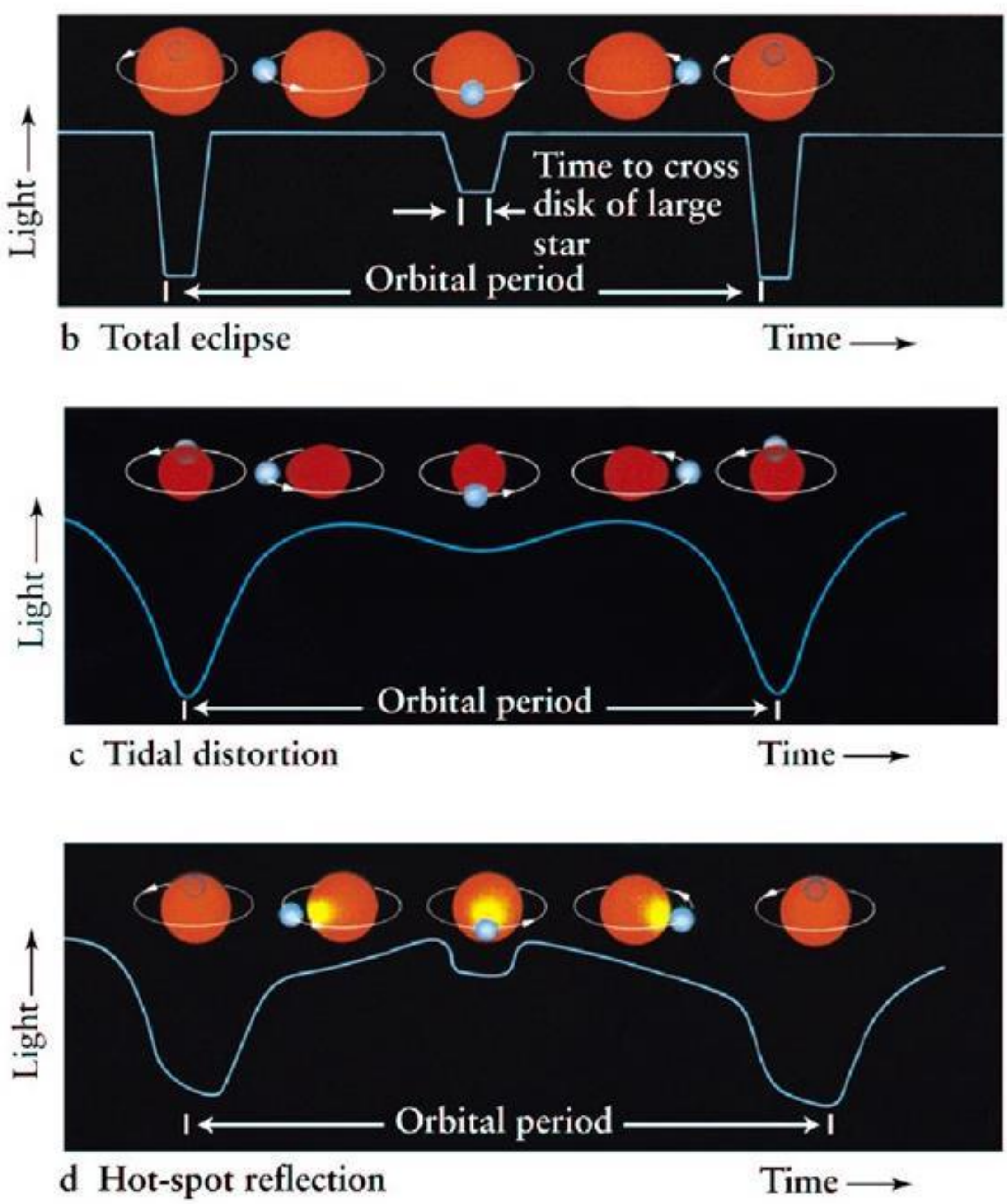
W UMa

A fedési kettősök 3 osztálya a fénygörbe alapján.



A mellékminimum főminimumhoz viszonyított fázisa az ellipszispálya nagytengelyének (apszisvonalának) irányától függ. A pálya elfordulását (apszisvonal vándorlást) ez alapján lehet kimutatni (Borkovits 2009).





3.51. ábra. A fedési fénygörbe alakját befolyásoló négy jelenség: részleges fedés, teljes fedés, árapálytorzulás, forró folt fényvisszaverődés (Kaufmann 1991).

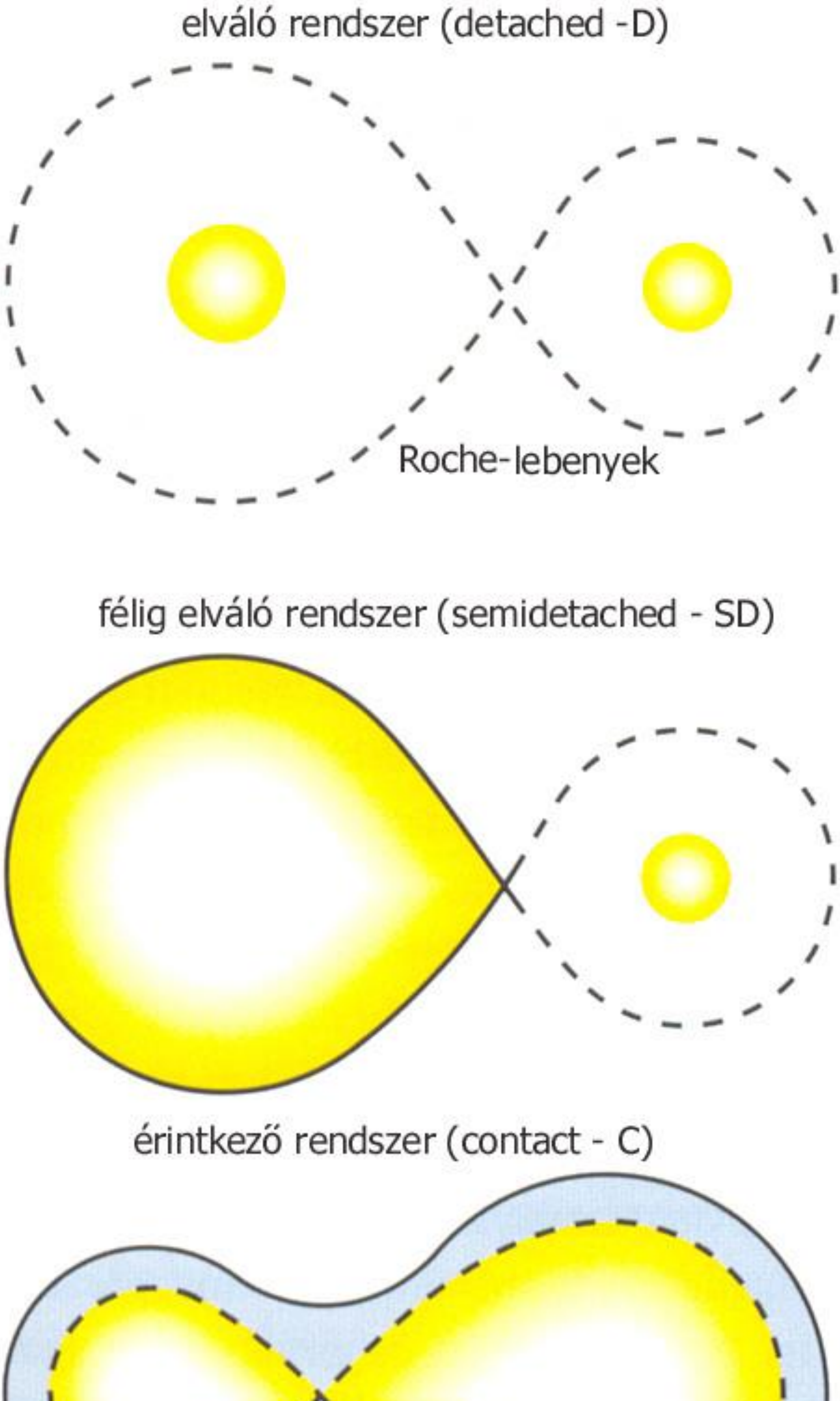
A fedési kettősök osztályozása történhet a fénygörbe alapján:

- Algol (EA), β Lyr (EB), W UMa (EW) (3.49.. ábra),

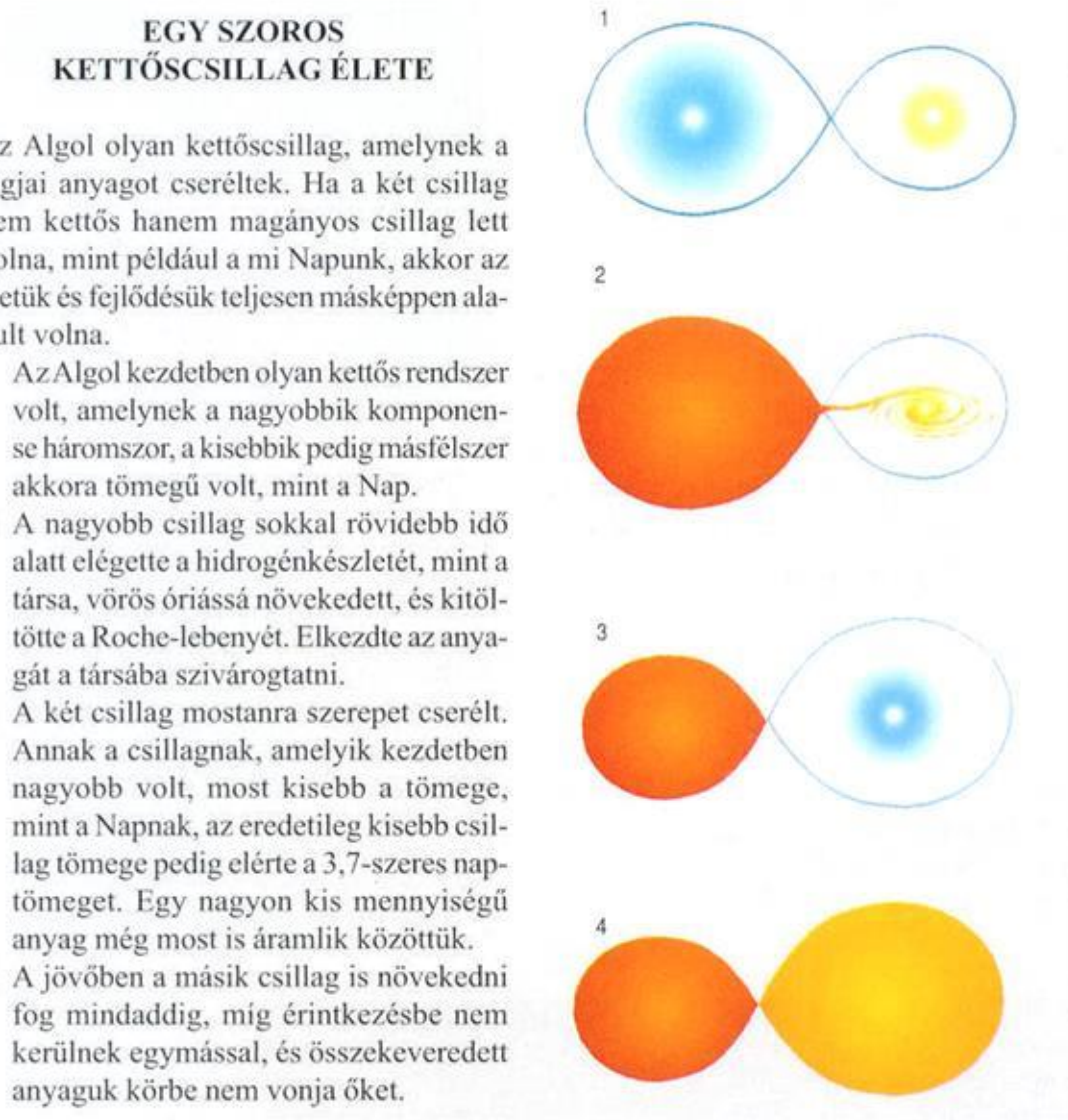
  vagy a komponensek Roche-lebenyeinek kitöltöttsége alapján:

- elváló (D), félig elváló (SD), érintkező rendszer (C) (3.52.. ábra).

A kontakt rendszereknél cirkumsztelláris, mindkét komponens körüli, közös gázfelhő alakulhat ki.


elváló rendszer (detached -D)
Roche-lebenyek
félig elváló rendszer (semidetached - SD)
érintkező rendszer (contact - C)

A fedési kettősök három osztálya a Roche-lebenyek kitöltöttsége alapján.



EGY SZOROS KETTŐSCSILLAG ÉLETE

Az Algol olyan kettőscsillag, amelynek a tagjai anyagot cseréltek. Ha a két csillag nem kettős hanem magányos csillag lett volna, mint például a mi Napunk, akkor az életük és fejlődésük teljesen másképpen alakult volna.

1 Az Algol kezdetben olyan kettős rendszer volt, amelynek a nagyobbik komponense háromszor, a kisebbik pedig másfélszer akkora tömegű volt, mint a Nap.

2 A nagyobb csillag sokkal rövidebb idő alatt elégette a hidrogénkészletét, mint a társa, vörös óriássá növekedett, és kitöltötte a Roche-lebenyét. Elkezdte az anyagát a társába szivárogtatni.

3 A két csillag mostanra szerepet cserélt. Annak a csillagnak, amelyik kezdetben nagyobb volt, most kisebb a tömege, mint a Napnak, az eredetileg kisebb csillag tömege pedig elérte a 3,7-szeres naptömeget. Egy nagyon kis mennyiségű anyag még most is áramlik közöttük.

4 A jövőben a másik csillag is növekedni fog mindaddig, míg érintkezésbe nem kerülnek egymással, és összekeveredett anyaguk körbe nem vonja őket.

Az Algol paradoxon: a kisebb tömegű komponens előrébb tart a fejlődésben (Mitton & Mitton 1998).

Kettős rendszereknél, különösen a fedési kettőscsillagoknál gyakran tapasztaljuk a keringési periódus változását. Ennek számos oka lehet. Az 1. pontban látszólagos, a többiben valódi a periódus megváltozása:

1. Az O–C diagram hosszú ciklusú, szinuszos függvénnyel közelíthető. Ekkor a két legvalószínűbb magyarázat:

    - Ha a fő- és a mellékminimum O–C görbéje hasonlóan, de éppen ellentétes előjellel, alternálva változik, akkor ezt az excentrikus relatív pálya körbefordulása, az apszisvonal-vándorlás (klasszikus és/vagy relativisztikus) okozhatja.

    - Ha a fő- és a mellékminimum O–C görbéje hasonlóan, azonos előjellel, egyszerre változik, akkor ennek harmadik test által okozott fényidő-effektus (LITE) lehet az oka.

2. Ha legalább az egyik komponens F-K típusú csillag, akkor az gyakran mágneses aktivitást mutat. Az Algol típusú rendszerekben a periódusváltozás okaként a mágneses aktivitási ciklust vélik magyarázatként. Arról van szó, hogy az aktív csillag alakja változik, így a gravitációs kvadrupólmomentuma is, ami kihat a keringési periódusra. Ilyenkor az aktív csillag luminozitása is változik a keringési periódus változásának periódusával megegyezően.

3. Tömeg és impulzusmomentum változása az L2 belső Lagrange-pont mentén a mágneses fékeződés (magnetic braking) által.
4. Tömegátadás a komponensek között.
5. Tömegátrendeződés az egyik vagy mindkét komponens belsejében.
6. Tömegkiáramlás, tömegvesztés a kettős rendszerből.

A szoros kettőscsillagok nagyobb része periódusváltozást mutat. A tömegátadás miatti periódusváltozás (van't Veer 1986):

$$\frac{\Delta P}{P} = \alpha \frac{\Delta m}{m} \tag{3.16}$$

ahol P a periódus, $m = m_1 + m_2$ a két komponens össztömege, az α pedig tartalmazza a tömegarányt. A kettős rendszer teljes impulzusmomentuma:

$$L = \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^{1/3}} \left(\frac{G^2 P}{2\pi} \right)^{1/3} \tag{3.17}$$

Ennek differenciálásával juthatunk el az α jelentéséhez:

$$\frac{\Delta P}{P} = 3\frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta m_1}{m_1} \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} - \right. \tag{3.18}$$

Konzervatív tömegátadás esetén ($\Delta L = 0, \Delta m_1 = -\Delta m_2 = \Delta m$) a relatív periódusváltozás:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{3(1-q^2)}{q} \frac{\Delta m}{m} \tag{3.19}$$

vagyis:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{mq}{3P(1-q^2)} \frac{dP}{dt} \tag{3.20}$$

ahol $q = m_2/m_1$ $(m_1 > m_2)$ a tömegarány. Ha az anyag a kisebb tömegű komponensről a nagyobb tömegűre áramlik, akkor $\Delta m = \Delta m_1 > 0$, a periódus növekszik, ellenkező esetben csökken.

A tömegtranszfer hatásosságát a periódusváltozásra az

$$\alpha = \frac{3(1-q^2)}{q} \tag{3.21}$$

értéke adja meg. Ha a q=1, azaz a két komponens egyforma tömegű, akkor α=0, nincs változás. A csökkenő tömegaránnyal monoton növekszik a hatás a periódus változására.

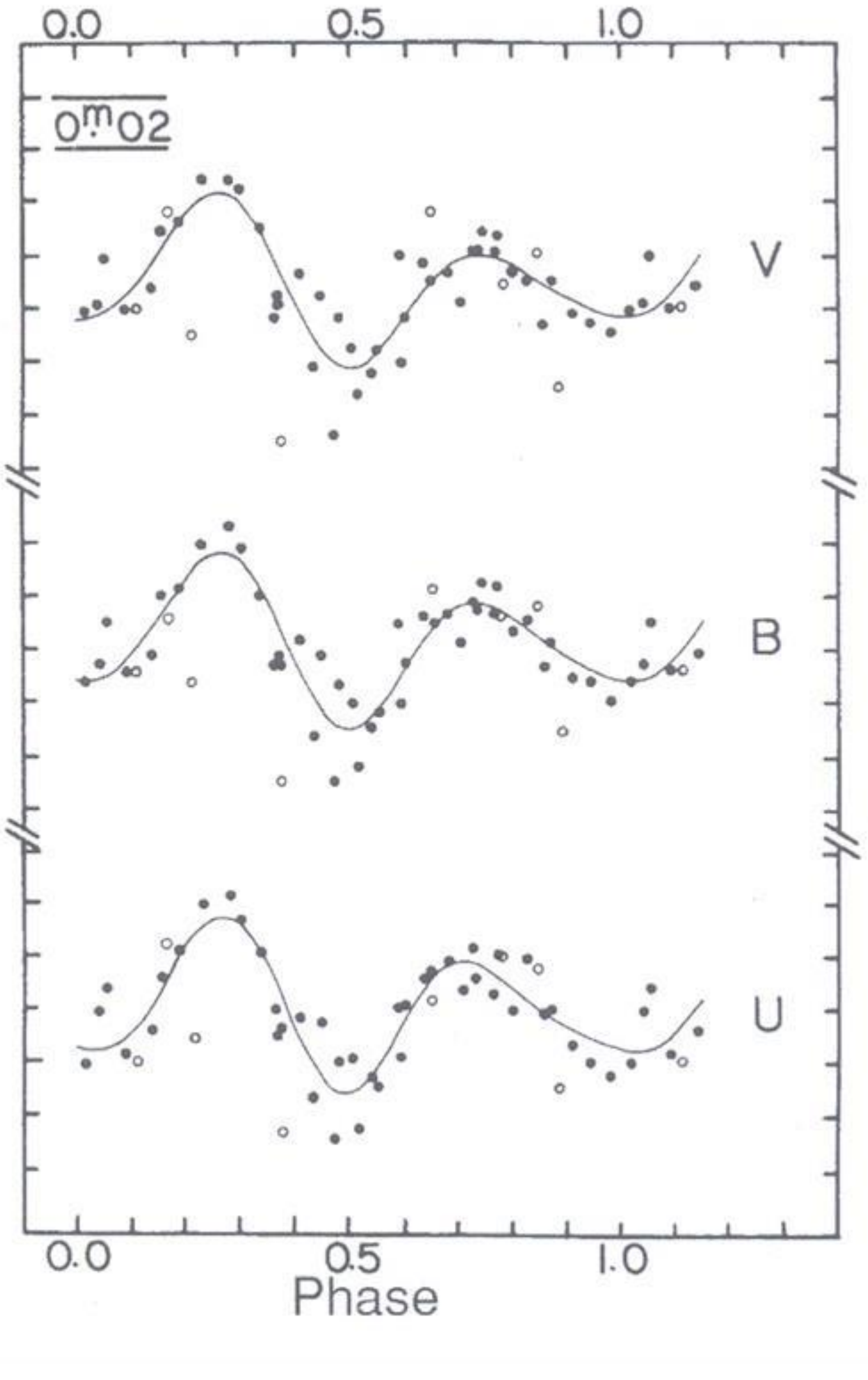
8. Rotáló változócsillagok

A rotáló csillagoknál a fényesség változása a tengely körüli forgásra vezethető vissza (Szabados 1989). Ide tartoznak az

- ellipszoidális változók,

- foltos csillagok,
- mágneses változók,
- pulzárok.

Az ellipszoidális változók szoros kettőscsillagok, ahol a komponensek gravitációs hatása torzítja a csillagok alakját, ezért annak ellenére fényességváltozás lép fel, hogy fedés nem jön létre. Az árapályerő hatására a csillagok ellipszoid vagy tojás alakúak, hossztengelyükkel fordulnak egymás felé. Fényességváltozást okoz az is, hogy a csillagok felszíni hőmérséklete függ a sugártól, ezért a forgás során a látóirányba kerülő részek különböző felületi fényességűek. A komponensek közelsége miatt a keringési periódus általában 5 napnál rövidebb, az alatt két maximum és két minimum jelentkezik. A fényváltozás amplitúdója néhány század magnitúdó.



A ψ Ori ellipszoidális változó fázisdiagramja (Percy 2007).

A rotáló változók legnagyobb csoportja a foltos csillagok. A fényességváltozást az okozza, hogy a felszíni folt vagy foltok a tengely körüli forgás miatt különböző mértékben látszanak tőlünk. A foltos csillagok leggyakrabban kettős rendszerekben fordulnak elő.

A BY Draconis típusú csillagok emissziós K vagy M színképtípusú törpék (Szabados 1989). A fényváltozás amplitúdója néhány századtól néhány tized magnitúdóig terjedhet. A csillag forgási periódusa 1-100 nap közötti.

A fénygörbe nem szigorúan periodikus, mert a foltok helye, mérete és fényessége változik. A BY Draconis csillagok egyben flercsillagok is, a fősorozatra való fejlődés állapotában vannak. A foltok jóval nagyobbak lehetnek, mint a Napon lévők. Ezen csillagok majdnem mindegyike kettőscsillag.

Az RS Canum Venaticorum típusú csillagokat két szubóriás komponens alkotja, F, G vagy K színképosztályú. A keringési periódus 0,5-100 nap közötti. Erős a kromoszferikus aktivitásuk, kitörések figyelhetők meg a rádió- és a röntgentartományban. A fedést is mutató RS CVn rendszereknél a fedési fényváltozáshoz képest a foltosságból származó hullám eltolódhat (migráció), ami a folt mozgására, illetve a differenciális rotációra utalhat. Számos foltos csillagnál kimutatható a 11 éves naptevékenységi ciklushoz hasonló aktivitásváltozás.

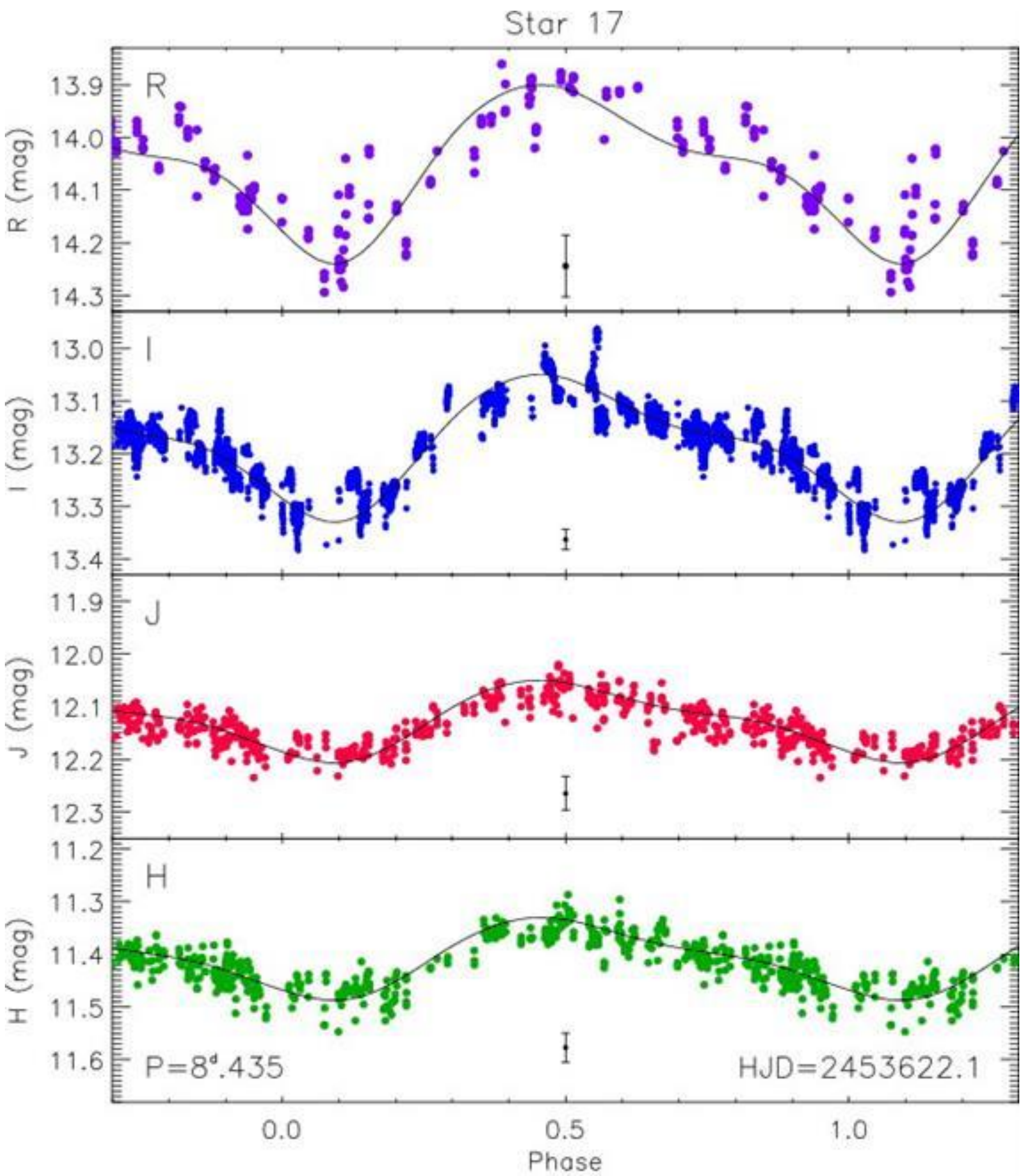
Az FK Comae típusú csillagok gyorsan forgó magányos óriások, nagyon erős folttevékenységgel.

A különleges (pekuliáris) A színképtípusú csillagok közül a mágneses változók szintén a rotálókhoz sorolhatók. Felszínükön gyakran a szokásostól nagyobb egyes kémiai elemek (pl. Si, Cr, Eu, Sr) előfordulása, innen a CP elnevezésük. Kis amplitúdójú fényváltozásukat a ferde rotátor modellel magyarázzák (a mágneses és a forgástengely nem esik egybe). A roAp csillagok ráadásul 5-20 perc közötti, ezred vagy század magnitúdós fényességváltozást mutatnak nemradiális pulzációjuk következtében.

A foltos csillagok modellezésénél alapvető bemenő paraméterek: a csillag forgási periódusa, a forgástengelyének látóiránnyal bezárt szöge, a foltok középpontjainak koordinátái, a foltok sugara és környezetükhöz viszonyított fényessége (hőmérséklete). A modellek eredményeit némi fenntartással kell kezelni, mivel tetszőleges fénygörbét a fotometriai mérési hibán belül 1-2 kör alakú folttal reprodukálni lehet (Kővári 2004).

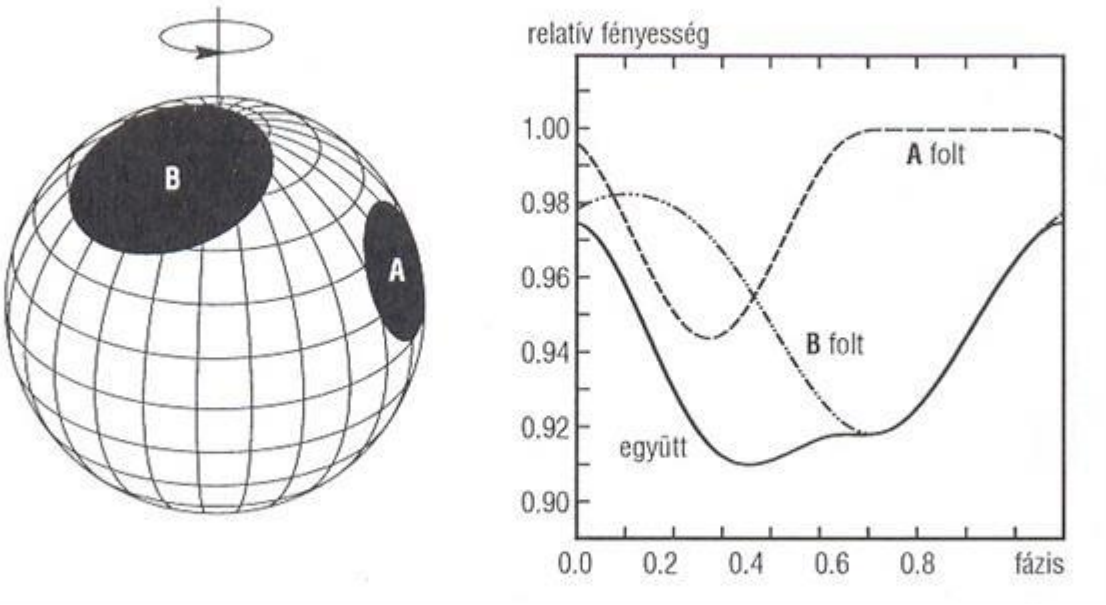
A fotometriánál sokkal több és részletesebb információt kaphatunk a színképelemzés segítségével. A foltos csillagok színképvonalai változnak a forgás során, ugyanis a folt közeledik, majd távolodik hozzánk képest. A Doppler-képalkotással (Doppler-imaging) sokkal jobb felbontást kaphatunk a foltok eloszlásáról, mint a fotometriai foltmodellezéssel. A csillag felszínén az aktív területek fejlődése és a differenciális rotáció is sikeresebben vizsgálható.

Forgó foltos csillag (animáció).

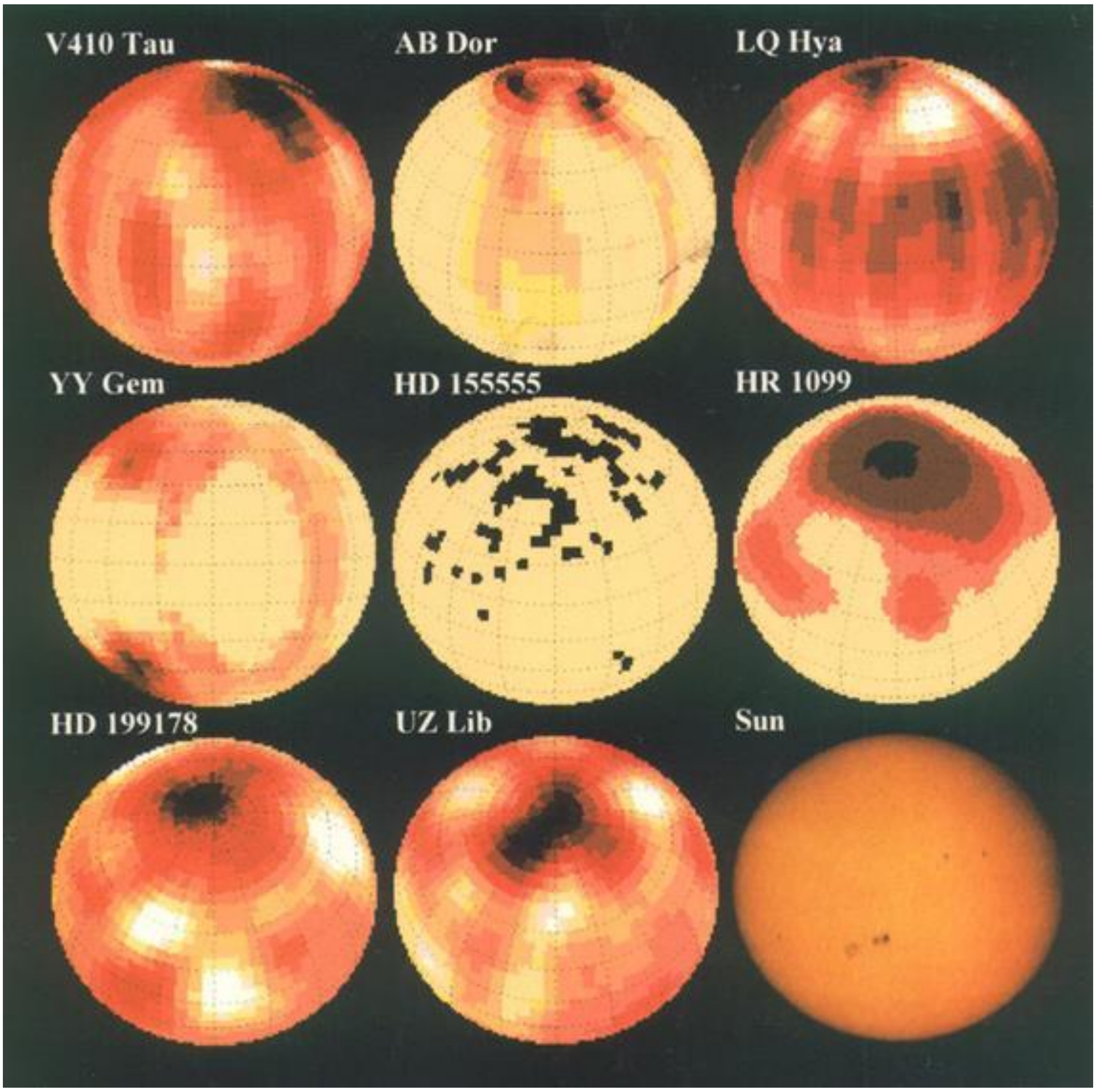

Star 17
R
R (mag)
13.9
14.0
14.1
14.2
14.3
I
I (mag)
13.0
13.1
13.2
13.3
13.4
J
J (mag)
11.9
12.0
12.1
12.2
12.3
H
H (mag)
11.2
11.3
11.4
11.5
11.6
P=8d.435
HJD=2453622.1
0.0
0.5
1.0
Phase

$\phi = 0.90$

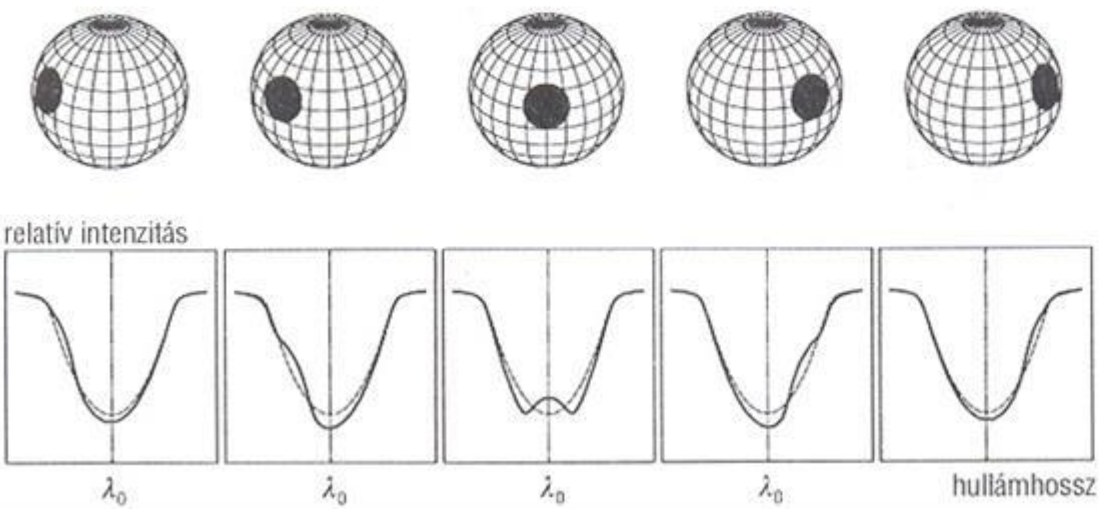
Foltos fénygörbe és modellje (Frasca et al. 2009).



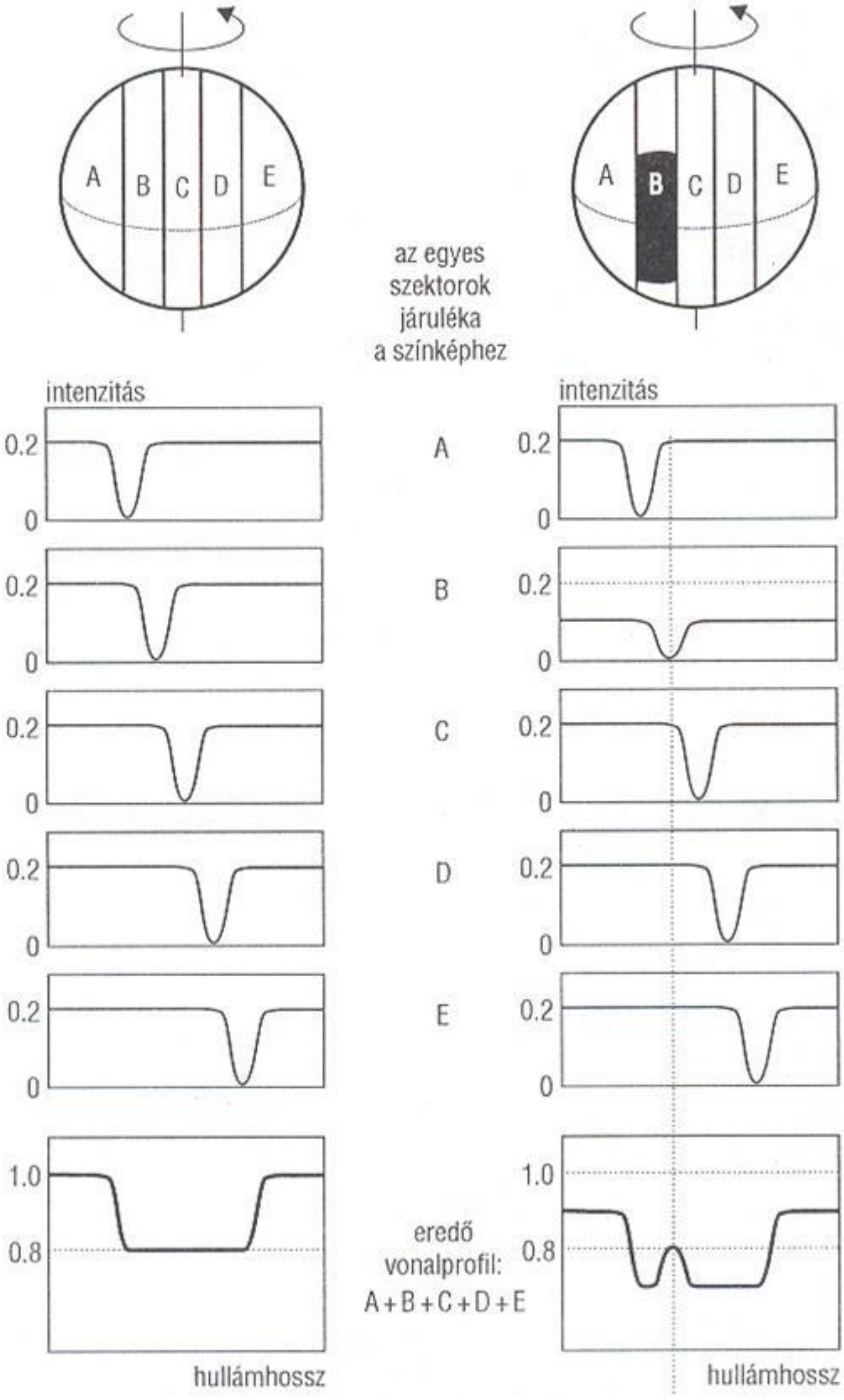
A fotometriai foltmodellezés: az észlelt fényváltozást (jobbra a folytonos vonal) a csillag felszínén elhelyezett foltokkal próbáljuk meg illeszteni (Kővári 2004).



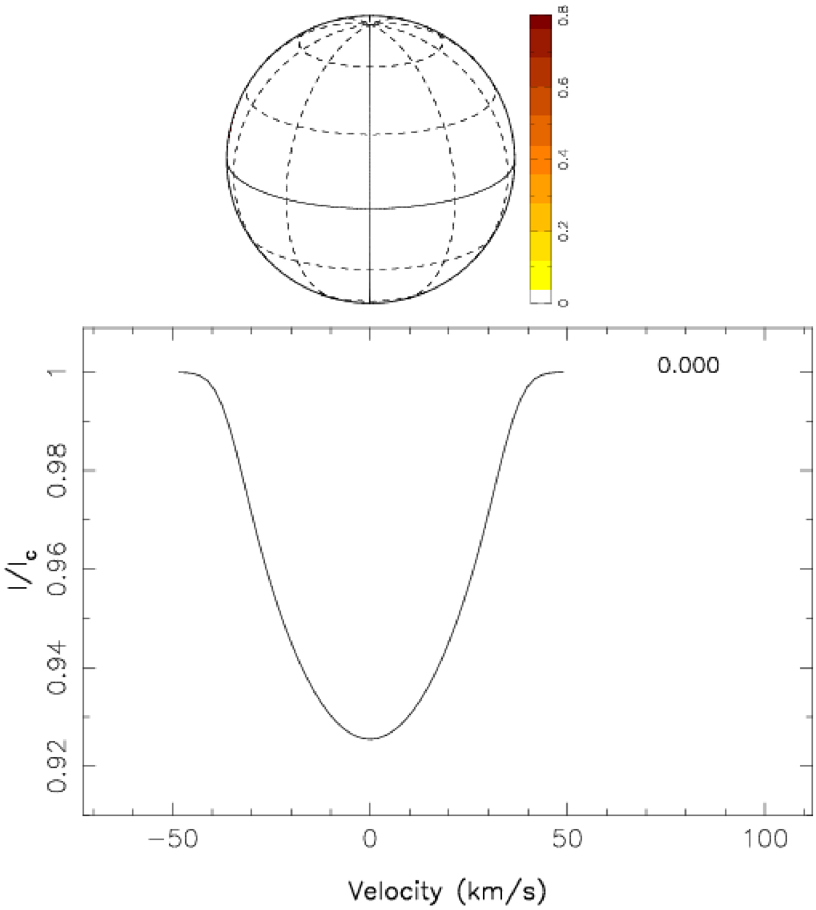
Foltos csillagok modelljei (1995 IAU Symp. 176, poszterkötet borítója).



A színképvonal alakjának módosulása egy forgó csillag felszínén lévő folt következtében (szaggatott vonal a folt nélküli vonalprofil) (Kővári 2004).



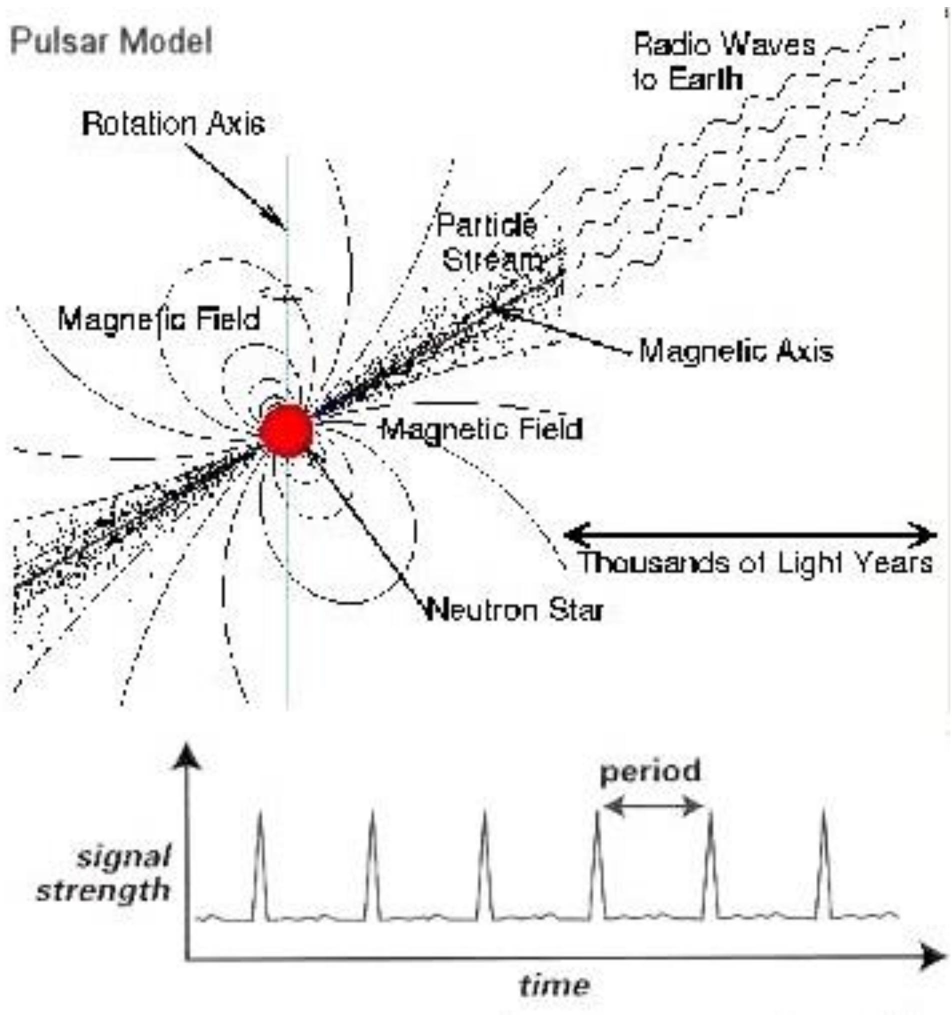
A Doppler-képalkotás (Doppler-imaging) alapelve (Kővári 2004).



Folt miatt létrejövő vonalprofil-változás (animáció) (http://www.ast.obs-mip.fr/users/donati/press/images/movdi_low_70.gif).

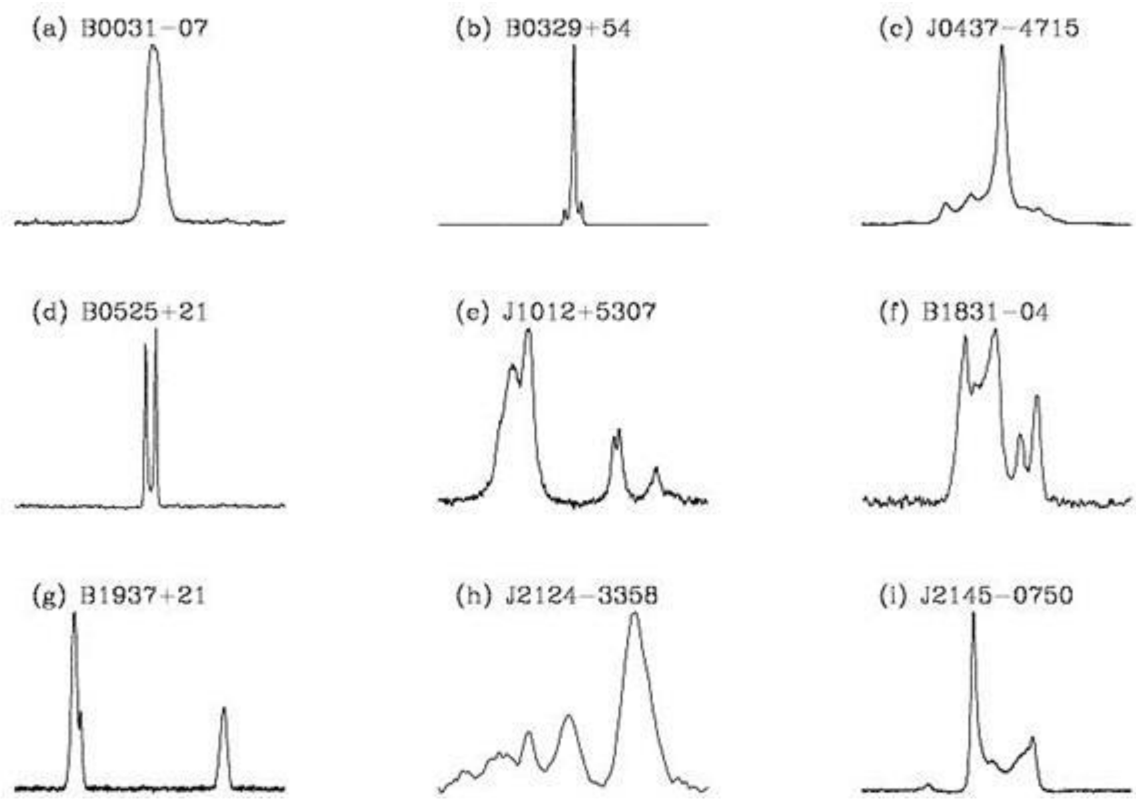
8.1. Pulzárok

Az 1967-ben felfedezett pulzárok gyorsan forgó neutroncsillagok erős mágneses térrel (3.62.. ábra). A forgás- és a mágneses tengely nem esik egybe, ezért a mágneses tengely precesszál (ferde rotátor). A mágneses tengely mentén két irányban felgyorsuló, kifelé mozgó elektromos töltések sugároznak egy szűk térszögben. Ezen nyalábok (jetek) mentén erős sugárzás történik a rádió-, sok esetben a látható, a röntgen- és a gammatartományban is. Amikor a forgás során felénk mutat a jet, felvillanni látjuk a pulzárt. Az impulzusok közötti idő, ami a forgási periódusnak felel meg, 0,001 és néhány másodperc közötti. A legtöbb pulzár atomóra pontossággal sugározza az impulzusokat. Ez a periódusidő a csillag korával nagyon lassan változik, növekszik, mert lassul a pulzár forgása.

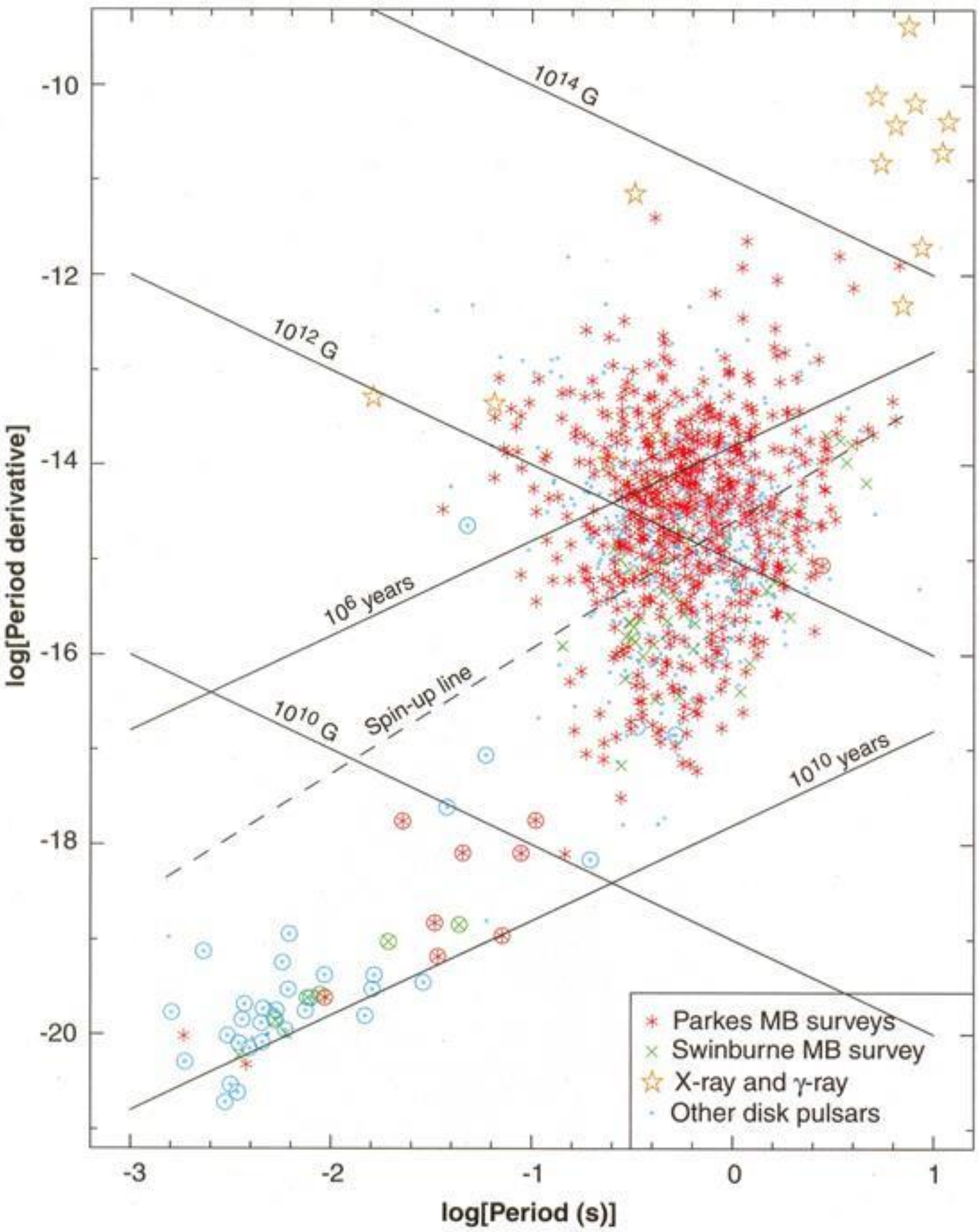


Pulzár modellje (http://universe-review.ca/F08-star.htm).

Eddig kb. 2000 pulzárt fedeztek fel. Mintegy 10 %-uk kettős rendszerben található, a keringési periódus 90 perc és 5,3 év közötti. A pulzárnak a kettős rendszer tömegközéppontja körüli keringése során változik a felénk mutató, radiális sebessége, ezért a Doppler-effektus szerint periodikusan változik az impulzusok közötti idő. Éppen ez a látszólagos moduláció vezethet a kettősség felfedezéséhez. Így találtak számos kettős neutroncsillagot (pulzár-fekete lyuk kettős még nincs, de két pulzárt tartalmazó rendszer van), sőt néhány pulzár körül exobolygókat. A kettősség a tömeg meghatározását is lehetővé teszi, a neutroncsillagok többnyire 1-2 Nap-tömegűek, átlagosan 1,4 $M_{\odot}$. Az öreg milliszekundumos pulzárok mind kettősben vannak, az átszívott és rájuk hulló anyag pörgeti fel őket. A neutroncsillag kettősök esetében számos relativisztikus effektus figyelhető meg, mint például a periasztron-vándorlás, vagy a gravitációs hullámok kibocsátása miatti energiavesztés, egymáshoz való közeledés.



Pulzárimpulzusok profiljai.



Pulzárok periódus-periódusváltozás diagramja kor és mágnesség vonalakkal. Jobbra fenn a sárga csillagok nagy energiájú magnetárok. A kettős pulzárok jele körül kör van. A milliszekundumos pulzárok balra lenn, a felpörgés vonal alatt találhatók (CSIRO, Australia).

9. Eruptív változócsillagok

Az eruptív változók fényváltozását a légkörükben, a kromoszférájukban és a koronájukban lejátszódó heves folyamatok, kitörések okozzák (Szabados 1989). Az eruptív jellegű változások szabálytalanok, és általában a fiatal csillagokra jellemzőek.

Az Orion-változók szabálytalan fényváltozást mutatnak, többnyire fényes vagy sötétdiffúz ködökkel állnak kapcsolatban (Kiss, Mizser, Csizmadia 2006). A HRD-n a fősorozaton vagy a szubóriás területen helyezkednek el. Fiatal objektumok, többségük a fejlődése során éppen nullkorú fősorozati csillaggá válik. Az Orion-változók jele: IN. A gyors fényváltozású csillagok jelölése: INS.

INA: korai (B-A) színképosztályú Orion-változók. Hirtelen, meredek fényváltozások jellemzik őket.

INB: közepes vagy késői (F-M) színképosztályú Orion-változók. A szabálytalan fényváltozás mellett flereket is mutathatnak.

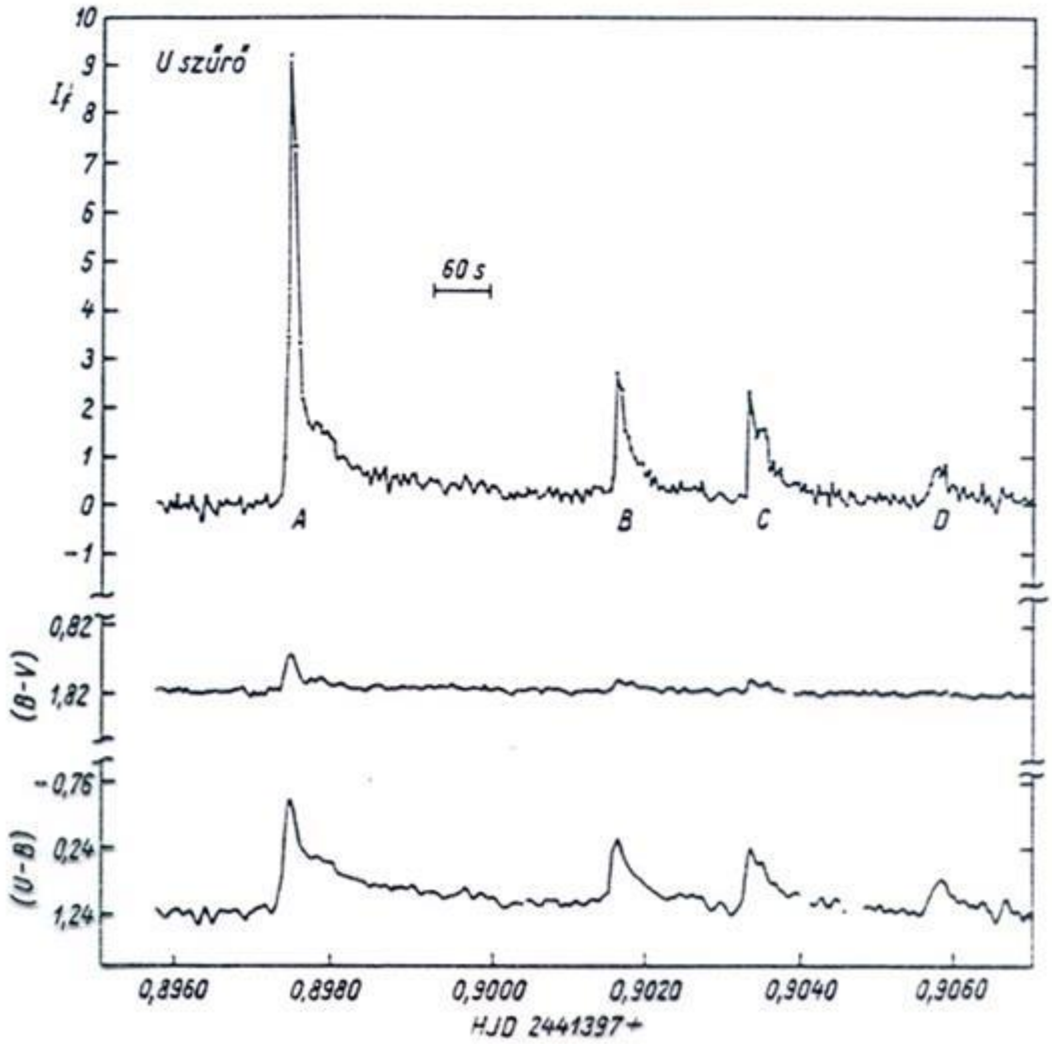
INT: T Tauri típusú Orion-változók. Színképük Fe-Me közötti. Mindig diffúz ködben találhatók. A fényes emissziós vonalak rendszerint P Cygni-profilt mutatnak (3.80.. ábra), ami anyagkiáramlásra utal. Gyakran T asszociációkban fordulnak elő (Szabados 1989). Még nem érték el a fősorozatot. A T Tauri állapot után a flercsillag időszak következik.

A flercsillagok K-M színképtípusú, emissziós törpecsillagok. A fler rövid idő alatt lejátszódó kitörés (3.65.. ábra). A kifényesedés - ami az épp észlelhetőtől hat magnitúdóig terjedhet - néhány másodperc vagy perc alatt történik, az ezt követő elhalványodás sokkal lassúbb. A fler amplitúdója ultraibolyában a legnagyobb. A kitörések véletlenszerűen következnek be. Több, egymást kiváltó fler esetén a fényváltozás bonyolult, „tarajos”. A flercsillagok asszociációkban és fiatal nyílthalmazokban nagy számban fordulnak elő.

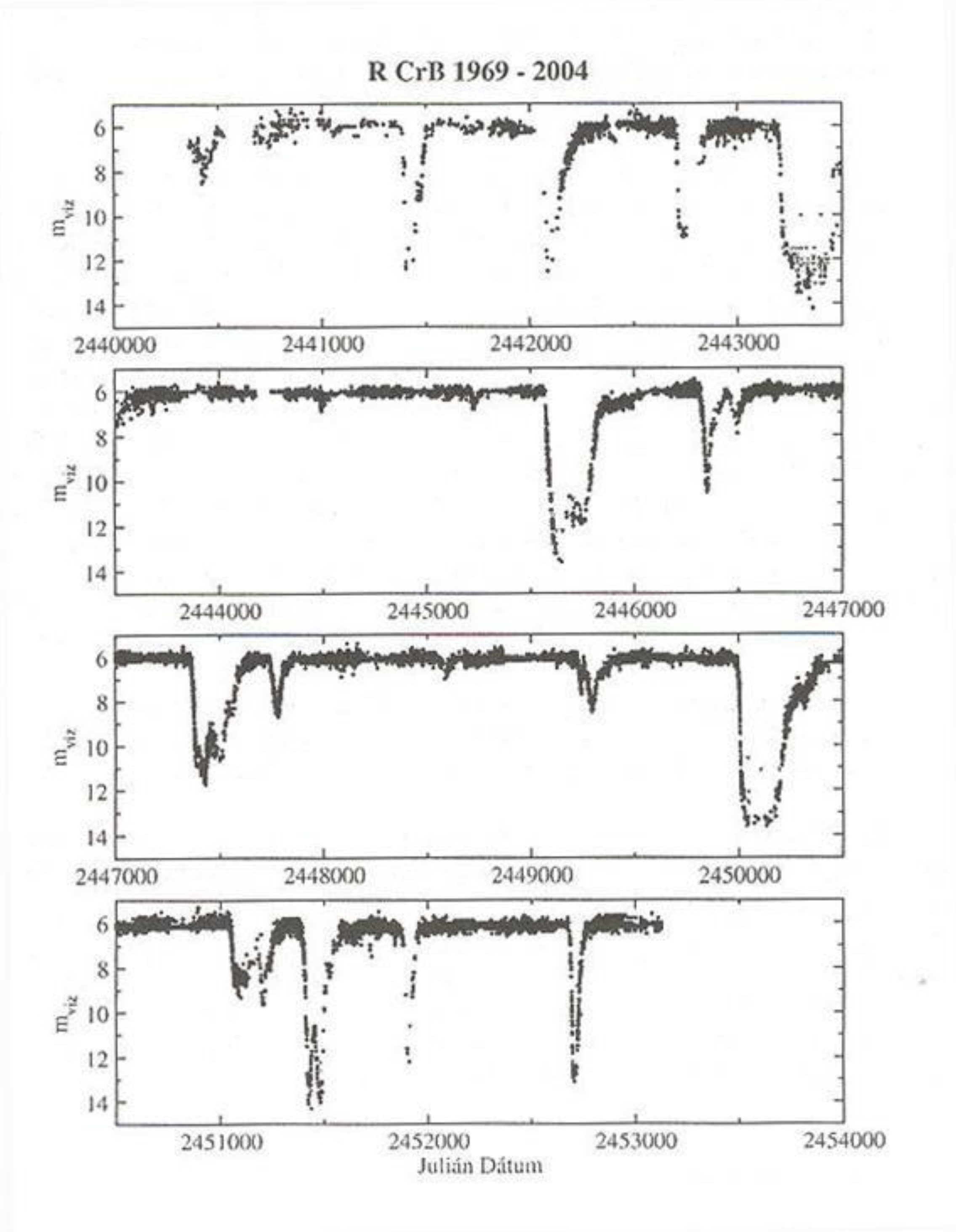
A fősorozat előtti (PMS: pre main sequence) fiatal csillagoknál (YSO: young stellar objects) általános, hogy egy ideig anyagkorong veszi körül. A korongból a csillagra való anyagáramlás, akkréció egy időben megnövekedhet, ami a csillag felfényesedésével jár. Az ilyen, nagymértékű kitöréseket két csoportba sorolják: fuor és exor. Eddig csak pár tucat ilyen objektumot ismerünk.

Az FU Orionis („fuor”) csillagok T Tauri csillagokból fejlődnek ki. Néhány hónap alatt akár 6 magnitúdót fényesednek, a színképük vörös törpe helyett A-G típusú lesz. Hosszú ideig, akár évtizedekig tarthat a kifényesedés, a színképet főleg abszorpciós vonalak jellemzik. Az EX Lupi („exor”) csillagoknál kisebb mértékű (2-3 mag) a fényességnövekedés és hónapokig, legfeljebb néhány évig tart, a visszahalványodás hónapok vagy évek alatt megy végbe. A színképet emisszió jellemzi.

Az R Coronae Borealis csillagoknál egészen másfajta eruptivitás figyelhető meg. Hidrogénben szegény, de héliumban és szénben gazdag légkörű csillagok. Szuperóriások, felszíni hőmérsékletük sokféle lehet, B és R színképtípus között szinte minden előfordul. A fényesség sokáig, néha évtizedekig közel állandó, majd váratlanul gyors csökkenés következik, amelynek mértéke 1-9 magnitúdó (Kiss, Mizser, Csizmadia 2006). A minimum hossza változó, néhány héttől több ezer napig terjedhet (3.66.. ábra). A leszálló ág meredekebb a felszálló ágnál, ami viszont többlépcsős lehet. Az R CrB jelenség magyarázata az lehet, hogy a csillagtól távolodó, szénben gazdag gázfelhők lehűlése során szénszemcsék, porszemek kondenzálódnak ki. Az így kialakuló héj nagyon hatásos fényelnyelő közeg, létrejötte idején csökken le a csillag látszó fényessége. További tágulásával a héj átlátszósága nő, így lassan visszatér a csillag eredeti fényessége. A R CrB csillagok egy része pulzációt is végez (pl. RY Sgr, P=40 nap, A=0,6 mag). A pulzáció és a nagy elhalványodások között nincs kapcsolat.



A Wolf 424 jelű csillag négy, egymást követő flerje. A kitörések a magas hőmérséklet miatt az U szűrőn át a legfényesebbek (Kelemen 1987).



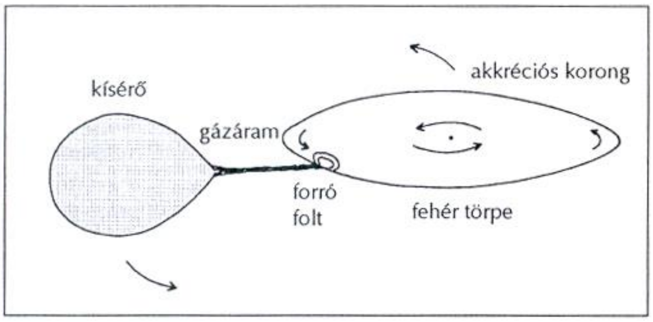
Az R CrB 35 év hosszú fénygörbéje (MCsE VCsSz adatbank).

10. Kataklizmikus változócsillagok

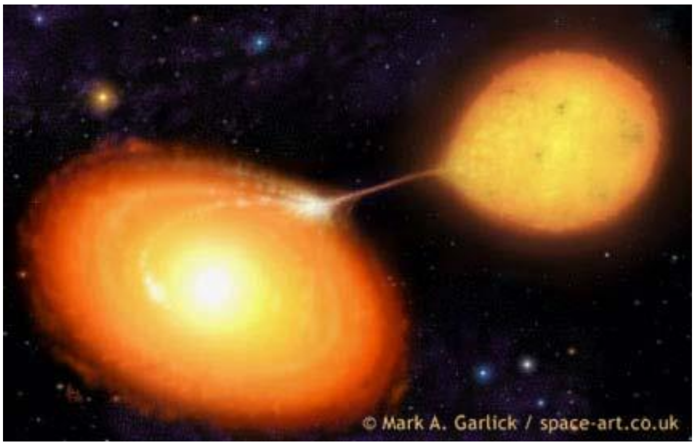
Az eruptív változókhoz hasonlóan a kataklizmikus csillagoknál is a kitörés a fő jellemző, de utóbbiaknál sok nagyságrenddel nagyobb energia szabadul fel (Szabados 1989). E kitörések során fúziós robbanás történik vagy a csillag felszínén (pl. nóvák), vagy a csillag belsejében (szupernóvák).

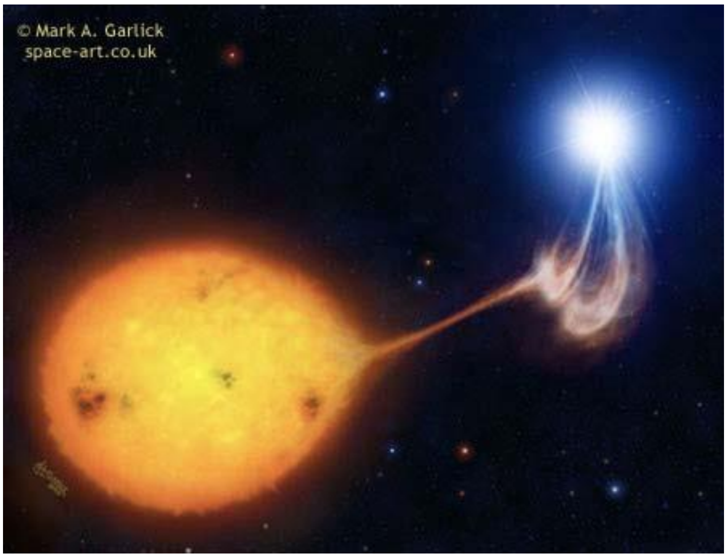
A kataklizmikus változók mindegyike kölcsönható kettőscsillag (kivéve a kollapszár szupernóvákat). A kettős rendszer főkomponense fehér törpe, a mellékkomponens pedig vörös óriás (SN Ia, nóvák és szimbiotikus csillagok) vagy kis tömegű, fősorozati csillag (törpenóvák). A mellékkomponens teljesen kitölti a Rochetartományát, és az L1 belső Lagrange-ponton keresztül anyagot ad át a főkomponensnek (Csák, Kiss, Vinkó 2007). Az átáramló gáz nem hullik azonnal a fehér törpe felszínére, hanem akörül keringve egy anyagbefogási (akkréciós) korongot hoz létre. A anyagáram e korongba ütközve lelassul, energiája hővé alakul, ezért ott egy forró folt jön létre (3.67.. ábra). Ha a fehér törpének erős mágneses tere van, akkor nem alakul ki akkréciós korong, az anyag közvetlenül a főkomponensre hullik (ezek a polárok, 3.68.. ábra).

A kataklizmikus változókhoz tartoznak a szupernóvák, a nóvák, a törpenóvák és a szimbiotikus csillagok (a kitörés energiájának csökkenő sorrendjében).



Kataklizmikus változó modellje (Kiss, Mizser, Csizmadia 2006).





3.68. ábra. Modell akkréciós koronggal és anélkül (polár) (http://space-art.co.uk).

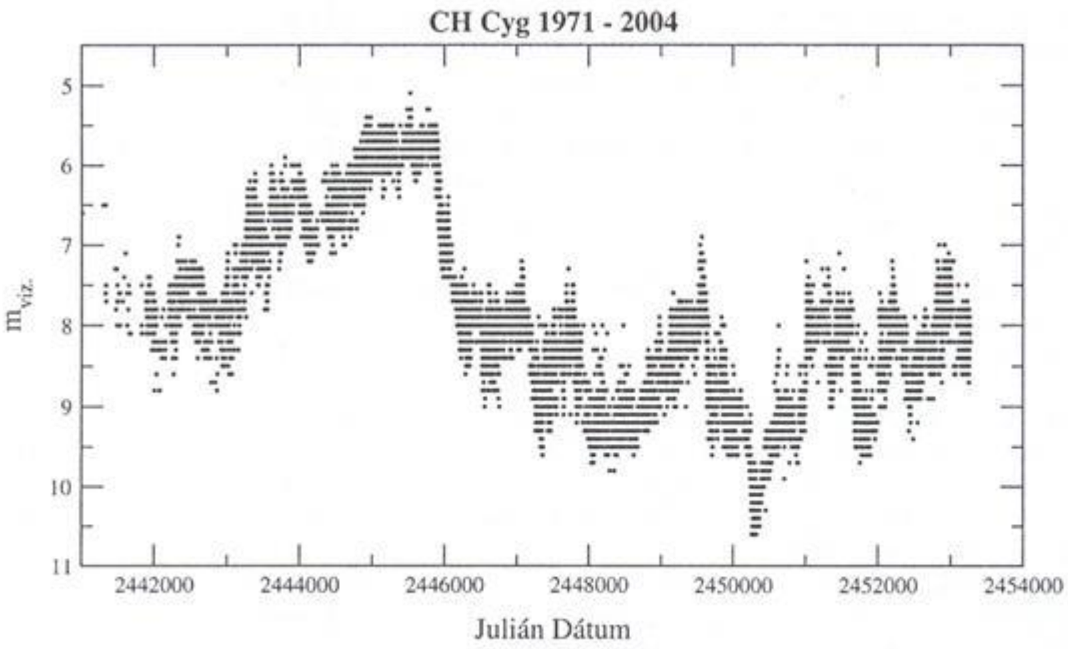
PROPERTIES OF CATACLYSMIC VARIABLES

Type	*Absolute magnitude (quiescent)*	*Outburst amplitude (mags.)*	*Recurrence time*	*Cause of outbursts*	*The two stars*	*Mass transfer (approximate solar masses/yr.)*
Novae	+5	9 to 14 or greater	10^4 to 10^5 years?	Ignition of hydrogen on white dwarf's surface	Main sequence + white dwarf	Lobe overflow 10^{-9}
Dwarf novae	+10	2 to 6	10 days to several years	Change in mass-transfer rate or disk structure	Main sequence + white dwarf	Lobe overflow 10^{-10}
Novalike variables	+5 to +10	Irregular	—	Change in mass-transfer rate or disk structure	Main sequence + white dwarf	Lobe overflow 10^{-10} to 10^{-8}
Polars	+5 to +10	Irregular	—	Change in mass transfer or accretion pattern	Main sequence + magnetic white dwarf	Lobe overflow 10^{-10} to 10^{-9}
Recurrent novae	+2	7 to 9	10 to 100 years	Ignition of hydrogen on white dwarf's surface	Red giant + white dwarf	Lobe overflow 10^{-8}
Symbiotic stars	0 to +4	Irregular	—	Changes in accretion pattern	Red giant + white dwarf	Stellar wind 10^{-7}

Kataklizmikus változók tulajdonságai (Sky and Telescope).

A szimbiotikus változók esetében a színkép kombinált, egy hűvös csillag abszorpciós vonalait, sávjait és magasan gerjesztett emissziós vonalakat is mutat. A Z Andromedae típusú szimbiotikus változók szoros kettős rendszerek, amelyek egy forró szubtörpéből és egy hideg óriás kísérőből állnak (Kiss, Mizser, Csizmadia 2006). Mindkét csillagot egy vagy több közös héj vagy gázkorong veszi körül, amelyek forrása a vörös óriás.

A Z And típusú csillagok fényváltozása igen összetett. Eredete lehet a közös héjak átlátszóságának változása, illetve mindkét komponens fényességingadozása. A vörös óriás pulzálhat, a forró törpe anyagbefogásában változások lehetnek. Minden egyes ide sorolt csillag különleges, egyedi eset. A CH Cygni esetében is sokféle változás jelentkezik. A Kepler űrtávcsővel az eddig nem ismert, kis amplitúdójú, néhány napos hullámok is kimutathatók lettek, ezek magyarázata még várat magára.



A CH Cygni fénygörbéje (MCsE VCsSz adatbank).

10.1. Törpenóvák

A törpenóvák ismétlődő kitöréseket mutatnak, amelyeknek amplitúdója 2-6 magnitúdó. A kitörések időtartama néhány naptól 20 napig terjed, a kitörések 20-300 naponként ismétlődnek.

A törpenóvák rövid keringési periódusú (80 perc és néhány óra közötti), szoros kettőscsillagok. A fehér törpe társa egy K-M törpe vagy szubóriás csillag. A hűvös komponens kitölti a Roche-térfogatát és a belső Lagrange-ponton anyagot ad át a fehér törpének. A főkomponens fehér törpe mágneses tere gyenge, az átáramló gáz egy akkréciós korongot alkot körülötte. A törpenóvák kitöréseit az okozza, hogy az akkréciós korong külső részeiben ciklikus, hirtelen sűrűségváltozások lépnek fel. Az anyag folyamatosan gyűlik a korongban, amikor azonban elér egy kritikus mennyiséget, akkor instabillá válik, és hirtelen ráhullik a fehér törpe felszínére. Az összezuhanás közben felszabaduló potenciális energia fűti fel a korongot, és okozza a rendszer hirtelen felfényesedését (Csák, Kiss, Vinkó 2007). A nóvák és a törpenóvák kitörései között az a különbség, hogy az utóbbiaknál nem történnek fúziós robbanások és anyagledobódások.

A törpenóváknál a kitörések mellett gyors, véletlenszerű változás, a „flickering” is megfigyelhető. Ennek periódusa másodperces-perces nagyságrendű, amplitúdója pedig század-tized magnitúdó. A flickering forrása lehet a forró folt, a korong egyes részei, de a fehér törpe felszíne is.

Gyakoriak még a 8-40 s periódusú, nagyon kis amplitúdójú törpenóva-oszcillációk (DNO), valamint a nagyobb amplitúdójú, de instabil, változó periódusú kváziperiodikus oszcillációk (QPO). Ezeknek a fényváltozásoknak az oka még nem tisztázott.

A fénygörbén sok esetben egy púp is megjelenik, amelyet a forró foltnak a látóirányunkba történő befordulása okoz.

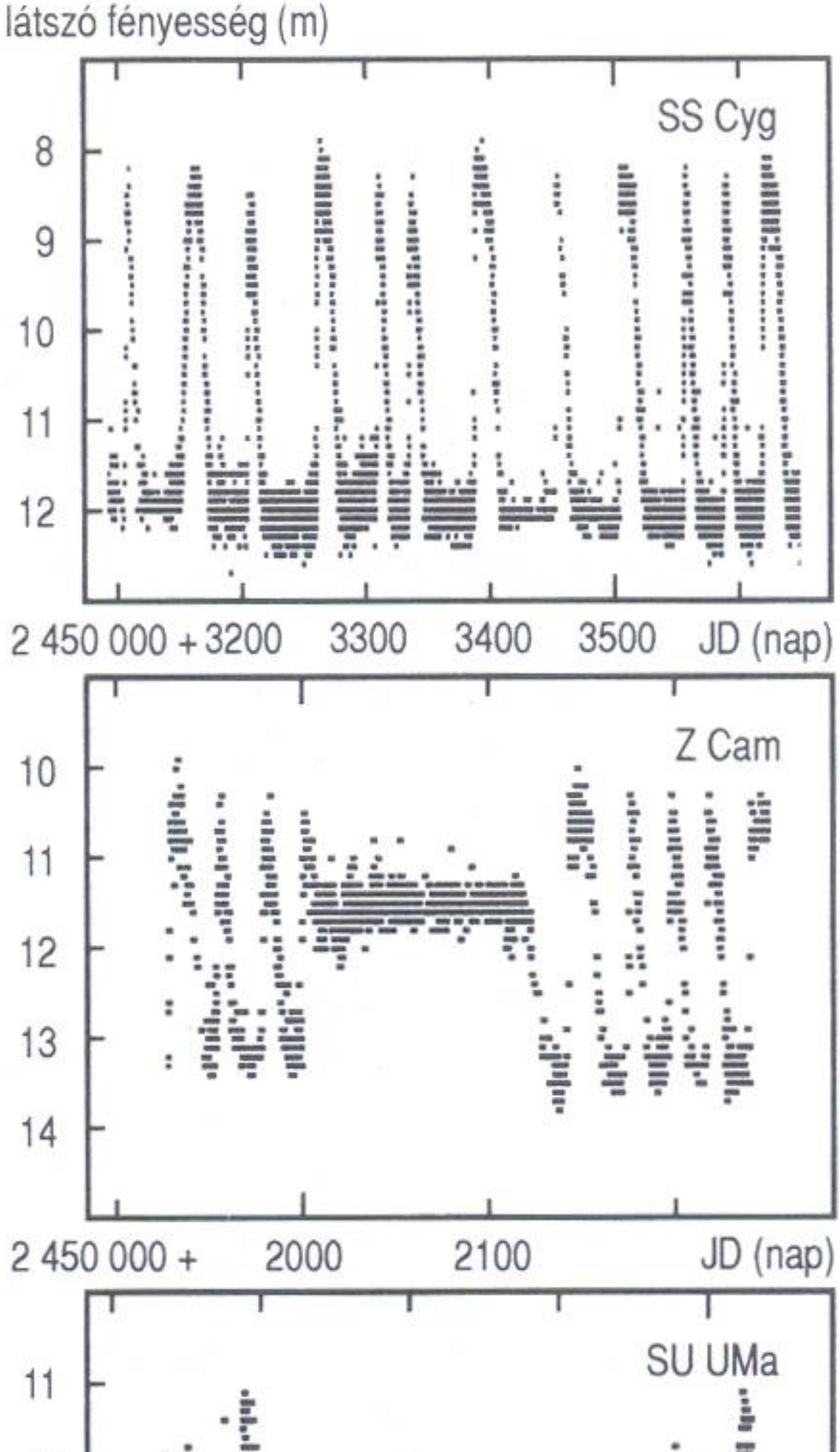
A törpenóvákat négy csoportba soroljuk: UGSS, UGSU, UGZ, UGWZ (3.71.. ábra).

Az UGSS csillagok SS Cygni típusú változók, fényességük 2-6 magnitúdót nő egy-két nap alatt, majd néhány vagy tízegynéhány nap után elhalványodnak az eredeti fényességre. A felfényesedési ciklushossz tíztől néhány ezer napig terjed (Kiss, Mizser, Csizmadia 2006).

Az UGSU csillagok prototípusa az SU UMa, ezek 2 óránál rövidebb keringési idejű szoros kettős rendszerek. Fénygörbéjükön minden 3-10. ciklusban a szokásos maximumoknál 1-2 magnitúdóval fényesebb, és több mint ötször hosszabb ideig tartó szupermaximumokat figyelhetünk meg.

Az UGZ csillagok Z Camelopardalis típusú változók, ciklushosszuk 10-40 nap, amplitúdójuk 2-5 magnitúdó. Időnként a maximum után nem térnek vissza minimumba, hanem egy közbülső szinten, közel állandó fényességen maradnak több ciklusidőn keresztül (standstill).

Az UGWZ csillagok névadója a WZ Sagittae. Ezek a változók ritkán, de nagy amplitúdójú (6-8 magnitúdós) kitöréseket mutatnak, a maximun után sokszor kisebb utókitörések láthatók.


látszó fényesség (m)
SS Cyg
8
9
10
11
12
2 450 000 + 3200
3300
3400
3500
JD (nap)
Z Cam
10
11
12
13
14
2 450 000 +
2000
2100
JD (nap)
SU UMa
11

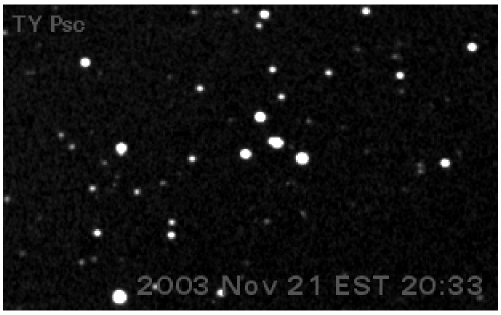
A törpenóvák három altípusának képviselői: az SS Cyg (UGSS), a Z Cam (UGZ), és az SU UMa (UGSU) fénygörbéje az AAVSO adatbázisából (Csák, Kiss, Vinkó 2007).

10.2. Nóvák

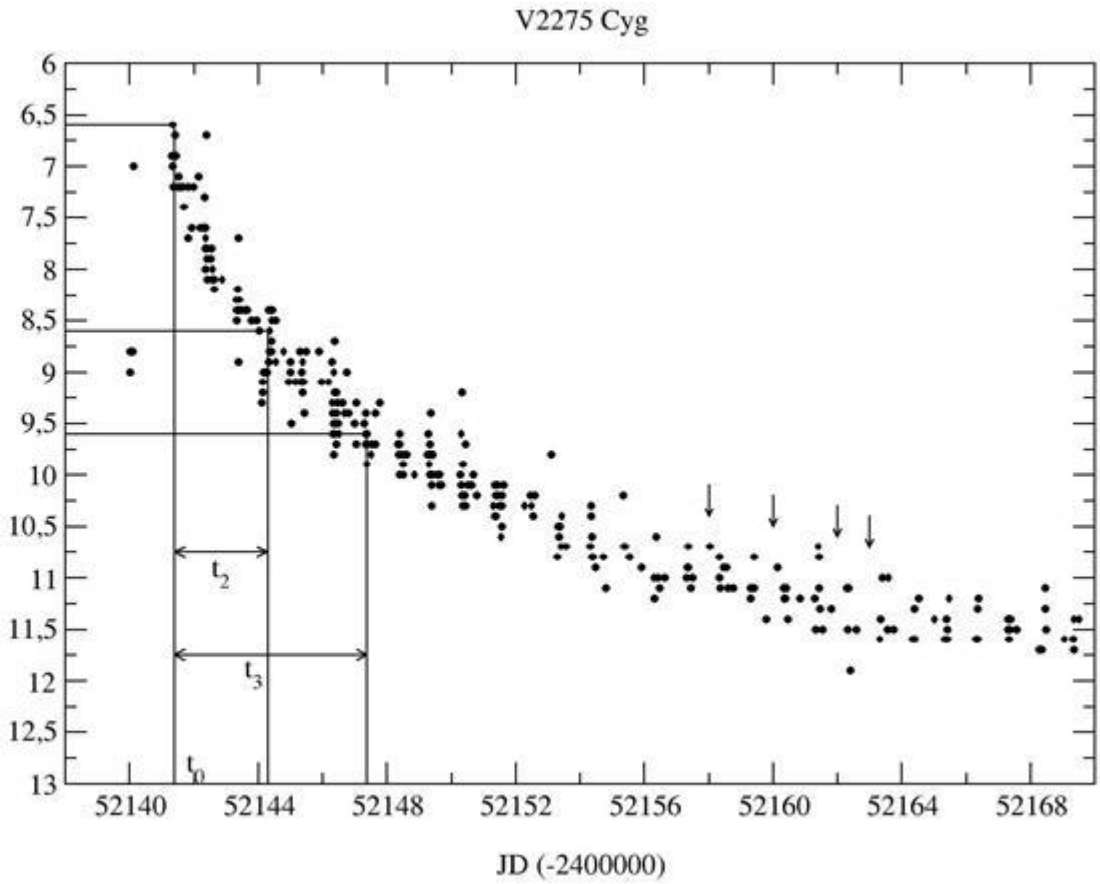
A nóváknál a fehér törpe kísérője K-M típusú óriáscsillag. A robbanásszerű kifényesedést a fehér törpe felszínén beinduló termonukleáris reakció okozza. Az átáramló anyag felgyülemlik az akkréciós korong alján, ahol a nyomás és a hőmérséklet egyre nő. Ez olyan értéket érhet el, amikor beindul a H-He fúzió. A csillagon bekövetkező robbanás lefújja a felszíni réteget, ez a gázhéj akár néhány ezer km/s sebességgel tágulhat. A kitörés során a fényességnövekedés változatos, 7-19 magnitúdó lehet. A felszálló ág általában néhány napig tart, a maximum után a nóva lassan halványodik vissza az eredeti szintre.

Az elhalványodás ütemét t_2 és a t_3 időtartammal jellemzik, ami a 2 és a 3 magnitúdó fényességcsökkenést jelenti a maximum után (3.73.. ábra). Ennek alapján csoportosíthatjuk nóvákat. NA-val a gyors nóvákat jelöljük, amelyek 100 napnál hamarabb halványodnak 3 magnitúdót. A lassú nóvák az NB alosztályba tartoznak, ezeknél t_3>150 nap. Az NC csillagok nagyon lassan halványodnak az akár több évig tartó maximum után.

A kitörés után a folyamat kezdődik elölről: beindul a tömegátadás, kialakul az akkréciós korong, és a fehér törpe felszíne újra melegedni kezd (Csák, Kiss, Vinkó 2007). A modellek szerint a nóvakitörések mintegy 10000 évente ismétlődhetnek. Néhány csillag esetében 10-50 évente figyelhető meg robbanás, ezeket visszatérő (rekurrens, NR) nóváknak nevezzük. E jelenséghez a modellek szerint nagy tömegű (>1,3$M_\odot$) fehér törpe és jelentős mértékű ($> 10^{-8} M_\odot/ev$) tömegátadás szükséges. A Tejútrendszerben mindössze 9 visszatérő nóvát ismerünk, a Nagy Magellán-felhőben kettőt. A legtöbb megfigyelt kitörést az RS Ophiuchi (6), az U Scorpii (6) és a T Pyxidis (5) produkálta.



Nóva megjelenése (2 kép animálva).



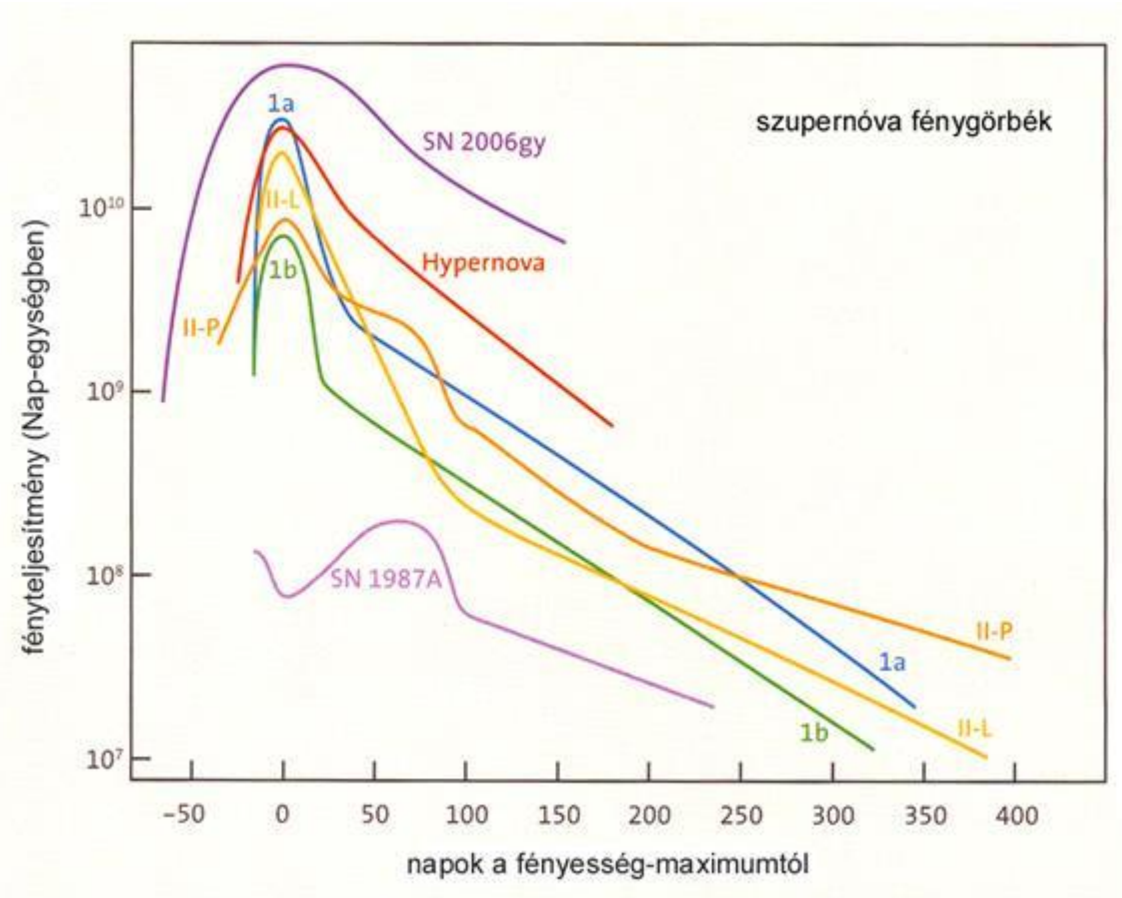
Tipikus gyors nóva fénygörbéje. At_2 és a t_3 időtartam a 2 és a 3 magnitúdó fényességcsökkenést jelenti a maximum után.

10.3. Szupernóvák

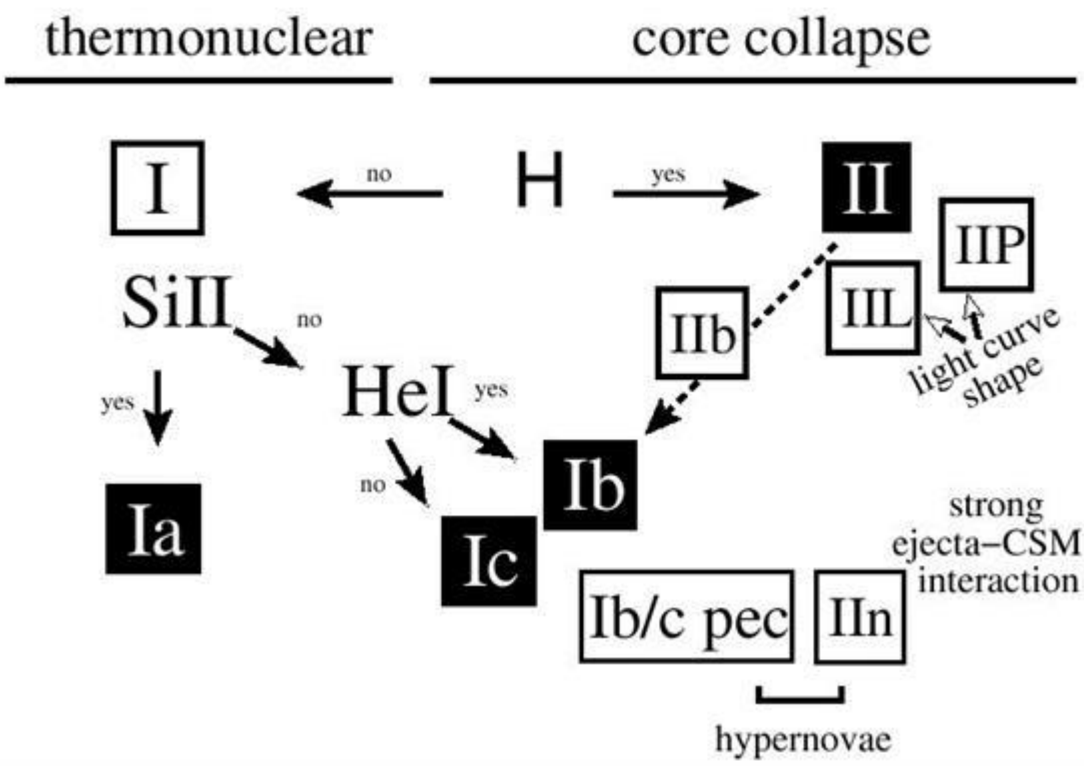
A szupernóváknál sokkal nagyobb a felfényesedés, mint a nóváknál. A kitörés mértéke legalább 20 magnitúdó, abszolút fényességük maximumban -16 és -21 magnitúdó közötti. Fénygörbéik (3.74.. ábra) és színképeik (3.75.. ábra) szerint két fő csoportba sorolhatók.

Az SN I típusúak fénygörbéje egyforma, hasonlít a gyors nóvákéra. Az elhalványodás először gyors (25-40 nap alatt mintegy 3 magnitúdó), majd lassú, egyenletes (60-70 nap alatt 1 magnitúdó). Színképükre a hidrogén hiánya a jellemző.

Az SN II típusúak fénygörbéje nagyon változatos, halványodásuk lassabb, ennek során platók, púpok jelenhetnek meg. Színképükben vannak hidrogénvonalak.



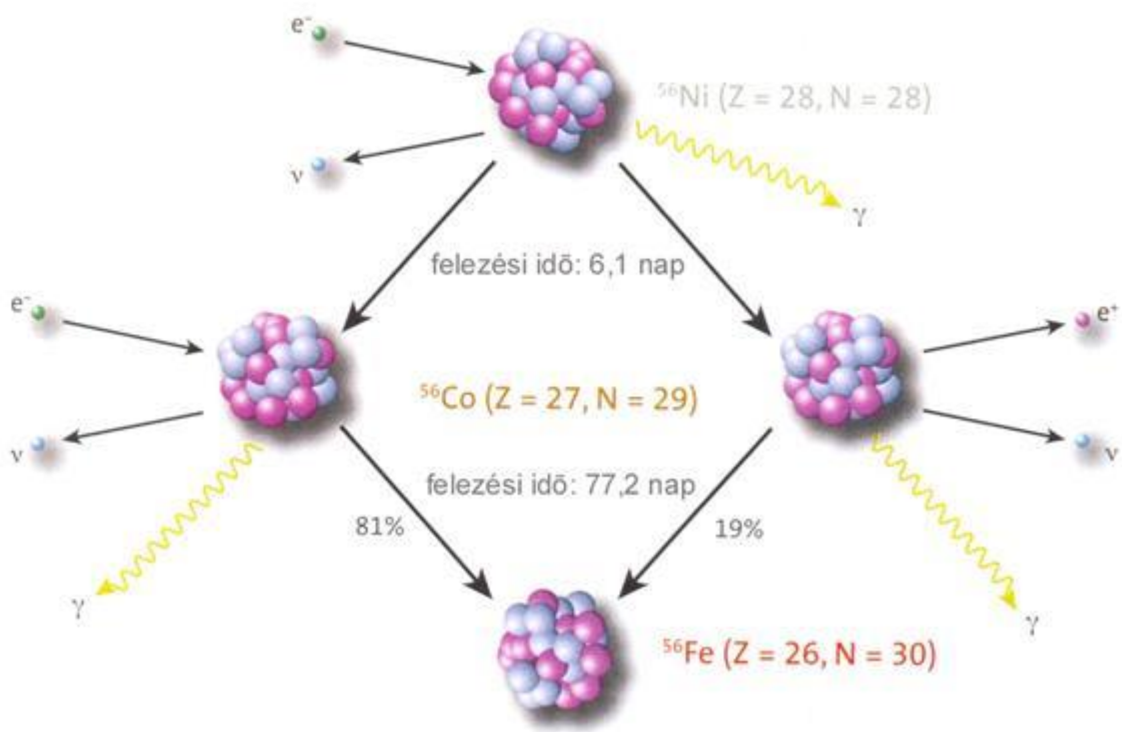
Szupernóva-típusok jellemző fénygörbéi.



A szupernóvák fontosabb típusai a színkép alapján.

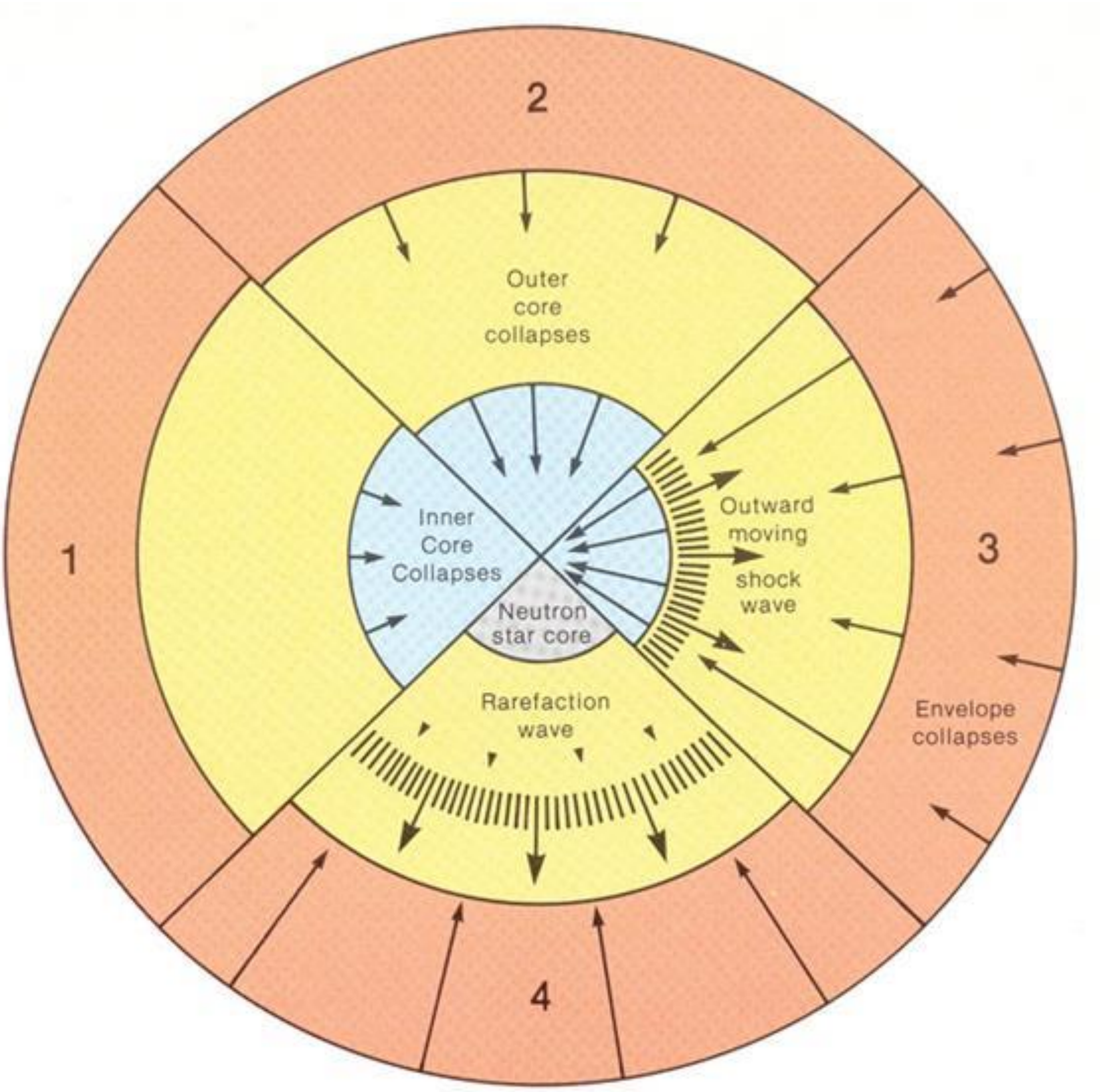
Az Ia típusú szupernóvák szoros kettős rendszerek. Egy fehér törpe és egy késői óriás (single-degenerate, SD), vagy - az újabb elképzelések szerint - két fehér törpe alkotja (double-degenerate, DD). Az óriásról átáramló anyag a fehér törpe tömegét folyamatosan növeli. Amikor ez eléri a Chandrasekhar-határt, az 1,4-1,5 $M_\odot$ értéket, akkor a fehér törpe felrobban (az elektrongáz elfajultsága megszűnik, már nem tart egyensúlyt a gravitációs összehúzó erővel). Abból, hogy ezek szerint egyforma állapotú fehér törpék felrobbanásáról van szó, arra következtettek, hogy az Ia szupernóvák ugyanolyan mértékben fényesednek ki, az abszolút magnitúdójuk maximum idején egyforma, azaz standard gyertyaként ideális objektumok távolságmeghatározásra. Ezáltal nagy jelentőségűek kozmológiai szempontból. Részben éppen a nagyon távoli Ia szupernóvákra alapul a gyorsulva táguló univerzum modellje, illetve az ezt magyarázó sötét energia elképzelés. Két dolog miatt is nagyon óvatosan kell kezelni a standard gyertyaként való alkalmazásukat. Újabb vizsgálatok szerint ha a fehér törpének erős mágneses tere van, akkor a Chandrasekhar-határ nagyobb, elérheti akár a 2,5 $M_\odot$ értéket is. Másrész számos Ia szupernóva megfigyeléséből arra lehetett következtetni, hogy két kisebb tömegű fehér törpe összeolvadásából jöhetett létre a robbanás (3.79.. ábra). Az egyik legnehezebb probléma éppen az előd objektum (a progenítor) azonosítása, esetleg korábbi képeken való megtalálása.

Az Ia szupernóvák lassú halványodási üteme (0,01 magnitúdó/nap) nagyon hasonló. Jól lehet magyarázni azzal a fűtési mechanizmussal, amit a robbanáskor keletkező 56-os tömegszámú radioaktív nikkel bomlása során felszabaduló energia okoz (3.76.. ábra).



A szupernóvák robbanása során létrejött Ni bomlása.

A II-es típusú szupernóvák nagy tömegű (M>8$M_\odot$) magányos csillagok gravitációs kollapszusa során bekövetkező robbanások. A csillag magjában a fúzió már eljutott a vasig, további energiatermelés már nincs, a gáznyomás nem tud ellenállni a gravitációs összehúzódásnak. A mag mintegy $5\cdot 10^9$ K hőmérsékletre hevül fel. Ekkor a nagy magok a gammafotonok hatására fotodisszociációval szétdarabolódnak, ami hatalmas energiaelnyelődéssel jár. A részecskék hőmozgása, a nyomás lecsökken, a csillag belseje összeomlik a gravitációs erők hatására (3.77.. ábra). A összeomlás során a sűrűség növekszik, az elektronok protonokkal egyesülve neutronokat és neutrínókat hoznak létre. Végül a csillag magjában egy neutroncsillag jön létre. A külső héjak rázuhannak a magra, majd hatalmas lökéshullámokat keltve visszaverődnek róla és nagy sebességgel szétszóródnak.



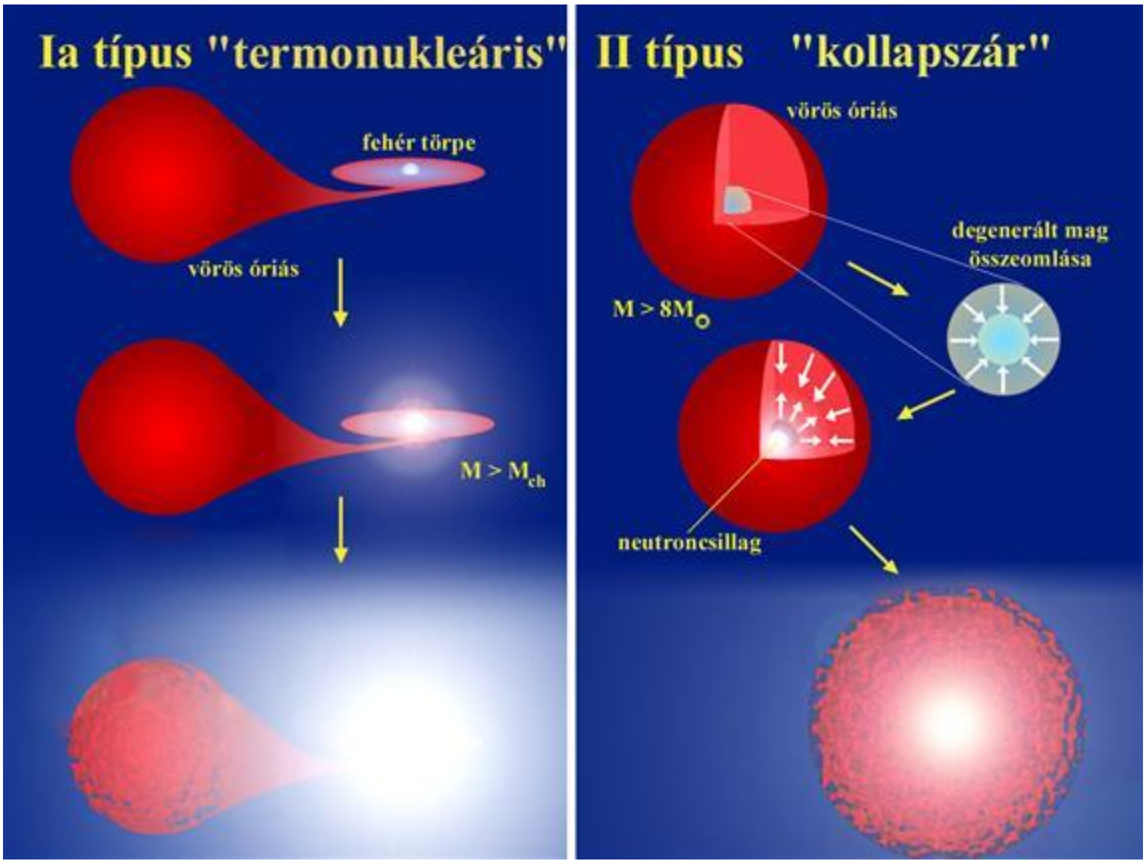
Az SN II kollapszus négy fázisa. 1: a mag kollapszusa, 2: megindul a külső mag összeomlása, 3: visszaverődés a magról, lökéshullám indul kifelé, a külsö rétegek befelé hullanak, 4: a magban neutroncsillag jön létre, a lökéshullám terjed a felszín felé, a külső réteg ledobódik (Sky and Telescope).

A szupernóváknál különösen nagy szerepe van a színkép vizsgálatának (Vinkó és mtsai 1998, 2001). Eleve a típusba sorolás is ez alapján történik, de akár a távolság is meghatározható a táguló fotoszféra módszerrel.

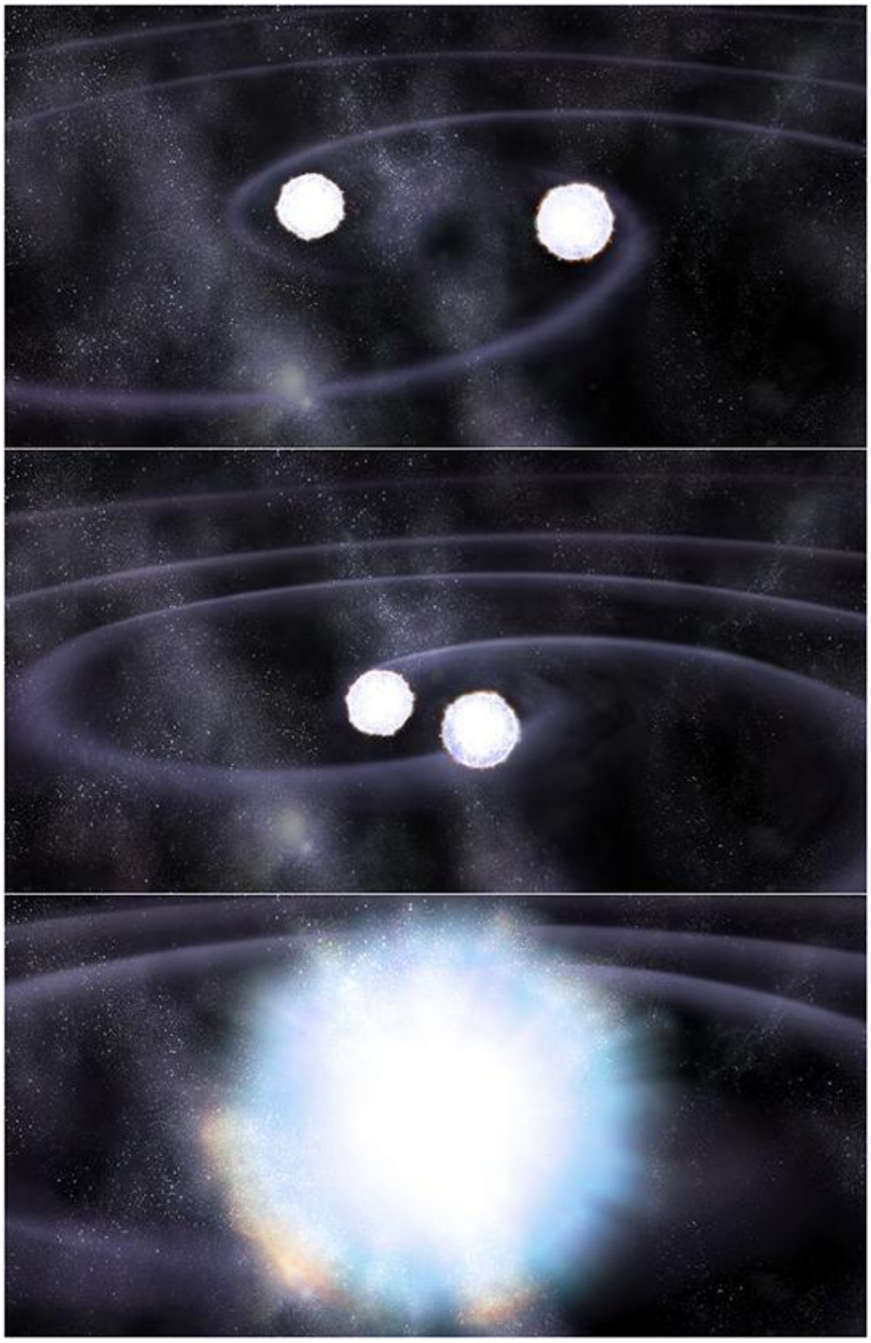
Az utóbbi években számos különleges szupernóvát figyeltek meg. Ilyenek például a kis fényteljesítményű (maximumban 5-6 magnitúdóval halványabb) robbanások, az ún. szupernóva imposztorok (Vinkó 2013). Ezek valószínűleg szokatlanul fényes novák vagy fényes kék változók (LBV) óriáskitörései.

A 2000-es évek közepén fedezték fel az első szuperfényes szupernóvákat (SLSN), amelyek csúcsfényessége meghaladta a -21 magnitúdót (Vinkó 2013). Ezek fizikai magyarázatára felvetődött a „pár-instabilitás” modell. Nagyon nagy tömegű ($M>100M_{\odot}$) csillagok forró magjában a gammafotonok elektron-pozitron párokat képesek kelteni. Ez energiaveszteséssel, a sugárnyomás és a hőmérséklet csökkenésével jár, ezáltal a csillag magja összeomolhat. Egy másik, talán jobb modell a szokványos szupernóva-robbanás után egy magnetárt feltételez. A neutroncsillag szupererős mágneses tere és a ledobott forró plazma csatolódása fékezi a magnetár forgását, ezzel fűtve az anyagfelhőt.

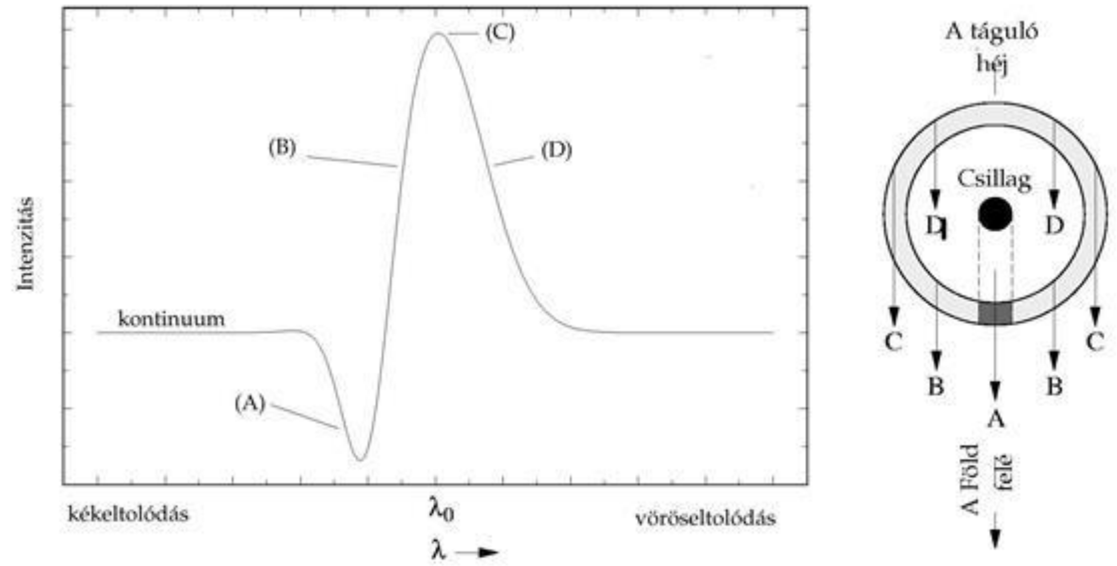
A kataklizmikus változócsillagokkal, különösen a szupernóvákkal kapcsolatban nagyon sok még a nyitott kérdés, így az asztrofizika egyik élvonalába tartozó kutatási terület.



A két fő szupernóva típus szemléltetése.



Szupernóva modell két fehér törpe összeolvadásával.



P Cygni színképvonalprofil kialakulása táguló gázhéj esetén.

GALAKTIKUS SZUPERNÓVÁK

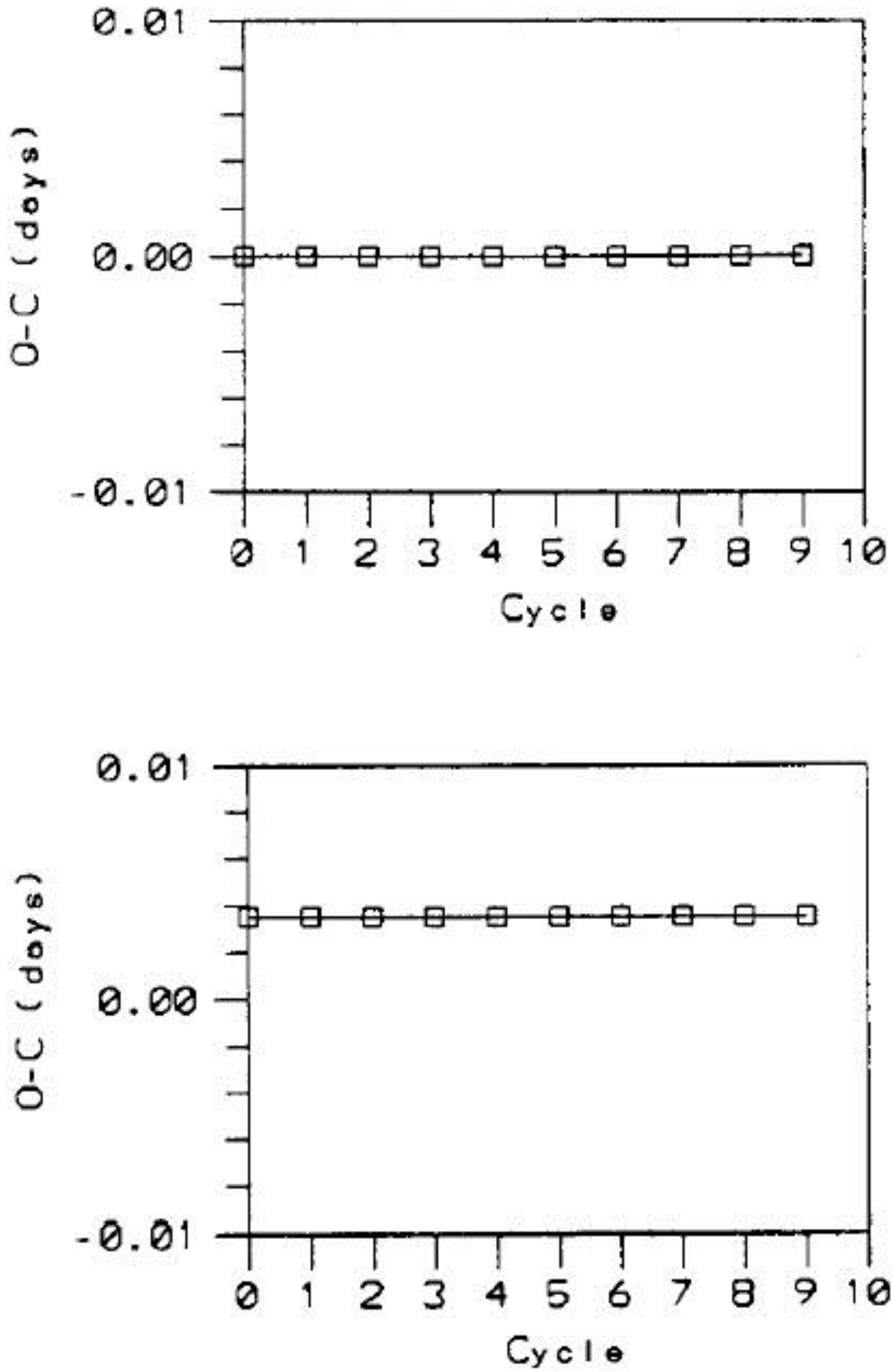
A fellobbanás éve	Csillagkép	Maximális fényesség (^{m})	Láthatósága (hónap)	Megfigyelés helye
185	Kentaur (Centaurus)	-8	20	Kína
393	Skorpió (Scorpius)	0	8	Kína
1006	Farkas (Lupus)	-9,5	>30	Kína, Japán, Európa, Arábia
1054	Bika (Taurus)	-5	22	Kína, Japán
1181	Cassiopeia (Cassiopeia)	0	6	Kína, Japán
1572	Cassiopeia (Cassiopeia)	-4	18	Kína, Európa *(Brahe)*
1604	Kígyótartó (Ophiuchus)	-2,5	12	Kína, Európa *(Kepler)*

Megfigyelt szupernóvák a Tejútrendszerben (Ceman & Pittich 2004).

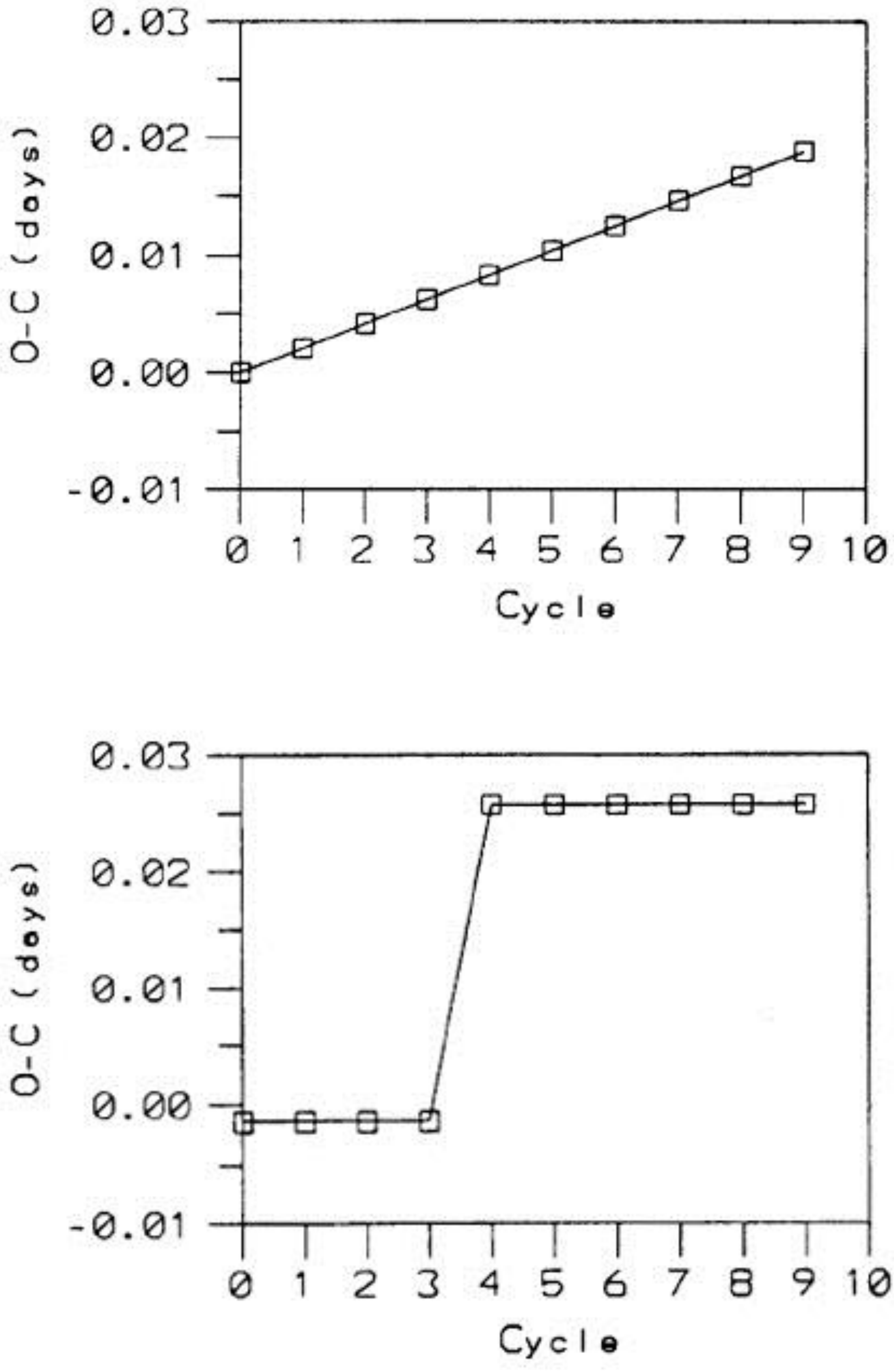
11. Az O–C diagram módszer

A periódusváltozás kimutatásának fő módszere sokáig az O–C diagram vizsgálata volt. A diagram: az idő függvényében a megfigyelt (O=observed) és a számolt (C=calculated) fénygörbemaximum (pulzálóknál) vagy minimum (fedési kettősöknél) időpontértékek különbségének ábrázolása (pl. Sterken 2005).

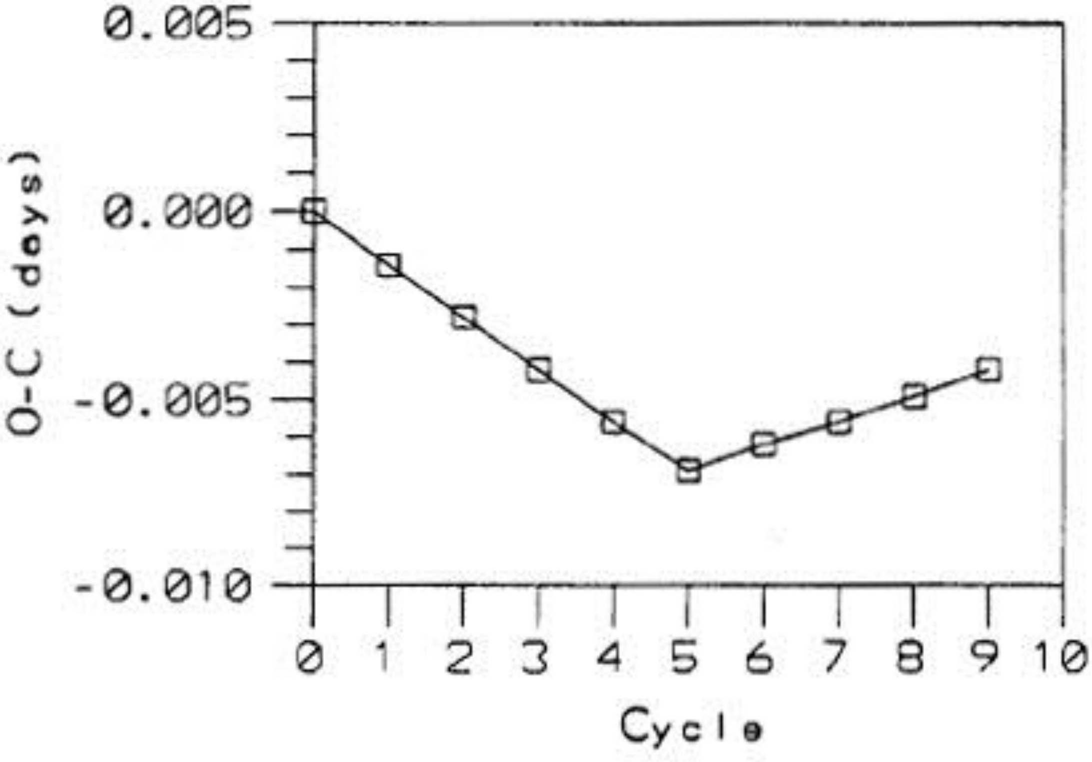
Az egyenessel illeszthető O–C diagram állandó periódust jelent, a parabola lineárisan változó (a felfelé nyíló növekvő, a lefelé nyíló csökkenő) periódusra, a ciklikus pedig ciklikus periódusváltozásra utal. Két, egymást metsző, különböző meredekségű egyenes esetén két, különböző periódusértékről van szó, a hirtelen periódusváltozás a két egyenes metszésének időpontjában következett be.

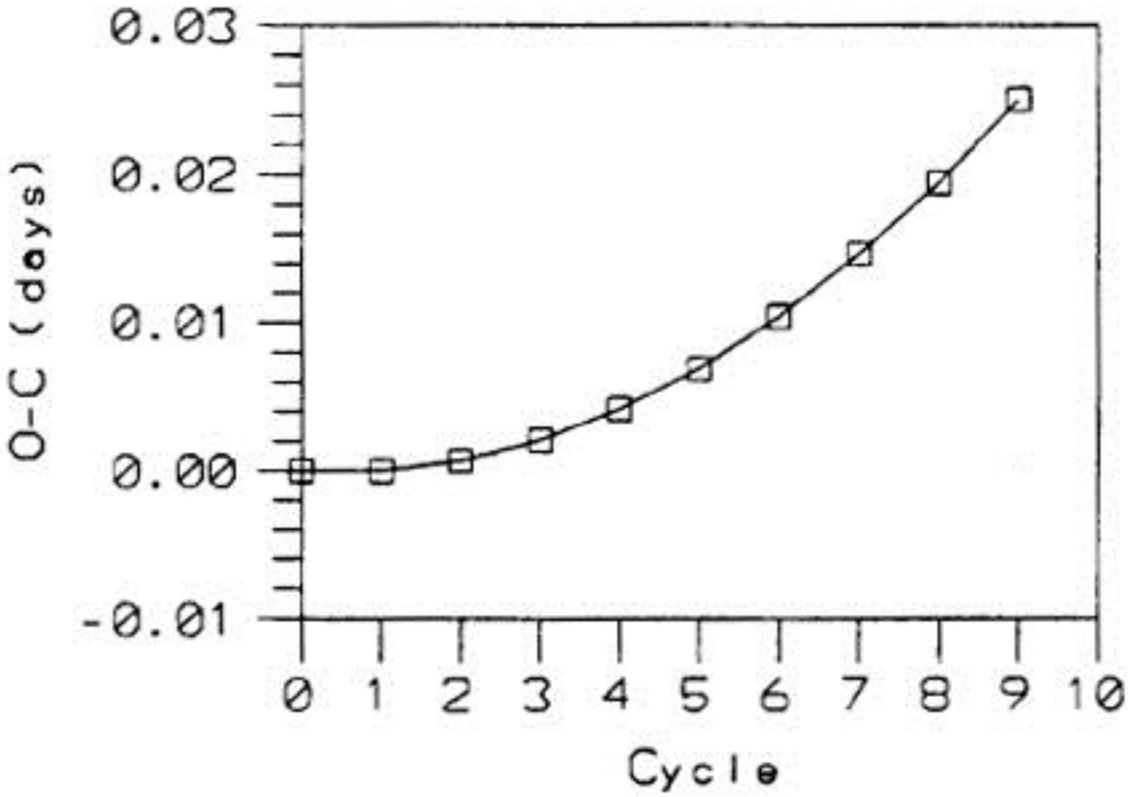


3.82. ábra. O–C diagramok (AAVSO)



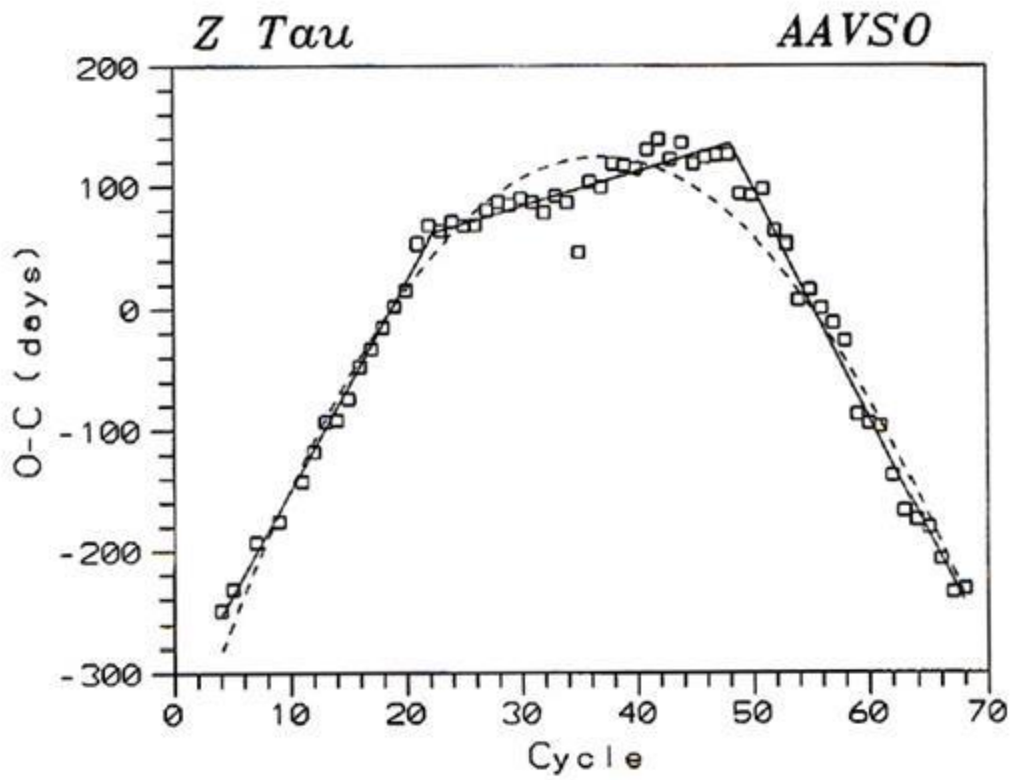
3.83. ábra. O–C diagramok.





3.84. ábra. O–C diagramok.

Az, hogy mivel illesztjük az O–C diagramot, nagyon fontos, hiszen a periódusváltozás léte és magyarázata ettől függ. Gyakori eset, hogy valaki metsző egyenesekkel, más kutató pedig parabolával közelíti ugyanazt az O–C görbét. Az első hirtelen periódusugrást, a másik folyamatos periódusváltozást jelent, amelyek mögött persze radikálisan eltérő fizikai magyarázat rejlik.



A Z Tau O–C diagramja.

Általában az O–C diagramot egy korábbi cikkben megadott periódussal és epochával számolják, és nem próbálják változtatni a fénygörbe szélsőértékének C kalkulált időpontjait azáltal, hogy a kiszámolásukhoz használt periódus többféle értékét használnák.

$$C = T_0 + PE \tag{3.22}$$

ahol T_0 egy kezdő szélsőérték időpont (epocha), P a periódus és E a ciklusszám. Ha a periódus lineárisan változik, akkor az O–C parabola:

$$C = T_0 + PE + \frac{1}{2}\beta E^2 \tag{3.23}$$

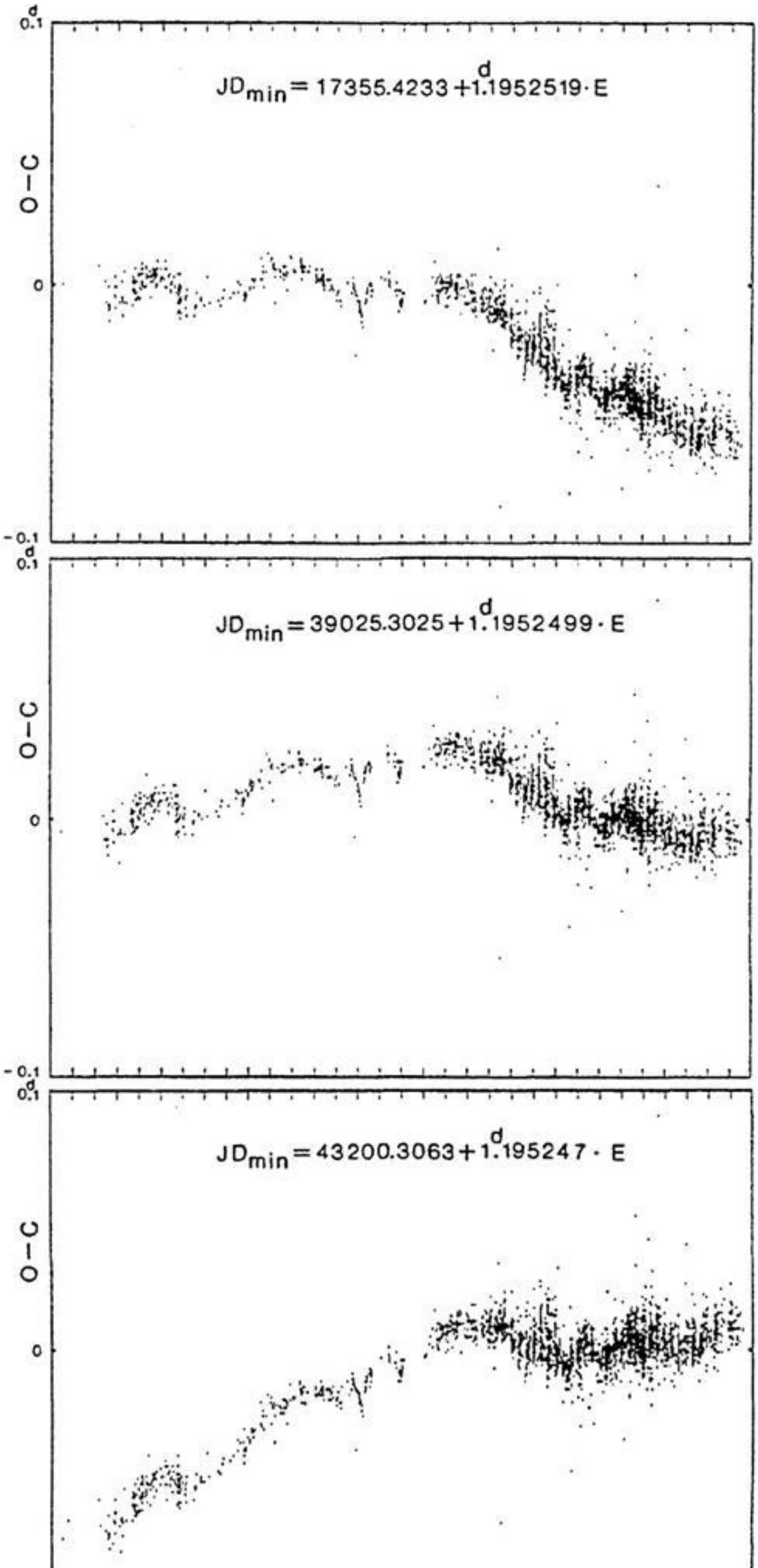
ahol

$$\beta = P\frac{dP}{dt} \tag{3.24}$$

A dP/dt periódusváltozás mértékét változatos egységekben szokták megadni: nap/ciklus, nap/nap, nap/év, másodperc/évszázad.

Egy fontos dologra felhívjuk a figyelmet, amit a kutatók sem nagyon ismernek és alkalmaznak. Arról van szó, hogy más-más periódussal készítve az O–C diagramot, ránézésre más alakú, menetű, jellegű lesz a görbe. A 3.86.. ábra erre mutat példát. A felső és az alsó diagram két, egymást metsző egyenessel, míg a középső inkább egy lefelé nyíló parabolával illeszthető. Tehát rendkívül vigyázni kell az O–C diagram elkészítésénél és az abból levont következtetéseknél.

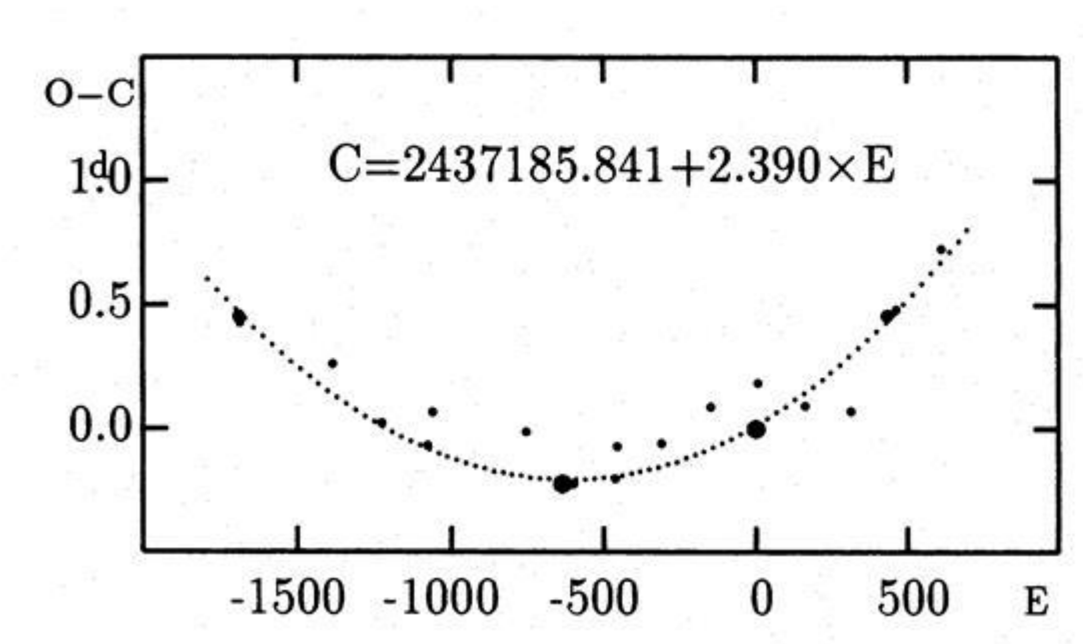
Az O–C módszer lényegében csak monoperiodikus jelek vizsgálatára alkalmas. Az O–C diagram értelmezésénél óvatosan kell eljárni, ha a csillag többszörös periodicitású, vagy a periódus véletlenszerűen ingadozik. Ilyen esetekben ciklusok jelenhetnek meg az O–C görbén, amelyek hamisak, nem valós változások következtében jönnek létre. Többszörös periódus esetén egy-egy periódus szerint O–C diagramot úgy érdemes készíteni, hogy előtte a többi periódussal fehérítjük az adatsort. Ez viszont megint csak problémás, ugyanis a periodikus komponensek fázisa csak kis pontossággal határozható meg.



0.1 d
JD$_{min}$ = 17355.4233 + 1.^{d}1952519 · E
O–C
0
–0.1
0.1 d
JD$_{min}$ = 39025.3025 + 1.^{d}1952499 · E
O–C
0
–0.1
0.1 d
JD$_{min}$ = 43200.3063 + 1.^{d}195247 · E
O–C
0

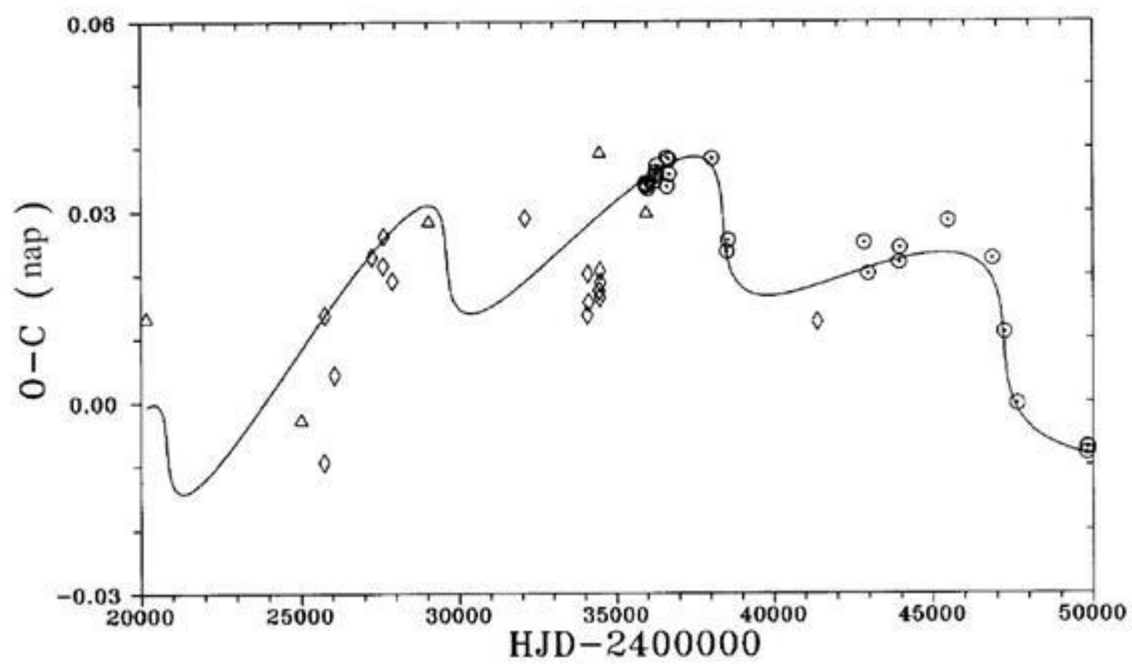
Az RZ Cas Algol típusú fedési kettős O–C diagramjai három módon számolva (Hegedüs, Szatmáry, Vinkó 1992).

A továbbiakban még néhány példát mutatunk O–C diagramokra.

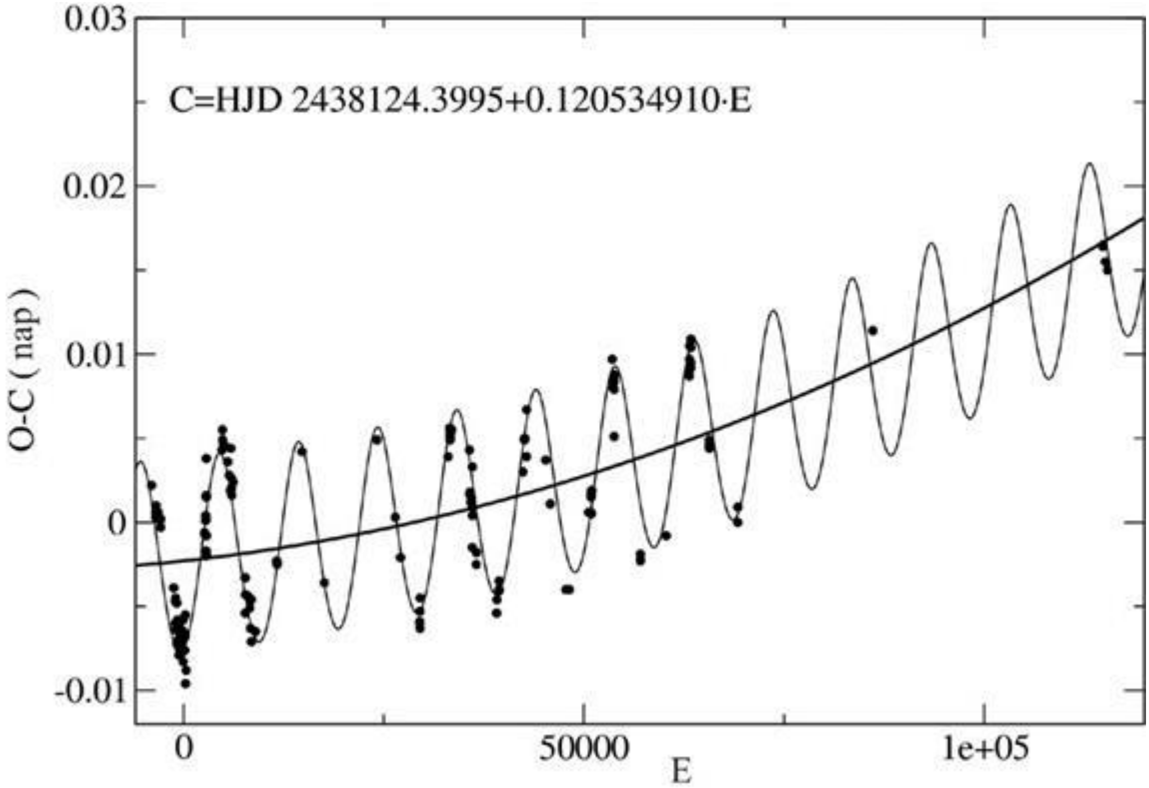


Az AU Peg II. populációs cefeida O–C diagramja periódus növekedésre utal (Vinkó, Szabados, Szatmáry 1993).

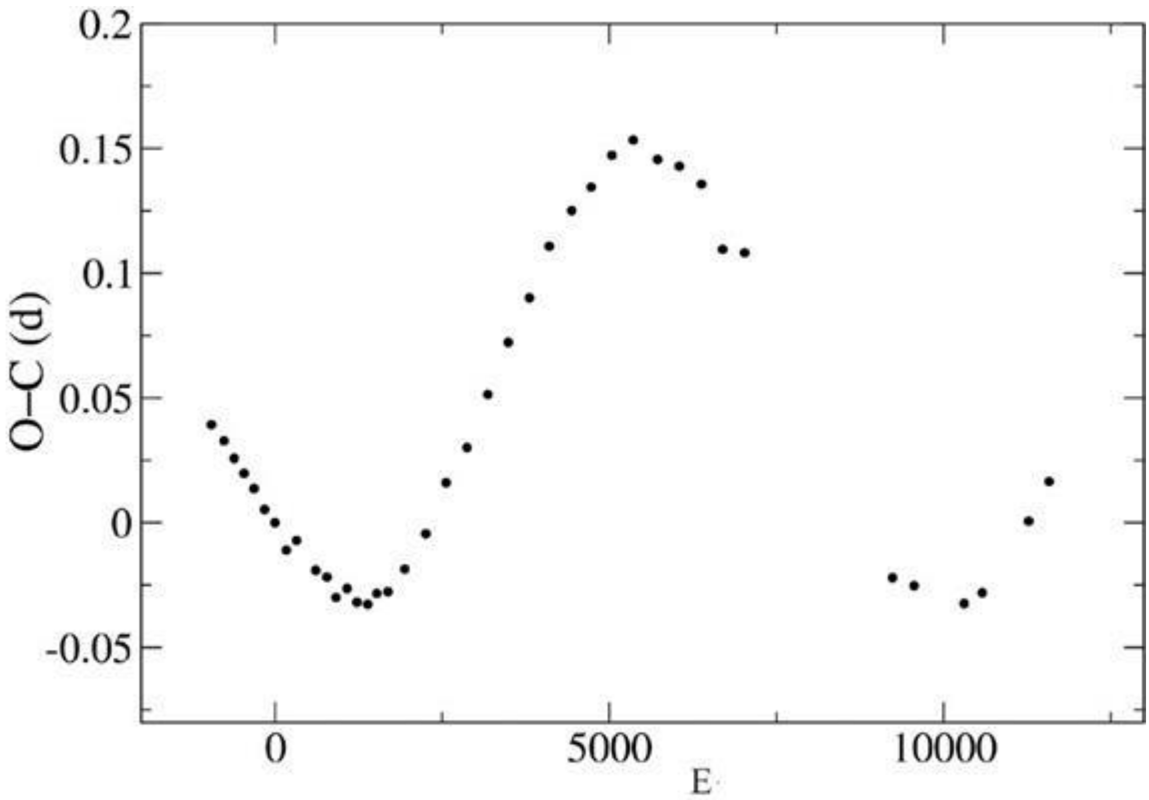
Az AU Peg az egyik legrövidebb periódusú kettős (P_{orb}=53,3*nap*), az árapályerőknek jelentős szerepe lehet. Azt találtuk, hogy a periódus növekedése JD=2448000 körül megállt, sőt 2-3 ezred napot csökkent.



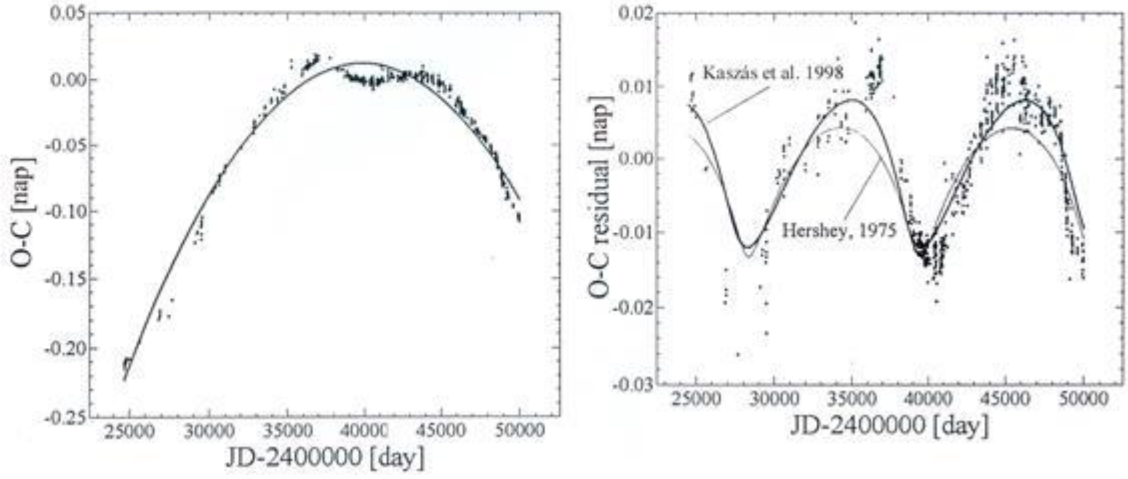
A TU UMa RR Lyrae típusú változócsillag O–C diagramja parabola és LITE illesztéssel (Kiss, Szatmáry, Gál, Kaszás 1995). A pálya lapultságára túl nagy érték adódott (*e*>0,9). A feltételezett kettősség még nem igazolódott be.



Az SZ Lynδ Scuti típusú csillag O–C diagramja, parabolikus trenddel és LITE görbével illesztve. Ez a csillag a legszebb példa a lassú periódusváltozás és a kettősség miatti fényidő-effektus egyszerre megjelenésére (Derekas et al. 2003).



A MACHO J050918.712-695015.31 RR Lyrae típusú csillag O–C diagramja az OGLE III adatok alapján. A ciklikus periódusváltozás nyilvánvaló. A kettősséggel való ($60M_{\odot}$ tömegű kísérőt feltételez a nagy amplitúdó) és a mágneses aktivitással való magyarázat sem igazán jó (Derekas, Kiss, Udalski, Bedding, Szatmáry 2004).



A VW Cep kontakt fedési kettős O–C diagramja és a rá illesztett parabola (balra). A parabola levonása után a reziduál (jobbra), harmadik test által okozott LITE görbékkel illesztve (Kaszás, Vinkó, Szatmáry, Hegedüs, Gál, Kiss, Borkovits 1998)

A VW Cep W UMa típusú fényes kettőscsillagot sokan és sokat mértük (P=0,27831 nap; <*V*>=7,5 mag; *Av*=0,2 mag). A szegedi 40 cm-es távcsőnek az egyik első célpontja volt. Összegyűjtöttük az összes elérhető minimumidőpontot, és elkészítettük az O–C diagramot (3.91.. ábra). A nagyléptékű parabolikus trendet - ami folyamatos periódussökkenésnek ($\Delta P/P=-5{,}8\cdot 10^{-10}$) felel meg - levontuk. A maradékot (reziduált) egy LITE görbével illesztettük (P_{orb} = 30,89 év; a sin$i$=277$\cdot$ 10^6 km; e = 0,431; ω=221,4°), ami harmadik komponens létére utal. Látható, hogy a LITE görbe nem illeszkedik igazán jól az adatokra, és Hershey (1975) asztrometriai adataival sem esik egybe az elvárható pontossággal. A LITE és az asztrometriai megoldás között amplitúdóeltérés van, a kettő különbsége pedig két újabb ciklushosszra utal. Az eltérésre olyan magyarázatokat vetettünk fel, hogy a főkomponens felszíni mágneses aktivitási ciklust (kb. 7 év), foltosságot mutat, valamint a 3. komponens árapályereje perturbálhatja a periódust. A VW Cephei az egyik legtöbbet és legalaposabban vizsgált kontakt fedési kettőscsillag. Periódusváltozásának elemzésére érdemes lesz visszatérni néhány év múlva, amikor már újabb 30-éves hullámmal bővül az O–C görbe.

12. Periódusmeghatározó módszerek

Nagyon sok csillagnak van valamilyen időben változó tulajdonsága. Legtöbbször a fényesség, a radiális sebesség vagy a spektrum jellemzői (pl. színképvonalprofil) változnak. Ezek alapján osztályozzák a csillagokat, és a változások okának felderítése után lehetővé válik fizikai paramétereik meghatározása, szerkezetük és fejlődésük tanulmányozása (Szatmáry 1994).

Az időben változó adatokat gyakorlatilag soha nem tudjuk folyamatosan nyomon követni. A megfigyelési adatsorok csak igen ritkán egyenletesen mintavételezettek (talán csak az újabban munkába állt automata távcsöveknél, ott is csak 1-1 éjszakán belül). Sokszor a változócsillagok adataiban szezonális űrök vannak, mivel a láthatóságuk egy megfigyelőhelyről egy év során eltérő lehet. Megemlítendő a távcsőidőhöz jutás gyakran nem egyenletes volta, és a Hold fázisainak (telihold időszaka nem kívánatos) hatása. Végül a legfontosabb: az időjárás szinte jósolhatatlan, az ég derültsége, nyugodtsága, páratartalma miatt adatsoraink gyakorlatilag tele vannak különféle hosszúságú űrökkel. (Az angol nyelvű szakirodalom több szinonim kifejezést is használ az egyenetlen adatsorozatra: irregularly measured, unequally spaced, unevenly sampled, unequidistant, nonequidistant time series.)

Ugyanakkor az is igaz, hogy a nagyon szabályosan eloszló űrök igen erős „aliasing” problémát okoznak, azaz sok nagy amplitúdójú hamis csúcs jelenik meg a frekvenciaspektrumban. A tapasztalat szerint a közel egyenletesen megszakított adatsoroknál fellépő „pseudo-aliasing” igen megnehezíti a valódi periódus kiszűrését.

Mivel a mért adatokból való következtetésekhez alapvetően szükséges a periodicitás ismerete, nem véletlenül született óriási irodalma az idősorok analízisének. A csillagászat mellett sok más tudományág is igényli e módszereket (pl. geofizika, meteorológia, akusztika, biológia, orvostudomány). Az asztrofizikában nem laboratóriumi méréseket végzünk, sok minden szétszaggathatja az adatsort, ezért a kényszerűség miatt is a periódusanalízis tekintetében vezető szerepet játszik a csillagászat.

A változócsillagokat kutató csillagászok a lehető legpontosabban szeretnék meghatározni a periódusokat. Ez alapfeltétele annak, hogy a periódusok hosszú távú változását vizsgálhassák. Fontos mindig megbecsülni a változási ciklus értékének hibáját is. Igen lényeges a többszörös periodicitás kimutatása is, különösen a pulzáló változóknál, ugyanis ekkor a modellek alapján biztosabb lehet a módusok azonosítása.

A változócsillagok periódusa tág határok között mozoghat. Előfordul néhány perces (ZZ Ceti és roAp típus) és néhány ezer napos (mira és SR típus) változási ciklushossz is. Az amplitúdó szintén igen változatos lehet, a megfigyelhetőség határán lévő ezred magnitúdótól a több magnitúdós értékig. Ha a jel/zaj viszony kicsi, különösen fontos a megbízható periódusmeghatározási módszer megtalálása és alkalmazása.

12.1. A legkisebb négyzetek módszere

Régebben a változócsillagok periódusát, főleg a hosszú periódusú pulzálókét, a legkisebb négyzetek módszerével keresték, lerögzítve valahol a fázis értékét (pl. a maximumban). A többszörös periodicitást és a periódusváltozást ez az eljárás nem tudta kezelni. Az itt fellépő hibákat már 1934-ben (!) Sterne közölte, csak éppen sokáig feledésbe merült.

12.2. Autokorreláció és maximum entrópia módszer (MEM)

Ezeket a módszereket aránylag ritkán használják a változócsillagok esetében, mivel egyenközű adatsort igényelnek. Ha az űrök csak rövidek (a periódusnál kisebbek), interpolációval pótolni lehet a hiányzó adatokat. Azonban ez mégiscsak egy „mesterséges” fénygörbéhez vezet, így sokan nem használják. A MEM aránylag bonyolult algoritmusa sem vonzó, matematikailag messze nem olyan világos, mint pl. a Fourier-módszer. Ugyanakkor a MEM spektrum sokkal élesebb csúcsokat szolgáltat, a frekvencia meghatározása pontosabb, mint a többi technikánál.

12.3. Sztringhossz-módszer

A „string length method” a próbaperiódusokra a fázisdiagram pontjai törött vonallal való összekötésén alapul, ennek minimalizálásával keresi a valódi fényváltozási periódust (Dworetsky 1983). Hasonló korábbi eljárást ír le Lafler and Kinman (1965).

12.4. Fázisdiszperzió minimalizálása

Az előbbihez hasonló módszer, melynek előnye, hogy érzéketlen az adatsorban általában előforduló űrökre és a fényváltozás aszimmetriájára (szinuszos alaktól való eltérésre). Jurkevich (1971) és Stellingwerf (1978) után több különféle statisztikát definiáltak, amelyek minimumhelyei adták a periodicitás komponenseit. A következőkben bemutatjuk a fénygörbe-analízisben gyakran alkalmazott Fourier-transzformáció problémáit arra az esetre, ha a mintavételezés véges időtartamú és diszkrét.

12.5. Fourier-analízis

A Fourier-transzformáció széles körben használatos a periodikus jelek vizsgálatára. A csillagászaton belül különösen nagy a jelentősége a változócsillagok fénygörbéje periódusainak meghatározásánál. Legyen a mért időben változó mennyiség, például a csillag fényessége m(t). Sok esetben nem szükséges a fénygörbére az igen általános

$$m(t) =< m(t) > + \sum_{n=1}^{N} A_n(t) \cos [2 \qquad (3.25)$$

alakot feltételezni (az indexelt függvények közelítése a mérési adatokból valamiféle optimalizálási eljárással általában rendkívül számításigényes feladat lenne).

Egyszerűbb az analízis, ha a fénygörbe több, egymástól független és stacionárius harmonikus oszcilláció szuperpozíciója:

$$m(t) = \sum_{n=1}^{N} A_n \cos\left[2\pi f_n t + \phi_n\right] \qquad (3.26)$$

Az ismeretlen A_n, f_n, és ϕ_n meghatározásában alapvető jelentősége van a Fourier transzformációnak, melynek definíciója folytonos esetre:

$$FT\left[m(t)\right] = F(f) := \int_{-\infty}^{+\infty} m(t)e^{-} \qquad (3.27)$$

A (3.26) kifejezés Fourier-transzformáltja analitikusan megadható:

$$F(f) = \sum_{n=1}^{N} A_n/2\left[e^{i\phi_n}\delta(f - f_n) + \right. \qquad (3.28)$$

Csak a pozitív frekvenciákat tekintve látszik, hogy N számú oszcilláció N helyet jelöl ki a spektrumban.

Egy időben folytonos függvény értékeit azonban csak diszkrét időpontokban ismerhetjük. A mérési időközök még egy megfigyelési sorozatban sem mindig egyenlők. Előfordulhat, hogy egy csillag fényességének mérhetőségére hónapokig kell várni.

A (3.27) diszkrét változatának (DFT, Deeming 1975) kifejezése

$$DFT\left[m(t)\right] = D(f) := \sum_{j=1}^{N} m(t_j)e \qquad (3.29)$$

amely nagymértékben függ az adateloszlástól. D(f)-et találóan hamis spektrumnak is nevezik, a továbbiakban ezt igazoljuk. Vezessük be az

$$s(t) := 1/N \sum_{j=1}^{N} \delta(t - t_j) \qquad (3.30)$$

ún. mintavételező, és az $m_s(t)=m(t)s(t)$ mintavételezett függvényt. Utóbbi az

$$m_s(t) = 1/N \sum_{j=1}^{N} m(t_j)\delta(t - t_j) \qquad (3.31)$$

alakban írható. A spektrálablak

$$W(f) := FT\left[s(t)\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)e^{-i2} \qquad (3.32)$$

definícióját felhasználva felírhatjuk a mintavételezett függvény Fourier-transzformáltját:

$$FT\left[m_s(t)\right] = F(f) * W(f) \qquad (3.33)$$

amely éppen (3.29)-gyel egyezik. Elmondhatjuk tehát, hogy egy $m(t_j)$ j=1, ..., N adatsor diszkrét Fourier transzformáltja megegyezik az m(t) mintavételezettjének folytonos Fourier- transzformáltjával, azaz

$$D(f) = FT\left[m_s(t)\right] = 1/N \sum_{j=1}^{N} m(t \quad (3.34)$$

továbbá

$$W(f) = FT\left[s(t)\right] = 1/N \sum_{j=1}^{N} e^{-i2\pi} \quad (3.35)$$

Az alkalmazott normálási tényezők mellett

$$D(0) = 1/N \sum_{j=1}^{N} m(t_j) = < m(t_j) > \quad (3.36)$$

és W(0)=1.

Jelölje T a mintavételezés időtartamát, így $T = t_N - t_1$, és vezessük be a $h(t)$=1 ha $t_1 \leq t \leq t_N$, különben $h(t)$=0 ún. ablakfüggvényt. Jelöljük $m_h(t)$-vel azt a függvényt, amely a $[t_1, t_N]$ intervallumon azonos m(t)-vel, másutt zérus, így $m_h(t)=m(t)h(t)$. Ennek a „csonka” függvénynek a Fourier-transzformáltja a konvolúciótétel szerint:

$$FT\left[m_h(t)\right] = F(f) * H(f) \quad (3.37)$$

ahol

$$H(f) = FT\left[h(t)\right] = \sin(\pi f t)/(\pi f) \quad (3.38)$$

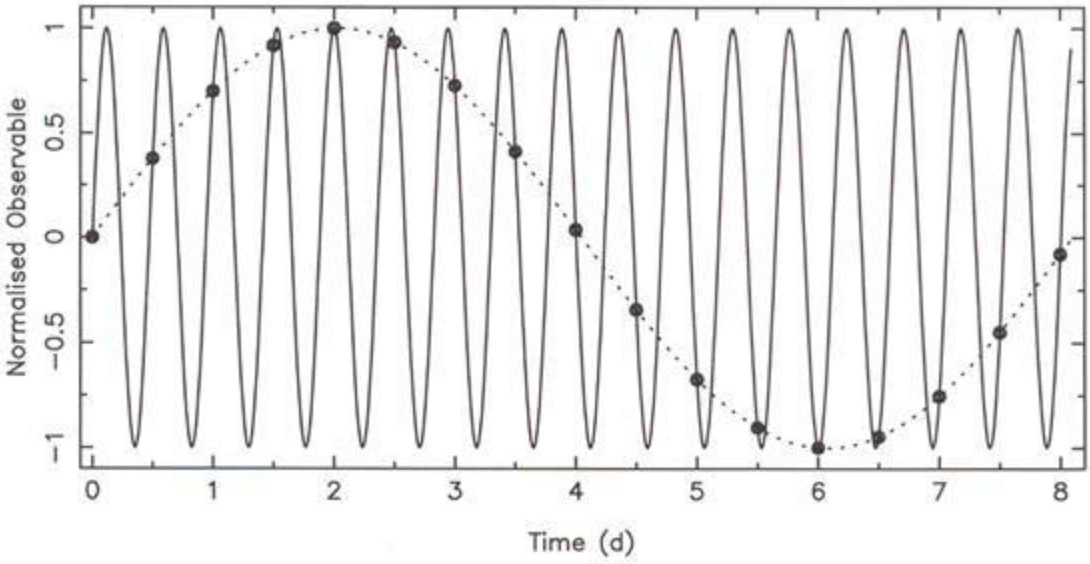
a spektrálablak folytonos és véges időtartamú adatsor esetén. A (3.37) konvolúció az F(f) tulajdonságainak keveredését (spektrális áteresztését) eredményezi ott, ahol H(f) számottevő.

A diszkrét mintavételezésből eredő nem zérus frekvenciafelbontás a W(f) (f=0-nál lévő) főcsúcsának szélességével egyezik meg, amely közel azonos a H(f) főcsúcsának szélességével, feltéve ha a mintavételezés nem túlságosan egyenetlen, és így

$$\delta f \approx 1/T \quad (3.39)$$

Egyenközű adatsor esetén a mintavételezés elméletéből következik, hogy azt a függvényt, amelynek Fourier-transzformáltja zérus minden $|f| \geq f_N$ helyen, teljesen meghatározzák az egyenlő, de bizonyos $1/2f_N$ -nél nem hosszabb intervallumokon felvett értékei. A maximális frekvencia, amelyet meg lehet határozni a Δt mintavételezési időközből, az ún. Nyquist-frekvencia:

$$f_N = 1/2\Delta t \quad (3.40)$$



Szimulált adatsor (pontok) és illesztésük f=0,123456789 c/d frekvenciával. A folytonos vonal az f=2,123456789 c/d frekvenciával szintén jól illeszkedik, de hamis, a mintavételezés nem elég sűrű hozzá, a Nyquist-frekvencián túl van (Aerts et al. 2010).

Nemegyenközű adateloszlás esetén a maximális frekvenciáról a mintavételezés elmélete nem mond semmit. Ha az adatsor egyenközű, de hiányoznak mérési pontok, az elmélet szerint az adatok olyan függvényt határoznak meg, amelynek Fourier transzformáltja zérus minden

$$|f| \geq 1/2\Delta t_{max} \qquad (3.41)$$

helyen, ha Δt_{max} a legnagyobb időköz. Az ennél kisebb időközök biztosan hordoznak információt az $1/2\Delta t_{max}$-nál nagyobb frekvenciákon, valamennyi információ az $1/2\Delta t_{min}$ körül is található, ha Δt_{min} a legkisebb időköz. A spektrumot tehát az $1/2\Delta t_{min}$ frekvencia felett nagyon óvatosan kell vizsgálni.

12.5.1. A Fourier-analízis gyakorlati megvalósítása

Feladat az időből a frekvenciatartományba való átalakítás, a

$$F(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} m(t) e^{-i2\pi ft} dt \qquad (3.42)$$

komplex Fourier-transzformáció megvalósítása.

Mivel a gyakorlatban az adatsor hossza véges, és időben diszkrét méréseket tartalmaz, a diszkrét Fourier-transzformáció (DFT) használatos:

$$F(f) = \sum_{j=1}^{N} m(t_j) e^{-i2\pi f t_j} \qquad (3.43)$$

Az f frekvenciához tartozó amplitúdó kiszámítása az

$$A(f) = \left[(2/N\ C_f)^2 + (2/N\ S_f)^2\right]^{1/2} \qquad (3.44)$$

kifejezéssel történik, ahol N az adatsor pontjainak száma, és

$$C_f = \sum_{j=1}^{N} m(t_j) \cos(2\pi f t_j) \qquad (3.45)$$

$$S_f = \sum_{j=1}^{N} m(t_j) \sin(2\pi f t_j) \qquad (3.46)$$

A fázist a

$$\phi = arc\, tg\, (-S_f / C_f) \qquad (3.47)$$

kifejezés adja meg. Sajnos általában a fázis meghatározásának nagy a hibája, sokszor eléri a tized radiánt. Gyakori megoldás, hogy a DFT-vel kapott frekvenciával legkisebb négyzetes illesztést végzünk, és ebből határozzuk meg a fázist.

Az adateloszlásra jellemző spektrálablak-függvény kiszámítása a

$$W(f) = \left[1/N \sum_{j=1}^{N} \cos(2\pi f t_j) \right]^2 + \qquad (3.48)$$

kifejezéssel történik (power spektrum realizációban). A Fourier-frekvenciaspektrum a Nyquist-frekvenciára periodikusan ismétlődik, így a

$$f_N = 1/2\Delta t \qquad (3.49)$$

frekvenciánál nagyobb értékek meghatározása elvi akadályokba ütközik. Ugyanakkor, ha a mintavételezés nem egyenletes időközű, a Nyquist-határ kitolódik, $1/2\Delta t_{min}$ értéknél nagyobb lesz.

A Fourier-analízisnek rendkívül nagy irodalma van, még akkor is, ha csak a csillagászati szakfolyóiratokra szorítkozunk. Több algoritmust közöltek a DFT kiszámítására (Deeming 1975, Scargle 1982, Kurtz 1985, Szatmáry 1986).

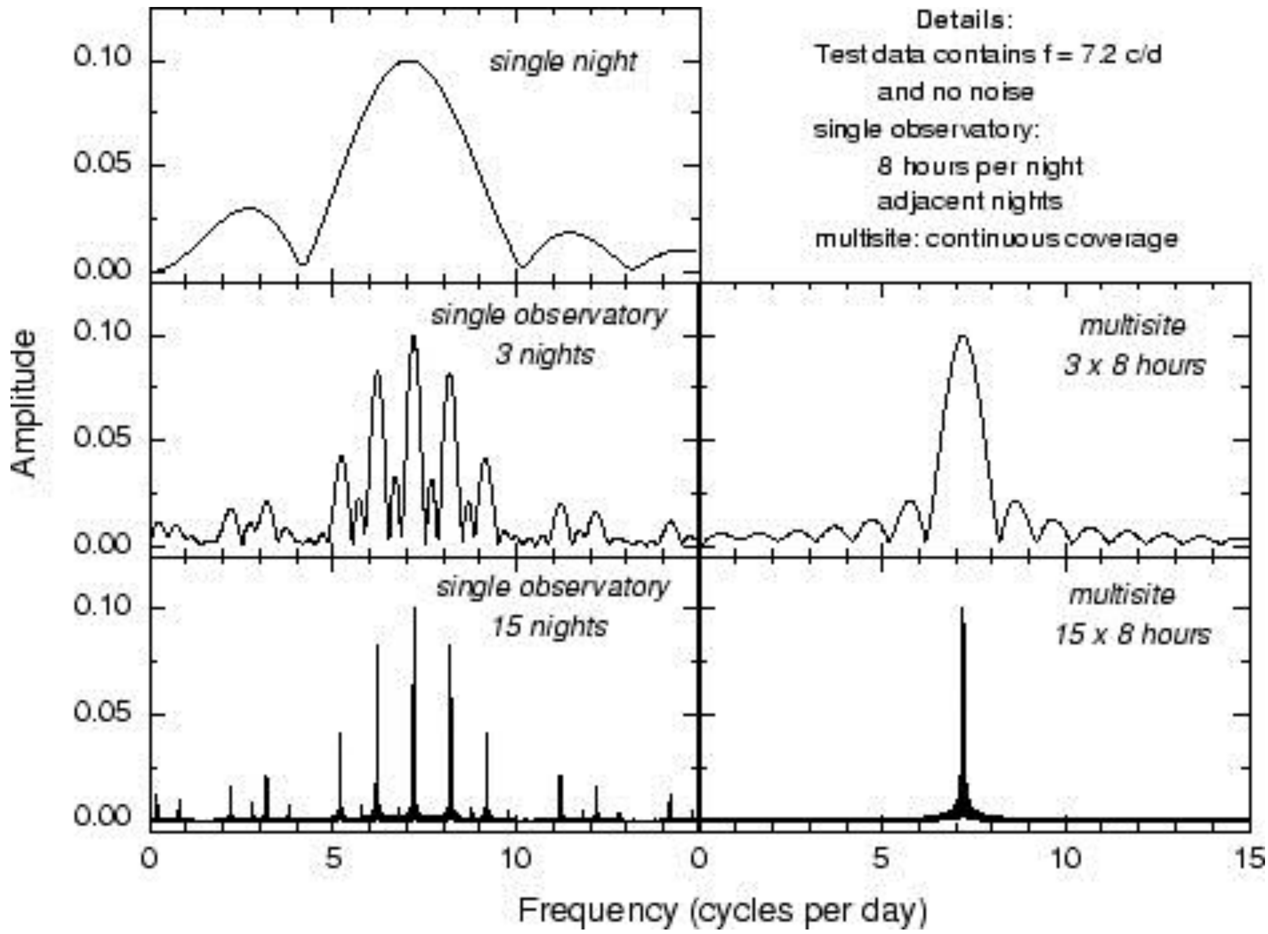
Sokan vizsgálták a Fourier-módszer és más periódusmeghatározási eljárás kapcsolatát, matematikai hasonlatosságát. Külön említést érdemelnek a frekvencia meghatározási pontossága, a szignifikancia szint megadása céljából készült dolgozatok.

Amennyiben a vizsgált adatsorban nagyon közeli frekvenciák vannak, azok a Fourier-spektrumban nem mindig különülnek el, az összeolvadt kettős csúcs komponenseinek helyére korrigálni kell.

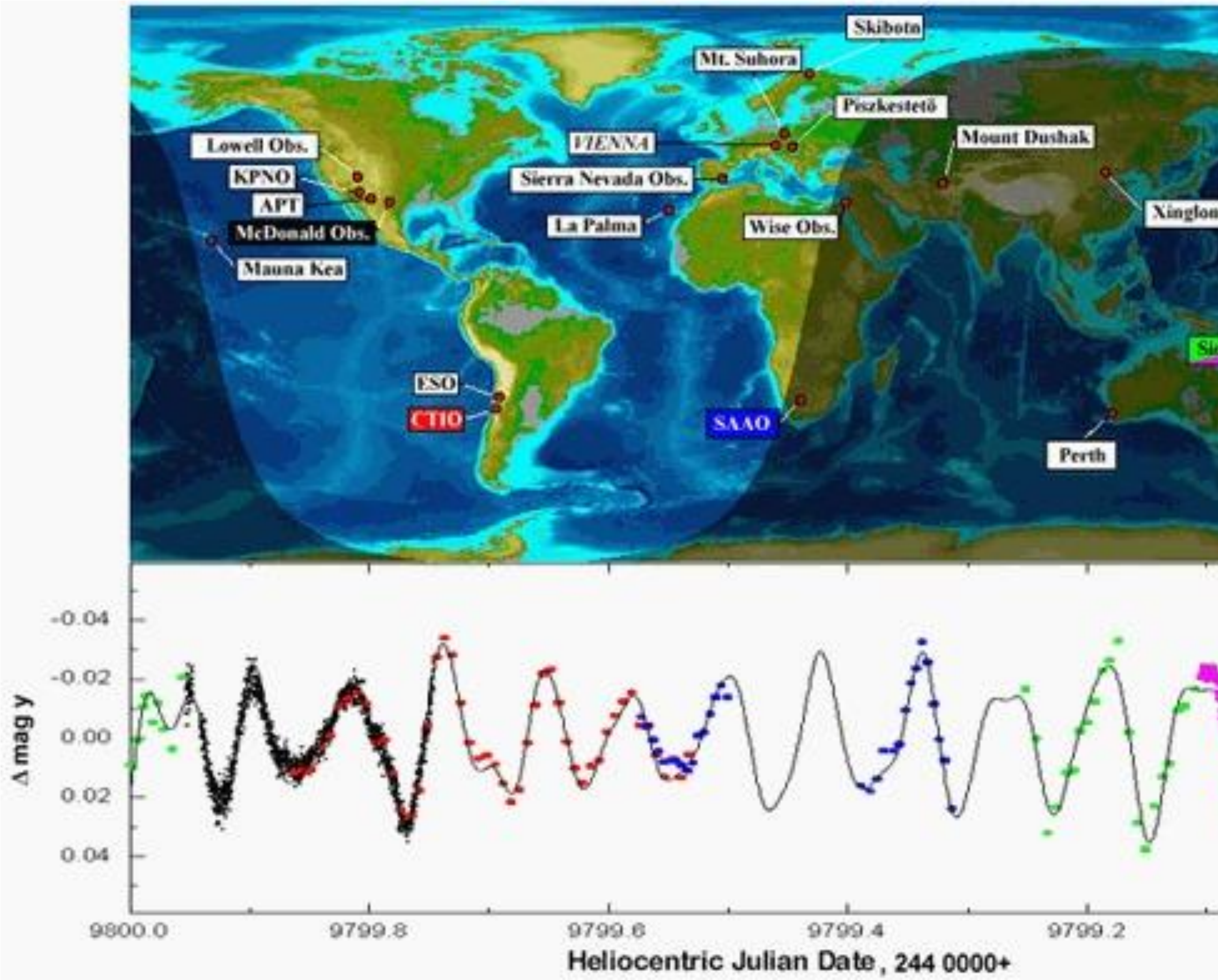
Ha az adatsorban a mintavételezés igen egyenetlen, akkor a spektrálablak-függvényben - és így a csillag frekvenciaspektrumában is - sok mellékcsúcs jelenik meg, megnehezítve a valódi fényváltozást leíró frekvenciák azonosítását. Próbálkoztak már „adatkompenzált”, DCDFT eljárást kidolgozni (Ferraz-Mello 1981), de nem nagyon terjedt el.

12.5.2. Fehérítés

A gyakorlatban legtöbbször messze nem egyenletes időközű az adatsor. A rövid periódusú változócsillagok esetében még az egy éjszakán belüli mérési pontokat sem sikerül egyforma időnként felvenni, a nappalok miatti űrök pedig csak nagy erőfeszítéssel megszervezett és az egész Földre kiterjedő nemzetközi megfigyelési kampányokkal küszöbölhetők ki (3.93.. és 3.94.. ábra).



A hosszabb adatsor keskenyebb frekvenciacsúcsokat eredményez (bal oszlop). Az 1 ciklus/nap (c/d) távolságokra lévő hamis csúcsok kiküszöbölésére csökkenteni kell az adatsorban a (nappali) űrök hosszát, ez a több földrajzi hosszúságon lévő megfigyelők együttműködésével érhető el (http://www.univie.ac.at/tops/dsn/).

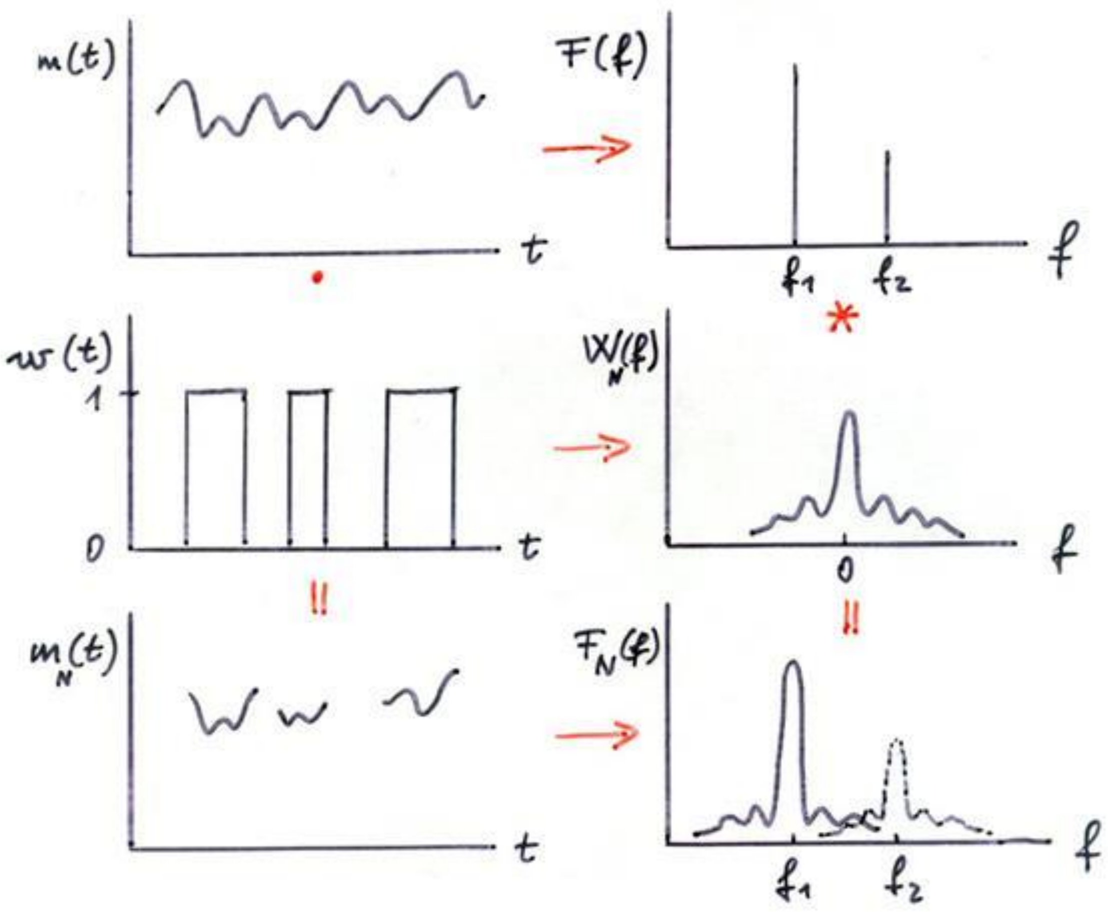


Nemzetközi összefogásδ Scuti csillagok megfigyelésére (http://www.univie.ac.at/tops/dsn/).

Elterjedt az időtartományban való fehérítés. A mérési adatsor frekvenciaspektrumából meghatározott - általában a legnagyobb amplitúdójú - komponenssel, melynek ismert a periódusa, amplitúdója és fázisa, az eredeti adatsort fehérítjük egyszerű levonással (prewhitening). E módszernek azonban vannak buktatói. Nem biztos, hogy a legnagyobb amplitúdójú csúcshoz tartozik a valós fényváltozási ciklus, ugyanis nagy mérési zaj, nagy űrök és többmódusú oszcilláció esetén a hamis csúcsok felerősödhetnek. Másik probléma a fehérítő színuszfüggvény fázisának meghatározása. Sajnos ezt az értéket csak kis pontossággal lehet megadni, pedig a fehérítés utáni adatsor jellege igen érzékeny erre.

Az időbeli fehérítést alkalmazza például a sokak által használt PERIOD04 program (Lenz & Breger 1995), ha már a fázis ismert.

Az egyenetlen adateloszlást jellemzi a spektrálablak-függvény. Ez „ül rá” minden, valójában Dirac-delta frekvenciakomponensre, hiszen a számított spektrum az a valódi spektrum és a spektrálablak-függvény konvolúciója (3.95.. ábra). A frekvenciatartományban történő dekonvolúciót fehérítésnek nevezzük, ez régóta ismert, de matematikailag körülményes, és sok gépidőt kíván.



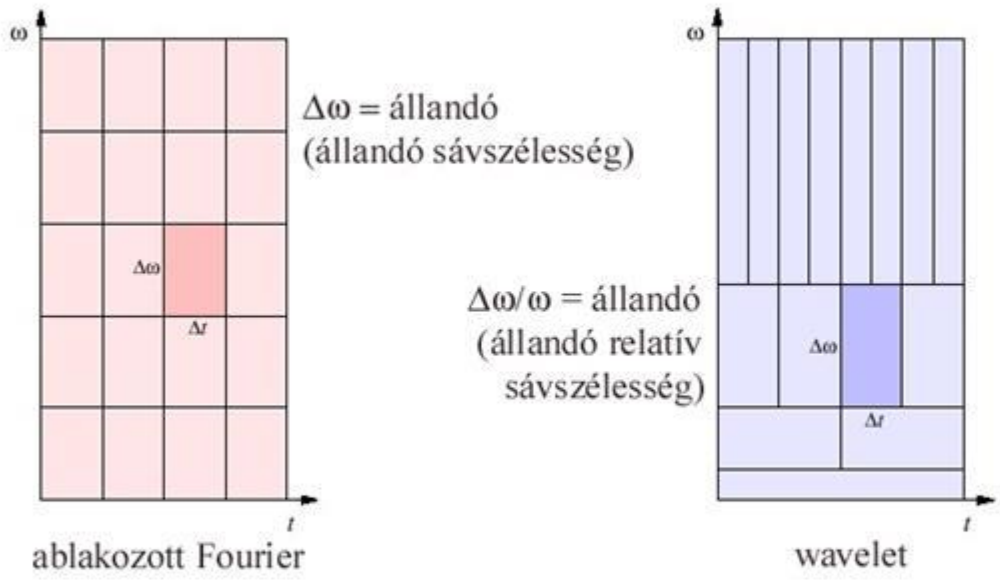
Mivel a fénygörbét csak néhány időablakban tudjuk mintavételezni, a frekvenciakomponensek Dirac-delta helyett a spektrálablak mintázatát mutatják.

A frekvenciatérben fehérít a CLEAN-módszer is, amely nagyon hatékonyan kiszűrheti a hamis csúcsokat (Roberts, Lehár, Dreher 1987). Ugyanakkor vigyázni kell vele, mert az eljárás minden dekonvolúció során mindig a maradványspektrum legmagasabb csúcsát tekinti következő komponensnek.

12.6. A wavelet-analízis

A Fourier-transzformációval lényegében csak a fénygörbe egészére jellemző additív harmonikusokat szemléltethetjük. Az idő-frekvencia módszerekkel a periódus, az amplitúdó és a fázis időbeli változását is nyomon követhetjük.

Idő-frekvencia eloszlási függvényt nagyon sokfélét definiáltak. Először az ablakozott Fourier-analízist használták (Gábor-transzformált, ha Gauss-görbe az analizáló ablak). Ennél az ablak - amit végigcsúsztatunk az adatsoron, és csak a benne lévő adatokat vizsgáljuk - időben állandó szélességű, míg a wavelet-transzformációnál minden egyes időbeli elcsúsztatáson belül az ablak szélessége változik, a próbafrekvenciával fordítottan (a próbaperiódussal egyenesen) arányos. Emiatt a wavelet esetén az idő-frekvencia felbontás erősen változó: kis frekvenciáknál időben nyúlnak szét az amplitúdócsúcsok, nagyobb frekvenciákon pedig a frekvencia mentén (3.96.. ábra). Erre nagyon figyelni kell a wavelet-térképek értelmezése során.



Idő-frekvencia felbontás az ablakozott Fourier- (balra) és a wavelet-transzformált (jobbra) esetében. A Heisenberg-féle határozatlansági relációhoz hasonlóan $\Delta t \cdot \Delta\omega$ állandó $\geq 1/2$ (Szatmáry 2012).

Az ún. wavelet-transzformáció története hosszú időre nyúlik vissza, de sokáig csak matematikai vizsgálatok tárgya volt. Később az akusztikában, a zenében, a geofizikában, a meteorológiában, az orvostudományban használták különféle elnevezésekkel. Például a Föld atmoszférájában terjedő, kozmikus eredetű rádiójelek egy részének (a whistlereknek) az időbeli frekvenciaváltozását dinamikus (frekvencia-idő-amplitúdó) spektrumok térképeivel tanulmányozták.

Manapság tág fogalmat takar a wavelet-transzformáció. Egyre több területen használják, sokféle alakban és több dimenzióban. Az egyik fő alkalmazás a képfeldolgozás. Speciálisan a csillagászatban többször galaxisok térbeli eloszlásának vizsgálatát végezték segítségével. A wavelet-eljárások egyre gyakoribbak a turbulenciák és a fraktálok matematikai elemzésénél és a telekommunikáció területén is. Számos könyv jelent meg az utóbbi években a wavelet-analízisről és alkalmazásairól.

A módszert sokszor használják a napfizikusok is. Korábban a „sonagram” nevű idősor darabolásos Fourier-módszerrel próbálták a naptevékenységi ciklusok változását vizsgálni. Az 1990-es évektől a wavelet-transzformáció megjelent a napfoltciklusok periodicitásának analízisénél is.

A wavelet-analízis a változócsillagok fénygörbéjének elemzéséhez mintegy két évtizede használatos. Olyan adatsorokra alkalmazható leginkább, amelyekben alig vannak kisebb űrök. A világon az elsők között alkalmaztuk a wavelet-módszert hosszú periódusú pulzáló változókra, mirákra és félszabályos csillagokra.

12.6.1. Matematikai alapok

Egy valós m(t) függvény (általában komplex) g(t) ún. analizáló hullámra vonatkozó wavelet-transzformáltján a következő kétváltozós kifejezést értjük:

$$W(a,b) = 1/\sqrt{a} \int_{-\infty}^{+\infty} m(t) \cdot g^* \left[(t \right. \qquad (3.50)$$

amely a

$$H = \{(b,a) | a \in \Re, a > 0, b \in \Re\} \qquad (3.51)$$

nyitott félsíkon értelmezhető.

Nemegyenközű adateloszlás esetén egy konkrét realizáció a következő formában történhet:

$$W(\tau, f) = \frac{1}{C}\sum_{k=1}^{N} m(t_k) \cdot e^{-i2\pi f(t_k-} \tag{3.52}$$

ahol

$$C = \sum_{k=1}^{N} e^{-\frac{(t_k-\tau)^2}{\Delta\tau^2}} \tag{3.53}$$

Az itt szereplő τ a korábbi b változónak, ill. az 1/f idő dimenziójú mennyiség az a változónak felel meg. A τ az időbeli eltolás, $\Delta\tau$ pedig a Gauss-ablak félszélességével arányos. A fenti kifejezés szerint az ablak szélessége a frekvenciától független állandó. Általában azonban az ablakszélességet úgy választják meg, hogy megegyezzen a próbaperiódussal, azaz $\Delta\tau \approx P = 1/f$.

A (3.52) kifejezésben egy fix τ mellett kiemeljük a $\tau \approx t_k$ időponthoz közeli függvény tulajdonságokat az adateloszlástól és a próbaperiódustól függő szélességben, és képezzük a Fourier-spektrumot. Amennyiben a t_k-hoz közeli időben az érvényes frekvencia f', úgy a wavelet-transzformált amplitúdója nagy a (t_k, f') pont felett.

Az analizáló hullám, vagy magfüggvény alakja nagyon sokféle lehet, attól függően, hogy a vizsgálandó függvénynek milyen tulajdonságai vannak. A transzformáció - általánosságánál fogva - sok segítséget nyújthat előzetes tájékozódáshoz a legkülönfélébb változások felismerésében.

12.6.2. Diszkrét wavelet-transzformáció

Legyen m(t) a csillag fényváltozását leíró függvény. Az f frekvenciához és a τ időeltolási paraméterhez tartozó wavelet-transzformáció:

$$W(f, \tau) = \sqrt{f}\int_{-\infty}^{+\infty} m(t) \cdot g^{*}\left[f(t\right. \tag{3.54}$$

az ún. Morlet-féle analizáló wavelet egy módosított Gauss-görbe:

$$g^{*}\left[f(t-\tau)\right] = e^{-icx}e^{-\frac{1}{2}x^2} \tag{3.55}$$

ahol $x=f(t-\tau)$ és általában $c=2\pi$ (a c értéke a frekvencia- és időbeli felbontás paramétere).

A gyakorlatban a DFT-hez hasonlóan bevezethető a diszkrét wavelet-transzformáció (DWT), amely szerint az amplitúdó spektrum:

$$W(f, \tau) = \left[f \cdot C(f, \tau)^2 + f \cdot S(f, \right. \tag{3.56}$$

ahol

$$C(f, \tau) = \sum_{j=1}^{N} m(t_j) \cos\left(2\pi f\left(t_j - \right.\right. \tag{3.57}$$

$$S(f, \tau) = \sum_{j=1}^{N} m(t_j) \sin\left(2\pi f\left(t_j - \right.\right. \tag{3.58}$$

és t_0 az adatsor első eleméhez tartozó idő.

A Gauss-ablak félszélessége a próbaperiódussal arányos (P=1/f), nem pedig állandó érték, mint a Fourier-módszernél. Az ablakot τ értékkel toljuk el az adatsor elejétől a végéig, és minden eltolásra kiszámoljuk a frekvenciaspektrumot.

Fontos megjegyezni, hogy a wavelet nem egyszerűen egy adatsor feldarabolásos (ablakozott) Fourier-módszer! A csúsztatott ablakozás mellett alapvető, hogy az ablak szélessége mindig illeszkedik a keresett periódus hosszához. Ennek következtében a frekvenciaspektrumban a csúcsok félszélessége nem egyforma, mint a Fourier-analízisnél, hanem a frekvenciával arányosan növekszik. Ez az aszimmetria egyetlen csúcs esetében is jelentkezik, a nagyobb frekvenciájú oldala „laposabb”.

12.6.3. A wavelet-térkép

A wavelet-transzformációval kapott frekvencia-idő-amplitúdó adathármasok egy felületként ábrázolhatók, ezt nevezzük wavelet-térképnek. Ez azt szemlélteti, hogy a különböző frekvenciájú, illetve periódusú fényváltozások mikor és milyen amplitúdóval vannak jelen a fénygörbében.

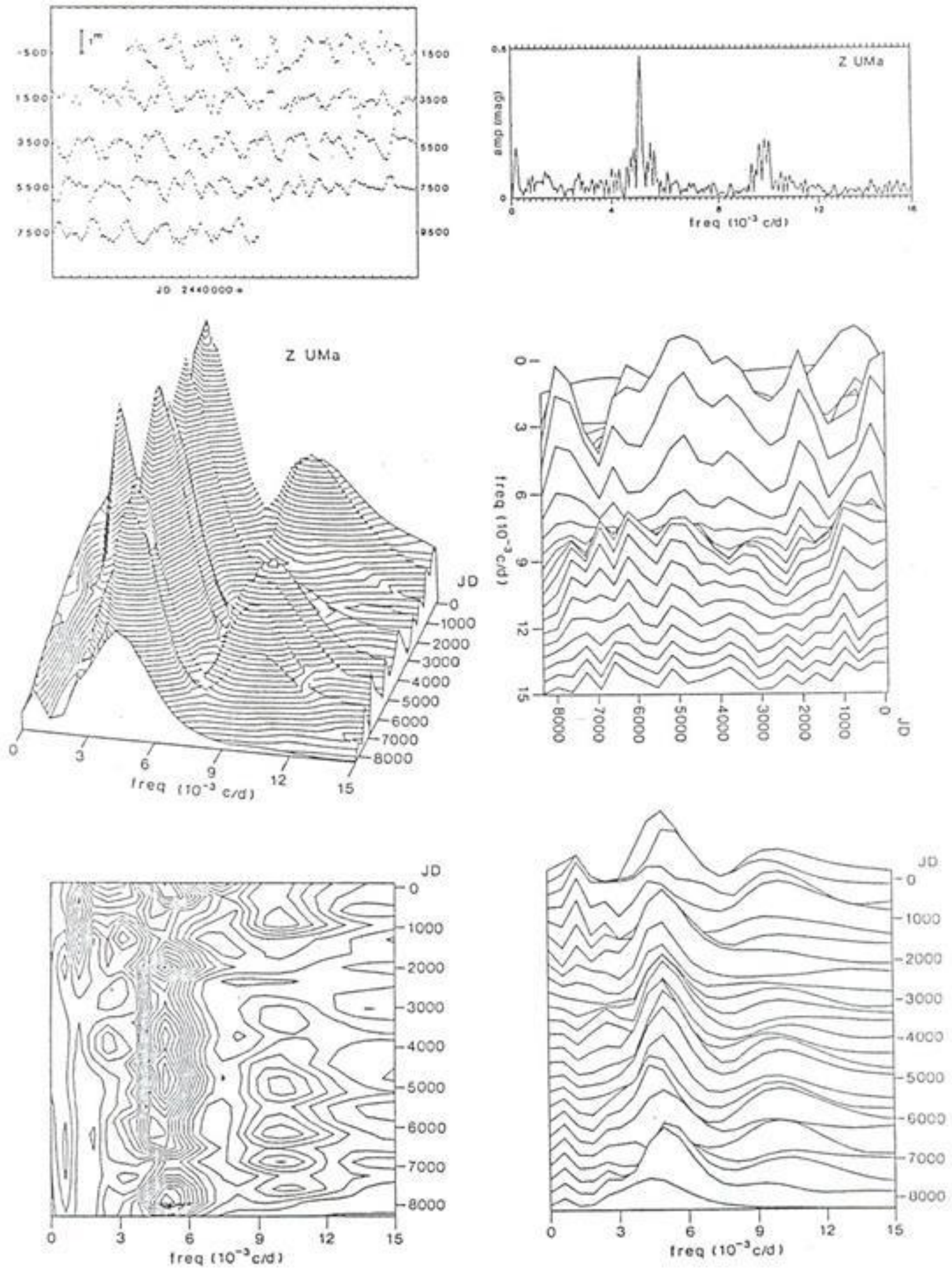
A fénygörbe alapos szemrevételezése után a vizsgált adatsornak először mindig a Fourier-spektrumát számoljuk ki, amelynek alapján tájékozódni lehet a periódusok helyéről, és megválaszthatóak a wavelet-analízis paraméterei (időbeli és frekvenciabeli felbontások, lépésközök, határok).

A módszer szemléltetésére a Z UMa SRb típusú csillag példáján keresztül bemutatjuk a wavelet-térképet. A 3.97.. ábrán felül a fénygörbe, mellette a teljes adatsor Fourier-spektruma látható. A wavelet-térképet érdemes többféle nézőpontból ábrázolni. Szerencsére számos szoftver alkalmas arra, hogy a frekvencia-idő-amplitúdó adathármasok által alkotott felületet tetszőleges helyzetben kirajzolja.

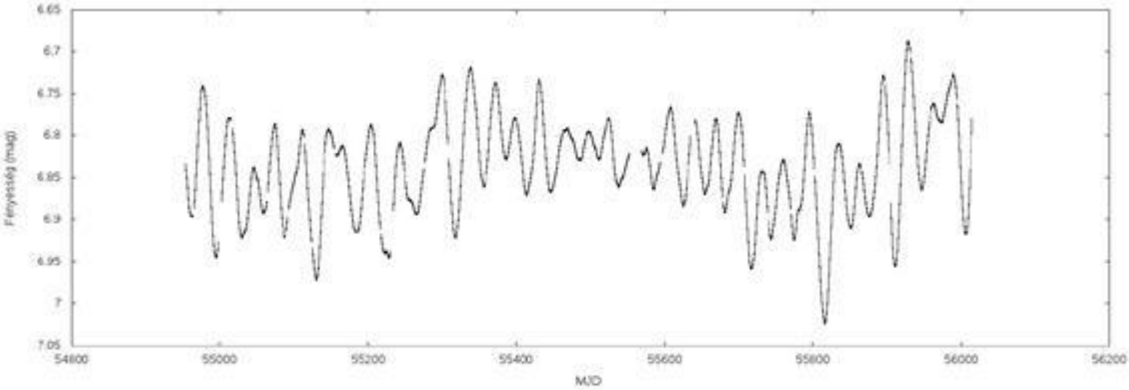
A bal oldali középső szintvonalas ábra a perspektivikus térkép, amelyen „amplitúdóhegyek” és „-dombok” jól megfigyelhetők. Alatta szerepel ennek felülnézete, amelyen jobban nyomon követhető a csúcsok pozíciója. A jobb oldalon középen lévő ábra azt mutatja, hogy az egyes frekvenciákhoz tartozó amplitúdók hogyan változnak az időben, végül az alatta található ábra a Fourier-spektrum időbeli változását tárja elénk.

A cél az, hogy a térképek alapján olyan jelenségeket mutassunk ki (pl. modulációk, fázisugrás, módusváltás), amelyek a hagyományos Fourier-módszerrel nem tanulmányozhatók kielégítő részletességgel. Azonban a bemutatott példán látható, hogy a térkép rendkívül bonyolult. A wavelet-módszer tulajdonságainak a részletes vizsgálata nélkül hamis következtetésekre juthatunk, különösen az amplitúdó változására vonatkozóan.

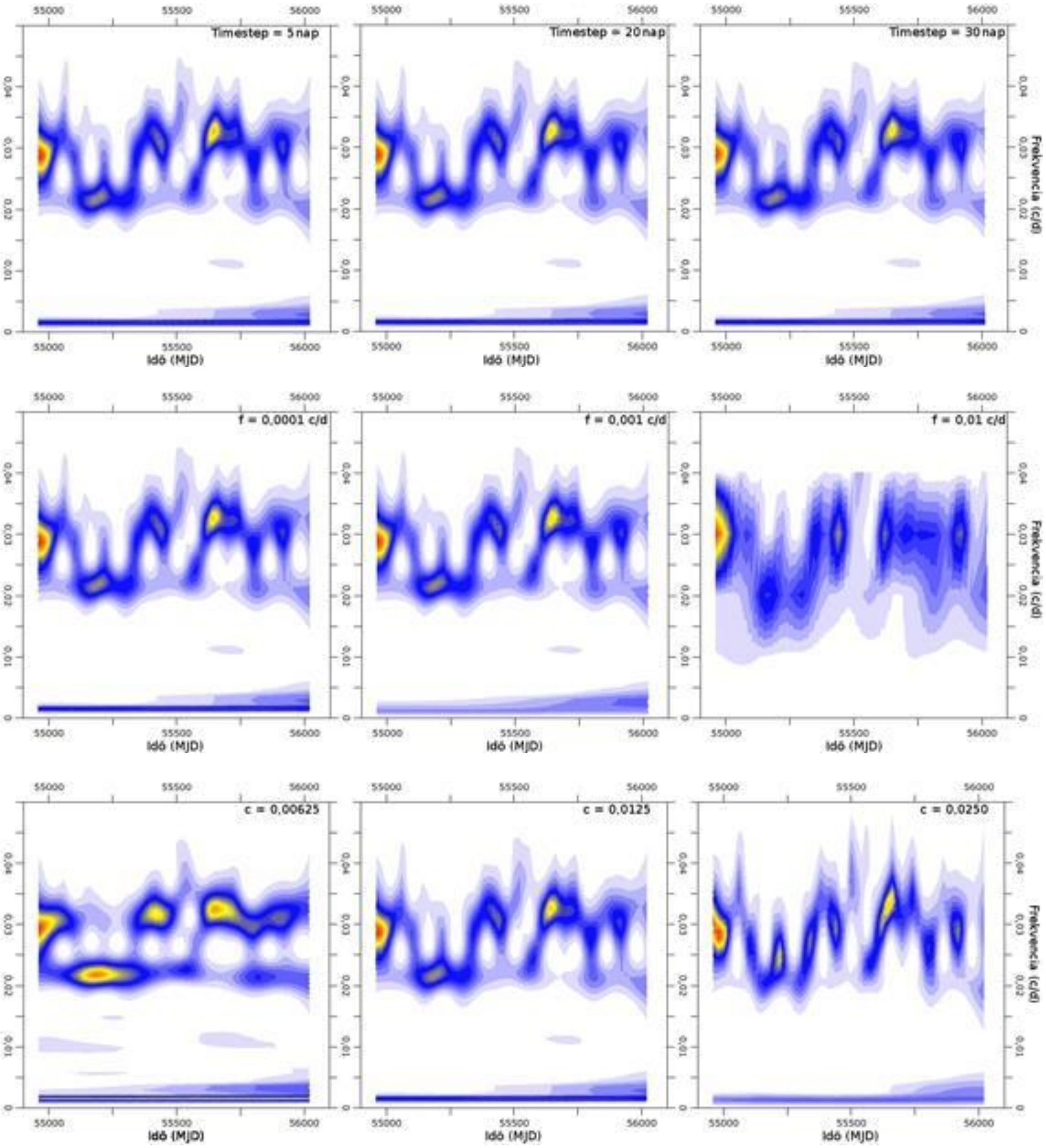
A különféle jelenségeket reprezentáló teszt-adatsorok wavelet-térképeinek tulajdonságai mellett alapvető az adatok időbeli eloszlásának hatása az amplitúdó szempontjából. Mint ahogyan a Fourier-módszernél, itt is tapasztalható, hogy a mintavételezés romlásával, űrök jelenlétekor az amplitúdóspektrum, ill. -térkép „kicsipkéződik”, az űrök idején hirtelen nullára csökken, és sokszor amplitúdómodulációhoz hasonló képhez vezet. Emiatt egy speciális fehérítő eljárást vezethetünk be (Szatmáry 1994). Ennek lényege, hogy az adateloszlás, adathiányok miatti amplitúdócsökkenésre úgy következtethetünk, hogy az eredeti adatok időpontjaiban egy szinuszt vagy több szinuszfüggvény eredőjét generálunk (a periódusokat, amplitúdókat és fázisokat az adott csillag Fourier-spektrumából határozzuk meg előzőleg). Ennek a „teszt” fénygörbének a wavelet-térképe már mutatja az adathiányok miatti amplitúdómintázatot. A „teszt” és az eredeti wavelet összehasonlításával kiszűrhetők a nem valós amplitúdóváltozások.



A Z UMa fénygörbéje, Fourier-spektruma és wavelet-térképe több vetületből (Szatmáry 1994).



A KIC 2582664 csillag fénygörbéje a Kepler űrtávcső adatai alapján (Bódi 2012).



3.99. ábra. A KIC 2582664 csillag wavelet térképei változó idő-lépésköz (fent), frekvencia-lépésköz (középen) és idő-frekvencia felbontás paraméter (lent) esetén (Bódi 2012).

13. A fényidő-effektus

Ha egy fényforrás látóirányban mozog hozzánk képest (vagy mi mozgunk relatíve), akkor a köztünk lévő távolság változásával az időtartam is változik, amely alatt a fény hozzánk ér. Ennek alapján mérte meg Olaf Römer 1676-ban a fény sebességét a Jupiter holdjainak a bolygó mögé történő belépése időpontját meghatározva. Ezen jelenség (a Föld keringése) miatt szükséges a megfigyelések időpontjának transzformációja is, a heliocentrikus korrekció. Ha ezt nem megfelelően vesszük figyelembe (pl. a Föld pályájának lapultsága is fontos), akkor helytelen következtetésekre juthatunk: pl. a PSR1829-10 pulzár jeleiben 1991-ben modulációt véltek felfedezni, amit bolygó létével magyaráztak, tévesen.

Ezt a jelenséget fényidő-effektusnak (az angol szakszövegben light-time effect, LITE vagy time-of-arrival, TOA) nevezik.

Ha egy csillag stabil periódussal változtatja a fényességét, de kettős rendszerben kering a közös tömegközéppont körül, azaz mozog hozzánk képest, akkor a pályaperiódus szerint modulálódik a periódus, ciklikus periódusváltozást figyelhetünk meg. Az O–C diagram ciklikus lesz, az idő-frekvencia analízisnél, pl. a wavelet-térképen hullámzó lesz a fő „frekvenciagerinc”.

Hasonlóan modulálódik egy fedési kettős periódusa is, ha jelen van egy harmadik komponens is a rendszerben. A fedési kettősnek a közös tömegközéppont körüli keringése során látszólag ciklikusan változik a periódusa.

A csillag látóirányú (radiális) sebességének (v) változásával a fényének intenzitása is változik, igaz csekély mértékben, az amplitúdó v/c-vel arányos. Ennek a jelenségnek az elnevezése Doppler-boosting (magyarul talán Doppler-erősítés lehetne). A kicsiny fényváltozást a Kepler űrtávcső méréseiből már ki tudták mutatni szoros kettőscsillagok esetében, és bolygóknál is ezt remélik.

A továbbiakban a kettős rendszerekben keringő pulzáló csillagok radiális sebességének és O–C görbéjének jellegéről lesz szó, majd röviden kitérek a tranzitos exobolygóknál tapasztalható hasonló jelenségre, a tranzitidőpont-változásra (TTV: transit timing variation), amit másik bolygó vagy hold gravitációs hatása okozhat.

14. Pulzáló csillagok kettős rendszerekben

Irwin (1952, 1959) vizsgálta először részletesebben a fényidő-effektust, fedési kettős és harmadik test esetében.

Számoljuk ki egy ellipszis-pályán keringő csillag radiális sebességét (Szatmáry 1987)! A pálya geometriája a 3.100.. ábrán látható (O a tömegközéppont, z a látóirányú elmozdulás, r a rádiuszvektor, v a valódi anomália, ω a pericentrum-hosszúság, i az inklináció, a a fél nagytengely, P_o a keringési periódus). Onnan leolvasható, hogy

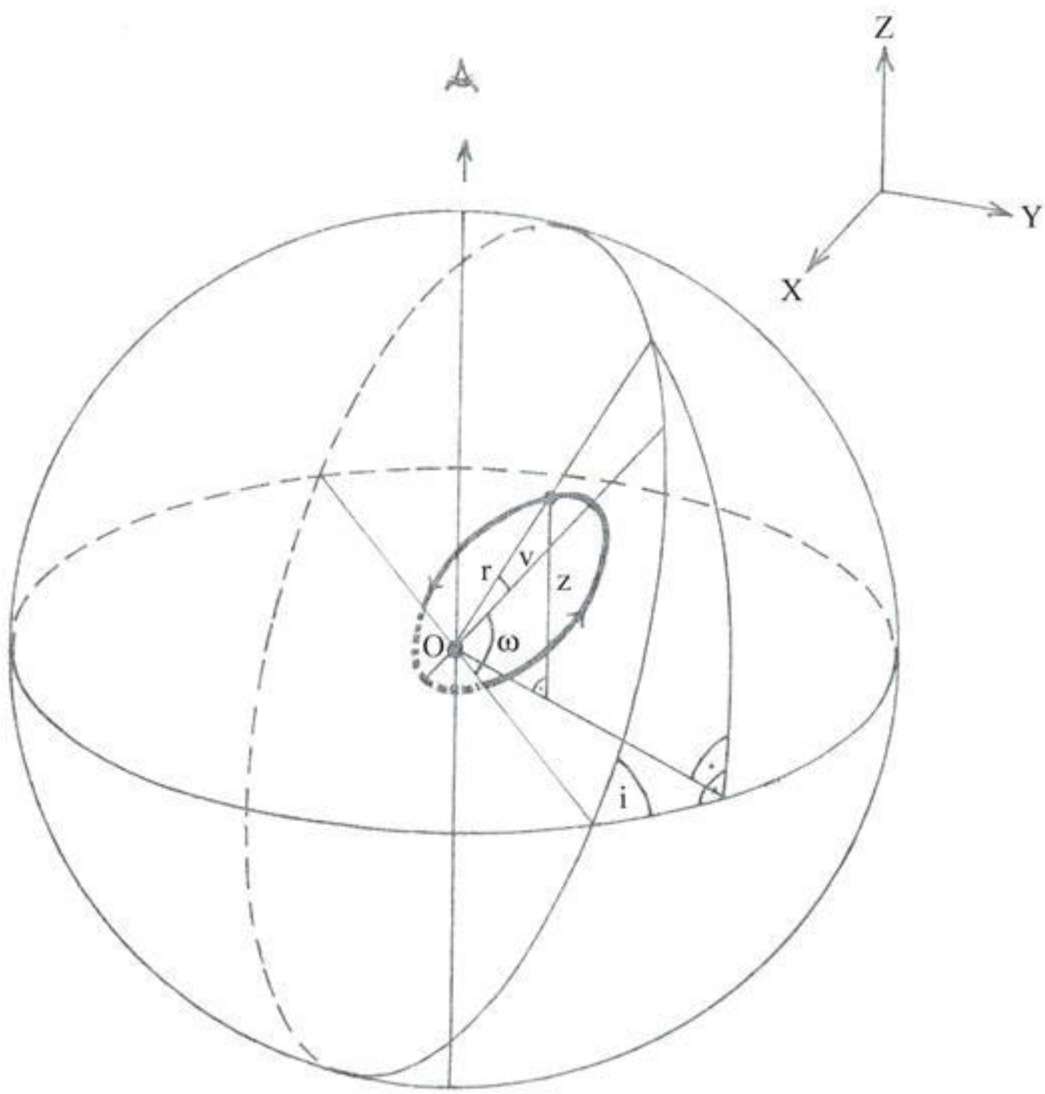
$$Z = r \sin i \sin(v + \omega) \qquad (3.59)$$

A radiális sebesség:

$$V_r = V_0 + \frac{dz}{dt} \qquad (3.60)$$

Időben változó mennyiség r és v, így

$$\frac{dz}{dt} = \sin i \sin(v + \omega)\frac{dr}{dt} + r \sin i \cos \qquad (3.61)$$



Kettős rendszerben keringő csillag pályájának geometriája (Szatmáry 1987).

Az égi mechanikából jól ismert, hogy

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos v} \tag{3.62}$$

és

$$r^2\frac{dv}{dt} = \frac{2\pi a^2\sqrt{1-e^2}}{P_o} \tag{3.63}$$

Ezek alapján

$$V_r(v) = V_0 + \frac{2\pi a \sin i}{P_o\sqrt{1-e^2}}[\cos(v+\omega \tag{3.64}$$

A radiális sebesség szélsőértékei:

$$V_r = max, ha \cos(v+\omega) = 1 \quad (3.65)$$

$$V_r^{max} = V_0 + \frac{2\pi a \sin i}{P_o\sqrt{1-e^2}}(e \cos\omega + \quad (3.66)$$

$$V_r = min, ha \cos(v+\omega) = -1 \quad (3.67)$$

$$V_r^{min} = V_0 + \frac{2\pi a \sin i}{P_o\sqrt{1-e^2}}(e \cos\omega - \quad (3.68)$$

Legyen

$$K = \frac{2\pi a \sin i}{P_o\sqrt{1-e^2}} = \frac{V_r^{max} - V_r^{min}}{2} \quad (3.69)$$

a sebességamplitúdó, így a radiális sebesség

$$V_r(v) = V_0 + K\,[\cos(v+\omega) + e\cos \quad (3.70)$$

Az E excentrikus anomália függvényében ugyanez (Szatmáry 1987):

$$V_r(E) = V_0 + K\left[\frac{(1-e^2)\cos\omega\cos}{1}\right. \quad (3.71)$$

Nézzük meg ezután az O–C alakját a valódi anomália függvényében:

$$(O-C)_v = \frac{z(v) - z(v_0)}{c} \quad (3.72)$$

(3.59), (3.62) és (3.63) alapján

$$z(v) = a(1-e^2)\sin i\,\frac{\sin(v+\omega)}{1+e\cos v} \quad (3.73)$$

így

$$(O-C)_v = \frac{a\sin i}{c}(1-e^2)\left[\frac{\sin(v+}{1+e\,c}\right. \quad (3.74)$$

Látható, hogy az O–C görbe alakját e és ω határozza meg.

Az E excentrikus anomália függvényében ugyanez (Szatmáry 1987):

$$(O-C)_E = \frac{a\sin i}{c}\left[\sqrt{1-e^2}\cos\omega\, s\right. \tag{3.75}$$

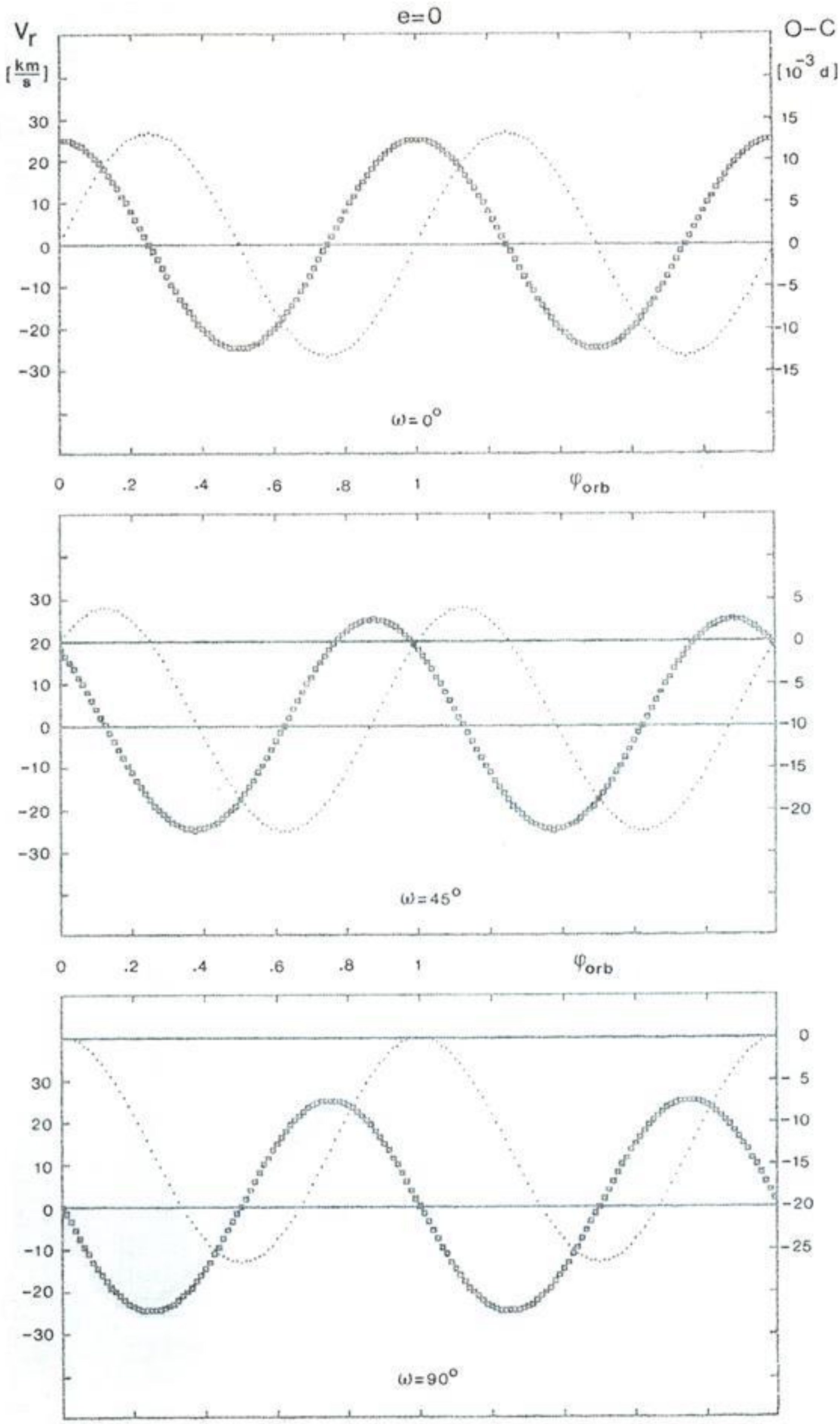
A radiális sebesség és az O–C görbék kiszámításánál az excentrikus anomáliával felírt alakot használjuk, amikor megoldjuk a

$$E = M + e\sin E \tag{3.76}$$

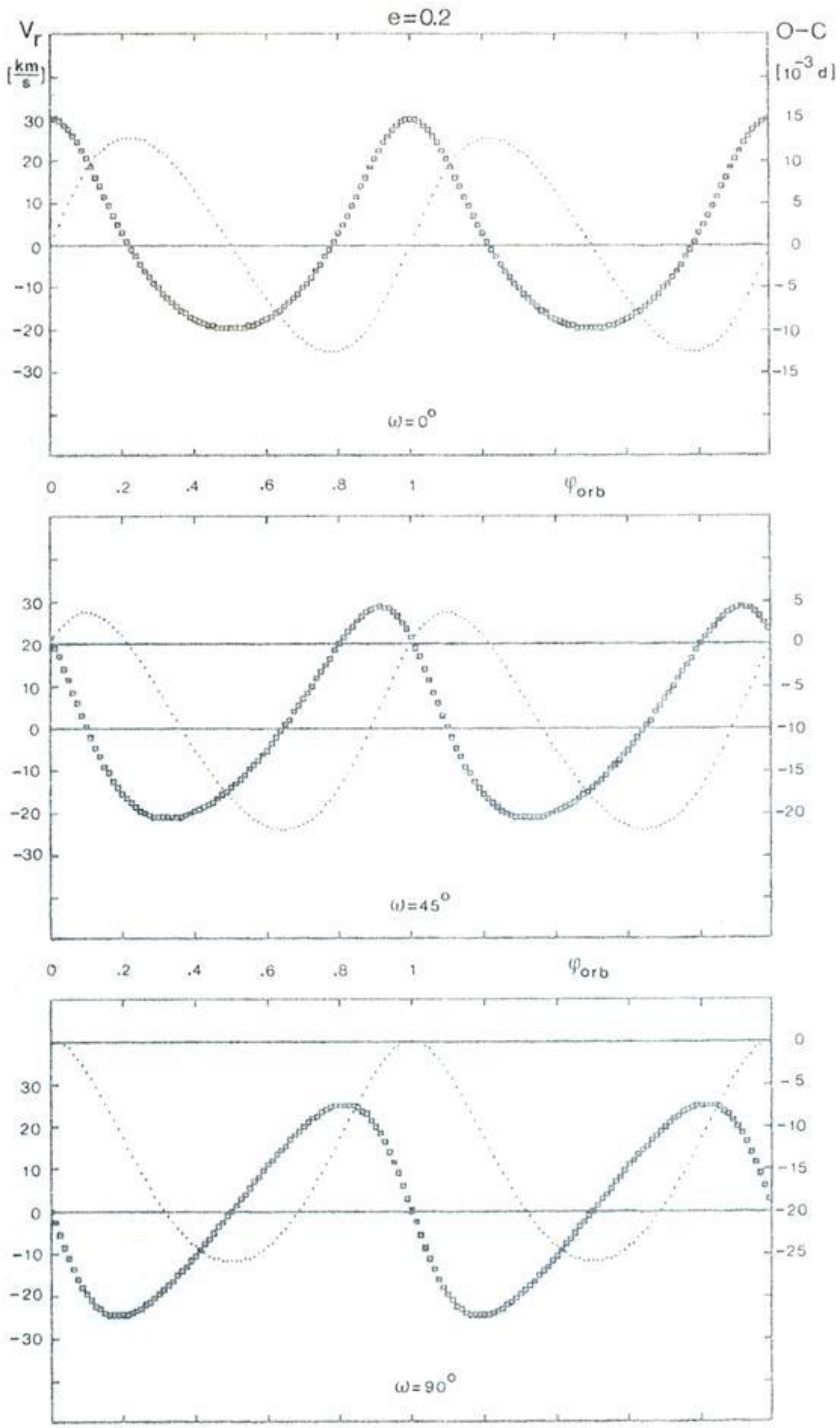
Kepler-egyenletet, ahol

$$M = \frac{2\pi}{P_o}(t-\tau) \tag{3.77}$$

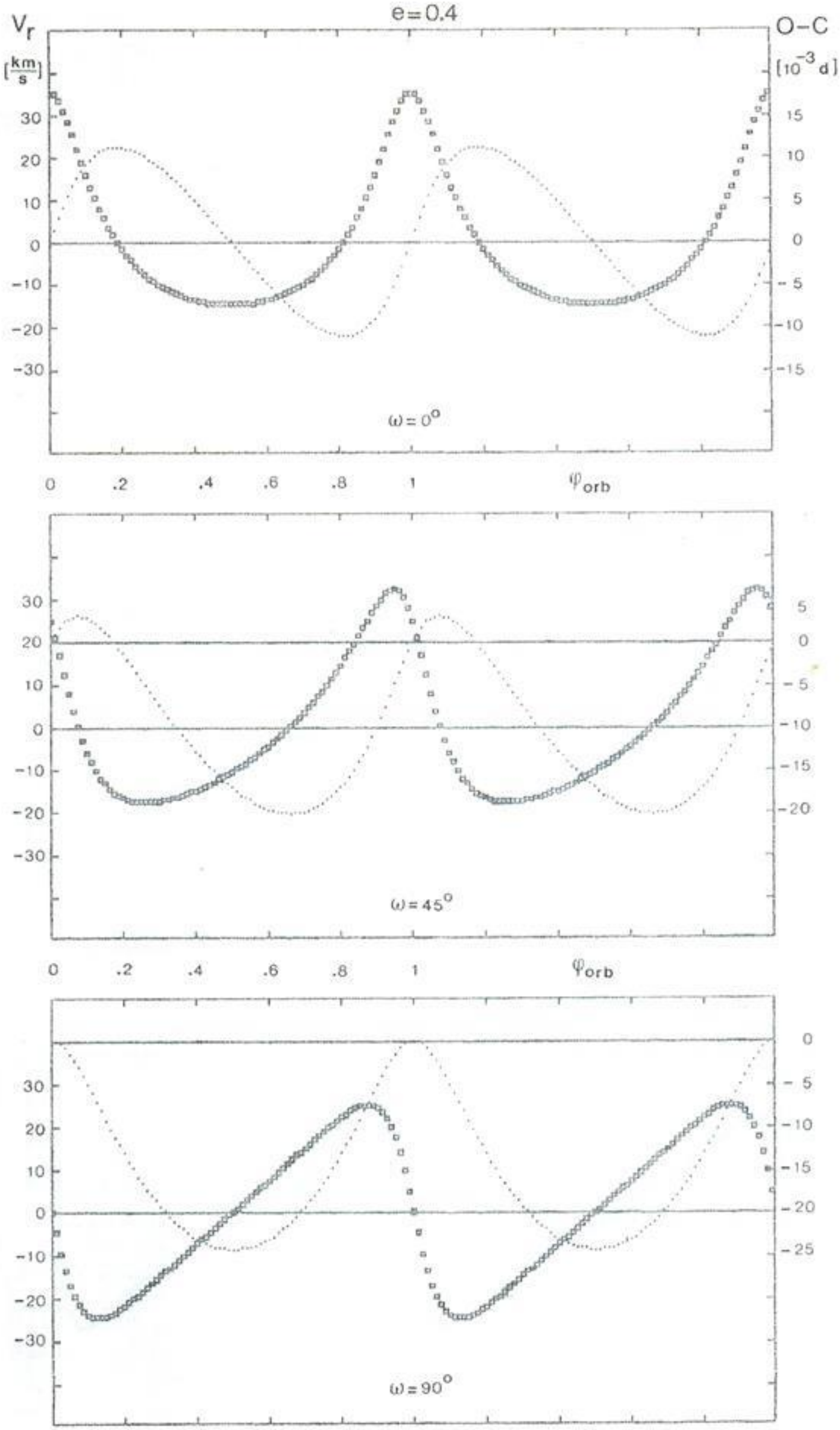
a középanomália, τ pedig a pericentrumon való áthaladás időpontja. A transzcendens Kepler-egyenletet az excentrikus anomália Bessel-függvény együtthatójú trigonometrikus sorfejtésével is megoldhatjuk. A 3.101..-3.104.. ábrákon láthatóak a görbék (P_p=0,1 nap, P_o=1000 nap, V_0=0 és K=25 km/s bemenő adatok mellett).


e=0
V_r
[km/s]
O−C
[10^{-3} d]
ω = 0°
ω = 45°
ω = 90°
φ_{orb}

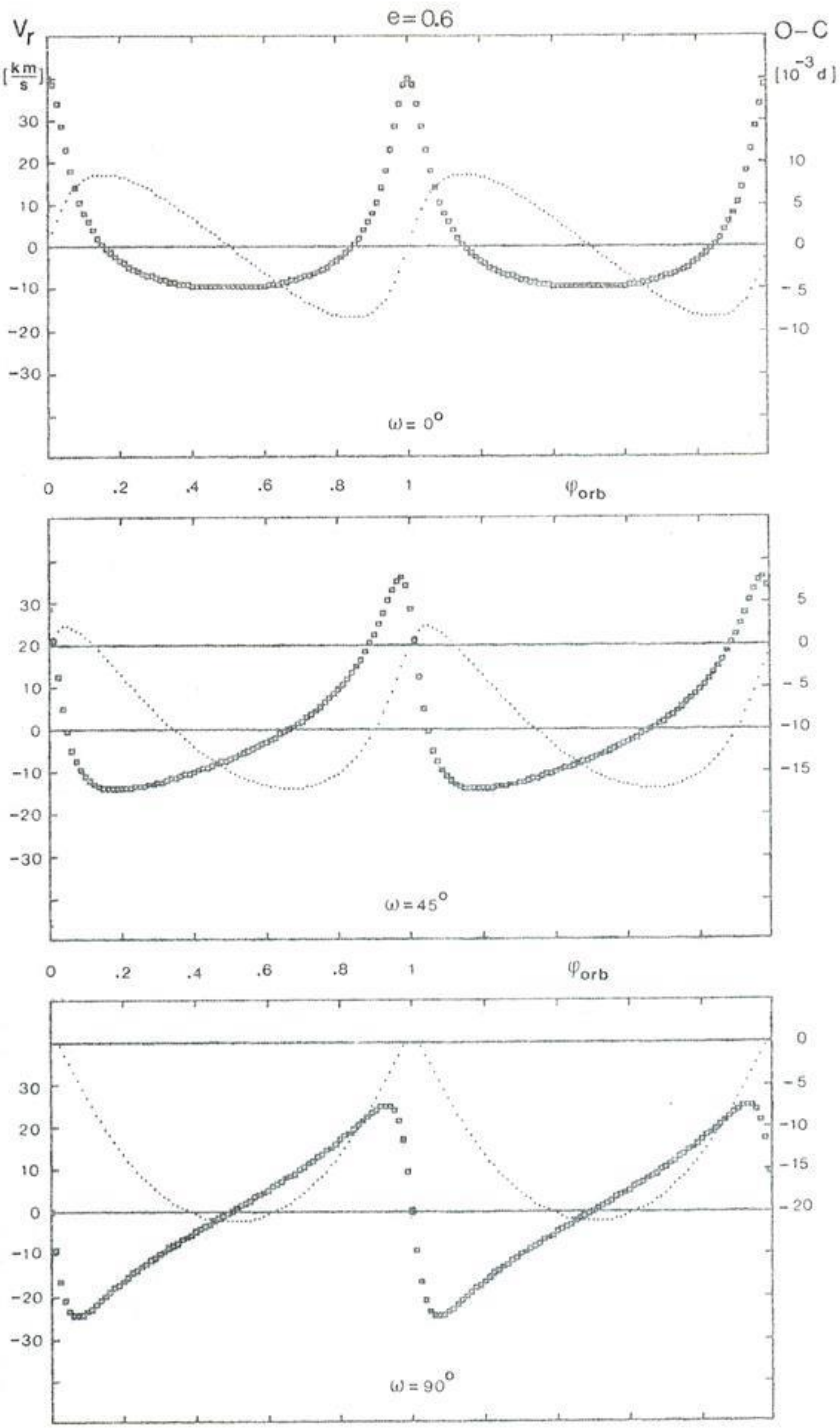
LITE radiális sebesség (négyzetek) és O-C (pontok) görbék (e=0).


e=0.2
V_r
[km/s]
O−C
[10^{-3} d]
30
20
10
0
−10
−20
−30
15
10
5
0
−5
−10
−15
ω=0°
0
.2
.4
.6
.8
1
φ_{orb}
30
20
10
0
−10
−20
−30
5
0
−5
−10
−15
−20
ω=45°
0
.2
.4
.6
.8
1
φ_{orb}
30
20
10
0
−10
−20
−30
0
−5
−10
−15
−20
−25
ω=90°

LITE radiális sebesség (négyzetek) és O–C (pontok) görbék (e=0,2).


e=0.4
V_r
$[\frac{km}{s}]$
O−C
$[10^{-3}d]$
30
20
10
0
−10
−20
−30
15
10
5
0
−5
−10
−15
ω = 0°
0
.2
.4
.6
.8
1
φ_{orb}
30
20
10
0
−10
−20
−30
5
0
−5
−10
−15
−20
ω = 45°
0
.2
.4
.6
.8
1
φ_{orb}
30
20
10
0
−10
−20
−30
0
−5
−10
−15
−20
−25
ω = 90°

LITE radiális sebesség (négyzetek) és O–C (pontok) görbék (e=0,4).


e=0.6
V_r
[km/s]
O−C
[10^{-3} d]
ω = 0°
ω = 45°
ω = 90°
φ_{orb}

LITE radiális sebesség (négyzetek) és O–C (pontok) görbék (e=0,6).

Az O–C görbék alakja az excentricitás növekedésével egyre aszimmetrikusabb, a szinuszostól való eltérésük egyre jelentősebb (különösen kis ω értékeknél). Nagy excentricitásnál ω=90° környékén a fázis nagy részében parabolához hasonló az O–C alakja, így ezzel is meg lehet próbálni az olyan O–C görbék illesztését, amelyeket egyébként rendszerint parabolával szoktak közelíteni. Így két egészen más magyarázat is szóba jöhet: tág kettős rendszerben másodkomponens léte vagy evolúciós periódusváltozás.

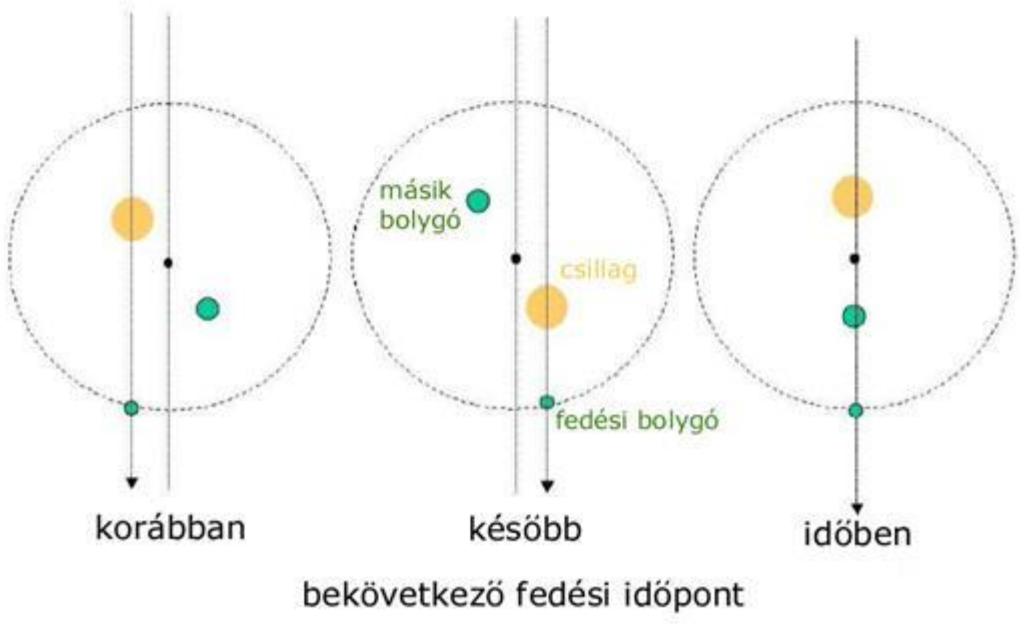
Az O–C görbék kevésbé változatosak és jellegzetesek, mint a radiálissebesség-görbék, így ránézésre azokból nehezebb e és ω értéket becsülni.

Ahhoz, hogy egy pulzáló változó kettőssége megállapítható legyen az O–C diagramjából, legalább néhány keringési perióduson keresztül meg kell figyelni. Másik lényeges kívánalom, hogy a LITE hullám amplitúdója nagyobb legyen az O–C pontok hibájánál.

15. Fedésidőpont-változás tranzitos exobolygóknál

Röviden kitérünk egy hasonló jelenségre. A tranzitos exobolygók egy részénél az tapasztalható, hogy a bolygó csillag előtti elhaladásakor bekövetkező kismértékű fényességcsökkenés nem pontosan, egy adott periódus szerint jelentkezik, hanem időbeli ingadozást mutat. Ez a TTV (transit timing variation) jelenség.

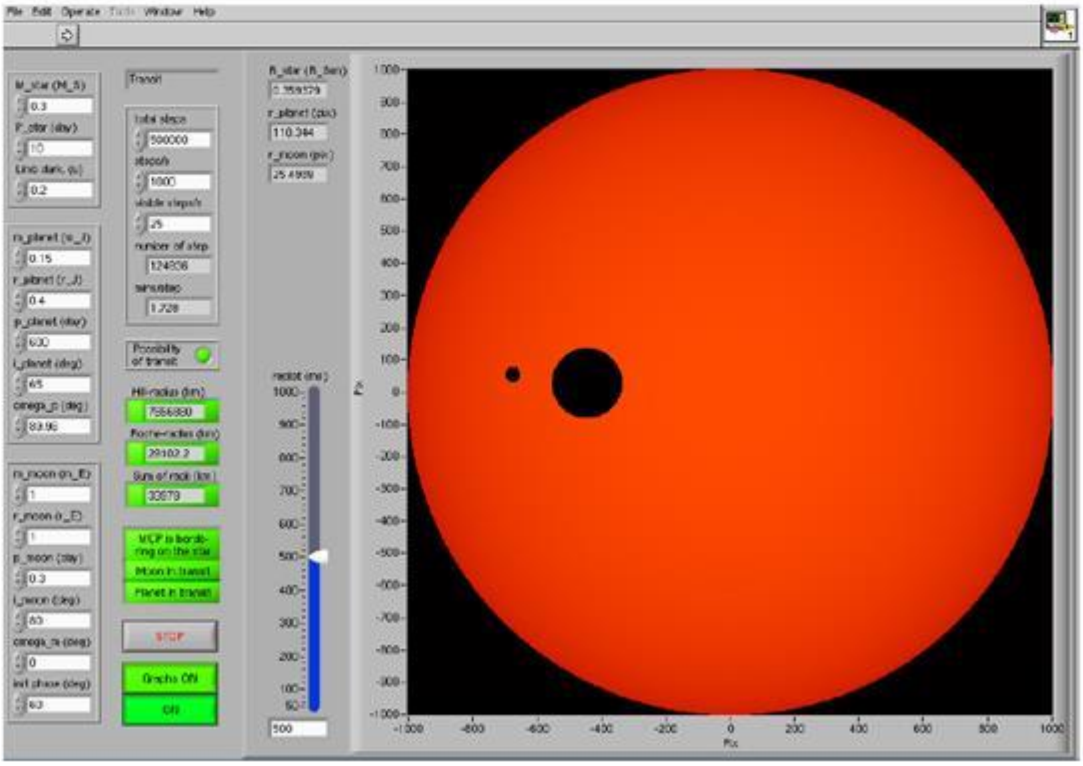
Annak oka, hogy az exobolygó nem pontosan egyforma időközönként fedi a csillagát többféle is lehet. Az egyik további bolygó jelenléte a rendszerben, amelynek gravitációs hatása a csillagra megváltoztatja a tömegközéppont helyét, megmozgatja a csillagot (3.105.. ábra). Így már több, fedést nem okozó bolygó létére sikerült következtetni.



A fedés időpontjának változása másik bolygó hatása következtében.

A periasztron vándorlása is hasonló jelenséghez vezet, de az lassabb változást okoz.

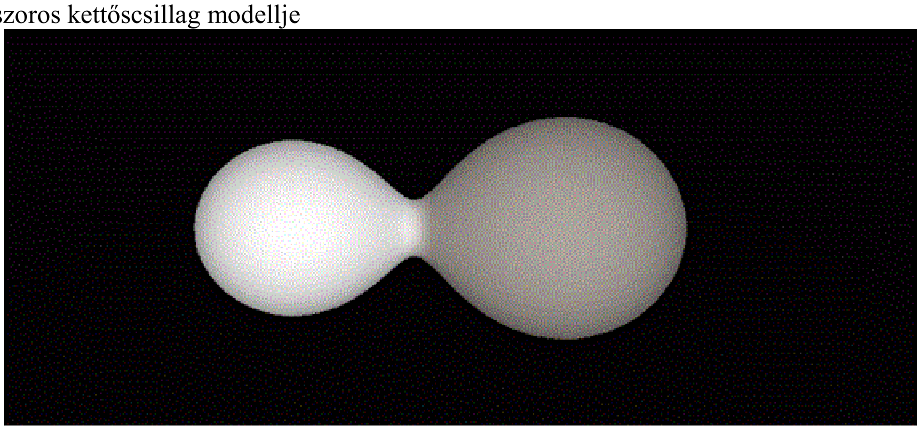
Egy esetleges exohold is magyarázhatja a TTV bekövetkezését. Erre vonatkozóan 2005-től kis csoportunk nemzetközileg is sikeres, sokszor idézett vizsgálatokat végzett (3.106.. ábra). A hold keringése a bolygó körül a bolygó térbeli helyzetét folyamatosan változtatja, ami arra vezet, hogy a bolygó más-más időpontokban lép be a csillag elé (általában legfeljebb néhány perces nagyságrendű eltérésekről van szó).



Exobolygó-exohold rendszer elhaladása a csillag korongja előtt. Simon (2011) által fejlesztett, LabVIEW környezetben készített programcsomag kezelő felülete.

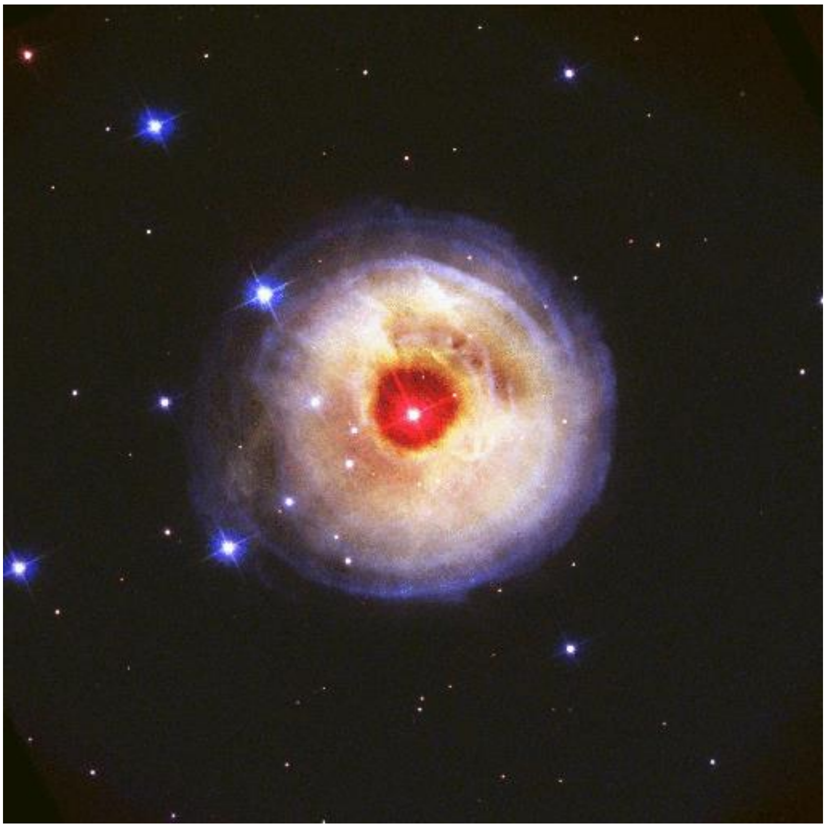
Eddig (2013. február) nem találtak exoholdat, de néhány hónapon, legfeljebb 1-2 éven belül várható az első ilyen objektum felfedezése. Különösen a Kepler űrtávcső mérései adhatnak erre reményt. Kapcsolódó animációk:

- A CK Boo szoros kettőscsillag modellje



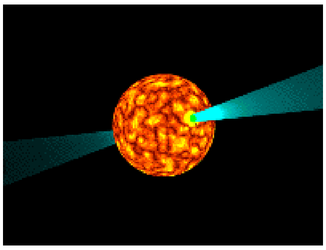
http://www.physics.sfasu.edu/astro/binstar/ckbooanim.gif

- A V838 jelű nóváról ledobódott gázanyag mozgása



(Forrás: H. Bond (STScI), A. Henden (USNO Flagstaff), Z. Levay (STScI), et al., ESA, NASA)http://apod.nasa.gov/apod/image/0304/v838movie_hst_big.gif

- Animáció egy pulzárról



http://www-outreach.phy.cam.ac.uk/camphy/pulsars/side6_pulsar.gif

16. Irodalomjegyzék

[1]AAVSO VSX: http://www.aavso.org/vsx/index.php?view=about.top
[2]Aerts C., Christensen-Dalsgaard J., Kurtz D.W.: 2010, Asteroseismology, A&A Library, Springer
[3]Bedding T.R.: 2011, Solar-like Oscillations: An Observational Perspective, in: Asteroseismology, Canary Islands Winter School of Astrophysics, vol. XXII, ed. P.L.Pallé, Cambridge Univ. Press [arXiv:1107.1723]
[4]Bódi A.: 2012, Pulzáló vörös óriás csillagok fénygörbéjének vizsgálata a Kepler űrtávcső adatsorai alapján, TDK dolgozat, (témavezető: Szatmáry Károly) SZTE TTIK
[5]Borkovits T.: 2009, Pontatlan csillagórák, Fizikai Szemle 2. szám, 41.o.
[6]Callingham J.R.: 2011, Asteroseismic analysis of M giants from Kepler observations, manuscript, University of Sydney
[7]Ceman R., Pittich E.: 2004, Rekordok - A Világegyetem, 2. Csillagok - Galaxisok, Geobook
[8]Christensen-Dalsgaard J.: 2003, Stellar Oscillations http://users-phys.au.dk/jcd/oscilnotes/index-bw.html
[9]Cooper W.A., Walker E.N. (ford. Szabados L.): 1994, Csillagok távcsővégen, Gondolat Kiadó
[10]Debosscher J. et al.: 2009, Automated supervised classification of variable stars in the CoRoT programme, Astronomy and Astrophysics, 506, 519
[11]Deeming T.J.: 1975, Fourier analysis with unequally-spaced data, Astrophysics and Space Science 36, 137
[12]Derekas A., Kiss L.L., Székely P., Alfaro E.J., Csák B., Mészáros Sz., Rodríguez E., Rolland A., Sárneczky K., Szabó Gy.M., Szatmáry K., Váradi M., Kiss Cs.: 2003, A photometric monitoring of bright high-amplitude

δ Scuti stars. II. Period update for seven stars, Astronomy and Astrophysics, 402, 733-743.
[13]Derekas A., Kiss L.L., Udalski A., Bedding T.R., Szatmáry K.: 2004, A first-overtone RR Lyrae star with cyclic period changes, Monthly Notices of Royal Astron. Soc., 354, 821-826.
[14]Dworetsky M.M.: 1983, A period-finding method for sparse randomly spaced observations of „How long is a piece of string?", Monthly Notices Royal Astron. Soc., 203, 917
[15]Ferraz-Mello S.: 1981, Estimation of periods from unequally spaced observations, Astronomical Journal, 86, 619
[16]Frasca A. et al.: 2009, REM near-IR and optical photometric monitoring of pre-main sequence stars in Orion - Rotation periods and starspot parameters, Astronomy and Astrophysics, 508, 1313
[17]Handler G.: 2012, Asteroseismology, in: Planets, Stars and Stellar Systems, eds. T.D Oswalt et al., Springer, [arXiv:1205.6407]
[18]Hegedüs T., Szatmáry K., Vinkó J.: 1992, Light curve and O-C diagram analysis of RZ Cassiopeiae, Astrophysics and Space Science, 187, 57
[19]Hershey J.L.: 1975, Astrometric orbit, eclipsing period changes, and parallax of VW Cephei, Astronomical Journal, 80, 662
[20]Hoffmeister C. (2. kiadás Richter G., Wenzel W.): 1984, Veränderliche Sterne, J. A. Barth, Leipzig
[21]Irwin J.B.: 1952, The determination of a light-time orbit, Astrophysical Journal, 116, 211
[22]Irwin J.B.: 1959, Standard light-time curves, Astronomical Journal, 64, 149
[23]Jurcsik J. et al.: 2006, The triple-mode pulsating variable V823 Cassiopeiae, Astronomy and Astrophysics, 445, 617
[24]Jurkevich I.: 1971, A method of computing periods of cyclic phenomena, Astrophysics and Space Science, 13, 154
[25]Kaszás G., Vinkó J., Szatmáry K., Hegedüs T., Gál J., Kiss L.L., Borkovits T.: 1998, Period variation and surface activity of the contact binary VW Cephei, Astronomy and Astrophysics, 331, 231-243.
[26]Kaufmann W.J. III.: 1991, Universe, 3rd ed., Freeman Publ. NY
[27]Kiss L.L., Szatmáry K., Gál J., Kaszás G.: 1995, A new orbit of the binary RR Lyrae star TU UMa, Information Bulletin on Variable Stars No. 4205
[28]Kiss L., Mizser A., Csizmadia Sz.: 2006, Változócsillagok, in: Amatőrcsillagászok kézikönyve, 3. javított és bővített kiadás, szerk. Mizser Attila, Magyar Csillagászati Egyesület
[29]Kolláth Z., Csubry Z.: 2002, TiFrAn software package, http://www.konkoly.hu/tifran/
[30]Kurtz D.W.: 1985, An algorithm for significantly reducing the time necessary to compute a Discrete Fourier Transform periodogram of unequally spaced data, Monthly Notices Royal Astron. Soc., 213, 773
[31]Kurtz D.W.: 2006, Stellar Pulsation: an Overview, in: Astrophysics of Variable Stars, ASP Conf. Series, vol. 349, 101-128.
[32]Lafler J., Kinman T.D.: 1965, An RR Lyrae survey with the Lick 20-inch astrograph. II. The calculation of RR Lyrae periods by electronic computer, Astrophysical Journal Suppl., 11, 216
[33]Lejeune T., Schaerer D.: 2001, Database of Geneva stellar evolution tracks and isochrones for (UBV)J(RI)C JHKLL'M, HST-WFPC2, Geneva and Washington photometric systems, Astronomy and Astrophysics, 366, 538
[34]Lenz P., Breger M.: 2005, Period04 user guide, Comm. in Asteroseismology, 146, 53-136. http://www.univie.ac.at/tops/Period04/
[35]Mitton S., Mitton J.: 1998, Csillagászat, Holló és Társa
[36]Ostlie D.A., Cox A.N.: 1986, A linear survey of the Mira variable star instability region of the Hertzsprung-Russell diagram, Astrophysical Journal, 311, 864
[37]Percy J.R.: 2007, Understanding Variable Stars, Cambridge University Press
[38]Roberts D.H., Lehár J., Dreher J.W.: 1987, Time series analysis with CLEAN. I. Derivation of a spectrum, Astronomical Journal, 93, 968
[39]Samus N.N. et al.: 2009, http://www.sai.msu.su/groups/cluster/gcvs/gcvs/iii/
[40]Scargle J.D.: 1982, Studies in astronomical time series analysis. II. Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data, Astrophysical Journal, 263, 835
[41]Simon A.: 2011, Exoholdak fedési exobolygók körül, PhD értekezés, SZTE
[42]Stellingwerf R.F.: 1978, Period determination using phase dispersion minimization, Astrophysical Journal, 224, 953
[43]Sterken C.: 2005, The O-C diagram: basic procedures, Proc. „The Light-Time Effect in Astrophysics - Causes and Cures of the O-C Diagram", ed. C. Sterken, ASP Conf. Ser. Vol. 335. 3-23.
[44]Sterne T.E.: 1934, The errors of period of variable stars. I.The general theory illustrated by RR Scorpii, Harvard College Observatory Circular, 386, p.1
[45]Szabados L.: 1989, Változócsillagok, különleges csillagok, in: Csillagászat, szerk. Marik Miklós, Akadémiai Kiadó
[46]Szakáts R., Szabó Gy.M., Szatmáry K.: 2008, Does the period of BE Lyncis really vary?, Information

Bulletin on Variable Stars, No. 5816
[47]Szatmáry K.: 1987, Delta Scuti típusú változócsillagok kettős rendszerekben, Egyetemi doktori értekezés, JATE, Szeged
[48]Szatmáry K.: 1994, Változócsillagok periódus-analízise az idő és a frekvencia tartományban, Kandidátusi értekezés, JATE, Szeged
[49]Szatmáry K.: 2012, Csillagok fényességének periódusváltozása, MTA doktori értekezés, SZTE, Szeged
[50]Szeidl B.: 1981, A változócsillagok asztrofizikai jelentősége, Fizikai Szemle, 31, No.4, 121-131.
[51]Telting J.H., Schrijvers C.: 1997, Line-profile variations of non-radial adiabatic pulsations of rotating stars, II. The diagnostic value of amplitude and phase diagrams derived from time series of spectra, Astronomy and Astrophysics, 317, 723
[52]van't Veer F.: 1986, Period variations of binary systems as a possible source of information about motions in the stellar core, Astronomy and Astrophysics, 156, 181
[53]Vinkó J., Szabados L., Szatmáry K.: 1993, Study of the population II Cepheid AU Pegasi, Astronomy and Astrophysics, 279, 410
[54]Wils P.: 2010, New double-mode and other RR Lyrae stars from WASP data, IBVS No. 5955
[55]Wood P.R., Zarro D.M.: 1981, Helium-shell flashing in low-mass stars and period changes in Mira variables, Astrophysical Journal, 247, 247
[56]WWZ wavelet software: http://www.aavso.org/software-directory/ Csillagászati évkönyv cikkek: (Magyar Csillagászati Egyesület)
[57]Bagoly Zsolt: Gammakitörések - 2005/233
[58]Benkő József-Szabó Róbert: Idősorok az űrből - 2011/207
[59]Csák Balázs-Kiss László-Vinkó József: Kataklizmikus változócsillagok - 2007/231
[60]Horváth István: Gammakitörések - 2012/291
[61]Jurcsik Johanna: Tetten ért csillagfejlődés - 1994/148
[62]Kálmán Béla: A napkutatás új eredményeiből - 2013/185
[63]Kelemen János: Flercsillagok - 1987/2505. FEJEZET
[64]Kiss László: Vörös óriás változócsillagok - 2006/228
[65]Kiss László: Válogatás a változócsillagászat új eredményeiből - 2009/184
[66]Kolláth Zoltán: Káosz a csillagászatban - 1991/112
[67]Kolláth Zoltán-Jean-Philippe Beaulieu: A mikrolencse programok néhány változó- csillagászati eredménye - 1998/167
[68]Kovács Géza: A Nap oszcillációi - 1983/222
[69]Kővári Zsolt: Látjuk-e a csillagok felszínét? - 2004/198
[70]Marik Miklós: Mágneses csillagok - 1981/216
[71]Molnár László: Csillagok a Kepler fényében - 2013/198
[72]Oláh Katalin: A változócsillagok eloszlása a Tejútrendszerben - 1982/208
[73]Oláh Katalin: Csillagfoltok - foltos csilllagok - 1993/132
[74]Paparó Margit: A delta Scuti csillagok - 1986/193
[75]Paragi Zsolt: Mikrokvazárok - 2004/234
[76]Patkós László: Kölcsönható kettőscsillagok - 1981/266
[77]Patkós László: Az RS CVn típusú csillagok - 1984/270
[78]Sódorné Bognár Zsófia: A fehér törpecsillagok világa - 2010/193
[79]Szabados László: Pulzáló változócsillagok - 1977/144
[80]Szabados László: Fizikai változócsillagok kettős rendszerekben - 1983/285
[81]Szabados László-Zsoldos Endre: A cefeidák asztrofizikai és kozmológiai jelentősége - 1985/220
[82]Szabados László: Új eredmények - régi változócsillag-megfigyelésekből - 1993/139
[83]Szabados László: A mikrováltozó-csillagászat és a mega-változócsillagászat felé - 2001/237
[84]Szatmáry Károly: 1986, Pulzáló változócsillagok periódusmeghatározása - 1987/149
[85]Szatmáry Károly: Barna törpecsillagok mint gravitációs lencsék - 1995/154
[86]Szatmáry Károly: Más csillagok bolygóinak felfedezése - 1997/160
[87]Szatmáry Károly: Bolygók más csillagok körül - 2003/204
[88]Vinkó József-Szatmáry Károly-Kaszás Gábor- Kiss László: A csillagok színképe - 1998/204
[89]Vinkó J.-Kiss L.-Sárneczky K.-Fűrész G.-Csák B.-Szatmáry K.: Szupernóvák - 2001/218
[90]Vinkó József: Új típusú szupernóva-robbanások - 2013/210

4. fejezet - Galaktikus csillagászat

A galaxisok igen nagy számú ($10^{10} – 10^{11}$) csillagból álló, óriási ($\sim 10^5$ fényév) méretű csillagrendszerek. Habár a hozzájuk hasonló sziget-univerzumok létezését Immanuel Kant német filozófus már a 18. században felvetette, a galaxisok létének minden kétséget kizáró igazolása Edwin Hubble amerikai megfigyelő csillagász érdeme. Hubble 1920-ban cefeida típusú változócsillagokat azonosított az Androméda-ködben, ezek segítségével meghatározta a köd távolságát. Eredményül 929 ezer fényévet kapott (a jelenlegi ismert, pontos érték 2 millió fényév), ami minden korábbi becslésnél, vagy elképzelésnél jóval nagyobbnak bizonyult. Ezzel bebizonyította, hogy az Androméda-köd nem egyszerűen egy kiterjedt gázfelhő, vagy egy születőben lévő bolygórendszer (mint akkoriban még sokan gondolták), hanem egy hatalmas méretű, csillagok milliárdjaiból álló galaxis. Azóta kiderült, hogy az Androméda-köd egyike a legközelebbi galaxisoknak. Manapság rajta kívül több milliárd galaxis létezésére utaló közvetlen megfigyelési bizonyítékokkal rendelkezünk.

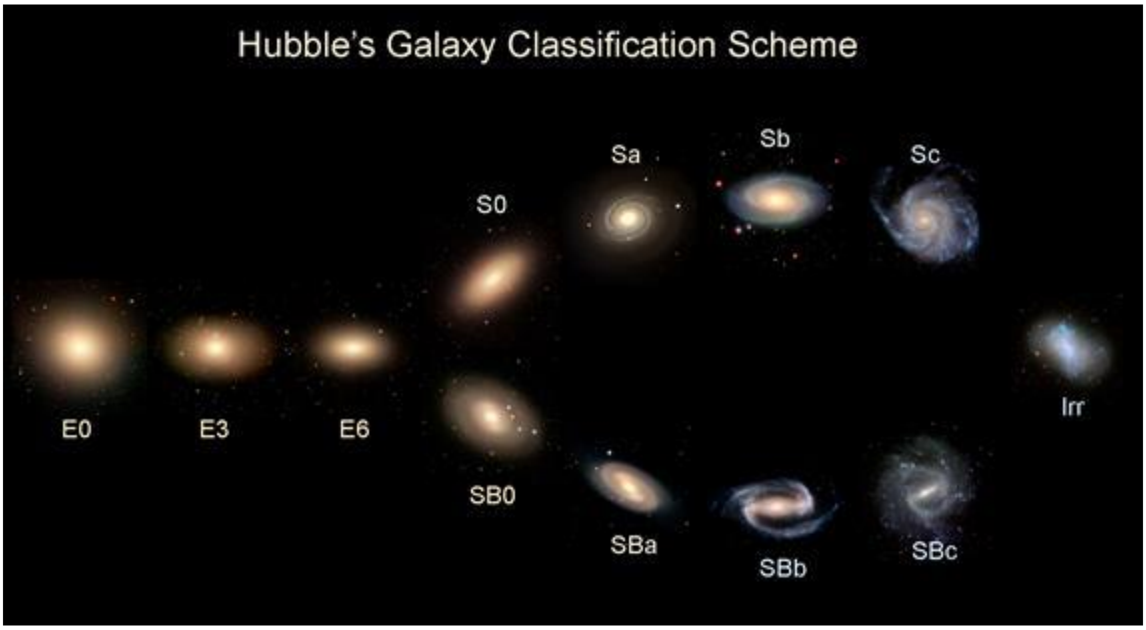
A Nap is egy nagy méretű galaxis, a Tejútrendszer tagja. Ebben a fejezetben röviden áttekintjük a Tejútrendszeren kívüli extragalaxisok jellemzőit, majd a Tejútrendszer morfológiai felépítését és fizikai folyamatait tárgyaljuk.

Szükséges előismeretek, kompetenciák: differenciál- és integrálszámítás, differenciálegyenletek, megfigyelő csillagászat alapfogalmai, klasszikus mechanika mozgásegyenletei, statisztikus fizika alapfogalmai.

Kulcsszavak: galaxis, Tejútrendszer, differenciális rotáció, Oort-konstansok, epiciklus közelítés, sebességdiszperzió, spirálszerkezet, Boltzmann-egyenlet.

1. Extragalaxisok típusai

Az extragalaxisok morfológiai osztályozására az Edwin Hubble alkotta villadiagramot használjuk (4.1.. ábra). Ez a galaxisokat alak szerinti osztályokra és alosztályokra bontja.



A galaxisok Hubble-féle osztályozási sémája (forrás: http://hendrix2.uoregon.edu).

A diagram bal oldalán találhatóak az elliptikus galaxisok. Ezek 8 alosztályba sorolhatók, jelölésük E0-tól E7-ig terjed. Az elliptikus galaxisok körszerű, vagy ellipszoidális alakú formát mutatnak, felületi fényességük folytonosan csökken a centrumtól a szélük felé. Belső struktúrát általában nem mutatnak. Az alosztályt az ellipszis látszó kis- és nagytengelyeinek aránya (b/a) határozza meg:

$$\varepsilon = 10 \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right). \tag{4.1}$$

Azért csak E7-ig megy az osztályozás, mert ε>7 ellipticitást mindeddig nem figyeltek meg.

Az elliptikus galaxisok morfológiai megjelenése homogén osztályt sejtet, azonban ez távolról sincs így. Kiderült, hogy a hasonló alak teljesen különböző csillagrendszereket takarhat. A Hubble-osztályozás például nem ad információt a galaxis valódi méretéről. Kiderült, hogy a „normál" elliptikus galaxisok mellett léteznek „törpe" (dE-), és „óriás" (cD-) galaxisok is. Ezek kialakulása nem mehetett végbe ugyanolyan módon, tehát az elliptikus galaxisok nem homogén fizikai rendszerek. Az viszont közös, általános jellemzőjük, hogy bennük a csillagközi (intersztelláris) anyag mennyisége igen kicsi, ezért legtöbbjükben az új csillagok keletkezése ritka jelenség, inkább valamilyen külső behatás (pl. ütközés) eredményeként mehet végbe. Az elliptikus galaxisok csillagpopulációja ennek megfelelően öregebb, kisebb tömegű, II. populációs csillagokból áll.

A galaxisok másik nagy csoportjába a látványos, görbe karokat mutató spirálgalaxisok tartoznak. Ezek jóval változatosabb formákat mutatnak, mint az elliptikusok. A spirálkarok egy hatalmas korongba rendeződnek, amelynek közepén egy kiterjedt dudor (bulge) található. Az alosztályokat a dudor mérete és a karok feltekeredettsége definiálja. A nagyobb dudor és jobban feltekeredett karok a spirálisok Sa osztályára jellemzőek, ezeknél a dudor és a korong luminozitásának aránya L_{bulge}/L_{disk} ~0,3. Az Sc osztályúakat ezzel szemben nyitottabb karok és kisebb bulge jellemzi, ezekre L_{bulge}/L_{disk} ~0,05.

Külön ágat képeznek azok a spirálisok, melyeknél a karok a dudorból merőlegesen indulnak ki. Ezek a horgas, vagy küllős (barred) spirálgalaxisok, jelölésük SBa – SBc.

A spirálgalaxisok korongjában nagy mennyiségű intersztelláris anyag található, ezért itt intenzív csillagképződés zajlik. A korongban lévő csillagok nagy része I. populációs, azonban találhatunk II. populációs, idősebb csillagokat is. Ezek főleg a központi dudorban és a külső peremvidéken (haló) fordulnak elő nagyobb számban.

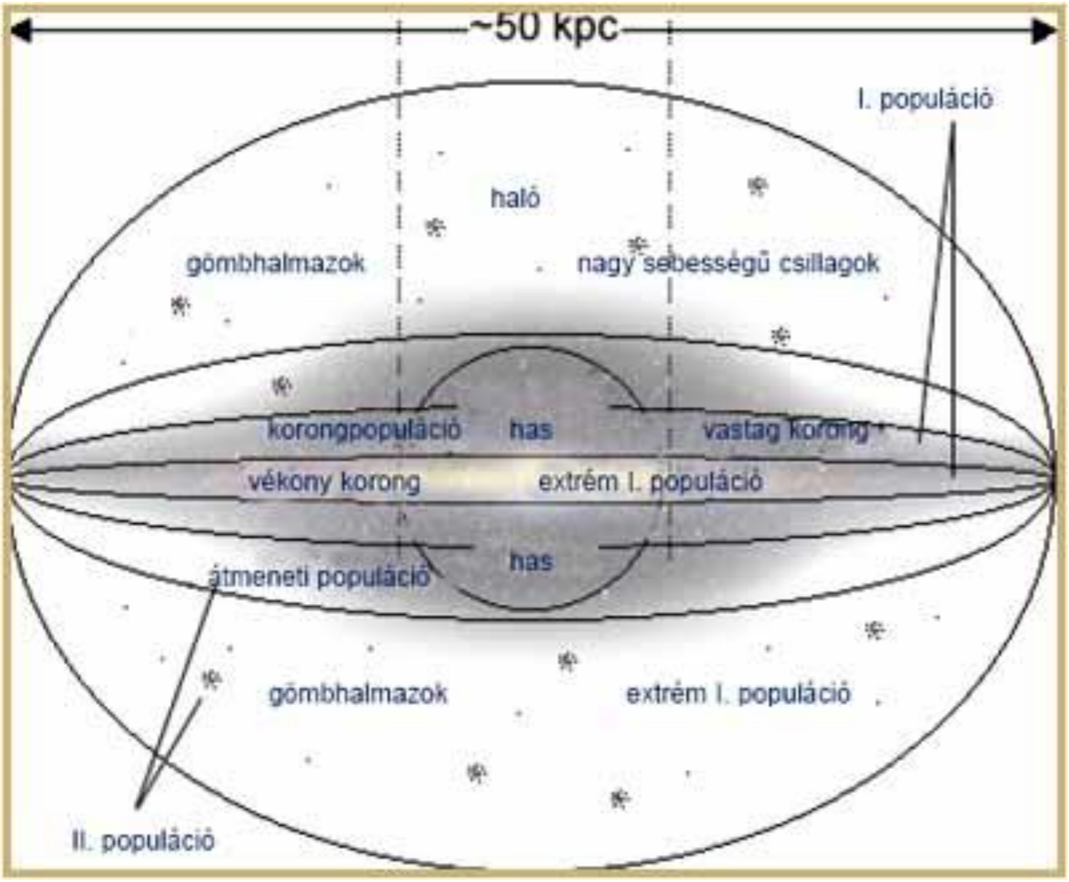
A spirálgalaxisok kevésbé változatos méretűek, mint az elliptikusok. Habár itt is előfordulnak a többségnél nagyobbak (pl. az Androméda-köd kb. kétszer akkora, mint a Tejútrendszer), nincsenek „törpe spirálgalaxisok".

A spirális és elliptikus galaxisok között átmeneti típusként elkülönítik a „lencseszerű" (lentikuláris) galaxisokat is, jelük S0. Ezeknél megfigyelhető a korong jelenléte, de spirális struktúra nem mutatható ki.

A fentieken túl léteznek semmiféle szabályos alakot, vagy struktúrát nem mutató, szabálytalan (irreguláris) galaxisok is. Ezek általában kisebb méretűek, viszonylag kevés csillagot, de relatíve sok intersztelláris anyagot tartalmaznak.

2. A Tejútrendszer szerkezete

A Tejútrendszer SBa/b típusú küllős spirálgalaxis. Nagyságrendileg 100 milliárd csillagot tartalmaz. Átmérője kb. 100 ezer fényév (30 ezer parszek, 30 kpc). Morfológiája három nagyobb alrendszerre bontható (4.2.. ábra).



A Tejútrendszer szerkezete a korongra merőlegesen nézve (forrás: Feltárul a Világegyetem – Természet Világa különszám, www.termeszetvilaga.hu)

Legfeltűnőbb része a lapos korong (diszk), amely a világító anyag túlnyomó többségét tartalmazza. A központi dudor (bulge) gömbszerű tömegeloszlású, itt a csillagsűrűség jóval nagyobb, mint a korongban. A külső peremvidék (haló) kiterjedt, ritka anyageloszlású, ebben az egyedi csillagok száma kicsi. A haló jellemző objektumai a gömbhalmazok.

2.1. Korong (diszk)

A galaktikus korong maga is több további alrendszerből áll. A nagy tömegű, legfiatalabb csillagokat és sok csillagközi anyagot tartalmazó vékony korong vastagsága kb. 150 pc. Itt találhatók a főbb csillagkeltő területek, és ebben rajzolódnak ki a spirálkarok is. A rádiócsillagászati mérésekből hat spirálkar azonosítható, ezek a központtól távolodva a Norma kar, Scutum-Crux kar, Sagittarius-kar, Orion-kar, Perseus-kar, Cygnus-kar. A Spitzer űrtávcső infravörösben végzett méréseiből viszont mindössze két fő spirálkar, a Scutum- és a Perseus-kar azonosítható, a többi inkább a két fő kar fragmentumának tűnik. A Nap az Orion-karban, a Sagittarius- és Perseus-kar között található, kb. 15 pc-re a fősíktól.

A csillagsűrűség a diszkben exponenciálisan csökken, mind a középponttól távolodva, mind a fősíkra merőlegesen. A csillagok számsűrűségét a következő formulával lehet leírni:

$$n(r,z) = 0.02 \cdot \left[\exp(-\frac{z}{0.3\ \mathrm{kpc}}) + \right. \tag{4.2}$$

ahol r a középponttól való távolságot, z a fősíktól való távolságot jelöli, a szögletes zárójelben lévő első tag a vékony korong, a második a vastag korong hozzájárulását adja. Látszik, hogy a vastag koronghoz tartozó csillagsűrűség kb. százada a vékony korongnak, a csillagok eloszlása viszont a fősíktól jóval távolabbra kiterjed, a vastagsága csaknem ötszöröse a vékony korongénak.

A galaxisban a világító anyag jórészt a csillagokban összpontosul, a gravitáló tömeghez azonban hozzájárulhat nem világító (sötét) anyag is. A sötét anyag arányát jellemző paraméter a tömeg-fényesség arány. A vékony korongra ez az arány $M/L \approx 3\,M_\odot/L_\odot$, míg a vastag korongra $M/L \approx 10\,M_\odot/L_\odot$. Ha felhasználjuk a fősorozati csillagokra érvényes tömeg-fényesség relációt, azaz $L/L_\odot = (M/M_\odot)^4$, akkor kifejezhető egy adott tömeg-fényesség arányhoz tartozó átlagos csillagtömeg:

$$\langle M \rangle = \left(\frac{M}{L}\right)^{-1/3} M_\odot. \tag{4.3}$$

Ebből a vékony korongra kb. 0,7 naptömeg, a vastag korongra kb. 0,5 naptömeg adódik. A vastag korong átlagos csillagtömege kisebb, tehát ebben az alrendszerben kisebb a nagy tömegű, fiatal csillagok aránya, dominánsabbak az idősebb, kisebb tömegű csillagok.

A korongban található számos fiatal csillaghalmaz (nyílthalmaz), ezenkívül az intersztelláris gáz és por jelentős része. Az ionizált hidrogént tartalmazó, világító HII-tartományok, valamint a csillagközi por- és molekulafelhők főként a vékony korongban, különösen a spirálkarokban összpontosulnak. A semleges hidrogént tartalmazó HI-felhők is főleg a fősíkban koncentrálódnak, de attól nagyobb távolságra is megfigyelhetők (lásd 4.2.4. fejezet).

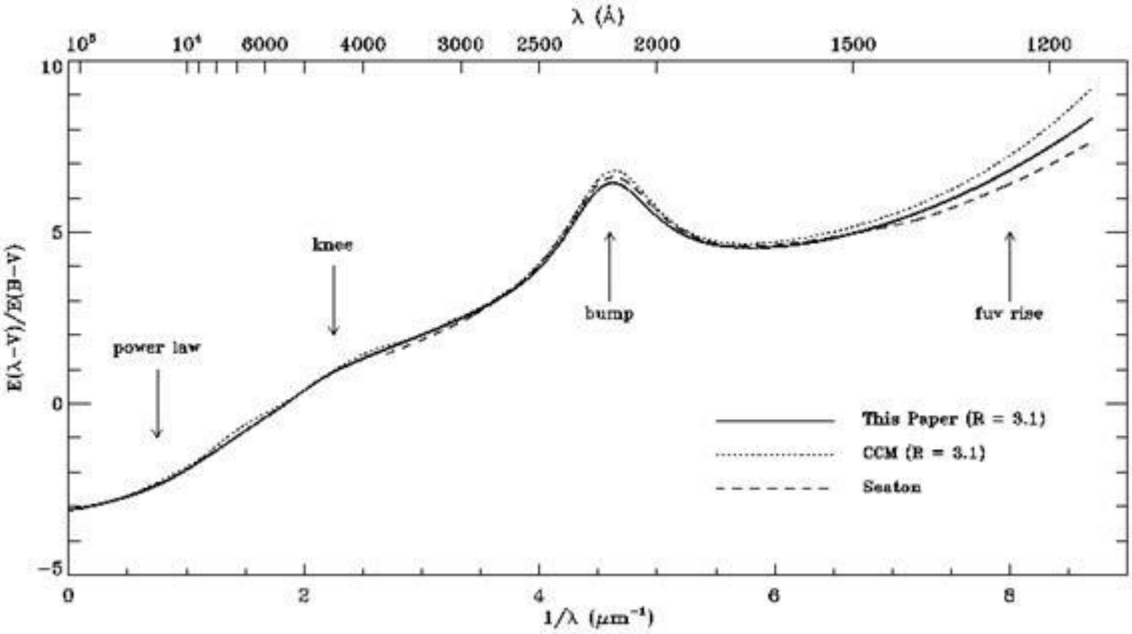
Az intersztelláris gáz és por lényegesen befolyásolja a Tejútrendszer megfigyelhetőségét. A csillagközi port alkotó mikron méretű részecskék elnyelik, ill. szórják az elektromágneses hullámokat, hasonlóan a földi légkör részecskéihez. Emiatt az intersztelláris anyagon keresztülhaladó csillagfény vörösödni fog, mivel a szórás a rövidebb hullámhosszakon erősebb. A vörösödés jellemzésére használt paraméter a magnitúdóban kifejezett színexcesszus:

$$E(B-V) = (B-V) - (B-V)_0 \tag{4.4}$$

ahol ($B-V$) a B és a V színszűrőkkel mért fényesség különbsége magnitúdóban (színindex), a 0 index pedig a csillagközi por nélkül mérhető színindexet jelenti. A V-szűrőben mérhető fényesség csökkenése (extinkció) arányos a színexcesszussal, ez a vörösödési törvény:

$$A_V = V - V_0 = R_V \cdot E(B-V) \tag{4.5}$$

ahol R_V értéke a Tejútrendszerben kb. 3,1. A értéke más hullámhossztartományokra is megadható, ekkor azonban R értéke más lesz. Az R paraméter hullámhosszfüggését megadó függvény az extinkciós görbe (4.3.. ábra). A tapasztalat szerint az intersztelláris extinkció rövidebb hullámhosszakon (tehát a kék és ultraibolya tartományon) sokkal erősebb, mint a vörös és infravörös tartományon.



Normalizált csillagközi extinkciós görbék a távoli infravöröstől az UV-tartományig (Fitzpatrick, 1999)

2.2. Központi dudor (bulge)

A központi dudor kb. 2000 pc átmérőjű. Tömege és fényessége kb. ötöde a korongénak. A dudor tanulmányozását megnehezíti a központ irányában erős intersztelláris anyag okozta fényelnyelés és -szórás (extinkció), de a távoli-infravörös mérésekből megállapítható, hogy a dudor lapult, a fősík irányában kiterjedtebb. A kis- és nagytengelyek aránya kb. 0,6, ezzel egy E4 osztályú törpe elliptikus galaxisra emlékeztet.

Az elliptikus galaxisokkal való analógiát erősíti a bulge fényességeloszlása is, amely a központtól távolodva a de Vauceuleours-profilt követi:

$$\log \frac{I(r)}{I_e} = -3,33 \left[\left(\frac{r}{r_e} \right)^{1/4} - 1 \right] \tag{4.6}$$

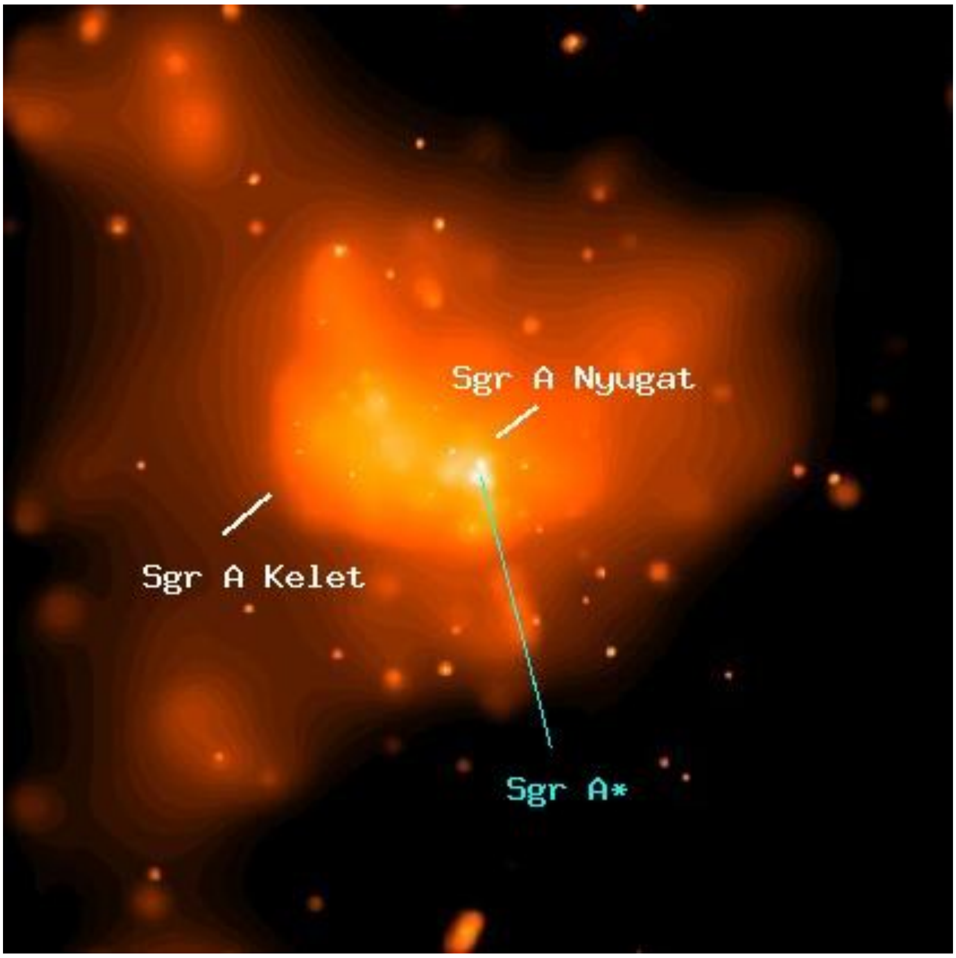
ahol I a felületi fényesség (1 négyzetívmásodpercről érkező intenzitás), r_e az effektív sugár (kb. 700 pc), amelyen belülről az összfényesség fele érkezik, I_e a felületi fényesség az effektív sugárnál. Ehhez teljesen hasonló fényességeloszlást mutatnak az elliptikus galaxisok is.

A dudorban nincs jelentős csillagképződés, ezért jobbára idősebb, II. populációs csillagokból áll. Kémiailag azonban nem tekinthető homogén összetételűnek, mivel a Naphoz képest fémekben jóval szegényebb és jóval gazdagabb csillagok egyaránt találhatók benne. Ez arra utal, hogy a bulge csillagai nem egyidőben, egyazon anyagfelhőből keletkeztek, nem alkotnak homogén populációt.

2.3. Galaktikus centrum

A bulge középponti vidéke, a galaktikus centrum, a Naptól kb. 8500 pc távolságra helyezkedik el. A sűrű porfelhők miatt optikai tartományban nem látható, ezért tanulmányozása csak a rádió/infravörös-, illetve a röntgen/gamma-tartományban lehetséges.

A centrális régióban vörös óriáscsillagok sűrű halmaza található, melynek tömeg-fényesség aránya kb. 1 $M_\odot/L_\odot$. A centrum körüli 8 pc sugarú környezetben található a Sagittarius A-komplexum (4.4.. ábra). Ennek legkiterjedtebb része egy korong alakú molekulafelhő, amelynek belsejében egy kb. 2 pc sugarú üreg található. Az üregben helyezkedik el a Sgr A-Kelet nevű fiatal (max. 5000 éves) szupernóva-maradvány, valamint a Sgr A-Nyugat elnevezésű spirál alakú HII-régió. A Sgr A-Nyugat középpontjában található a Sgr A* jelű, hatalmas luminozitású pontszerű rádióforrás. A Sgr A* lágy és kemény röntgensugárzást is kibocsát, luminozitása messze felülmúlja a legfényesebb csillagok sugárzását. A luminozitás időbeli változásából és a nagy felbontású rádiómegfigyelésekből megállapítható, hogy a forrás mérete 20 csillagászati egységnél kisebb. A közeli csillagok keringési sebességeiből kiszámítható, hogy a Sgr A* tömege kb. 4 millió naptömeg. Ebből, valamint az objektum méretéből következik, hogy a Sgr A* csakis fekete lyuk lehet.



A Tejútrendszer centrumában lévő Sagittarius A-komplexum (benne a Sagittarius A* központi fekete lyukkal) a Chandra-röntgenűrtávcső felvételén (forrás: www.nasa.gov)

Egy fekete lyuk külső megfigyelő által látható méretét az eseményhorizont sugara adja meg:

$$R = \frac{2G}{c^2}M \qquad (4.7)$$

ahol M a tömeg, c a fénysebesség. 4 millió naptömegre R = 16 napsugár adódik, ami konzisztens a rádiómérésekből származó felső korláttal. Az erős rádió- és röntgensugárzás a fekete lyukba hulló anyag gravitációs energiájából származik (akkréciós luminozitás, lásd 2.5.3. fejezet).

2.4. Peremvidék (haló)

A Tejútrendszer peremvidékének legfeltűnőbb objektumai a gömbhalmazok. Ezek a kb. 10 ezer - 50 millió közti csillagot tartalmazó, nagyon sűrű, gömb alakú csillaghalmazok a Tejútrendszer és az egész Univerzum legidősebb képződményei közé tartoznak. A legöregebb gömbhalmazok kb. 12 milliárd évesek. A Tejútrendszerben 158 gömbhalmazt ismerünk, más galaxisok körül viszont több százat, sőt több ezret is találhatunk.

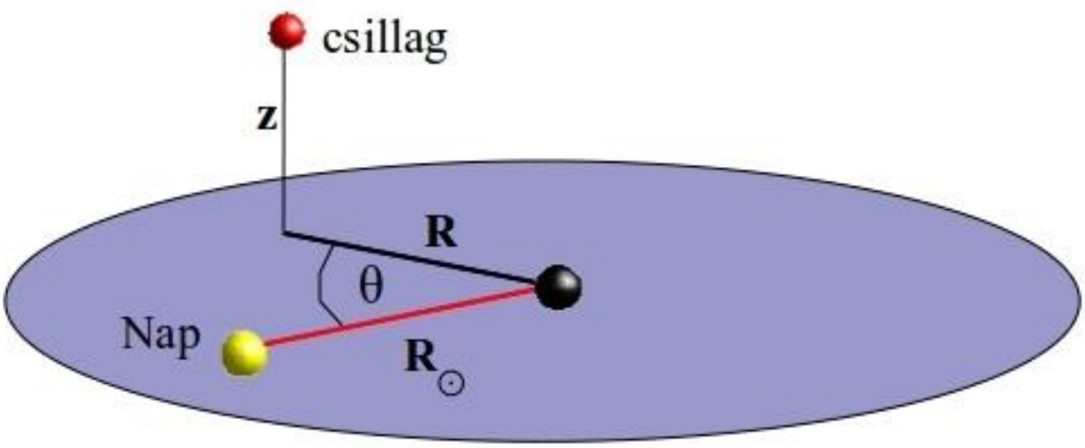
A gömbhalmazok csillagai kis tömegű, idős, II. populációs objektumok. Fősorozati csillagot viszonylag keveset tartalmaznak, a fényesebb csillagok többsége vörös óriáscsillag, vagy a horizontális ágon tartózkodó, He-égető csillag (lásd 2.3. fejezet). Ez utóbbi állapotban találhatóak az RR Lyrae típusú pulzáló változócsillagok, amelyeknek tudománytörténeti jelentősége is van. Ezek segítségével mérte meg a 20. század elején Harlow Shapley a gömbhalmazok távolságát, és állapította meg elsőként a Tejútrendszer óriási méretét.

A gömbhalmazok szferikus térbeli eloszlást mutatnak a Tejútrendszer középpontja körül. A távolabbiak idősebbek és fémszegényebbek ($-2<$ [Fe/H] <-1), míg a közelebbiek fiatalabbak és fémgazdagabbak ($-1<$ [Fe/H] <0). A gömbhalmazok közötti térben számos mezőcsillag kering nagy sebességgel a Tejútrendszer középpontja körül, ezek térbeli sűrűsége azonban nagyságrendekkel kisebb, mint a korong, vagy a bulge csillagsűrűsége. A halóban nagy sebességel mozgó semleges hidrogénfelhők is találhatóak. Ezek a távoli, nagy sebességgel mozgó HI-felhők feltehetően a fősíkból származnak, talán szupernóva-robbanások, esetleg törpegalaxisokkal való gravitációs kölcsönhatás miatt dobódhattak ki a fősíkból.

A külső csillagok és hidrogénfelhők mozgása nem egyeztethető össze a gravitációs törvénnyel, ha csak a világító anyag tömegével számolunk. Az ellentmondás akkor oldható fel, ha feltesszük, hogy a haló nagy mennyiségű nem világító, sötét anyagot tartalmaz. Ennek össztömege akár egy nagyságrenddel meghaladhatja a világító anyag kb. 100 milliárd naptömegre becsülhető össztömegét.

3. Galaktikus kinematika

A Tejútrendszer anyaga a galaxis középpontja körül keringő mozgást végez. Ennek eredménye a galaxis lapos, korongszerű alakja. A keringés kinematikai leírásához használjunk olyan hengerkoordináta-rendszert, amelynek origója a Tejútrendszer centruma, alapsíkja a galaxis fősíkja, alapiránya pedig a centrumtól a Nap felé mutat (4.5.. ábra). Ebben a koordináta-rendszerben egy tetszőleges csillag koordinátái (R,θ,z), a sebességvektorának koordinátái pedig rendre ($\Pi=dR/dt,\Theta=R\cdot\ d\theta/dt,Z=dz/dt$).



A galaktikus kinematika leírásához használt koordináta-rendszer (részletek a szövegben).

3.1. A Nap mozgása

A Nap nem teljesen körpályán és nem egyenletesen kering a galaxis centruma körül. Ezért a mozgások viszonyítási pontjaként nem a Napot, hanem a Lokális Nyugalmi Pontot (Local Standard of Rest, LSR) használjuk. Az LSR az a fiktív pont, amely egy kezdő időpontban megegyezik a Nap pozíciójával, azután pedig egyenletes körmozgást végez a Tejútrendszer centruma körül. Az LSR sebességkomponensei tehát rendre $\Pi=0,\Theta=\Theta_0,Z=0$.

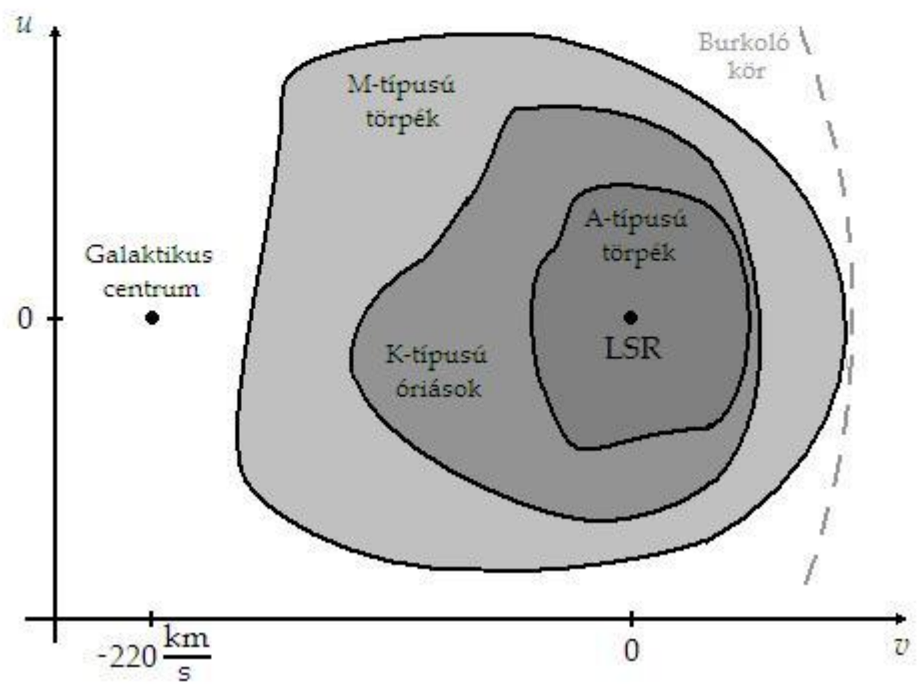
Pekuliáris sebességnek nevezzük egy csillag (pl. a Nap) relatív sebességét az LSR-hez képest: $(u,v,w)=(\Pi-0,\Theta-\Theta_0,Z-0)$. A pekuliáris sebességek általában nem nullák, mivel a csillagok nem kör, hanem közelítőleg ellipszis alakú pályákon keringenek.

Mivel a Nap körüli csillagok pekuliáris sebességeinek eloszlása véletlenszerű, egyszerűen belátható, hogy ilyen csillagokra átlagolva $\langle u\rangle=0$ és $\langle w\rangle=0$ adódik. Ennek oka az, hogy a galaxis tengelyszimmetrikus anyageloszlású, így a Nappal együtt keringő csillagok száma a Nap „előtt” (a keringés irányában), ill. „mögött” kb. ugyanannyi. Hasonlóan egyforma a csillagsűrűség a fősík két oldalán, a Nap „fölött” és „alatt”.

A centrum (sugár-) irányú anyageloszlás a Nap környezetében azonban nem szimmetrikus. A centrum irányába a csillagsűrűség exponenciálisan nő, míg a periféria irányába ugyanígy csökken (4.2. egyenlet). Emiatt a v komponens átlagolásánál sokkal több olyan csillagunk lesz, melyek keringésük során a Napnál jobban megközelítik a centrumot, vagyis a Nap környezetében éppen a pályájuk apocentrumában tartózkodnak. Az ilyen csillagok keringési sebessége a kisebb a körsebességnél, tehát pekuliáris sebességük negatív. Sok csillag átlagsebességét képezve $\langle v\rangle<0$ adódik.

Egy tetszőleges csillag heliocentrikus sebessége egyszerűen $(\Delta u,\ \Delta v,\ \Delta w)\ =\ (u-u_\odot,\ v-v_\odot,\ w-w_\odot)$. A Nap sebességét ugyan közvetlenül nem ismerjük, de a fenti átlagsebességek ismeretében kiszámolhatjuk. A heliocentrikus sebességek átlagai ugyanis a fentiek értelmében: $\langle\Delta u\rangle\ =\ \langle u\rangle-u_\odot=-u_\odot$, $\langle\Delta v\rangle=\langle v\rangle-v_\odot$ és $\langle\Delta w\rangle\ =\ \langle w\rangle-w_\odot=-w_\odot$. A Nap u és w komponensének meghatározása tehát egyszerű, mindkettő az átlagsebességek méréséből közvetlenül adódik.

A v komponens meghatározásához kihasználjuk azt a felismerést, hogy $\langle v\rangle=C\cdot\langle u^2\rangle$, vagyis az érintő irányú átlagsebesség egyenesen arányos az u komponens négyzetének átlagával, azaz u szórásnégyzetével (aszimmetrikus sebességdrift, Strömberg-reláció). Ennek értelmében a Nap érintő irányú sebességkomponense $v_\odot=\langle v\rangle-\langle\Delta v\rangle=C\langle u^2\rangle-\langle\Delta v\rangle$. A mérések alapján $u_\odot=-9\ \mathrm{km/s},\ v_\odot=12\ \mathrm{km/s},\ w_\odot=7\ \mathrm{km/s}$. A Nap tehát a keringés során lassan a centrum irányába sodródik, a körsebességhez képest kissé előresiet, és a fősíktól északra távolodik. A teljes pekuliáris sebességvektor abszolút értéke 16,5 km/s, iránya a Herkules csillagkép felé mutat.



A Nap közelében lévő csillagok pekuliáris sebességeinek eloszlása az (u,v) koordináta-rendszerben

A fentiek értelmében a Nap közelében lévő csillagok pekuliáris sebességeinek eloszlása az (u,v) koordináta-rendszerben ábrázolva egy $v<0$ középpontú ellipszoidot ad (4.6.. ábra). A sebességellipszoid centruma attól függ, hogy milyen fajta csillagokat átlagolunk. Fiatal csillagokra, amelyek még nem távolodtak el nagyon születési helyüktől, az ellipszoid centruma közel 0-nál van. Egyre távolabbi, és egyre idősebb csillagok használatával a sebesség-ellipszoidok centruma egyre negatívabb sebességek felé tolódik. Végül a galaktikus haló csillagainak sebességeloszlása körszimmetrikus lesz, ennek középpontja kb. –220 km/s-nál van. Mivel a halócsillagok a centrum körül gömbszimmetrikus eloszlást mutatnak, a sebességeloszlásuk középértéke megfelel a LSR körsebességének a galaktikus centrum körül. Ennek alapján az LSR körsebessége Θ_0=220 km/s. A Nap centrum körüli keringési idejére $P_\odot = 2\pi R_{GC}/\Theta_0 \approx 237$ millió év adódik (R_{GC}=8,5 kpc a Nap távolsága a galaktikus centrumtól).

3.2. Differenciális rotáció, Oort-konstansok

A csillagok keringési sebessége a centrumtól mért távolságtól függ; ez a jelenség a differenciális rotáció. Mivel a Föld a Nappal együtt szintén a centrum körül kering, a differenciális rotáció kimutatása és mérése nem triviális.

Vizsgáljuk meg egy olyan csillag mozgását, amely a Naptól d távolságra helyezkedik el, a galaxis centrumától pedig l szögtávolságra látszik! A 4.7.. ábrán látható geometriai konfigurációból a csillag LSR-hez viszonyított radiális és tangenciális sebességkomponensei

$$\begin{aligned} v_r &= \Omega R \cos\alpha - \Omega_0 R_0 \sin l = \\ v_t &= \Omega R \sin\alpha - \Omega_0 R_0 \cos l = \end{aligned}$$

ahol *Ω=Θ/R* a csillag keringési szögsebessége, R a csillag távolsága a centrumtól, a 0 index pedig a Nap fizikai mennyiségeit jelöli.

A szögsebesség Taylor-sorából $\Omega(R) = \Omega_0 + (d\Omega/dR)_{R_0} \cdot (R - R_0) + \cdots$, ebből adódik, hogy

$$\Omega - \Omega_0 \approx \left(\frac{d\Omega}{dR}\right)_{R_0} \cdot (R - R_0) = \qquad (4.9)$$

ahol kihasználtuk hogy $R \gg d, R - R_0 \approx -d \cos l$.

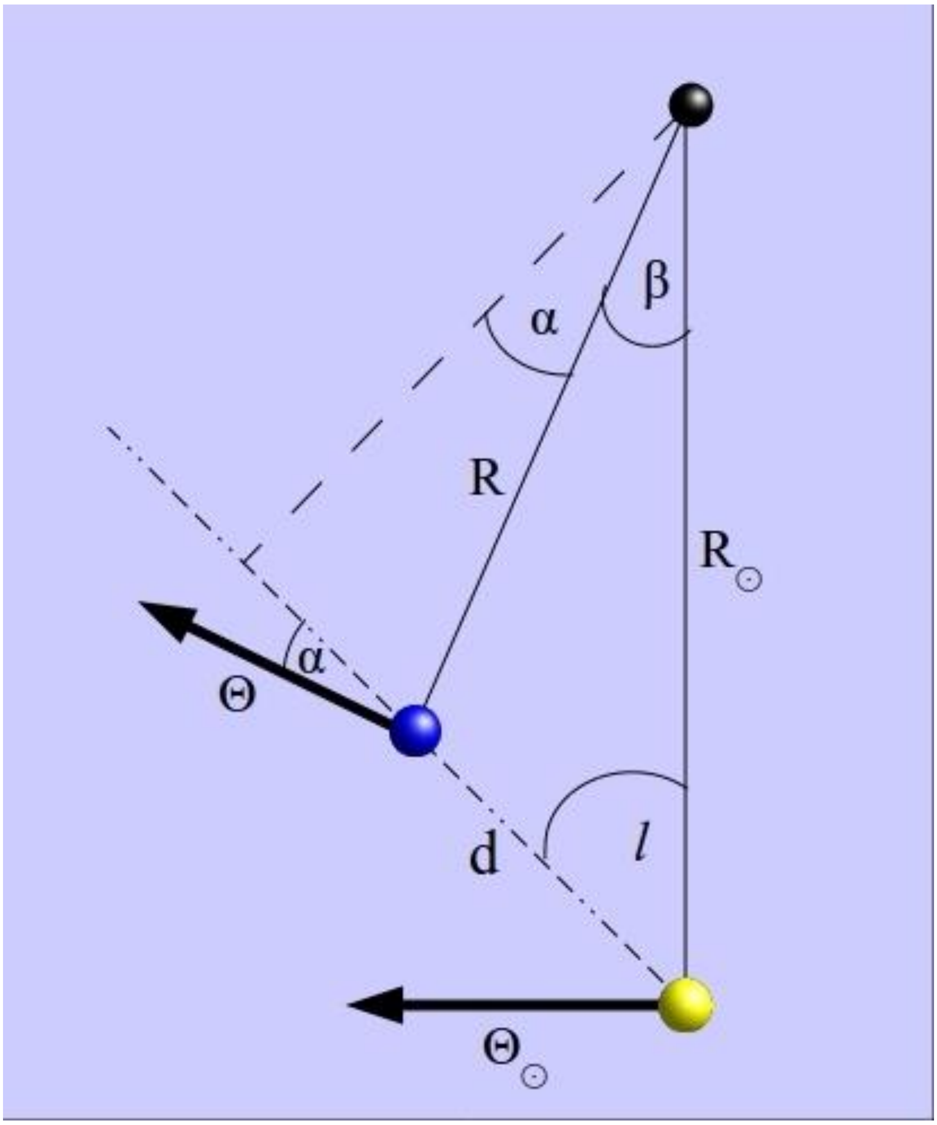
Vezessük be az $A = -(1/2)[(d\Theta/dR)_{R_0} - \Theta_0/R_0)$ jelű 1. Oort-konstanst. Az Oort-konstanssal kifejezve a csillag heliocentrikus radiális sebességkomponense

$$v_r = d \cdot A \sin 2l. \qquad (4.10)$$

Teljesen hasonló gondolatmenettel és geometriai azonosságok felhasználásával a tangenciális sebességkomponens

$$v_t = d \cdot (A \cos 2l + B), \qquad (4.11)$$

ahol $B = -(1/2)[(d\Theta/dR)_{R_0} + \Theta_0/R_0)$, a 2. Oort-konstans.



Egy csillag mozgása a Lokális Nyugalmi Ponthoz (LSR) viszonyítva (részletek a szövegben).

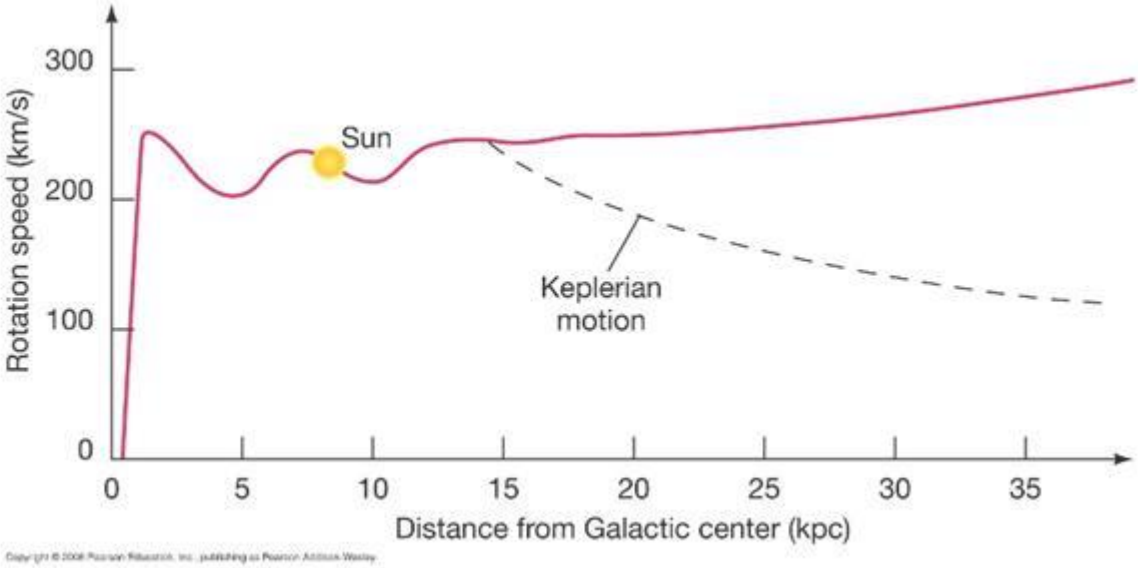
Az Oort-konstansok segítségével egyszerűen kifejezhető a Nap (pontosabban az LSR) szögsebessége: $\Omega_0 = (\Theta/R_0) = A - B$. Az Oort-konstansok mérhető mennyiségek, értékeik A = 14,4 km/s/kpc és B = –12,0 km/s/kpc.

3.3. A Tejútrendszer rotációs görbéje

Kellően sok csillag radiális sebességének méréséből, a d távolságok ismeretében megszerkeszthető a Tejútrendszer szögsebessége a centrumtól mért R távolság függvényében. Adott d távolságú és l galaktikus hosszúságú csillagra (5001r4.8) alapján:

$$\Omega(R) = \Omega_0 + \frac{v_r}{R_0 \sin l}, \qquad (4.12)$$

ahol $R = R_0^2 + d^2 - 2R_0 d \cos l$. A *Θ=R· Ω* összefüggés felhasználásával így megkaphatjuk a Tejútrendszer rotációs görbéjét (4.8.. ábra).



A Tejútrendszer megfigyelt (piros görbe) és a csillageloszlás alapján várt rotációs görbéje (szaggatott vonal). Az eltérés oka nagy valószínűséggel sötét anyag jelenléte lehet (⌡©008, Pearson Education, Inc.; http://physics.uoregon.edu).

A tapasztalat alapján a Tejútrendszer (és sok más spirálgalaxis) rotációs görbéje két fő szakaszra bontható: a belső, centrumhoz közeli szakaszon $\Theta \sim R$, azaz Ω = konstans, tehát a forgás állandó szögsebességű, merev test-szerű. Ez azonban a központi fekete lyuk, a Sgr A* közvetlen környezetében nem érvényes. Ott a fekete lyuk gravitációs ereje dominál, ezért a csillagok Kepler-pályákon keringenek, keringési sebességük a fekete lyuktól távolodva csökken, csakúgy, mint a Naprendszer bolygói esetében.

A centrumtól 2 - 3 kpc -nél távolabb a rotációs görbe ellaposodik: Θ kb. állandó. A gravitációs törvény értelmében ez csakis úgy lehetséges, hogy a gravitáló tömeg sűrűsége $1/R^2$ szerint csökken a centrumtól távolodva. Ez szöges ellentétben áll a csillagszámlálásokból tapasztalható exponenciális eloszlással (4.2 egyenlet). A galaxisok lapos rotációs görbéje arra utal, hogy a galaxisokban jelentős mennyiségű, nem világító, sötét anyag található, amely csak a gravitációs kölcsönhatásban vesz részt.

4. Galaktikus dinamika

4.1. A Galaxis gravitációs tere

Általános esetben egy tetszőleges tömegeloszlás gravitációs potenciálterét a Poisson-egyenlet megoldása adja:

$$\triangle\Phi(\mathbf{r}) = 4\pi G\rho(\mathbf{r}) \tag{4.13}$$

ahol ρ a tömegsűrűség, $\triangle$ pedig a Laplace-operátor.

(80004.13) általános megoldása:

$$\Phi(\mathbf{r}) = -G\int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|} d\mathbf{r}' \tag{4.14}$$

ahol V a tömegeloszlás teljes térfogatát jelenti, az r’ vektor pedig végigfut minden olyan ponton, ahol a sűrűség nem nulla.

A gravitációs térerősség a potenciál negatív gradiense lesz:

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi(\mathbf{r}) = -G\int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}'-\mathbf{r}|^3}(\mathbf{r}' \tag{4.15}$$

Ha a Tejútrendszerben a $\rho(\mathbf{r})$ függvény ismert lenne, az (80004.14) és (80004.15) egyenletekből elvileg meghatározhatnánk a potenciált és a térerősséget is minden pontban. A gyakorlatban azonban ez szinte lehetetlen, mivel a Tejútrendszer, vagy bármely galaxis tömegeloszlásáról csak nagyon közelítő becslésekkel rendelkezünk. Ezért általában további megfontolásokra van szükség.

Mivel a Tejútrendszer milliárd éves időskálán stabil képződmény, gravitációs terét jó közelítéssel időben állandónak tekinthetjük. A tapasztalat szerint a korongot alkotó csillagok és gázfelhők a középpont körül keringő mozgást végeznek (4.3. fejezet). Ezért a Tejútrendszer gravitációs terét a korongra merőlegesen álló forgástengelyre szimmetrikusnak tételezzük fel. A forgásszimmetria miatt a gavitációs erő és a potenciál csak a középponttól mért R távolságtól és a fősíktól mért z távolságtól függ.

4.2. Mozgás tengelyszimmetrikus gravitációs térben

Vizsgáljuk meg a tömegpontnak tekintett csillagok mozgását a Tejútrendszer tengelyszimmetrikus gravitációs terében! Egy tetszőleges m tömegű csillag mozgásegyenlete:

$$\ddot{\mathbf{r}} \;=\; -\nabla\Phi \;=\; -\frac{\partial\Phi}{\partial R}\mathbf{e_R} - \frac{\partial\Phi}{\partial z}\mathbf{e_z}, \tag{4.16}$$

ahol r a csillag helyvektora a középponttól mint origótól számítva, $\Phi(R,z)$ a gravitációs potenciál. A helyvektor időderiváltjának hengerkoordináta-rendszerben kifejezett alakját felhasználva a mozgásegyenlet három komponense így alakul:

$$\begin{aligned} \ddot{R} - R\dot{\phi}^2 &= -\frac{\partial\Phi}{\partial R} \\ \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial t}(R^2\dot{\phi}) &= 0 \\ \ddot{z} &= -\frac{\partial\Phi}{\partial z}. \end{aligned}$$

(9001r4.19) első integrálja $L_z = mR^2\dot{\phi}$, a z-irányú impulzusmomentum. Legyen $l_z = L_z/m$, a tömegegységre vonatkozó impulzusmomentum. Ezzel (9001r4.19) a következő alakot ölti:

$$\ddot{R} = -\frac{\partial\Phi}{\partial R} + \frac{l_z^2}{R^3}. \tag{4.20}$$

Vezessük be az effektív potenciált a következő definícióval:

$$\Phi_{eff} \;=\; \Phi + \frac{l_z^2}{2R^2}. \tag{4.21}$$

A 9001r4.19 egyenlet így a következő formába írható át:

$$\begin{aligned} \ddot{R} &= -\frac{\partial\Phi_{eff}}{\partial R} \\ \ddot{z} &= -\frac{\partial\Phi_{eff}}{\partial z}. \end{aligned}$$

Az effektív potenciálnak minimuma van a z=0 fősíkban lévő körpályán történő keringés esetén. Valóban, a $\partial\Phi_{eff}/\partial R$=0 egyenlet megoldásából $\partial\Phi = R\cdot\dot{\phi}^2$ adódik, ami a körmozgás egyenlete ($\dot{\phi}$ a szögsebesség).

Jelöljük a körpálya sugarát R_m-mel, és fejtsük Taylor-sorba Φ_{eff}-t minimumhelye (azaz R=R_m és z=0) körül:

$$\Phi_{eff} \;=\; \Phi_{min} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\Phi_{eff}}{\partial R^2}\right)_{R_m} \cdot (\tag{4.24}$$

mert az elsőrendű deriváltak a minimumhelyen 0-t adnak, a másodrendű vegyes derivált pedig a függvény alakja miatt esik ki. Az effektív potenciál tehát a másodrendű tagokig bezárólag a következő alakba írható:

$$\Phi_{eff} \;\approx\; \Phi_{min} + \frac{1}{2}\kappa^2 x^2 + \frac{1}{2}\nu^2 z^2, \tag{4.25}$$

ahol x=R−R_m, a másodrendű deriváltakat pedig κ^2, ν^2-tel jelöltük. Ezzel a (9002r4.23) mozgásegyenletek a következő alakot öltik:

$$\ddot{x} \;=\; -\kappa^2 x \qquad \ddot{z} \;=\; -\nu^2 z\;, \tag{4.26}$$

ami a harmonikus rezgőmozgás egyenlete x-re és z-re is. Tehát a csillag mozgása két egymásra merőleges irányú harmonikus rezgés szuperpozíciójából áll elő. κ,ν szokásos elnevezése: epiciklus frekvencia. (90004.26) megoldásai:

$$\begin{aligned} x(t) \;&=\; R - R_m = A_R \sin \kappa t \\ z(t) \;&=\; A_z \sin(\nu t + \zeta), \end{aligned}$$

Látható, hogy a csillag keringése során mind a pálya központtól mért R sugara, mind a fősíktól való z távolsága oszcillál. A kétféle oszcilláció közti fáziskülönbséget jelöli ζ.

A keringés szögsebessége a definíció alapján:

$$\dot{\phi} \;=\; \frac{l_z}{R^2(t)} \;\approx\; \frac{l_z}{R_m^2}(1 - 2\frac{x}{R_m}). \tag{4.29}$$

ahol kihasználtuk, hogy $x \ll R_m$. A fenti egyenlet integrálásával kaphatjuk a csillag időfüggő szögkoordinátáját:

$$\phi(t) \;=\; \phi_0 + \frac{l_z}{R_m^2} \cdot t + \frac{2l_z}{R_m^3}\frac{A_R}{\kappa}\cos \tag{4.30}$$

Ha $\Omega = l_z/R_m^2$ a körpályán való keringés körfrekvenciája, adódik:

$$\phi(t) \;=\; \phi_0 + \Omega \cdot t + \frac{2}{R_m}\frac{\Omega}{\kappa} A_R \cos \tag{4.31}$$

Látható, hogy a szögkoordináta nem egyenletesen változik, mint tiszta körmozgás esetén, hanem a szögsebesség az epiciklus frekvenciával oszcillál az egyenletes körmozgás szögsebessége körül. A csillag tehát időnként „siet”, időnként „késik” a körpályán történő mozgáshoz képest.

Az epiciklus frekvencia egyszerűen kifejezhető a fentebb definiált Oort-konstansokkal. A definíciók felhasználásával adódik, hogy κ^2=−4B· (A−B). A Napra κ_0≈35.6 km/s/kpc. Mivel az LSR szögsebessége Ω_0=A−B, a kettő aránya:

$$\frac{\kappa_0}{\Omega_0} = \frac{-2 \cdot \sqrt{B(A-B)}}{A-B} = -2 \cdot \sqrt{} \qquad (4.32)$$

Mivel a kétféle körfrekvencia aránya nem egész szám, a pálya egy keringés során nem lesz zárt görbe.

4.3. Sebességdiszperzió

Definíció szerint egy csillag pekuliáris sebességén az LSR mozgásához viszonyított sebességet értjük (lásd 4.3.1. fejezet). Mivel az LSR körpályán kering, a 4.4. fejezet jelöléseivel egy csillag érintő irányú (tangenciális) pekuliáris sebességkomponense a következő lesz:

$$v = R \cdot \dot{\phi} - R_0 \Omega_0 \qquad (4.33)$$

ahol R_0, Ω_0 az LSR pályasugara és keringési szögsebessége.

Vizsgáljuk meg a Naphoz közeli csillagok pekuliáris sebességeinek eloszlását! Mivel ezek R koordinátája jó közelítéssel megegyezik az LSR pályasugarával, (90004.29) felhasználásával:

$$v \approx R_0(\dot{\phi} - \Omega_0) = R_0[\Omega - 2(\Omega/ \qquad (4.34)$$

A szögsebesség Taylor-sorából kifejezhető, hogy

$$\Omega - \Omega_0 = \left(\frac{\partial \Omega}{\partial R}\right)_{R_0} \cdot (R_m - R_0) \qquad (4.35)$$

Ezt beírva a (4.34) egyenletbe, a pekuliáris sebesség kifejezésére adódik:

$$v \approx -R_0 \cdot x \cdot \left(\frac{\partial \Omega}{\partial R}\right)_{R_0} - 2R_0 \cdot x \qquad (4.36)$$

A 4.3.2. fejezetben láttuk, hogy $\Omega_0 = A - B$ és $R_0(\partial\Omega/\partial R) = -2A$. Ezeket felhasználva végül a pekuliáris sebesség kifejezése

$$v \approx 2B \cdot x \qquad (4.37)$$

lesz. Látszik, hogy a pekuliáris sebesség első rendben a körpályától való eltéréstől (x) lineárisan függ.

Sebességdiszperzió alatt a pekuliáris sebességek átlagtól való eltérésének négyzetét értjük. Mivel B konstans, (4.37) alapján $\langle v^2 \rangle = \langle (v - \langle v \rangle)^2 \rangle = 4B^2 \langle x^2 \rangle$. (???) felhasználásával $\langle x^2 \rangle = A_R^2 \langle \sin^2 \kappa t \rangle = A_R^2/2$, ennek idő szerinti deriválásából pedig $\langle u^2 \rangle = A_R^2 \kappa^2 \langle \cos^2 \kappa t \rangle = A_R^2 \kappa^2/2$ adódik. Mindezeket behelyettesítve a (4.37) egyenletbe, végül a

$$\langle v^2 \rangle = 4B^2 \frac{\langle u^2 \rangle}{\kappa^2} = \frac{4B^2}{-4B(A-B)} \langle \qquad (4.38)$$

kifejezést kapjuk. Mivel a 4.3.2. fejezetben szereplő adatok alapján $-B/(A-B) < 1$, ezért $\langle v^2 \rangle < \langle u^2 \rangle$, vagyis a Tejútrendszerben a sebességdiszperziók aszimmetrikusak: a radiális irányú pekuliáris sebességek négyzetes eloszlása nagyobb tartományra terjed ki, mint a tangenciális irányú sebességnégyzetek eloszlása.

4.4. A spirálszerkezet

A 4.4.2. fejezetben láttuk, hogy a galaxis tengelyszimmetrikus gravitációs terében az individuális csillagpályák a következő egyenletekkel írhatók le:

$$\begin{aligned} R(t) &= R_m + A_R \sin \kappa t \\ \phi(t) &= \phi_0 + \Omega t + 2\frac{\Omega}{\kappa}\frac{A_R}{R_m}\cos \kappa t \end{aligned}$$

(a z-irányú mozgást most hanyagoljuk el)

.

Vezessünk be egy forgó koordináta-rendszert, melynek szögsebessége legyen Ω_p! Ebben kifejezve a szögkoordinátát, az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\phi' = \phi(t) - \Omega_p t \;=\; \phi_0 + (\Omega - \Omega_p)t \tag{4.41}$$

Vizsgáljuk először azt a tartományt, ahol $\Omega=\Omega_p$. Ez a korotációs zóna. Ekkor (4.41) jobb oldalán a 2. tag kiesik, tehát a szögkoordináta a ϕ_0 konstans körül κ körfrekvenciával oszcillál. Ez megfelel a 4.4.2. fejezetben tárgyalt epicikluson történő mozgásnak, de együttforgó koordináta-rendszerben szemlélve.

Tekintsük most azt a tartományt, ahol teljesül, hogy $\Omega-\Omega_p=(n/m)\kappa$, ahol n és m egész számok (belső Lindblad-rezonancia)! Ekkor a (4.41) jobb oldalán a 3. tag lesz elhanyagolható a 2. mellett, így:

$$\phi' \;\approx\; \phi_0 + \frac{n}{m}\kappa t \tag{4.42}$$

Az itt kialakuló mozgáskép szemléltetésére fejezzük ki (4.42)-t Descartes-koordinátákkal:

$$\begin{aligned} x' = R\cos\phi' &= R_m(1+\frac{A_R}{R_m}\sin\kappa \\ y' = R\sin\phi' &= R_m(1+\frac{A_R}{R_m}\sin\kappa \end{aligned}$$

n és m függvényében ezek a pályák jellegzetes „hurkokat” tartalmazó zárt görbék lesznek. (n,m) = (1,2) rezonancia esetén kb. ellipszispályák alakulnak ki, a nagytengely két végén két kis hurokkal. A hurkok száma m értékével arányos.

Amennyiben sok ilyen csillagot tekintünk, amelyek mindegyikére teljesük az (1,2) rezonanciafeltétel, ezek pályái az R koordináta függvényében koncentrikus ellipszisek lesznek, de csak abban az esetben, ha az összes csillagra ϕ_0 ugyanaz. Ha azonban feltesszük, hogy $\phi_0 \sim R$, azaz a polárkoordináta zéruspontja a centrumtól mért távolság lineáris függvénye, a sok csillagpálya egy jellegzetes, kétkarú spirált rajzol ki az x-y síkon. Nagyon hasonló mintázat figyelhető meg az ún. „grand design” spirálgalaxisoknál, mint pl. az M51. A spirális mintázat megjelenik más (n, m) rezonancia-kombinációknál is, de egyre összetettebb formában. Egyszerűen belátható, hogy a spirálkarok száma m értéke szerint változik.

A fentiekhez nagyon hasonló spirális mintázatok jelennek meg az $\Omega-\Omega_p=-(n/m)\kappa$ feltétellel leírható külső Lindblad-rezonancia tartományban is.

Egy valódi galaxis differenciális rotációt mutat, azaz a keringési szögsebesség a központtól mért távolság függvénye: $\Omega=\Omega(R)$. A fenti kinematikai spirálkarok ezért csak azon a tartományon alakulhatnak ki, ahol teljesülnek a Lindblad-féle rezonanciafeltételek. Mivel a legtöbb koronggalaxisban mind Ω, mind κ R-nek csökkenő függvénye, az $\Omega_p=\Omega-\kappa/2$ belső Lindblad-rezonancia általában egy szélesebb tartományon teljesül, így a spirálkarok a diszk nagy részén megjelenhetnek.

A fenti egyszerű kinematikai kép nem szolgáltat teljes körű leírást a spirálkarokról. Egyik legnagyobb hiányossága, hogy nem képes megmagyarázni a spirálkarok stabilitását. Egy lapos rotációs görbéjű koronggalaxisban a centrumhoz közelebbi csillagok szögsebessége nagyobb, mint a távolabbiaké. Ezért a kinematikai spirális mintázat nem maradhat stabil, 1-2 keringés alatt a karok feltekerednek. Ez ellentmond a megfigyeléseknek. Valószínű, hogy a spirálkarokat nem mindig ugyanazok a csillagok alkotják.

A Lin–Shu-féle sűrűséghullám-elmélet szerint a spirálkarok valójában gravitációs potenciálgödrök, melyeket a kinematikai spirálkarok létrejöttekor összetömörülő csillagok gravitációja hozhat létre. Ezek a potenciálgödrök időben stabilak maradhatnak, és egy Ω_P = konstans szögsebességgel forgó sűrűséghullámként mozognak a korong anyagában. Ez a sűrűséghullám perturbálja a csillagok mozgását, amelyek így már nem a tengelyszimmetrius potenciáltérben kialakuló epiciklus pályákon fognak keringeni, hanem a spirálkarokon belül összesűrűsödnek. Mivel a sűrűséghullámok összegyűjtik a rajtuk áthaladó csillagokat és összenyomják a csillagközi gázfelhőket, a spirálkarokban sok fényes, nagy tömegű csillag és világító intersztelláris gázfelhő lesz megfigyelhető. Ezért a spirálkarok látványos, könnyen észrevehető területekként jelennek meg a galaxis korongjában. A sűrűséghullám-elmélet szerint is a spirálkarok a belső és külső Lindblad-rezonancia tartományok között maradhatnak fent.

A sűrűséghullám-elmélet figyelembe veszi a csillagok közti gravitációs kölcsönhatást, és számos megfigyelhető jellemzőt képes megmagyarázni, azonban ez sem adja teljesen vissza a spirálgalaxisok minden jellegzetességét. A spirálkarok magyarázatára ezért további hipotéziseket is kidolgoztak. Ezek közül a legsikeresebbek a sztochasztikus csillagképződést feltételező statisztikus modell és a külső galaxis okozta árapály-perturbációt feltevő kölcsönható modell.

4.5. Csillagütközések

Az eddigi levezetések során elhanyagoltuk a csillagok egymás közti gravitációs kölcsönhatását. Vizsgáljuk meg, mennyire befolyásolják a csillagpályákat a csillagok közti ütközések! Ütközésnek tekintünk minden olyan lokális eseményt, melynek hatására a csillag pályája számottevő mértékben eltérül az eredeti irányhoz képest.

Ha egy m tömegű, nyugvónak tekintett csillagot egy másik, v relatív sebességgel mozgó csillag b távolságra közelít meg (b az ún. ütközési paraméter), a gravitációs kölcsönhatás akkor okoz észrevehető pályamódosulást, ha a potenciális energia összemérhető a mozgási energiával:

$$\frac{1}{2}v^2 \sim \frac{Gm}{b}. \qquad (4.45)$$

Foglalkozzunk csak azokkal az esetekkel, amikor az ütközési paraméter értéke a (4.45)-ből kifejezhető b, vagy annál kisebb. Ekkor az ütközési hatáskeresztmetszet egy b sugarú kör területe:

$$\sigma = \pi b^2 = \pi\frac{4G^2m^2}{v^4}. \qquad (4.46)$$

Tegyük fel, hogy dt idő alatt N ütközés történik. Ha a csillagkoncentráció n, az ütközések száma:

$$N = \sigma \cdot v \cdot n \cdot dt. \qquad (4.47)$$

A két ütközés között átlagosan eltelt idő pedig:

$$\tau = \left(\frac{N}{dt}\right) = \frac{1}{\sigma v n} = \frac{v^3}{4\pi G^2 m^2}. \qquad (4.48)$$

Ha ebbe behelyettesítjük a Nap környezetére jellemző $v \approx 20$ km/s relatív sebességet és $n \approx 0{,}1 pc^{-3}$ koncentrációt, m = 1 naptömegre $\tau \approx 3 \cdot 10^{14}$ év adódik. Ez az Univerzum $\sim 10^{10}$ éves életkoránál négy nagyságrenddel nagyobb. Tehát a Nap környezetében a Tejútrendszer gyakorlatilag ütközésmentes. Mivel a Tejútrendszer nagyon hasonló más spirálgalaxisokhoz, feltehető, hogy a csillag-csillag ütközések más galaxisokban is ugyanilyen ritkák, lényegében elhanyagolhatóak.

4.6. Az ütközésmentes Boltzmann-egyenlet

Az ütközések ritkasága érdekes lehetőséget kínál a galaxist, mint egymással gyakorlatilag nem kölcsönható nagyszámú tömegpontot tekintő statisztikus fizikai leírásmódra. Ez a módszer a galaxis tömegpontjainak eloszlását a hely- és sebességkoordináták alkotta 6 dimenziós fázistérben vizsgálja.

A fázistér egy pontját 6 koordináta jellemzi: $P = (\mathbf{r}, \mathbf{v}) = (x, y, z, u, v, w)$. Ennek megfelelően az elemi térfogat: $d\Gamma = d^3\mathbf{r}\ d^3\mathbf{v}$.

Definiáljuk az $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ sebességeloszlás-függvényt a következő módon:

$$\rho(\mathbf{r}) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3\mathbf{v}, \tag{4.49}$$

ahol ρ a tömegsűrűség az r pontban. Az eloszlásfüggvénnyel kifejezve, a (80004.13) Poisson-egyenlet az alábbi alakot ölti:

$$\triangle\Phi(\mathbf{r}, t) = 4\pi G \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3\mathbf{v}. \tag{4.50}$$

A termodinamikából ismert, hogy az ideális gáz sebességeloszlás-függvénye a Maxwell–Boltzmann-eloszlást követi. Az ideális gázban a részecskék gyakran ütköznek. Ezzel szemben a galaxisok gyakorlatilag ütközésmentes „gázok”. A galaxisokban ezért f nem maxwelli, és a sebességeloszlás időben állandó, stacionárius lesz. Ilyen stacionárius sebességeloszlásokra jellemző, hogy a sokaságra vonatkozó átlagsebességük zérus:

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{\int \mathbf{v} f d^3\mathbf{v}}{\int f d^3\mathbf{v}} = \frac{1}{\rho} \int \mathbf{v} f d^3\mathbf{v} \tag{4.51}$$

Mivel f stacionárius, idő szerinti deriváltja eltűnik. f teljes deriváltját a komponensek idő szerinti parciális deriváltjaiként felírva kaphatjuk az ütközésmentes Boltzmann-egyenletet:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \cdots + \frac{\partial f}{\partial w}\frac{dw}{dt} + \frac{\partial f}{\partial t} \tag{4.52}$$

ahol kihasználtuk, hogy $\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}$ és $\dot{\mathbf{v}} = -\nabla\Phi$. Ennek megoldása időben állandó sebességeloszlás-függvény lesz, azaz f = konstans.

A Boltzmann-egyenlet gyakorlati alkalmazásához igen fontos a Jeans-tétel: bármely stacionárius f eloszlásfüggvény csakis a mozgás első integráljainak függvénye lehet.

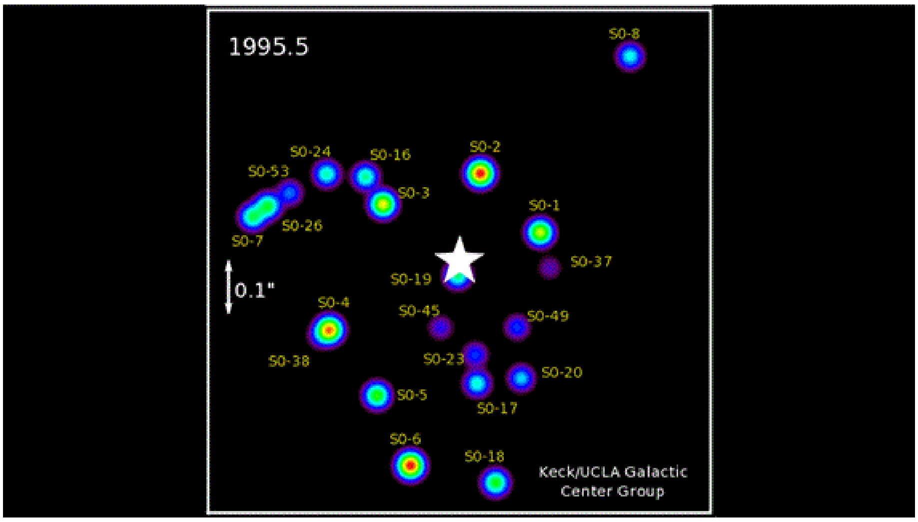
A Tejútrendszer (és más spirálgalaxisok) tengelyszimmetrikus gravitációs terében a mozgás első integráljai a teljes energia (E) és a tengely irányú impulzusmomentum (L_z):

$$E = \frac{1}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) + \Phi \qquad L_z \tag{4.53}$$

f tehát a Jeans-tétel értelmében csakis ezek függvénye lehet. Ezek azonban nem elegendőek arra, hogy a Tejútrendszerben tapasztalt aszimmetrikus sebességdiszperziót (4.4.3. fejezet) megmagyarázzák. Feltehetőleg létezik egy harmadik mozgásintegrál is, amelyet azonban mindeddig nem sikerült egyértelműen azonosítani. Ez a harmadik integrál problémája a galaktikus dinamikában.

Kapcsolódó animációk:

- A Galaxis centrumában lévő csillagok mozgása 2,2 mikrométeren készült mérések alapján



(Forrás: Keck/UCLA Galactic Center Group)http://www.astro.ucla.edu/~ghezgroup/gc/images/2011orbits_animfull.gif

Kapcsolódó videók:

- Röntgenforrások a Galaxis centrumában

(Forrás: ESA–C. Carreau & E. Kuulkers)http://spaceinvideos.esa.int/Videos/2012/10/Galactic_Centre_through_Integral_s_eyes

5. Irodalomjegyzék

[1]Fitzpatrick, E. L. 1999, PASP, 111, 63
[2]Carroll, B. W., Ostlie, D. A.: An Introduction to Modern Astrophysics (Addison-Wesley Publ., Reading, MA, 2007)
[3]Marik M. (szerk): Csillagászat (Akadémiai Kiadó, Budapest, 1989)

5. fejezet - Bevezetés a relativisztikus asztrofizikába

A relativisztikus asztrofizika célja olyan asztrofizikai objektumok tanulmányozása, amelyek esetében a gravitációs folyamatok jelentősen eltérnek a newtoni elmélet jóslataitól. Ez olyankor történik meg, ha a gravitáció a földi körülményekre jellemzőnél sokkal erősebb.

Földi körülmények esetén a newtoni gravitációelmélet kiválóan használható, egyetlen jelentős kivétel a Global Positioning System (GPS), amely igen hamar pontatlanná válna az általános relativitáselmélet korrekcióinak figyelmen kívül hatásával. A naprendszerbeli mozgások pontos leírásához már az általános relativitáselméletet kell használnunk, igaz, hogy hatásai kis korrekciók formájában jelennek csak meg.

Azonban léteznek az Univerzumban olyan objektumok, amelyekben az általános relativitáselmélet már nem csupán a perturbációk szintjén fontos, hanem alapjában határozza meg a fejlődést. A newtoni gravitációs elmélet és az általános relativitáselmélet közötti különbségek nagy energiák és nagy energiasűrűségek esetén válnak jelentőssé. Ilyen körülmények uralkodtak az ősrobbanást követően vagy a jelen fejezetben tárgyalt relativisztikus csillagok, neutroncsillagok, fekete lyukak belsejében / környezetében. Ezekben az esetekben a gravitációt a téridő görbületeként kell felfogni, a görbület dinamikáját pedig az Einstein-egyenlet határozza meg. Az általános relativitáselméletet szokás ezért (az elektrodinamika példájára) geometrodinamikának is nevezni.

A fejezet első része a relativisztikus csillagmodellekkel és neutroncsillagokkal, második része a gravitációs kollapszussal és fekete lyukakkal foglalkozik A harmadik részben a fekete lyukak asztrofizikai környezetét tárgyaljuk, amely akkréciós korong, nyílt és zárt mágneses erővonalrendszer és nagy energiájú részecskenyalábok szimbiotikus rendszeréből áll.

A fejezet végén megadott irodalomjegyzék az érintett témákat tárgyaló, további elmélyülést lehetővé tevő könyveket, monográfiákat sorol fel.

Szükséges előismeretek, kompetenciák: differenciál- és integrálszámítás, tenzoralgebra és tenzoranalízis, általános relativitáselmélet alapfogalmai, az 1., 2. és 4. fejezet ismeretanyaga.

Kulcsszavak: Einstein-egyenlet, Oppenheimer-Volkoff egyenlet, Schwarzschild-megoldás, neutroncsillag, gravitációs kollapszus, fekete lyuk, akkréciós korong, galaktikus részecskenyaláb, rádiógalaxis, aktív galaxis.

1. Relativisztikus csillagmodellek

1.1. Az Einstein-egyenletek megoldásáról

Az általános relativitáselmélet alapegyenlete a

$$G_{ab} = 8\pi G T_{ab} \tag{5.1}$$

Einstein-egyenlet, ahol G a gravitációs állandó (feltettük, hogy a fénysebesség c=1, azaz az idő- és a hosszmértékek azonosak), az indexek pedig 0 és 3 közötti értékeket vesznek fel. $G_{ab} = R_{ab} - Rg_{ab}/2$ az Einstein-tenzor, az $R = g^{ab}R_{ab}$ a görbületi skalár, g_{ab} a metrikus tenzor és g^{ab} az inverze, R_{ab} a metrika második időderiváltjait tartalmazó, a téridő-görbület lokális részét jellemző Ricci-tenzor, végül T_{ab} az energia-impulzus tenzor. Az Einstein-egyenlet az időváltozóban 6 másodrendű és 4 elsőrendű (a térváltozókban pedig 10 másodrendű), egymással csatolt, nemlineáris, parciális differenciálegyenletből álló rendszert jelent a g_{ab} metrikus tenzor 10 független komponensében, amelyek az időn kívül a 3 térváltozónak is függvényei. Mivel a második időderivált 4 egyenletből hiányzik, a gravitáció ún. kényszeres dinamikai rendszert alkot. A 3 impulzus- (diffeomorfizmus-), illetve a hamiltoni kényszer a kezdőfeltételek választását korlátozza, ezenkívül a dinamikai fejlődés jellemzésére nem áll rendelkezésre megfelelő számú másodrendű egyenlet. Bonyolultsága miatt kisegítő feltételek megadása nélkül a rendszer megoldhatalan. A leggyakrabban használt kisegítő feltételek: (a) az energia-impulzus tenzor egyszerű megválasztása és (b) szimmetriakövetelmények.

1.1.1. Ideális folyadék

Relativisztikus csillagmegoldások előállításához általában ideális folyadékot tételezünk fel. Ebben az esetben az energia-impulzus tenzor

$$T_{ab} = (\rho + p)\, u_a u_b + p g_{ab} \tag{5.2}$$

alakú, ahol ρ az energiasűrűség, p az izotrop nyomás és u_a a folyadék négyes-sebessége (időszerű, normált négyes-vektor, azaz $u_a u^a = -1$), valamint $u_a = g_{ab} u^b$ teljesül[1].

A legegyszerűbb, ún. barotropikus esetben feltehetünk egy

$$p = p(\rho) \tag{5.3}$$

típusú állapotegyenletet is.[2] A $p=\rho/3$ választás sugárzást jellent, a $p=0$ (por) pedig az Univerzumban található közönséges anyagra alkalmazható. Általában mind az energiasűrűség, mind a nyomás pozitív, azonban különleges esetekben a nyomás negatív értékeket is felvehet.[3]

Ennél kissé bonyolultabb választás, ha egy adott irányú (egy adott felületre normális) és a rá merőleges (tangenciális) nyomások eltérnek. Ilyenkor a folyadék már nem ideális. Legáltalánosabb esetben a nyomás anizotrop, p_1, p_2, p_3 főértékekkel és egy anizotrop, spurmentes π_{ij} nyomástenzorral, valamint létezhetnek q_1, q_2, q_3 energiaáramok is.

1.1.2. Killing-szimmetriák

A szimmetriafeltevések közül a legegyszerűbb a gömbszimmetria. Bonyolultabb ennél, de valósághűbb választás, ha a csillag forgását is figyelembe vesszük, ekkor tengelyszimmetriát teszünk fel, hozzávéve az egyensúlyi állapotot jellemző stacionér feltételt. A szimmetriák az ún. Killing-vektorok létezésével, valamint ezek algebrájával állnak kapcsolatban. Az általános relativitáselméletben (azaz gravitáció jelenlétében) a szimmetriákhoz nem feltétlenül tartoznak megmaradó mennyiségek.

1.2. Gömbszimmetrikus csillagok hidrosztatikai egyensúlya és az Oppenheimer–Volkoff-egyenlet

Gömbszimmetria esetén a gravitációt jellemző metrikus tenzor (és a belőle alkotott $ds^2 = g_{ab} dx^a dx^b$ ívelem-négyzet) mindössze két szabad függvényt tartalmaz:

$$ds^2 = -e^{2\Psi} dt^2 + e^{2\lambda} dr^2 + r^2 \left(d\theta^2 + \right. \tag{5.4}$$

A gömbszimmetria miatt a Ψ,λ függvények nem függenek a θ,ϕ szögváltozóktól. Mivel egyensúlyi helyzetet vizsgálunk, a függvényeknek explicit időfüggésük sem lesz, azaz csupán az r radiális koordináta függvényei. A metrika tt komponense $e^{2\Psi}=1+2\phi$ módon is írható, gyenge tér közelítésben az új ϕ metrikus függvény éppen a newtoni gravitációs potenciál. Ennek az összefüggésnek a deriváltjából

$$\frac{\partial \Psi}{\partial r} = \frac{\partial \phi}{\partial r}(1 + 2\phi)^{-1} \tag{5.5}$$

következik. A λ metrikus függvény helyett pedig bevezethetjük az $m(r)$ tömegfüggvényt

[1] Az Einstein-féle összegzési konvenció értelmében a felül és alul egyaránt megjelenő indexek összegzést jelentenek.
[2] Általános esetben azonban az ideális folyadék egyéb termodinamikai potenciáloktól is függ, mint a hőmérséklet, barionszám-sűrűség, barionra eső entrópia és a barionok kémiai potenciálja.
[3] A $-1<p<-1/3$ tartomány a kozmológiában használatos kvintesszecia modellekhez vezet, a $p=-\rho$ a legegyszerűbb sötét energia modellt, a kozmológiai állandót írja le, végül a $p<-\rho$ az ún. fantom energiaforma.

$$e^{-2\lambda} = 1 - \frac{2Gm(r)}{r} \tag{5.6}$$

összefüggéssel.

1.2.1. Barotropikus csillag téregyenletei

Barotropikus ideális folyadékot feltételezve, az Einstein-egyenletek rendkívüli módon egyszerűsödnek: csupán 3 diagonális egyenlet marad. A *tt* és az *rr* egyenletek explicit alakja

$$\begin{aligned} 2r\frac{d\lambda}{dr} - 1 + e^{2\lambda} &= 8\pi G r^2 e^{2\lambda}\rho \ , \\ 2r\frac{d\Psi}{dr} + 1 - e^{2\lambda} &= 8\pi G r^2 e^{2\lambda} p \ . \end{aligned}$$

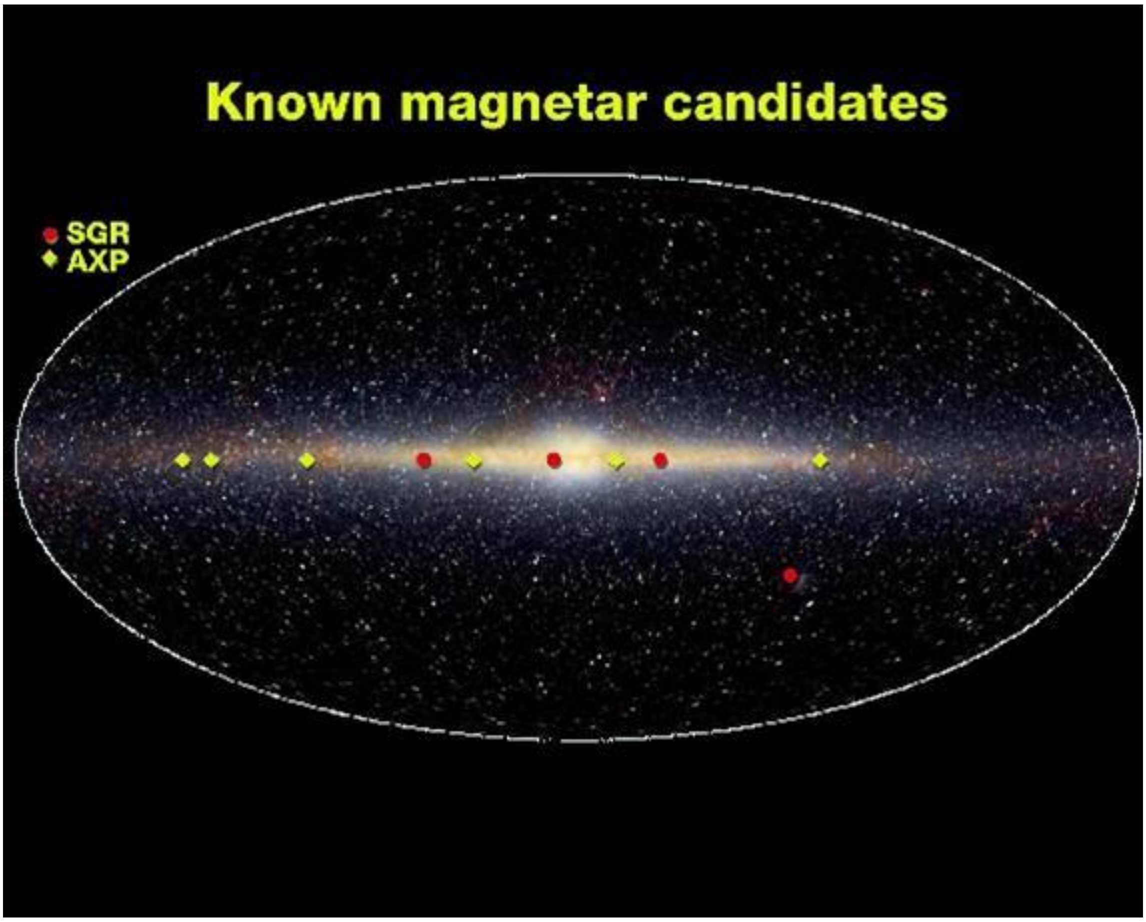
Természetesen a ρ,p folyadékváltozók is r függvényei. A kissé bonyolultabb $\theta\theta$ egyenlet (vagy a vele ekvivalens $\phi\phi$ egyenlet) helyett az energia-impulzus kovariáns deriváltjának eltűnését írjuk fel (a kétszer kontrahált Bianchi-azonosságok miatt ez következménye az Einstein-egyenleteknek):

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{d\Psi}{dr}(\rho + p) \ . \tag{5.9}$$

Newtoni határesetben $\phi \ll 1$ és a nyomás elhanyagolható a sűrűség mellett. Így az (5.5) és az (5.9) egyenletekből a hidrosztatikai egyensúly

$$\frac{\partial p}{\partial r} = F_g \rho \tag{5.10}$$

newtoni egyenletét kapjuk, amely szerint a csillag nyomásgradiense és az $F_g = -d\phi/dr$ egységnyi tömegre ható gravitációs erő egymást kiegyensúlyozza. A következőkben megvizsgáljuk, hogyan módosul a fenti egyenlet erős gravitáció jelenlétében.



Magnetárok égi térképe. [Forrás: http://www.nasaimages.org/]

1.2.2. Az Oppenheimer–Volkoff-egyenlet

Az (???) egyenlet átírható

$$\frac{d}{dr}\left[r\left(1-e^{-2\lambda}\right)\right]=8\pi G r^2\rho \tag{5.11}$$

alakra, továbbá a szögletes zárójel helyére $2Gm(r)$ kifejezést írva, az egyenlet az

$$\frac{dm(r)}{dr}=4\pi r^2\rho \tag{5.12}$$

egyszerű alakot ölti. Formális integrálás után:

$$m(r)=4\pi\int\rho r^2 dr+m_0\ . \tag{5.13}$$

Az első tag az r sugarú gömbbe eső energia térfogati integrálja, míg m_0 az origóban található tömeg, amit nullának választhatunk (hacsak nincs ott egy tömeges szingularitás). A csillag R határán számolt $m()$ tömegfüggvény a csillag M Schwarzschild-tömege lesz.

Az (???) és (5.6) egyenletekből a következőt kapjuk:

$$\frac{d\Psi}{dr} = \frac{4\pi G r^3 p + G m(r)}{r\left[r - 2Gm(r)\right]} \ . \tag{5.14}$$

Kiküszöbölve $d\Psi/dr$-t a (5.9) összefüggés segítségével, előáll a

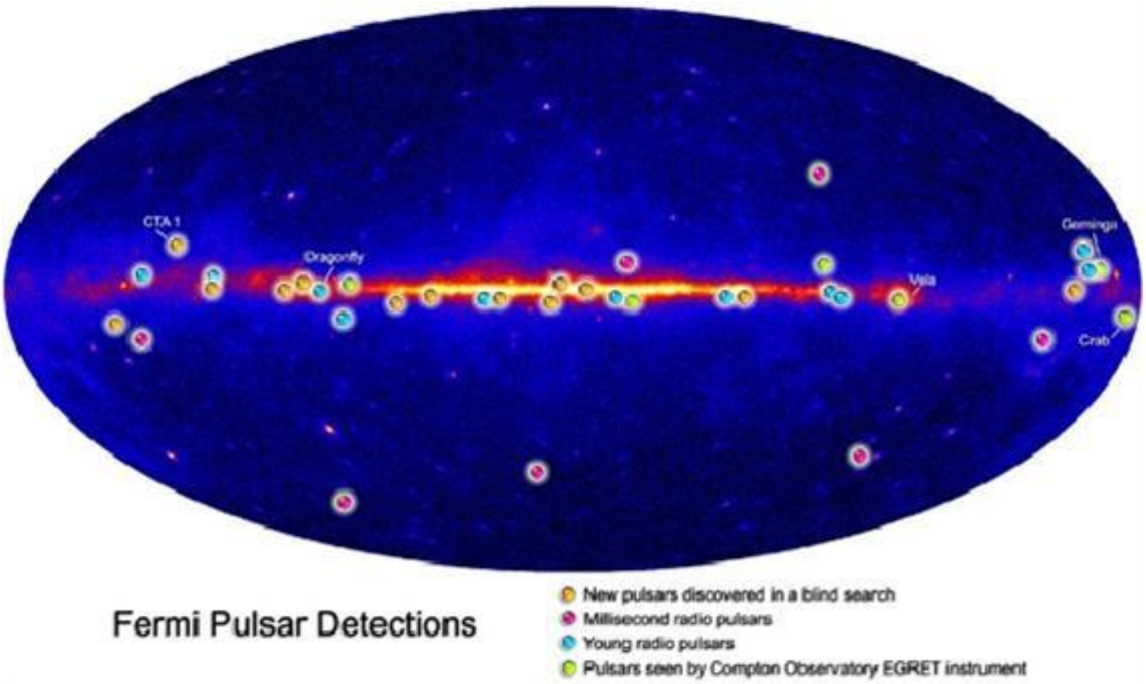
$$\frac{dp}{dr} = -\frac{4\pi G r^3 p + G m\left(r\right)}{r\left[r - 2Gm(r)\right]}(\rho + p) \tag{5.15}$$

ún. *Oppenheimer–Volkoff-egyenlet*, amely a hidrosztatikai egyensúly egyenletének relativisztikus változata. Newtoni határesetben (p elhanyagolható ρ mellett és $r \gg 2Gm$) visszakapjuk a hidrosztatikai egyensúly

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{Gm\rho}{r^2} \tag{5.16}$$

newtoni egyenletét.

Pozitív nyomású anyag mellett az (5.15) egyenlet jobb oldalán mindkét számlálóbeli szorzó nagyobb, míg a nevező kisebb a newtoni (5.16) egyenletben található megfelelő tagoknál, vagyis az általános relativisztikus esetben a nyomás növekedése az origóhoz (csillag belsejéhez) közeledve hangsúlyosabb a newtoninál. Az eltérés a csillag kompaktságának mértékével együtt nő.[4] Kompakt égitesteknél (fehér törpék, neutroncsillagok) az eltérések jelentősek.



A Fermi űrteleszkóp által gammatartományban észlelt pulzárok égi térképe. [Forrás: http://www.nasaimages.org/]

1.3. A belső Schwarzschild-megoldás

Adott barotropikus állapotegyenlet feltevése mellett explicit relativisztikus csillagmegoldások vezethetők le. Ezek közül legegyszerűbb a belső Schwarzschild-megoldás, amelyet állandó $\rho = 3/8\pi G r_1^2$ energiasűrűség feltevése mellett kapunk. Metrikus függvényei:

[4]Kompakt csillagoknál Gm/r_{max} egységnyi nagyságrendű, míg közönséges csillagoknál igen kicsi.

$$
\begin{aligned}
e^{2\Psi} &= a - b\sqrt{1 - \frac{r^2}{r_1^2}} \ , \\
m(r) &= \frac{r^3}{2Gr_1^2} \ ,
\end{aligned}
$$

a nyomás pedig

$$
p\left(r\right) = \frac{3b\sqrt{1-\frac{r^2}{r_1^2}} - a}{8\pi G r_1^2\left(a - b\sqrt{1-\frac{r^2}{r_1^2}}\right)} \ , \qquad (5.19)
$$

ahol a dimenziótlan *a*,*b* és a távolság dimenziójú r_1 konstansok.

1.3.1. A folyadékváltozók kifejezése a csillag tömegével és sugarával

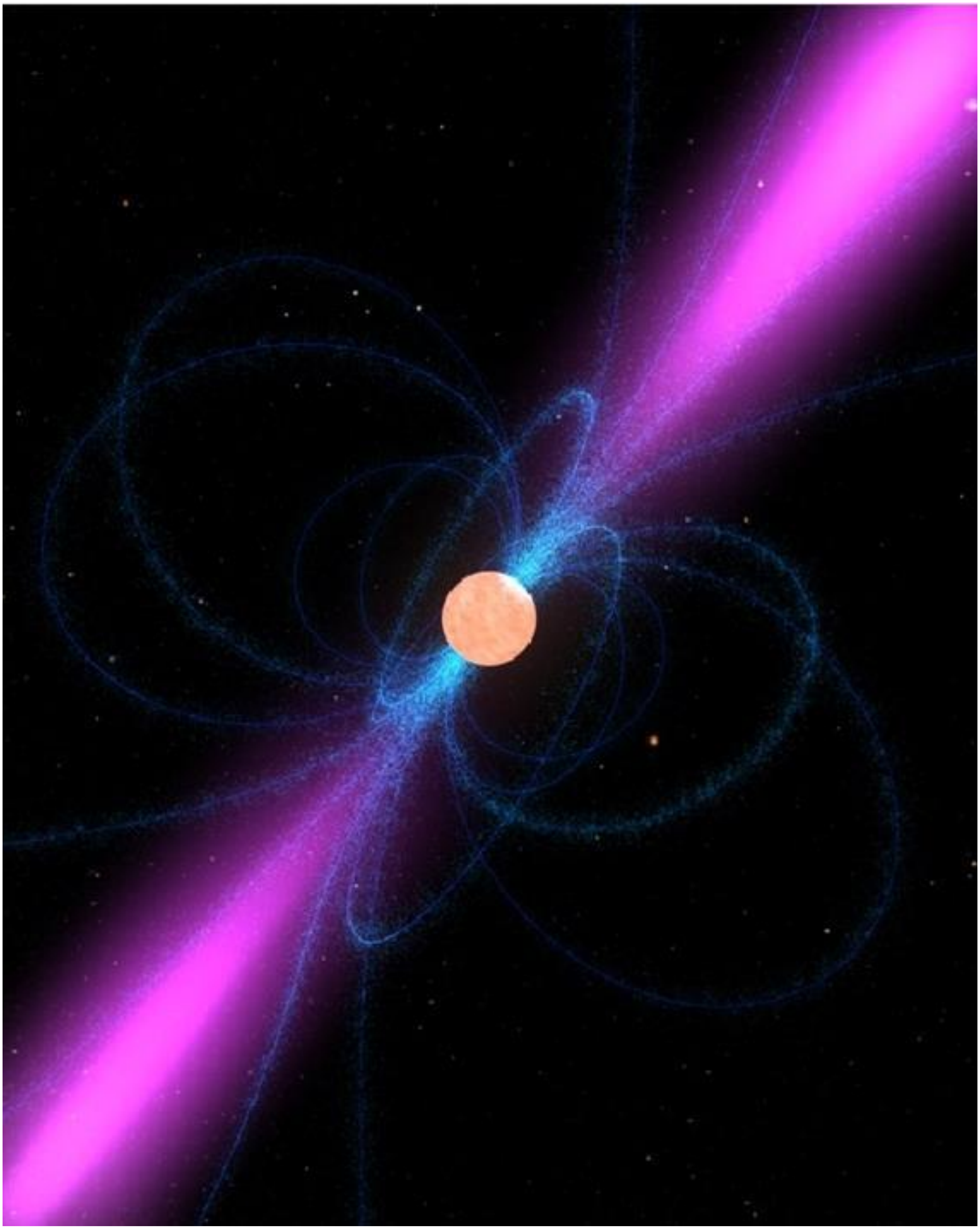
A csillag *R* határán *m*()=*M* és *p*=0, azaz

$$
\begin{aligned}
M &= \frac{R^3}{2Gr_1^2} \ , \\
a &= 3b\sqrt{1 - \frac{2GM}{R}} \ ,
\end{aligned}
$$

így az energiasűrűség és a nyomás kifejezhető a csillag *M*,*R* fizikai paramétereivel is:

$$
\begin{aligned}
\rho &= \frac{3M}{4\pi R^3} \\
p\left(r\right) &= \rho\frac{\sqrt{1-\frac{2GMr^2}{R^3}} - \sqrt{1-\frac{2}{}}}{3\sqrt{1-\frac{2GM}{R}} - \sqrt{1-\frac{2G}{}}}
\end{aligned}
$$

Figyelemre méltó, hogy bár a nyomás mindhárom a,b,r_1 paramétertől függ, mindössze két fizikai paraméter, *M* és *R* segítségével is megadható.



Pulzár illusztrációja. A neutroncsillagot tengelyszimmetrikus magnetoszféra veszi körül. Az elektromágneses sugárzás a mágneses tér poláris tartományából tör elő. [Forrás: http://www.nasaimages.org/]

1.3.2. Alsó korlát a csillag méretére

Fizikai követelmény, hogy a nyomás pozitív legyen. Míg az (2r5.22) kifejezésben a számláló minden $r\in()$ sugárra pozitív, a nevező pozitivitásához a

$$\frac{GM}{R}\left(9-\frac{r^2}{R^2}\right)\leq 4 \tag{5.23}$$

összefüggésnek kell teljesülnie. A fenti egyenlőtlenség bal oldalán álló kifejezés a csillag közepén a legnagyobb, így amennyiben a csillag egészében pozitív nyomást szeretnénk, a csillag méretére alsó korlát adódik:

$$R \geq \frac{9GM}{4} \; . \tag{5.24}$$

Egyenlőség esetén a *p*() centrális nyomás végtelen lenne.

A fenti (5.24) korlát létezése az általános relativitáselmélet következménye, a newtoni gravitációelméletben ilyen megkötés állandó sűrűségű csillagra nem áll elő.

A kompakt kettős által létrehozott gravitációs hullámokat a téridő görbületben bekövetkezett fodrozódás szemlélteti. [Forrás: SKA Organisation/Swinburne Astronomy Productions, http://www.skatelescope.org/media-outreach/images/]

1.3.3. Illesztés külső vákuummal

A gravitációt jellemző metrika az a,b,r_1 paraméterek függvénye, ezek közül az (1r5.20) összefüggések segítségével csupán kettő küszöbölhető ki a csillag M,R fizikai paraméterei segítségével. A harmadik paraméter nem csupán a csillagtól, hanem annak környezetétől is függ. Amennyiben a csillag külseje gömbszimmetrikus vákuum ($T_{ab}=0$), Birkhoff unicitás-tételének értelmében ez a

$$ds^2_{S_{külso}} = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 + \left(1 \tag{5.25}$$

külső Schwarzschild-téridő lesz.

Két téridő illesztésénél az ún. Israel-féle illesztési feltételeknek kell teljesülniük. Mint ahogyan az elektromágneses mennyiségek összes komponensének sem kell a töltéseket és áramokat tartalmazó határátmeneten folytonosnak lennie, a metrikus tenzor összes komponensére sem követeljük ezt meg. A gravitációs illesztési feltételek értelmében az illesztési felület indukált metrikája (első fundamentális formája) mindig folytonos, míg a külső görbülete (második fundamentális formája) csak akkor, ha a felszínen nincs disztribucionális anyag.

A g_{tt} metrikus függvény folytonossága az $r=R$ felület indukált metrikájának folytonosságából következik, és az

$$a - b\sqrt{1-\frac{2GM}{R}} = 1 - \frac{2GM}{R} \tag{5.26}$$

feltételhez vezet. Azaz a metrikában szereplő összes állandó kifejezhető a csillag fizikai paramétereivel, tehát $r_1^2 = R^3/2GM$ mellett

$$\begin{aligned} \frac{2a}{3} &= 1 - \frac{2GM}{R} \;, \\ 2b &= \sqrt{1-\frac{2GM}{R}} \end{aligned}$$

is fennáll.

Összefoglalva, a belső Schwarzschild-megoldás és ennek tömegfüggvénye abban az esetben, ha a csillagot vákuum veszi körül:

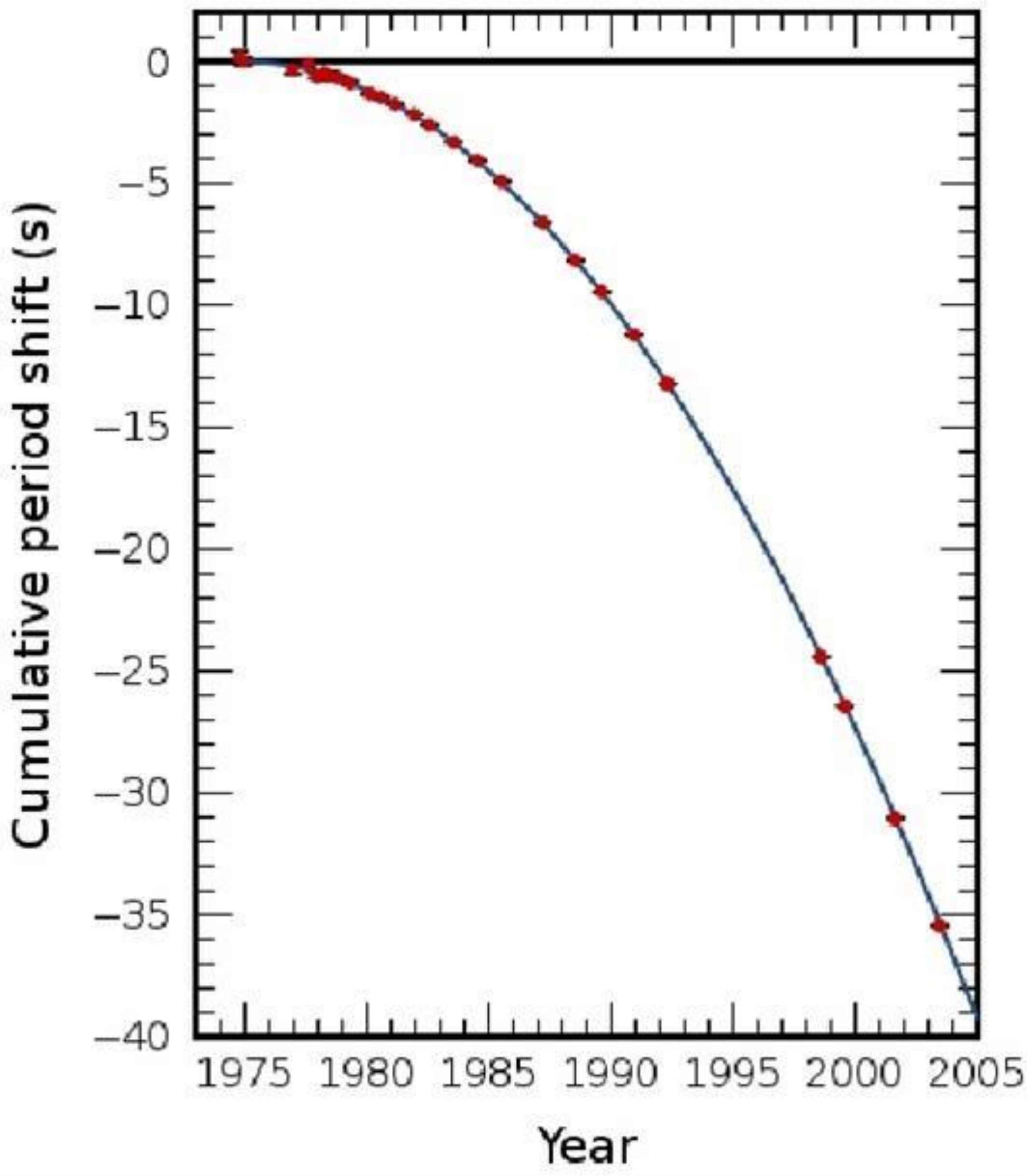
$$\begin{aligned} ds^2_{S_{belso}} &= -\frac{1}{2}\left(1-\frac{2GM}{R}\right)\left(3 \right. \\ &\quad + \left(1-\frac{2Gm(r)}{r}\right)^{-1} d \\ m(r) &= M\frac{r^3}{R^3} \end{aligned}$$

lesz. Látható, hogy a csillag *r*=*R* határán a külső és a belső Schwarzschild-megoldások egybeesnek.

1.4. Neutroncsillagok

Gravitációs kollapszus során a csillagok egyre sűrűbbé válnak. A növekvő gravitáció hatására az összehúzódás egészen addig folytatódik, amíg az elektrongázban a *Pauli-féle kizárási elv* nyomán fellépő elfajulási nyomás azt meg nem állítja. Az így keletkező kompakt égitestek a *fehér törpék*, tömegük jellemzően a Napéhoz mérhető, nagyságuk a Földéhez.

Hozzávetőleg 1,4 naptömegnél ($M_\odot$) az elektrongáz már nem képes megakadályozni a további gravitációs összehúzódást, ez a *Chandrasekhar-határ*. Olyan nagy sűrűségű objektumok keletkeznek, hogy az atomi szerkezetet felbomlik. Az összehúzódás azonban megáll a neutronokra is érvényes Pauli-féle kizárási elv miatt, hiszen két neutron nem lehet azonos helyen. Az így létrejövő kompakt égitestek a *neutroncsillagok*. Eddig mintegy 2000 neutroncsillagot figyeltek meg, a legújabbakat a NASA gamma-tartományban észlelő Fermi-űrteleszkópja segítségével (5.2. ábra).



A Hulse–Taylor-féle kettős pulzár periódusának időbeli változása. A megfigyelési pontok kiválóan illeszkednek az általános relativitáselmélet által jósolt görbéhez [Forrás: http://en.wikipedia.org/wiki/File:PSR_B1913%2B16_period_shift_graph.svg]

A neutroncsillagok szupernóva-robbanások maradványainak gravitációs kollapszusa során keletkeznek. Anyaguk túlnyomóan neutronokból áll. Sugaruk jellemzően 10 km körül, míg tömegük 1,4$M_{\odot}$ körül van. A neutroncsillagok tömegének elméleti felső határát a *Tolman–Oppenheimer–Volkoff-határ* adja, ez 2÷3$M_{\odot}$. A neutroncsillagok megfigyelésekből meghatározott legnagyobb tömege 2$M_{\odot}$ (PSR J1614–2230). Ennél nagyobb tömegű kompakt égitestek *kvarkcsillagok* lennének, de létezésüket egyelőre nem támasztja alá megfigyelés. A 6$M_{\odot}$-nál nagyobb tömegű égitestek esetén már a Pauli-féle kizárási elv sem képes meggátolni a további összehúzódást és *fekete lyuk* keletkezik. Ezt a folyamatot a következő alfejezetben tárgyaljuk.

A neutroncsillagok $p=K\rho^{(1/n)}$politrop állapotegyenlettel jellemezhetők, amelyben a politrop index értéke 0,5≤n≤1. Szerkezetük bonyolult, legbelül kvark-gluon plazma található, körülötte neutronokból és protonokból álló Fermi-folyadék, a külsőbb régiókban elektronok, atomok és ionok is előfordulhatnak.

Az épülő SKA antenna-rendszer látványterve. [Forrás: SKA Organisation/Swinburne Astronomy Productions, http://www.skatelescope.org/media-outreach/images/]

A töltött részecskék és a neutroncsillag forgásának együttes jelenléte mágneses tereket kelt. A legerősebb mágneses terű neutroncsillagokat *magnetárnak* nevezzük, az ismert magnetárok elhelyezkedését az égbolton az 5.1. ábra szemlélteti. A poláris szerkezetű mágneses tér sarki régióiból részecskék, majd elektromágneses sugárzás távozik (5.3. ábra). Mivel a mágneses tengely és a forgástengely nem azonos, a távozó elektromágneses sugárzás egy kúpfelszínen kígyózó spirálvonalat ír le. Amennyiben a látóirány a kúpfelszínen található, a sugárzást rendkívül szabályos pulzációként érzékeljük.

A rádiótartományban észlelt szabályos felvillanásokat okozó neutroncsillagokat *pulzárnak* nevezik, az elsőt Jocelyn Bell fedezte fel 1967-ben, és témavezetője, Antony Hewish kapott érte fizikai Nobel-díjat 1974-ben.

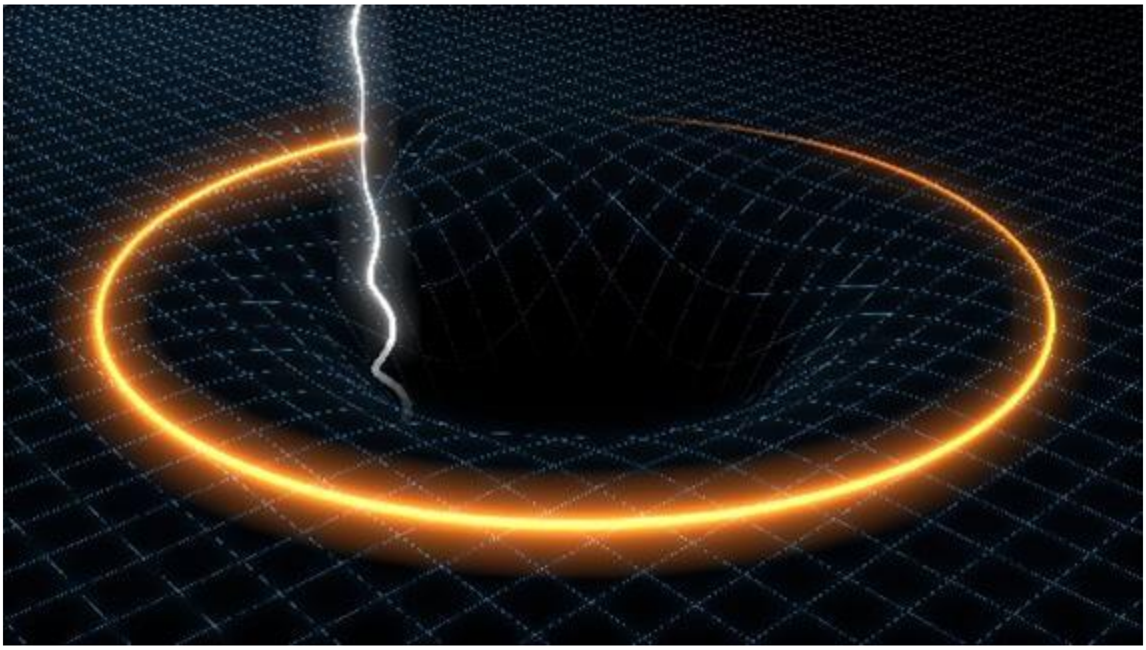
1.4.1. Pulzárok kettős rendszerekben

Ugyanebben az évben Joseph Taylor és Russell Hulse felfedezte az első *kettős neutroncsillag-rendszert* (PSR B1913+16) amelynek egyik tagja pulzár. Az általános relativitáselmélet szerint a kettős rendszer folyamatosan *gravitációs hullámokat* bocsát ki (5.4. ábra), amelynek nyomán mind a pályasugár, mind a keringési periódus csökken. A rendszer több évtizedes megfigyelése a gravitációs hullámok első közvetett megfigyelésére szolgáltatott rendkívül pontos bizonyítékot (5.5. ábra), amelyet 1993-ban fizikai Nobel díjjal jutalmaztak.

2003-ban Marta Burgay és kutatótársai felfedezték a PSR J0737-3039 kettős pulzár-rendszert. Mivel ennek mindkét tagja pulzár, az általános relativitáselmélet ötféle, korábban elképzelhetetlen pontosságú ellenőrzésére nyílt lehetőség.

Ismertek olyan kettős rendszerek is, amelyekben a pulzár mellet egy fehér törpe (PSR B1620-26), illetve egy fősorozati B-csillag (PSR J0045-7319) kering.

A Dél-Afrikában és Ausztrália / Új Zélandon jelenleg épülő Square Kilometre Array (SKA, 5.6. ábra) rádióteleszkóp rendszer már pulzár - fekete lyuk kettősök detektálására is képes lesz (5.7. ábra), mégpedig olyan pontossággal, amely a fekete lyuk forgásának (spinjének) megállapításához elegendő.



Fekete lyuk körül keringő pulzár. [Forrás: SKA Organisation/Swinburne Astronomy Productions, http://www.skatelescope.org/media-outreach/images/]

1.4.2. Pulzárok és gravitációs hullámok

A pulzárok tanulmányozása az elkövetkező években lehetővé teszi majd a gravitációs hullámok közvetlen észlelését. Ennek elve rendkívül egyszerű: az elhaladó gravitációs hullám enyhén és időlegesen megváltoztatja a Föld helyzetét, így a pulzár jelének detektálását is. Az International Pulsar Timing Array (IPTA) a European Pulsar Timing Array (EPTA), a North American Nanohertz Observatory for Gravitational Waves (NANOGrav) és az ausztrál Parkes Pulsar Timing Array (PPTA) rádióteleszkópokat felhasználó együttműködés, amely sok (hozzávetőleg 30) milliszekundum periódusidejű pulzárt figyel egy időben. Mivel a pulzárok rendkívül pontos periodikus jeleket sugároznak, standard galaktikus órák rendszereként foghatók fel. Egy elhaladó gravitációs hullám jól meghatározható módon változtatja meg a referencia-pulzárok jeleinek mintázatát, így kimutathatóvá válik maga a gravitációs hullám. A rendszer megbízható „kalibrálásához” néhány éves előkészítő jellegű megfigyelés szükséges. Mivel 2016-ig a gravitációs hullámok földi detektálására épített, lézer-interferometrián alapuló rendszerek, a Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory (LIGO) és Virgo detektorok korszerűsítése és fejlesztése zajlik, van rá esély, hogy a gravitációs hullámoknak a pulzárok megfigyelésén alapuló észlelése hamarabb következzék be.

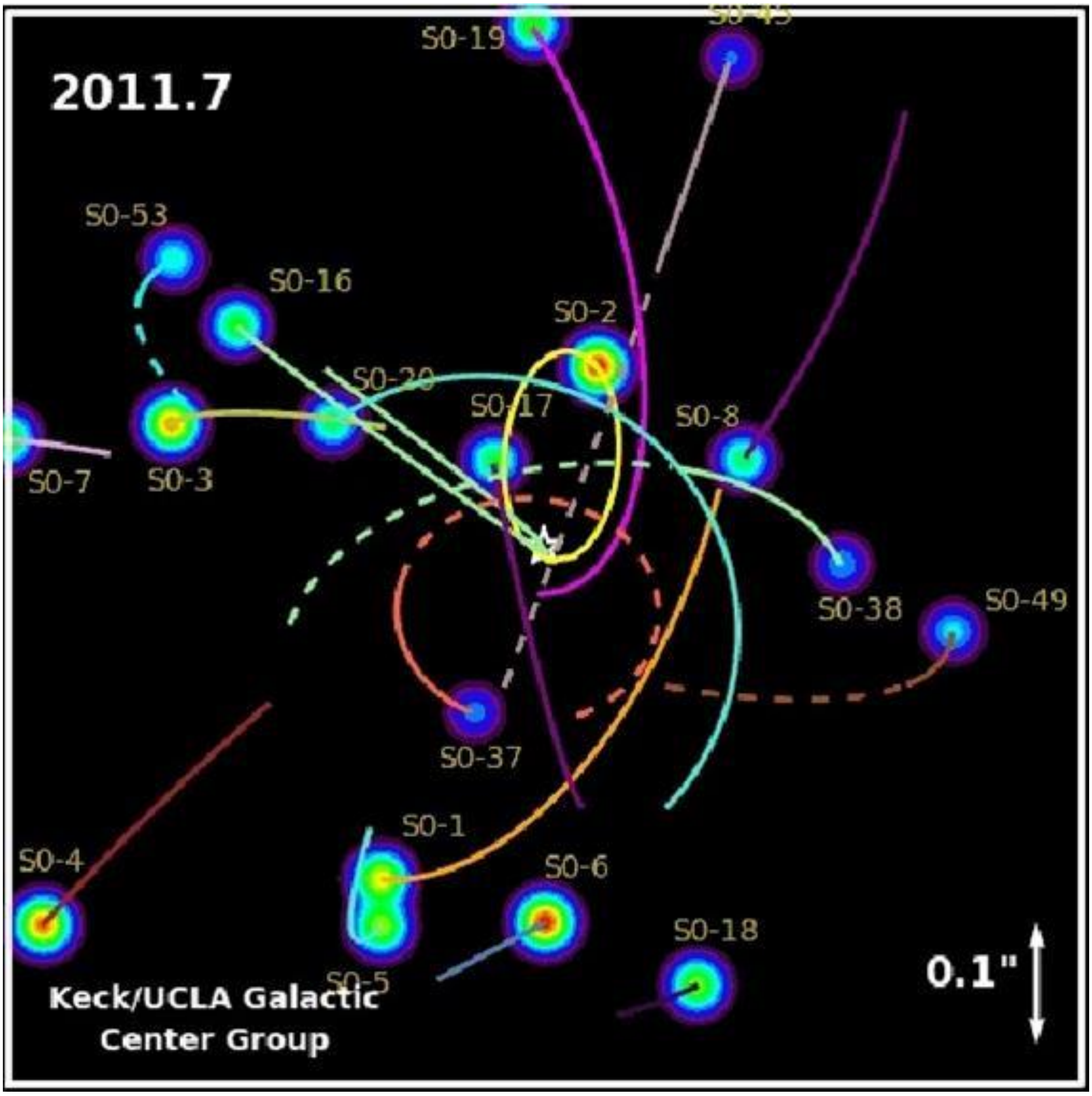
2. Gravitációs kollapszus és fekete lyukak

Az atommagfúzió megszűntével a belőle származó nyomás is eltűnik, és a gravitáció összehúzódásra készteti a csillagot. A $6M_\odot$-nál nagyobb tömegű csillagokban még a Pauli-féle kizárási elv sem képes megállítani a gravitációs kollapszust. Ennek vizsgálatában jó közelítés tehát a gravitáción kívül minden mást elhanyagolni, utóbbit pedig az általános relativitáselmélet keretén belül vizsgálni. Látni fogjuk, hogy gömbszimmetrikus esetben a kollapszus minden határon túl folytatódik, és fekete lyuk képződéshez vezet.

A fekete lyuk a téridőnek olyan tartománya, amelyet még a fény sem képes elhagyni. Határa az ún. *eseményhorizont*. Ha az eseményhorizontról fényjelet bocsájtanánk ki sugárirányban kifelé, az nem képes elhagyni az eseményhorizontot. Az általános relativitáselmélet keretén belül fekete lyukat tartalmazó téridők sokasága ismert. A legfontosabbak a gömbszimmetrikus, illetve a forgó fekete lyukak. Ezek kezdetben csak matematikai konstrukciók voltak, de napjainkra világossá vált, hogy a $6M_\odot$-nál nagyobb tömegű csillagok fejlődésének végállapotát írják le.

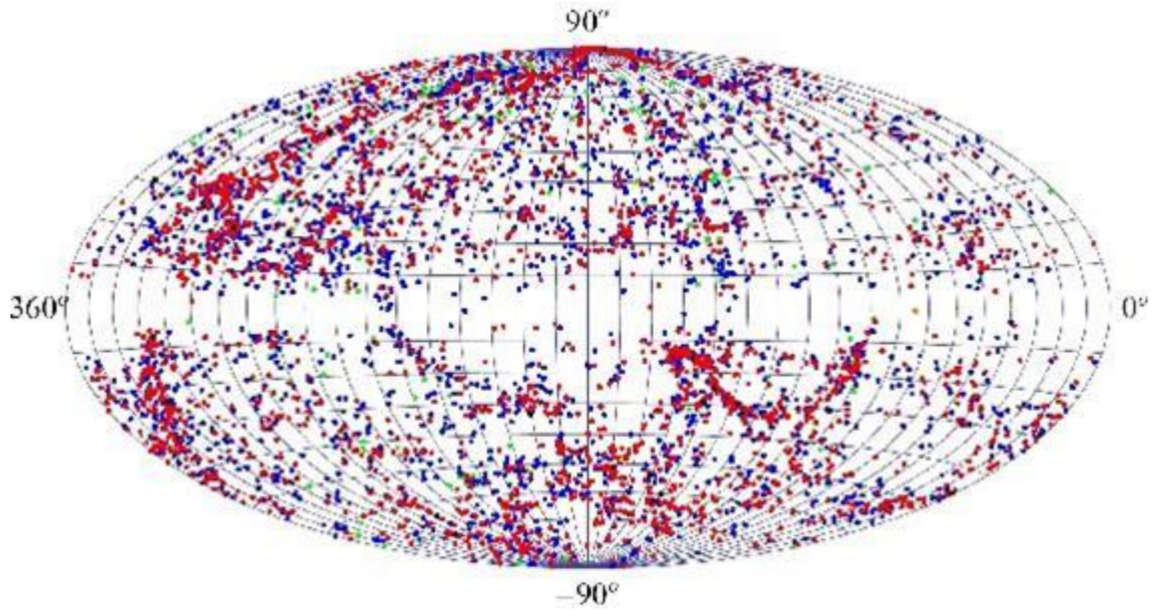
Ismert az is, hogy minden galaxis központi régiójában egy szupernagy tömegű fekete lyuk található, jellemzően $3\times 10^6 \div 3\times 10^9\ M_\odot$tömegű. A mi galaxisunk közepén található példány aránylag kicsi, mindössze $4\times10^6 M_\odot$ tömegű. Létezésére és tömegére a közeli csillagok mozgásából következtetünk (5.8. ábra).

A közeli galaxisokban található szupernagy tömegű fekete lyukak eloszlása az 5.9. ábrán látható. Nem tisztázott, miként tehettek szert ekkora tömegre ezek a fekete lyukak. A tömegnövekedést lehetővé tevő két mechanizmus az akkréció (a környező anyag beszippantása) és a galaxisok összeolvadása nyomán előbb-utóbb bekövetkező központi fekete lyukak összeolvadása. Előbbi a fekete lyukak forgását is növeli, utóbbi az esetek többségében csökkenti. Mivel a fekete lyukak jellemzően forognak, az akkréciós folyamat szerepe a tömeg növekedésében jelentősnek tűnik.



A galaxisunk közepén található szupernagy tömegű fekete lyuk létezésére a közeli csillagok mozgásából következetünk. [Forrás: UCLA Galactic Center Group; http://www.astro.ucla.edu/~ghezgroup/gc/pictures/orbitsMovie.shtml]

Nyitott kérdés, hogy az asztrofizikai $6\div100M_{\odot}$ tömegtartomány és a szupernagy tömegű fekete lyukak tömegtartománya közötti tömegtartományban az ún. közepes tömegű fekete lyukak (intermediate mass black hole, IMBH) léteznek-e. A rendkívül kevés erre utaló megfigyelések egyike egy $500M_{\odot}$-nél nagyobb tömegű röntgenforrás az ESO 243-49 galaxisban, amelyet közepes tömegű fekete lyukként értelmeztek. Közepes tömegű fekete lyukak létezését közepes koncentrációjú King-modellekkel jellemezhető gömbhalmazokban feltételezik. Az ultrafényes röntgenforrások rádió-tartománybeli megfelelői után kutatva az Európai Nagyon Hosszú Alapvonalú Interferometria (Very Long Baseline Interferometry, VLBI) Hálózat (EVN) megfigyeléseinek felhasználásával 3, egyenként ezred ívmásodperc kiterjedésű struktúrát találtak, amelyek közül az ULX N4088-X1 és az ULX N4861-X2 kompakt rádióemissziójuk miatt közepes tömegű fekete lyuk lehet, mindkettő $10^5M_{\odot}$ tömegű és Eddington-luminozitás alatti akkréció jellemzi őket.



A közeli (z<0,025) galaxisokban található szupernagy tömegű fekete lyukak égi eloszlása. A narancs, zöld, kék, vörös, fekete pöttyök 10^5, 10^6, 10^7, 10^8, illetve $10^9 M_\odot$-nál nagyobb tömegeknek felelnek meg. A galaxis síkjában (egyenlítői sík) található szupernagy tömegű fekete lyukak észlelése nehézségekbe ütközik [Forrás: LÁ Gergely, PL Biermann, LI Caramete, Class. Quantum Grav. *27*, 194009 (2010)]

2.1. Oppenheimer–Snyder-kollapszus

Az egyszerűség kedvéért modellezzük az összehúzódó csillag anyagát nyomásmentes ideális folyadékkal (porral) és tekintsük gömbszimmetrikusnak. Az ívelemnégyzet egy Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker-téridő (FLRW), amely együttmozgó (τ,χ) koordinátákban:

$$ds^2_{FLRW} = -d\tau^2 + a^2(\tau)\left[d\chi^2 + \chi^2\right. \quad (5.29)$$

(Mind a görbületi indexet, mind a kozmológiai állandót nullának választottuk.) Az effektív Einstein egyenlet a kozmológiában is használatos Friedmann- és a Raychaudhuri- egyenleteket adja:

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G\rho}{3} \,, \qquad \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\rho \,.$$

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G\rho}{3} \,, \qquad \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\rho \,.$$

Itt a() a csillag skálafaktora, ρ az ideális folyadék sűrűsége, a pont pedig τ szerinti deriválást jelöl.

A csillag határa konstans együttmozgó $\chi=\chi_0$ koordinátánál található, ennek külső tartományában az (5.25) külső Schwarzschild-téridő érvényes. A () koordinátahármas az illesztési felület koordinátáinak választható. A két tartománynak a közös felületen indukált metrikái

$$ds^2_{\text{külső}} = \left[-\left(1-\frac{2GM}{r_0}\right)\dot{t}_0^2 + \right.$$
$$+r_0^2\left(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2\right)$$
$$ds^2_{\text{belső}} = -d\tau^2 + a^2(\tau)\left[\chi_0^2\left(d\theta^2\right.\right.$$

ahol $r_0 = r(\tau,\chi_0)$ és $t_0 = t(\tau,\chi_0)$. Az indukált metrika folytonossága értelmében

$$r_0 = a(\tau)\chi_0 \ ,$$
$$\left(1-\frac{2GM}{a(\tau)\chi_0}\right)^2\dot{t}_0^2 = 1-\frac{2GM}{a(\tau)\chi_0}$$

Ezek az egyenletek meghatározzák az illesztési felület időfejlődését.

Az illesztési felület külső görbületének a csillag felőli oldalról nézve csak két nemeltűnő komponense van, ezek $K^{\text{belső}}_{\varphi\varphi} = K^{\text{belső}}_{\theta\theta}\sin^2\theta$. A belső, illetve a külső tartományból látszó megfelelő külső görbületkomponensek:

$$K^{\text{belső}}_{\theta\theta} = a(\tau)\chi_0 \ ,$$
$$K^{\text{külső}}_{\theta\theta} = \left(1-\frac{2GM}{r_0}\right)r_0\dot{t}_0 \ .$$

A folytonosságból, felhasználva az (???) egyenletet is, $\dot{t}_0$-ra kapunk egyszerű kifejezést:

$$\dot{t}_0 = \left(1-\frac{2GM}{a(\tau)\chi_0}\right)^{-1} \ . \tag{5.38}$$

Az (???) és (5.38) egyenletek összehasonlításából:

$$a(\tau)\dot{a}^2(\tau) = \frac{2GM}{\chi_0^3} \ , \tag{5.39}$$

végül a $K^{\text{külső}}_{\tau\tau} = 0$ feltételből

$$\ddot{a}(\tau) = -\frac{GM}{a^2(\tau)\chi_0^3} \tag{5.40}$$

következik.

Az (5.39) összefüggés integrálása megadja az összeomló csillag skálafaktorának időfejlődését a τ együttmozgó idő függvényében:

$$a^{3/2} = a_0^{3/2} - \left(\frac{9GM}{2\chi_0^3}\right)^{1/2}\tau \ . \tag{5.41}$$

Kollapszus modellezéséhez az (5.39) egyenlet „–" gyökét kellett választanunk. Az a_0 integrációs állandó a skálafaktor kezdeti értéke (τ=0-nál). Látszik, hogy a kollapszus véget ér, amikor a=0 bekövetkezik, véges $\tau_1 = \left(2\chi_0^3 a_0^3/9GM\right)^{1/2}$ idő elteltével. Ez azt jelenti, hogy a csillag teljes anyaga az origóba gyűlt!

A (???) fejlődésegyenlet segítségével a központi tömeg kifejezhető az energiasűrűség és a csillag sugara segítségével. Eszerint M a csillag energiasűrűségének térfogati integrálja

$$M = \frac{4\pi\chi_0^3 a^3}{3}\rho \ . \tag{5.42}$$

M állandó, így a csillag energiasűrűsége (5.42) értelmében $\rho()\sim a^{-3}$, azaz a csillag eredeti feltevésünk szerint porból áll, mivel nyomása a

$$\dot\rho + 3\frac{\dot a}{a}(\rho + p) = 0 \tag{5.43}$$

folytonossági egyenlet értelmében eltűnik. A kollapszus befejeztével (a=0) tehát a por energiasűrűsége végtelen!

Összefoglalva, a kollapszus végtelen sűrűségű ponttá húzza össze a csillagot, mégpedig véges idő elteltével. A pont tehát egy szingularitás, amelynek külső környezete a Schwarzschild-téridő lesz.

2.2. Gömbszimmetrikus fekete lyukak

Az (5.25) Schwarzschild-téridőről könnyen belátható, hogy a metrikus tenzor komponensei divergálnak r=0 és r=2GM helyeken. Meg lehet mutatni, hogy előbbi egy igazi szingularitás (az R görbületi skalár is divergens), utóbbi azonban csak a rossz koordinátaválasztás következménye. Valóban, léteznek olyan koordináták, amelyekben a metrika jól viselkedik az R=2GM helyen. Ilyenek az Eddington–Finkelstein- és a Kruskal–Szekeres-koordináták. Mindkettőhöz null (fényszerű) koordináták bevezetése szükséges:

$$v = t + r^* \ , \quad u = t - r^* \ , \tag{5.44}$$

ahol

$$r^* = r + 2GM \ln|r - 2GM| \tag{5.45}$$

az ún. teknőc-koordináta. A (v,u) koordináták avanzsált és retardált időként ismertek.

Felhasználva, hogy

$$dr^* = \frac{dr}{\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)} \ , \tag{5.46}$$

a (5.25) ívelemnégyzet könnyedén átírható (v,r,θ,ϕ) koordinátákra

$$ds^2_{S_{külso}} = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)dv^2 + 2d \tag{5.47}$$

A radiális ($d\theta$=0=$d\phi$) fényszerű (ds^2=0) geodetikusok eleget tesznek a

$$\begin{aligned} v &= \text{állandó} \ , \\ dr &= \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)dv \end{aligned}$$

egyenletek valamelyikének. Az (???) egyenletek a radiálisan befelé, illetve kifelé induló fényjeleket írják le. Látható, hogy r=2GM sugárnál a kifelé induló fényjelek radiális r koordinátája nem növekszik, hiába telik az idő (növekszik v). Tehát r=2GM az eseményhorizont sugara (ez Schwarzschild-sugárként is ismert). Ha a

Schwarzschild-megoldás nem egy R>2GM sugarú objektum külseje, hanem az eseményhorizont sugaránál kisebb sugarakra is kiterjeszthető, akkor fekete lyukat ír le.

Végezetül megjegyezzük, hogy az általános relativitáselmélet első kísérleti bizonyítékai a Schwarzschild-téridőhöz kapcsolódnak. A Naprendszert (a Nap belsejének kivételével) Schwarzschild-téridővel modellezve, a tömeges és tömeg nélküli részecskepályák vizsgálatából a keringő bolygók perihélium-elfordulását és a Nap mellett elhaladó fény elhajlását kapjuk. A megfigyelések nagy pontossággal erősítették meg az elmélet jóslatait.

2.3. Energiafeltételek

Felmerül a kérdés, hogy a fekete lyuk kialakulása a kollapszus során a gömbszimmetriának tulajdonítható-e. Lehetséges-e, hogy a nem gömbszimmetrikus por részecskéi a gravitációs összehúzódás során egymással szembe menve elhaladnak egymás mellett és az összehuzódást egy táguló szakasz követi? A kérdésre a választ a Penrose és Hawking által kidolgozott *szingularitástételek* jelentik, amelyek kimondják, hogy a szingularitás valamilyen formája szimmetriától függetlenül kialakul, amennyiben az anyag energia-impultus tenzora teljesít bizonyos pozitivitási feltételeket. Négy energiafeltétel ismert, ezek a ρ energiasűrűségű és p_i,i=1,2,3 főnyomásokkal jellemezhető folyadék esetén a következők:

- gyenge energiafeltétel: $\rho \geq 0$, $\rho + p_i > 0$,
- null energiafeltétel: $\rho + p_i \geq 0$,
- erős energiafeltétel: $\rho + \sum_i p_i \geq 0$, $\rho + p_i \geq 0$,
- domináns energiafeltétel: $\rho \geq 0$, $\rho \geq ||$.

Az *erősenergia feltételből* következik a *fókuszálódási tétel*, amely szerint a szabad részecskéket jellemző, hiperfelületről induló időszerű geodetikusok expanziója nem növekedhet, azaz egy kongruencia divergenciájának növekedése lassul (az egymástól távolodó részecskék lelassulnak), míg csökkenése gyorsul (az egymáshoz közeledő részecskék felgyorsulnak). Következésképpen a geodetikusok egy későbbi időpontban találkoznak az ún. *kausztikus* pontban.

Ugyanez a fókuszálódási tétel áll fenn a null geodetikusokra is (szabad, nulla tömegű, azaz fénysebességgel mozgó részecskékre), amennyiben a *null energiafeltétel* érvényes.

Penrose tételéhez a *domináns energiafeltétel* szükséges.

2.4. Forgó fekete lyukak

A Schwarzschild fekete lyuk forgást is tartalmazó általánosítása a Kerr fekete lyuk. Ennek geometriája bonyolultabb, és a tömegen kívül egy másik, a forgást jellemző a paraméternek is függvénye. Amennyiben $a<M$, a Kerr-téridőnek két eseményhorizontja van, de $a=M$ esetén csak egy (ilyenkor a Kerr fekete lyuk extremális). Ha $a>M$, egyáltalán nincs eseményhorizont, a Kerr-geometria egy ún. *csupasz szingularitást* ír le. A *kozmikus cenzor hipotézis* viszont tiltja ilyenek létezését a természetben.

A fekete lyukakkal kapcsolatosan ismertek unicitástételek. Vákuumban, aszimptotikus síkság feltevése mellett a Schwarzschild-téridő az Einstein egyenletek egyetlen gömbszimmetrikus, sztatikus megoldása (Birkhof-tétel), illetve a Kerr-téridő az egyetlen forgó, tengelyszimmetrikus és stacionér megoldás.

Elektrovákuumban (ha megengedjük, hogy a fekete lyuknak elektromos töltése is legyen), hasonló tételek érvényesek, a Reissner–Nordström a gömbszimmetrikus, a Kerr–Newman pedig a forgó megoldás. A *„no hair" (nincs haj) tétel* kimondja, hogy a tömegen, elektromos töltésen és forgási paraméteren kívül semmilyen más jellegzetessége (haja) nem lehet egy elektrovákuum fekete lyuknak.

2.5. A szupernagy tömegű fekete lyukak tömegének és spinjének meghatározása megfigyelésekből

A szupernagy tömegű fekete lyukak tömege és spinje több közvetett módszerrel is meghatározható.

i) A galaxisunk központjában található fekete lyuk spinje és kvadrupól-momentuma származtatható a milliparszek távolságban keringő csillagok asztrometriai megfigyeléséből.

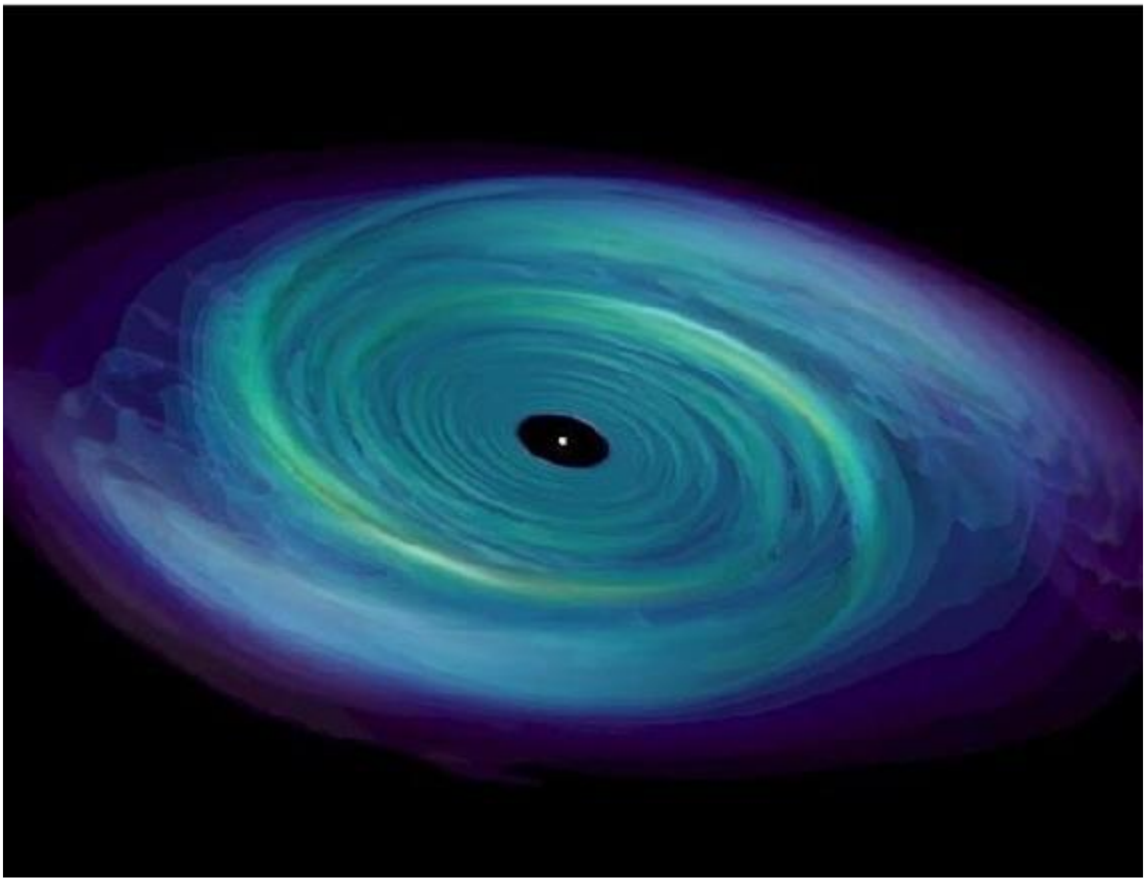
ii) Az optikai / röntgenspektrumban megfigyelt vonalakból (erősen gerjesztett Mg, O, C) az ún. reverberációs leképezéssel meghatározható a széles vonalú tartomány (Broad Line Region) sugara és sebességmintázata, mindkettő a geometria függvénye. Ezzel a módszerrel megbecsülhető a fekete lyuk tömege, spinje, valamint ennek iránya is.

iii) A VLBI segítségével elvben meghatározható a SgrA* (a galaxisunk központi fekete lyukának megfelelő rádióforrás) és az M87 (más néven Virgo A, NGC 4486, egy óriási elliptikus galaxis, aktív galaxismaggal, amely az elektromágneses színkép valamennyi tartományában sugároz, különösen rádiótartományban) központi fekete lyukait jellemző horizontok alakja, amely szintén a spin függvénye.

iv) Az aktív galaxismagok által kilövellt nyalábok alapjának szélességét a Blandford–Znajek-effektus határozza meg, amely szintén összefügg a spinnel. Az M87 megfigyelései pl. kis átmérőt adtak a nyaláb alapjára, ezt a fekete lyuk gyors forgásával magyarázzák.

v) A nyalábbeli elektronok energiaeloszlásának kisenergiás levágása, amelyre a rádió-spektrumból következtetnek, megfelelően magyarázható a proton-proton ütközések nyomán létrejövő pion-bomlással. Ez a mechanizmus relativisztikus hőmérsékletet feltételez a nyaláb alapjának szomszédságában, az akkréciós korongban, ami a fekete lyuk igen gyors forgásával áll kapcsolatban.

Összefoglalásképpen, a megfigyelések alátámasztják azt a lehetőséget, hogy a természetben előforduló fekete lyukak igen gyorsan forognak, vagyis spinjük és következésképpen a forgás miatt bekövetkező centrifugális ellaposodásuk, amelyet a tömeg kvadrupól-momentuma fejez ki, egyaránt jelentős.



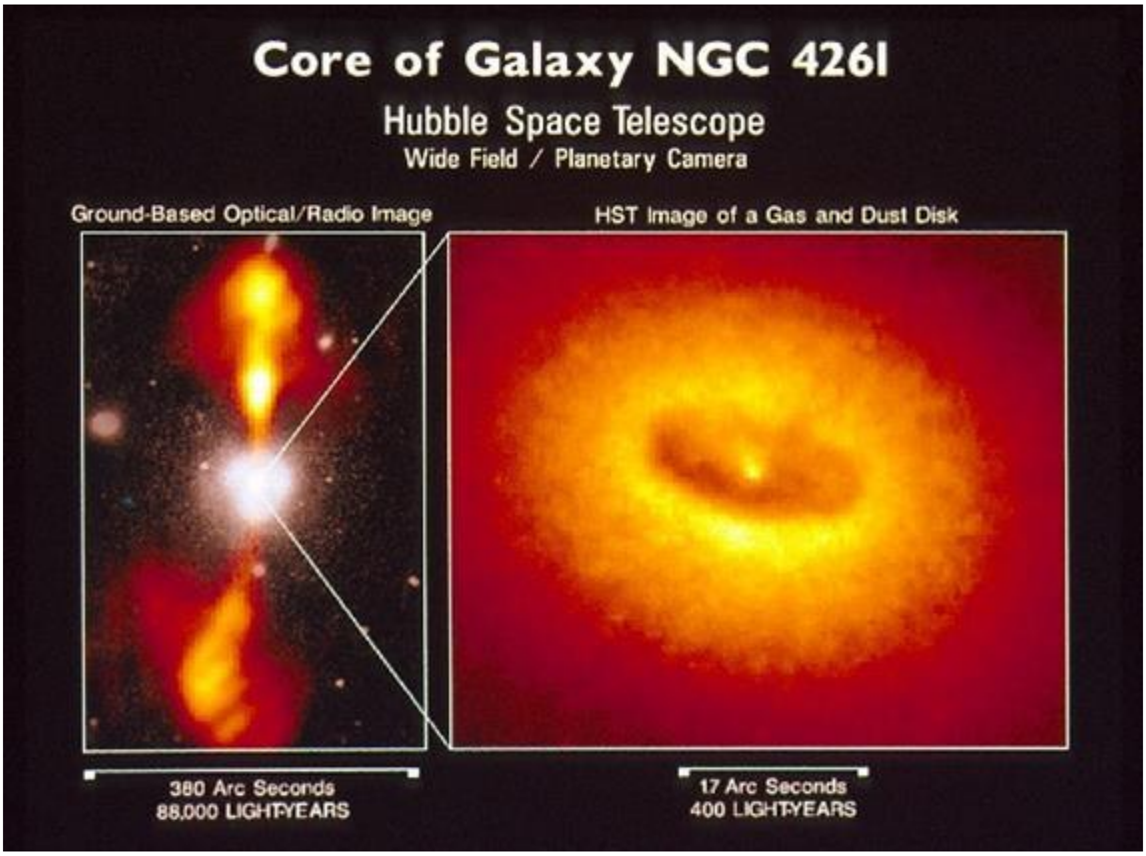
Fekete lyuk akkréciós korongja. [Forrás: http://www.nasaimages.org]

3. Fekete lyukak asztrofizikai környezete

3.1. Akkréciós korongok

A szupernagy tömegű fekete lyukak körüli anyag akkréciós korongba tömörül (5.10. ábra). Az akkréciós korong (plazmarészecskék közel körpályán) bonyolult, nyílt és zárt erővonalakat egyaránt tartalmazó mágneses mezőt hoz létre. Az akkréciós folyamatok és mágneses mező együttes hatásának eredménye, hogy a korongra merőleges irányokban Poynting-fluxus formájában energia távozik, ennek szerepe az, hogy impulzusmomentumot vigyen el a rendszerből. A fekete lyuk az akkréció miatt egyre gyorsabban forog, viszont az általános relativitáselmélet egy bizonyos maximális forgásnál gyorsabb forgást nem enged meg (Kerr fekete lyukak esetén). Az (5.11.) ábra az NGC 4261 galaxis magjából kilövellő nyalábokat, valamint a fekete lyukat tápláló akkréciós korongot mutatja be.

Többféle akkréciós korong modell ismeretes. Fekete lyuk akkréció esetén a geometriailag vékony, optikailag vastag akkréciós korong ún. *hidrodinamikai* modelljét célszerű használni, amelyben az akkréció egyenletes (*steady-state accretion*). Energiaáramlás csak az akkréciós korongra merőleges irányban történhet, a korongban csupán anyag-áramlás van (Bardeen akkréciós modellje).



Az NGC 4261 galaxis magjából kilövellő nyalábok, valamint a Hubble űrteleszkóp (HST) által talált akkréciós korong, amely a fekete lyukat táplálja. [Forrás: http://www.nasaimages.org]

3.2. Nyílt és zárt mágneses terek

Az 5.12. ábra a fekete lyuk és akkréciós korong rendszerrel kompatibilis nyílt és zárt erővonalrendszer topológiáját mutatja. Az eseményhorizont és akkréciós korongot összekötő zárt mágneses erővonalrendszer energia- és impulzusmomentum-cserét tesz lehetővé a fekete lyuk és az akkréciós korong között.

Az eseményhorizonthoz csatlakozó nyílt, poloidális mágneses tér lehetővé teszi energia és impulzusmomentum kinyerését a fekete lyukból a Blandford–Znajek-mechanizmus segítségével, Poynting-fluxus formájában. Ez a mechanizmus felel a nyalábok energiautánpótlásáért, valamint fontos szerepe van az aktív galaxismagokban (AGN) bekövetkező gammakitörésekben (GRB) is.

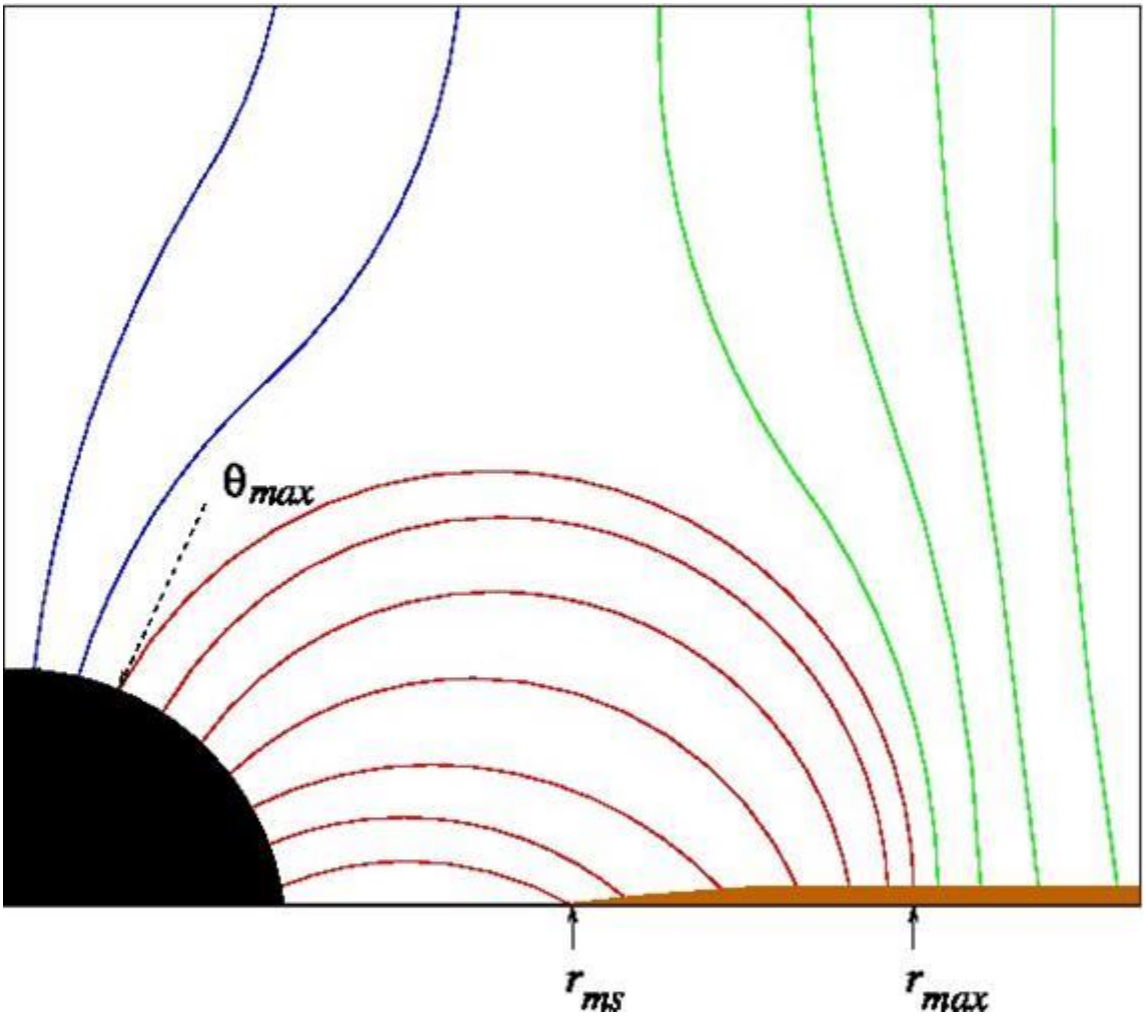
3.3. Spinlimit és az energiakonverzió hatékonysága

Bardeen-akkréciót vizsgálva, a fekete lyukba hulló anyag folyamatosan pörgeti fel a fekete lyuk forgását, egészen addig, míg extremális Kerr fekete lyuk ($a=M$) nem jön létre. A behulló anyag nyugalmi tömege a folyamat során részben sugárzási energiává alakul. Ennek hányada a fekete lyuk forgásával együtt növekszik. A nyugalmi tömeget sugárzássá alakító hatásfok Schwarzschild fekete lyuk esetén 5,7%, míg az extremális Kerr fekete lyuk esetén 42,3%. Ez a természetben jelenleg ismert energiatermeléssel járó folyamatok közül messzemenőleg a leghatékonyabb. A hidrogént héliummá alakító fúzió hasonló módszerrel számolt hatásfoka mindössze 0,7%!

Amennyiben a modellt finomítjuk, mind a végső spin, mind az energiakonverzió hatásfoka valamelyest csökken. Így például az akkréciós korong által kibocsájtott, később a fekete lyuk által elnyelt fotonok figyelembevételével (kanonikus fekete lyukként ismert modell) a végső spin enyhén, a=0,9982M-re, a hatásfok pedig 30%-ra csökken (ez még mindig tetemes).

3.4. Részecskenyalábok

A nyalábokat (jeteket) az aktív galaxismagok (AGN) szupernagy tömegű központi fekete lyukának, az akkréciós korongnak és a mágneses erővonalaknak a bonyolult rendszere hozza létre. A környezettel való kölcsönhatás során nagyenergiájú részecskékből álló, kiloparszek (vagy ennél is nagyobb) hosszúságú nyalábok alakulnak ki, amelyek az akkréciós korongra merőlegesek. Mivel az akkréciós korong (egyensúlyi helyzetben) a fekete lyuk egyenlítői síkjában helyezkedik el, a nyaláb egyúttal a fekete lyuk spinjének irányát is kijelöli. Szokásos feltevés, hogy a nyalábok és a spinek iránya azonos.



Fekete lyuk + akkréciós korong + nyílt és zárt mágneses erőterek szimbiotikus rendszere.
[Forrás: Z Kovács, LÁ Gergely, PL Biermann: Mon. Not. Royal Astron. Soc.*416*, 991-1009 (2011); [arXiv: 1007.4279 [astro-ph.CO]]

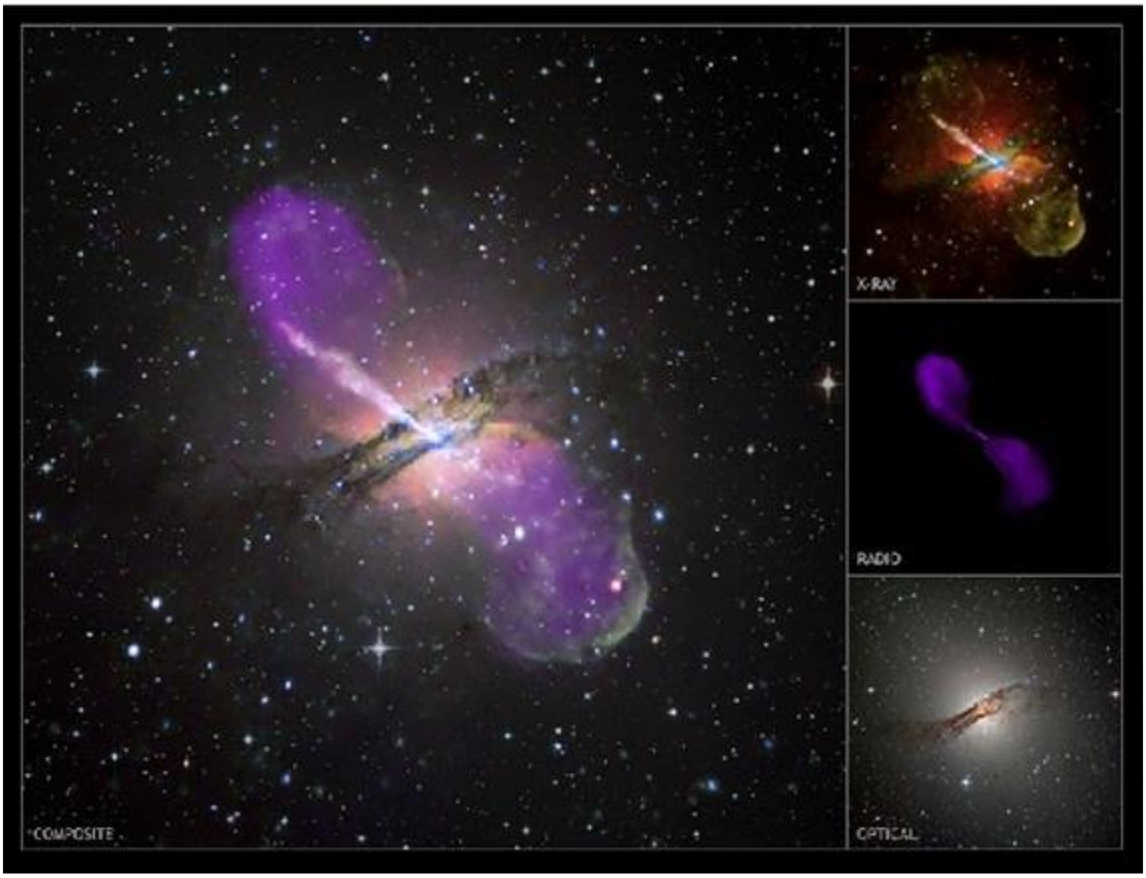
A szupernagy tömegű fekete lyukak többsége relativisztikus nyalábokat bocsájt ki. A nyalábok jelenléte és a gyors forgás korrelál egymással. A nyaláb létrejötte és fennmaradása azonban független attól, hogy fennáll-e az akkréció. Utóbbi csupán a nagy spin létrejöttében játszik szerepet.

Az ??? és 5.14. ábrák két példát mutatnak be nagy léptékű nyalábokra.

A részecskenyalábok kis léptékű struktúráját az ún. Very Large Baseline Interferometry (VLBI) technikákkal lehet tanulmányozni.

3.5. X alakú rádiógalaxisok

X alakú rádiógalaxisokból (XRG) jelenleg hozzávetőleg 100 ismert (5.15. ábra). Az X alakot egymással szöget bezáró két nyalábpár adja. A szakirodalomban a nyalábokat szokás lebenyeknek (lobes) vagy szárnyaknak (wings) is nevezni. A 3CRR katalógusban az XRG-k hozzávetőleg 10%-át teszik ki a fényes, FR II típusú rádió galaxisoknak[5]. Az XRG-jelöltek jelentős részét a FIRST rádiófelmérés alapján találták.



A Centaurus A aktív galaxis, valamint a galaxis síkjára közel merőleges nyalábok. A kép az optikai-, röntgen- és rádiótartományokban készült felvételek (hamis színekkel ábrázolt) szuperpozíciójaként állt elő. [Forrás: http://www.nasaimages.org/]

3.5.1. Megfigyelések

Tekintsük át röviden az X alakú rádiógalaxisokkal kapcsolatos megfigyeléseket. Az XRG-k rádió tartományban mutatott luminozitása általában az FR I és FR II típusok közti határhoz közeli, ezért meglepő, hogy

- Egyetlen esetben sem FR II típusú mindkét lebenypár. Általában az egyik lebenypár külső részén forró foltok találhatók (elsődleges lebenypár), míg a másik kevésbé kollimált (másodlagos lebenypár, szárny).

Az X alakú rádiógalaxisokkal kapcsolatos statisztikai elemzések szerint:

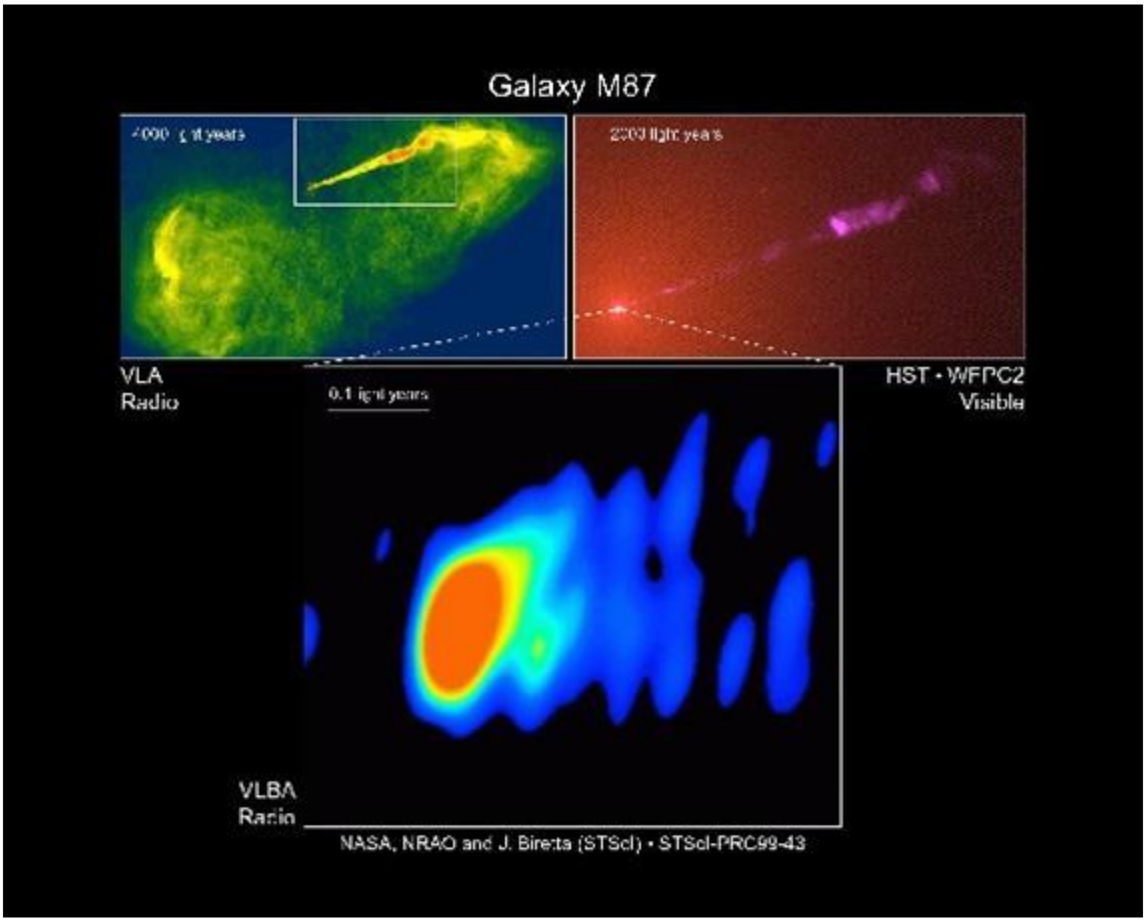
- XRG-k kizárólag 0,2-nél nagyobb ellipticitású galaxisokban fordulnak elő.

[5]A Fanaroff és Riley által bevezetett FR I és FR II típusú rádióforrások közti határ $P_{178\ \mathrm{MHz}} = 2\times10^{25}$ W Hz^{-1}sr^{-1} értéknél van.

- Az elsődleges rádiólebenypár tipikusan a galaxis optikai nagytengelyének irányába mutat, annak ellenére, hogy a (nem X-alakú) rádió-hangos elliptikus galaxisok semmiféle ilyen korrelációt nem mutatnak. A másodlagos lebenyek az optikai kistengellyel mutatnak szoros korrelációt.
- Összehasonlítva egy 29 XRG-t egy 36 közönséges rádiógalaxist tartalmazó, hasonló vöröseltolódású és luminozitású mintával, azt találták, hogy az XRG mintában szignifikánsan nagyobb a szupernagy tömegű fekete lyukak tömege.

3.5.2. Az XRG-k keletkezésének modelljei:

Az XRG-k jelenleg négyféle modellel magyarázhatók.



Az M87 galaxisban formálódó óriásnyaláb, valamint annak nagy felbontású struktúrája, melyet a Very Large Baseline Array (VLBA) technikával készítettek. [Forrás: http://www.nasaimages.org/]

3.5.2.1. 1) Kettős AGN

A két nyalábot két fekete lyuk hozza létre, amelyek összeolvadó masszív elliptikus galaxisok központi szupernagy tömegű fekete lyukai. Példák: NGC 326, XRG J1130+0058. A modell kompatibilis az XRG-kre jellemző nagyobb tömeggel. Nem magyarázza, miért csak egyik nyalábpár FR II típusú, valamint a rádió- és az optikai tengelyek korrelációját.

3.5.2.2. 2) Visszafolyás / eltérülés modell.

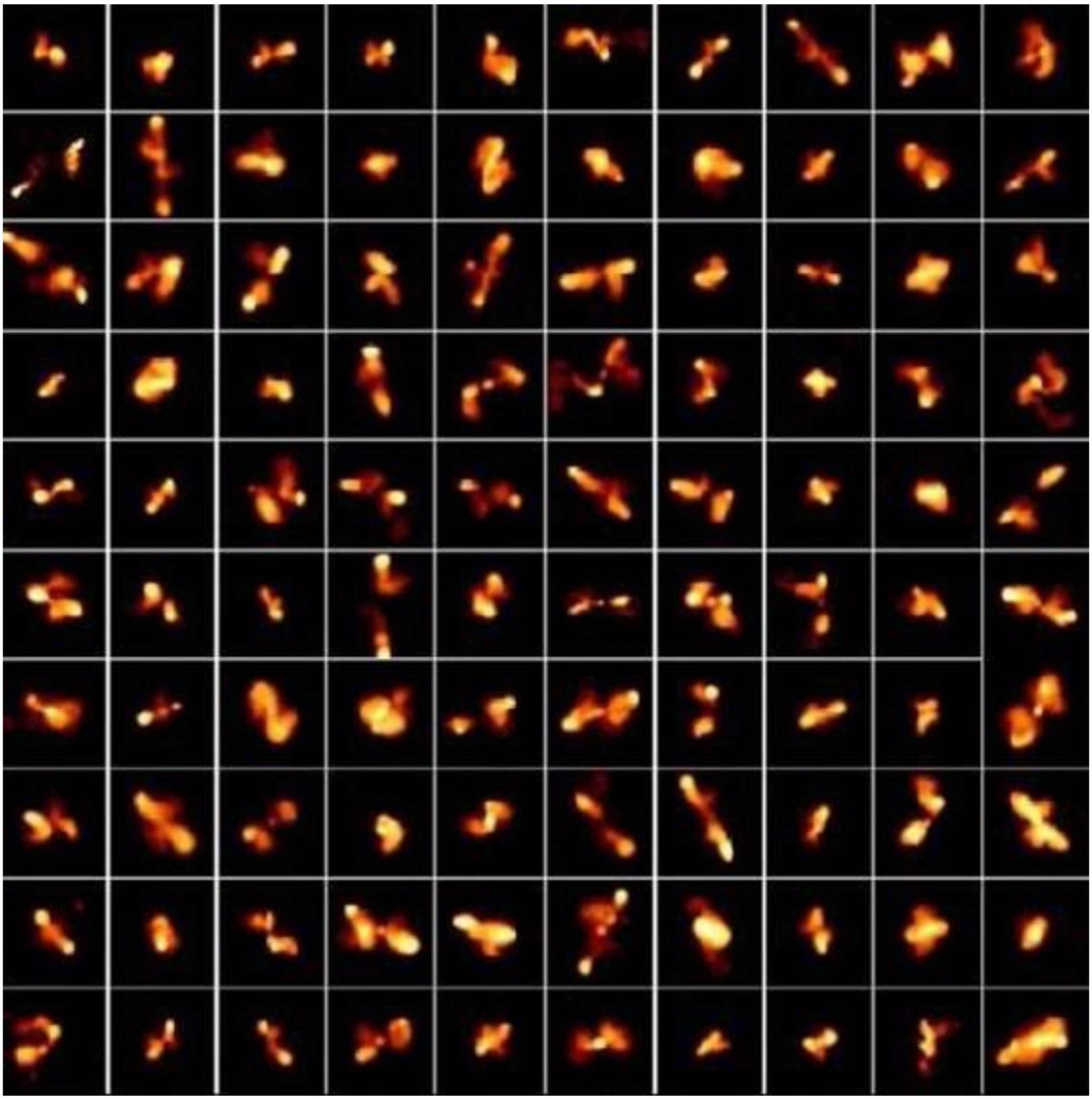
A másodlagos lebenypár a forró foltokból származó szinkrotron plazma legnagyobb nyomásgradiensének irányába történő visszafolyásából származik. Megmagyarázza, miért csak egyik lebenypár FR II típusú, de nem következik belőle az XRG-kre jellemző nagyobb tömeg. Ellentmondásban áll azzal is, hogy az XRG-k egy részében a másodlagos lebenyek sokkal kiterjedtebbek, hosszabbak, mint az elsődlegesek, pl. 3C 223.1, 3C 403, NGC 326, J1130+0058, 4C+00.58 esetén.

3.5.2.3. 3) Nyaláb-réteg kölcsönhatási modell

A másodlagos lebenyek úgy alakulnak ki, hogy a nyaláb megtörik a gázban gazdag csillagrétegeken, amelyek egy elliptikus és egy koronggalaxis összeolvadásából keletkeztek. A nyaláb dekollimációját és oldalirányba való megtörését a Cen A rádiógalaxison végzett mérések valószínűsítik, valamint összhangban áll más rádiógalaxisokon (3C 321, 3C 433) történt megfigyelésekkel. A modell konzisztens az XRG-kre jellemző nagyobb tömeggel, összhangban áll azzal, hogy csak az egyik nyalábpár FR II típusú, megengedi a hosszabb másodlagos lebenyek kialakulását, és magyarázza a rádió-optikai korrelációt (a gáz- és csillagrétegek többnyire az optikai nagytengelyen helyezkednek el, így csak az optikai nagytengely irányú nyalábok törnek meg, és a törés a kistengely irányába tereli a másodlagos nyalábot). Hiányossága, hogy az XRG-k eddigi közvetlen megfigyelése nem tette lehetővé igazolását.

3.5.2.4. 4) Spinátfordulás a fekete lyukak összeolvadása során

A fekete lyuk spinjének irányváltozására természetes magyarázatot ad egy másik fekete lyukkal való egyesülés folyamata. A spin irányának megváltozása akár a hosszú bespirálozás, akár az ezt követő rövid ún. bezuhanás korszakában bekövetkezhet. Előbbi esetben a bejövő fekete lyuk tömege egy nagyságrenddel kisebb, míg utóbbi eset az összemérhető tömegű fekete lyukakra jellemző. Megmagyarázza az XRG-kre talált nagyobb tömeget. Összhangban áll azzal a megfigyeléssel, hogy a nyalábpárok spektruma általában nem egyforma. Egyiküknek meredek a rádióspektruma, ami azzal magyarázható, hogy a közelmúltban nem kapott energiautánpótlást (vagyis régi nyalábról van szó, ún. szinkrotron kora tipikusan néhányszor 10^7 év). Ezzel szemben a másiknak aránylag lapos a spektruma, ez egy fiatal nyaláb. A másodlagos lebenyek a régi, elhaló nyaláb maradványai, az elsődleges lebenyek újak, tehát energetikusak (FR II típusúak). Megengedi a hosszabb másodlagos lebenyek létezését (azok korábban alakultak ki). Nem ad magyarázatot a rádió- és az optikai tengelyek korrelációjára.

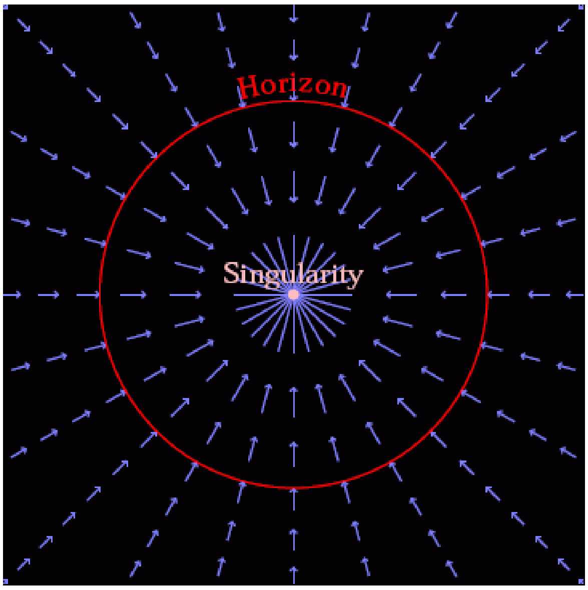


100 X-alakú rádiógalaxis. [Forrás: CC Cheung : Astron. J.,*133*, 2097-2121 (2007), arXiv:astro-ph/0701278v3]

A természetben esetenként a négy modell bármelyike megvalósulhat, de statisztikailag a spinátfordulás tűnik a leggyakoribbnak, mivel az Univerzum történetében a galaxisok összeolvadása gyakori esemény, és a tipikus tömegarány ismeretében a spin irányának átfordulása kötelezően megtörténik. A jövőbeli kutatásoknak viszont tisztázniuk kell a rádiónyalábok és a gazdagalaxisok optikai tengelyei közti korreláció eredetét. Könnyen elképzelhető, hogy ez a szupernagy tömegű fekete lyukak és a másik galaxis csillagpopulációjának dinamikai súrlódásként ismert kölcsönhatására vezethető vissza.

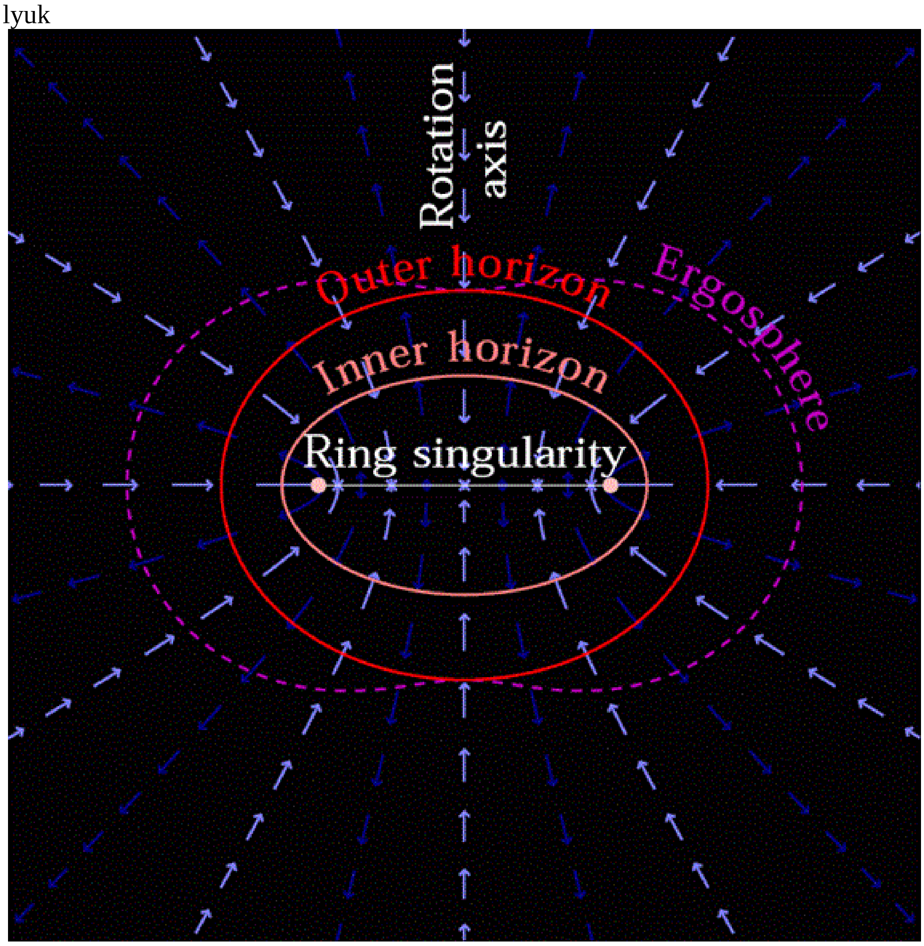
Kapcsolódó animációk:

- Schwarzschild fekete lyuk



http://hendrix2.uoregon.edu/~imamura/FPS/images/schw_waterfall_s.gif

- Kerr fekete lyuk



http://hendrix2.uoregon.edu/~imamura/FPS/images/kerr_waterfall.gif

Kapcsolódó videók:

- Kombinált optikai (HST) és rádiófelvétel (VLA) a Hercules A rádiógalaxis középpontjában lévő, szupernehéz fekete lyuk bipoláris anyagkifúvásáról

(Forrás: NASA, ESA, S. Baum and C. O'Dea (RIT), R. Perley and W. Cotton (NRAO/AUI/NSF), and the Hubble Heritage Team (STScI/AURA))http://www.nasa.gov/multimedia/videogallery/index.html?media_id=156252601

- Szuperszámítógépes szimuláció két fekete lyuk összeolvadásáról

  (Forrás: NASA's Goddard Space Flight Center/P. Cowperthwaite, Univ. of Maryland)http://www.nasa.gov/multimedia/videogallery/index.html?media_id=152827301

- Szuperszámítógépes szimuláció egy neutroncsillagok összeolvadása által keltett, rövid gammafelvillanásról

  http://www.nasa.gov/multimedia/videogallery/index.html?media_id=78319231

- Fehér törpecsillagok egymás felé spirálozása és összeolvadása során keltett gravitációs hullámok

  (Forrás: NASA/Dana Berry, Sky Works Digital)http://www.nasa.gov/mov/116648main_CollidingWdwarves.mov

4. Irodalomjegyzék

[1]M. Abramowitz, G. Björnsson, J. E. Pringle (szerkesztők): *Theory of Black Hole Accretion Discs*, Cambridge Contemporary Astrophysics (1999)
[2]M. Camerzind: *Compact Objects in Astrophysics: White Dwarfs, Neutron Stars and Black Holes*, Springer (2007)
[3]T.-P. Cheng: *Relativity, Gravitation and Cosmology: A Basic Introduction*, Oxford Master Series in Physics (2009)
[4]J. D. E. Creighton, W. G. Anderson: *Gravitational-Wave Physics and Astronomy: An Introduction to Theory, Experiment and Data Analysis*, Wiley (2011)
[5]N. K. Glendenning: *Compact Stars: Nuclear Physics, Particle Physics, and General Relativity*, Springer (2012)
[6]P. Hoyng: *Relativistic Astrophysics and Cosmology: A Primer*, Springer (2006)
[7]T. J. Maccarone, R. R. Fender, L. C. Ho (szerkesztők): *From X-ray Binaries to Quasars: Black Holes on All Mass Scales*, Springer (2013)
[8]D. L. Meier: *Black Hole Astrophysics: The Engine Paradigm*, Springer (2012)
[9]Ch. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler: *Gravitation*, Freeman (1973)
[10]D. Perkins: *Particle Astrophysics*, Oxford Master Series in Physics (2008)
[11]B. Punsly: *Black Hole Gravitohydromagnetics*, Springer (2001)
[12]P. Schneider, J. Ehlers,. E. E. Falco: *Gravitational Lenses*, Springer (1999)
[13]N. Straumann: *General Relativity: With Applications to Astrophysics*, Springer (2004)

6. fejezet - Struktúraképződés és a kozmológia alapjai

Ebben a fejezetben a nagy léptékű struktúrák kialakulásába, valamint az Univerzum fejlődésébe és szerkezetébe nyerünk betekintést.

A galaxisok megfigyelt egymástól való távolodása a gravitáció legpontosabb elmélete, az általános relativitáselmélet szerint azt jelenti, hogy a Világmindenség egy ősi szingularitásból, az ősrobbanásból (Big Bang) alakult ki 13,7 milliárd évvel ezelőtt. A kezdeti hipergyors, inflációnak nevezett tágulási szakasz után lassulva ugyan, de töretlenül növekedett. Korai, igen forró állapotában anyag és sugárzás töltötte ki, az utóbbi a tágulás miatt napjainkra kihűlt és majdnem tökéletesen izotrop, mikrohullámú háttérsugárzásként (Cosmic Microwave Background, CMB) ismerjük. Ez a kozmikus hőmérő manapság mindössze 2,7 Kelvint jelez, de a távoli múltban, amikor a sugárzás és az anyag kölcsönhatásban álltak, 3000 kelvint mutatott. Ezt követőn a sugárzás és az anyag külön fejlődtek. A Nap-Föld rendszer L_2 Lagrange-pontja (a Nappal átellenes oldalon található) környezetében Lissajous-pályákon keringő WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) és Planck űrszondák mérései a háttérsugárzásban fellelhető olyan parányi irányfüggő eltérésekről adnak pontos képet, amelyek anyagi megfelelői időközben galaxisokká fejlődtek. Fontos kozmológiai megfigyelések még a gravitációs lencsézés, a távoli Ia típusú szupernóvák és a galaxisok eloszlásának feltérképezése, amelyet legnagyobb részletességgel az SDSS (Sloan Digital Sky Survey) program keretében végeztek el.

Az Univerzum jövőbeli sorsa a benne található anyagmennyiségtől függ. A három közismert forgatókönyv szerint a tágulás

a) örökösen folytatódik (és a tér egy 3 dimenziós hiperboloid, a világ pedig nyílt),

b) éppen megáll végtelen idő elteltével (a tér nem görbült),

c) véges idő elteltével kifullad a tágulás, megtorpan a Világegyetem, majd összehúzódik és a vége, akár az eleje egy végtelen sűrűségű, nyomású és hőmérsékletű szingularitás lesz, amelyet nagy reccs (Big Crunch) néven aposztrofálnak (ebben az esetben a tér egy 3-dimenziós gömb, azaz véges, de határtalan, a világ pedig zárt).

A felvázolt 3 lehetőség azonban már nem felel meg korszerű ismereteinknek, az Univerzum jövőbeli sorsa a sötét energia függvénye, amelyről igen keveset tudunk, mindössze annyit, mint amikor egy függvénynek csak egy adott pontbeli behelyettesítési értéke (ez a kozmológiai állandó) ismert.

A fejezetben $c=k_B=1$ egységeket használunk, ahol c a fénysebességet és k_B a Boltzmann-állandót jelöli.

Szükséges előismeretek, kompetenciák: differenciál- és integrálszámítás, tenzoralgebra és -analízis, perturbációszámítás, általános relativitáselmélet alapfogalmai, atommag- és részecskefizika alapfogalmai.

Kulcsszavak: Hubble-törvény, Friedmann-egyenlet, Raychaudhuri-egyenlet, kozmológiai állandó, sötét anyag, sötét energia, infláció, nukleoszintézis, nagyléptékű struktúrák, sűrűségperturbáció, akusztikus barionoszcilláció, kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás.

1. A standard kozmológiai modell

A kozmológia a világegyetem fejlődésének tudománya. Mivel a négy kölcsönhatás közül csupán kettő, a gravitációs és az elektromágneses nagy hatótávolságú, azonban a kétféle elektromos töltés miatt a testek semlegesek, az Univerzum arculatát egyedül a gravitáció alakítja ki. Az általános relativitáselmélet a gravitációt téridőgörbületként kezeli, amelynek forrása az összes fellelhető energiaforma. A dinamikát az előző fejezetben már ismertetett

$$G_{ab}=8\pi GT_{ab} \tag{6.1}$$

Einstein egyenlet alakítja, az Univerzum anyagát pedig a

$$T_{ab} = (\rho + p)\, u_a u_b + p g_{ab} \tag{6.2}$$

energia-impulzusú ideális folyadékként modellezzük (ρ az energiasűrűsége, p az izotrop nyomása, u_a a négyessebessége, az indexek föl-lehúzásához használt g_{ab} pedig a metrikus tenzor). Az Einstein-egyenlet (tulajdonképpen tíz másodrendű csatolt parciális differenciálegyenlet rendszere tíz négyváltozós ismeretlenben) megoldása nehéz feladat, de szimmetriák létezése nagymértékben egyszerűsíti a problémát. Felmerül a kérdés, milyen szimmetriák jellemzik az Univerzumot?

1.1. Kozmográfia

Mivel a Föld (gravitációs szempontból) nem különleges a Naprendszerben, a Napunk sem különleges csillag a galaxisban, sőt még a galaxisunk sem különleges a létező galaxisok sokasága között (kopernikuszi elv), feltehetjük, hogy a világegyetem mindenütt hasonló az általunk megfigyelttel. Innen már csak egy lépés az Univerzum nagyléptékű homogenitásának (transzlációs szimmetria) és izotrópiájának (rotációs szimmetria) feltevése. Ezeket együtt kozmológiai szimmetriáknak nevezzük, ilyen szimmetriájú a Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker (FLRW) téridő. Ívelemnégyzete

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-Kr^2} + r^2\right. \tag{6.3}$$

ahol t a kozmológiai idő, r,θ,ϕ pedig a szokásos gömbi koordináták, az együtthatók pedig a g_{ab} metrikus tenzor komponensei. A K=0, ±1 értékeket felvevő görbületi index mellett az egyetlen másik változó az a() skálafaktor. A FLRW-téridő t=állandó metszetei maximálisan szimmetrikusak, a szögletes zárójelben található 3-dimenziós metrika görbülete pedig állandó. A K=−1 esetben nyílt, 3-dimenziós hiperboloid felületek, K=0 esetén nulla görbületűek a térmetszetek, míg K=1 térmetszetei zárt, 3-dimenziós gömbök, mint ahogyan azt az r= sinχ (K=1 esetben), illetve r= sinhχ (K=−1 esetben) transzformációkból rögtön látszik. A szimmetriákhoz tartozó Killing-vektorok algebrája so(1,3), ha K=−1; e() ha K=0; és so(4), ha K=1.

1.2. A dinamikai egyenletek

A (6.3) metrikát az ideális folyadék[1] forrású Einstein-egyenletekbe helyettesítve összesen két független egyenletet kapunk. Ezek az

$$\frac{\dot{a}^2 + K}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho \tag{6.4}$$

Friedmann-egyenlet és az

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \tag{6.5}$$

Raychaudhuri-egyenlet. A Friedmann-egyenlet időderiváltját a Raychaudhuri-egyenlettel kombinálva a

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0 \tag{6.6}$$

folytonossági egyenlethez jutunk. A Friedmann-, Raychaudhuri- és folytonossági egyenletek közül bármely kettő meghatározza a harmadikat. Az egyenletek felírhatók a

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \tag{6.7}$$

[1]A folyadék négyessebessége a kozmológiai szimmetriáknak köszönhetően $u^a = (\partial/\partial t)^a$. Itt t a folyadék sajátideje.

Hubble-paraméter segítségével is. A Hubble-paraméter inverze idő jellegű, és mivel c=1, egyben távolság jellegű is. H^{-1} a Hubble-skála, az ennél sokkal nagyobb távolságok jelzője szuper-Hubble, a sokkal kisebbeké szub-Hubble. Szokás a Hubble-paraméter helyett a

$$H = 100h \ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s\ Mpc}} \qquad (6.8)$$

paraméterezést is használni.

Az egyenletek gyors elemzése a következőket mutatja. Amennyiben $\rho+3p>0$ (az ismert anyagformák teljesítik ezt a feltételt) a skálafaktor második deriváltja negatív. Az Univerzum vagy lassulva tágul, vagy gyorsulva húzódik össze. A galaxisok Hubble-tágulásának megfigyelése az első változatot támogatja. Mivel a lassulva tágulás az Univerzum egész történetére érvényes, a múltban lennie kellett egy nulla skálafaktorú, végtelen sűrűségű és nyomású pontnak, ez az ősrobbanás. Nincs értelme annak a kérdésnek, hogy mi volt előtte: az egyenletek szingulárisak, a fejlődés nem terjeszthető az ősrobbanáson át egy távolabbi múltba.

A Hubble-tágulás miatt a távolabbi galaxisok gyorsabban távolodnak, fényük a vörös felé tolódik el. A megfigyelt $\lambda_0$hullámhossz és a kibocsátási λ hullámhossz z=()/λ vöröseltolódása kifejezhető a skálafaktor segítségével is

$$z + 1 = \frac{a_0}{a} \ , \qquad (6.9)$$

itt a_0 a skálafaktor jelenlegi értéke.[2] A fenti képlet azon alapszik, hogy mint minden távolság, a hullámhosszak is a skálafaktorral arányosan növekednek. Az ősrobbanáskor tehát $z\to\infty$, itt és most z=0, míg végtelen ideig folytatódó tágulás esetén $z\to-1$.

1.3. Por- és sugárzásdominált univerzumok

Az ősrobbanást követő forró Univerzumban a sugárzás a domináns energiaforma. A sugárzás állapotegyenlete

$$p = \frac{\rho}{3} \ . \qquad (6.10)$$

Behelyettesítve ezt a folytonossági egyenletbe, a sugárzás energiasűrűségére

$$\rho \propto a^{-4} \qquad (6.11)$$

adódik, a Friedmann-egyenlet értelmében pedig K=0 esetben

$$a \propto t^{1/2} \qquad (6.12)$$

következik, így $\rho\propto t^{-2}$.

Az Univerzum hőmérsékletét a benne lévő sugárzás hőmérsékletével azonosítjuk. Mivel a sugárzás energiasűrűsége egyrészt $\propto a^{-4}$, másrészt termikus sugárzás jellegénél fogva feketetest-sugárzás, így a Stefan–Boltzmann-törvény szerint $\rho\propto T^4$, az Univerzum hőmérséklete fordítottan arányos a skálafaktorral:

$$T \propto \frac{1}{a} \ . \qquad (6.13)$$

[2]Általában a kozmológiában a nulla index a mennyiség jelenlegi értékét jelöli. A Hubble-paraméter jelenlegi értékét Hubble-állandónak is nevezik.

A tágulás miatt kihűlő Univerzumban a ”tipikus folyadékrészecskék” ütközéseinek száma jelentősen csökkent, még végül ez a fajta kölcsönhatás elhanyagolhatóvá válik. Az ilyen folyadékot pornak nevezik, állapotegyenlete

$$p = 0 \ . \tag{6.14}$$

A sugárzás esetében alkalmazott gondolatmenetet követve

$$\rho \propto a^{-3} \tag{6.15}$$

és K=0 esetben

$$a \propto t^{2/3} \ , \tag{6.16}$$

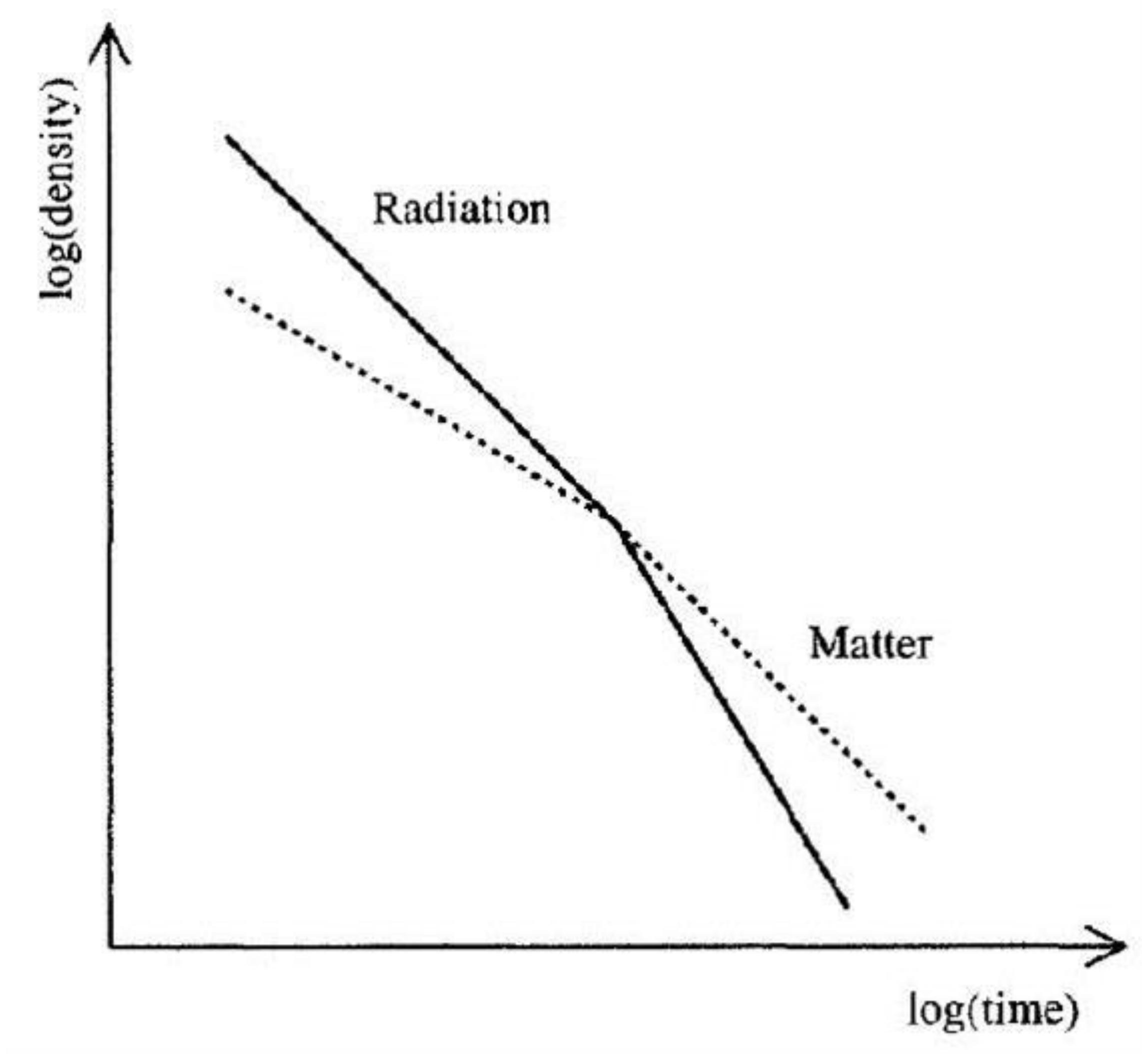
így $\rho \propto t^{-2}$, ugyanaz, mint a sugárzásdominált Univerzumban.

Mind a tágulás üteme, mind az energiasűrűség időfüggése különbözik. Azonban a por- és a sugárzásdominált Univerzumok közös jellemzője, hogy

$$H \propto \frac{1}{t} \ , \tag{6.17}$$

a tágulás üteme tehát mindkét esetben aszimptotikusan nullára csökken.

Könnyű levezetni a por energiasűrűségének időfejlődését a sugárzás által dominált Univerzumban ($\rho \propto t^{-3/2}$), illetve a sugárzás energiasűrűségének időfejlődését a por által dominált Univerzumban ($\rho \propto t^{-8/3}$). A 6.1. ábra mutatja a sugárzás és por anyagkomponensek időfejlődését a sugárzás, illetve por által dominált Univerzumokban.



A sugárzás (folytonos vonal) és por (pontozott vonal) energiasűrűségének időfejlődése log-log skálán a sugárzás (törésponttól balra), illetve por (törésponttól jobbra) által dominált Univerzumban.[1].

1.4. A kozmológiai állandó által dominált univerzum

Az ideális folyadék energiasűrűségének és nyomásának

$$\rho = \rho_1 + \frac{\Lambda}{8\pi G}\,,$$
$$p = p_1 - \frac{\Lambda}{8\pi G}$$

transzformációi után a folyadék energia-impulzus tenzora

$$T^{ab} = T_1^{ab} - \frac{\Lambda}{8\pi G} g^{ab} \tag{6.19}$$

lesz, ahol T_1^{ab} a $(\rho_1,\ p_1)$ által jellemzett folyadék energia-impulzus tenzora, Λ pedig az ún. kozmológiai állandó. Amennyiben az Univerzumban található anyagot a $(\rho_1,\ p_1)$ jellemzi, a kozmológiai állandó is jelen lehet az egyenletekben. Eredetileg Einstein azért vezette be a kozmológiai állandót, hogy az Univerzum sztatikus lehessen (Einstein-univerzum), a Hubble-tágulás felfedezése után azonban ezt tévedésként értékelte.

Természetesen a kozmológiai állandó előjelétől és értékétől függ, hogy éppen sztatikus lesz-e az Univerzum, vagy más, például gyorsulva táguló. A standard (standardizálható) gyertyaként is ismert Ia típusú szupernóvák abszolút fényessége jól meghatározható, így a látszó fényesség egy távolságbecslést ad. A spektrum vöröseltolódása az univerzális tágulás ismeretében egy másik távolságbecslést ad. A két becslés összevetésésből meghatározható, hogy a szupernóva-robbanás óta eltelt idő alatt miként fejlődött az Univerzum. A 2011-es Nobel-díj nyertesei (Saul Perlmutter, Brian P. Schmidt, Adam G. Riess) a múlt évezred végén publikálták azon elemzéseiket, amelyek segítségével a távoli[3] szupernóvák megfigyeléséből arra következtettek, hogy az Univerzum tágulása lassulás helyett gyorsul! Egy elég nagy pozitív kozmológiai állandó pont ilyen gyorsuló tágulást idéz elő. Általában a gyorsuló tágulást előidéző anyagformákat sötét energiának nevezik, a sötét energia legegyszerűbb modelje pedig éppen a kozmológiai állandó.

A kozmológiai állandó felfogható egy olyan ideális folyadékként, amelynek energiasűrűsége $\rho=\Lambda$ és nyomása $p=-\Lambda$, azaz a barotropikus index $w=p/\rho=-1$. Ez egy furcsa energiaforma, hiszen a táguló Univerzumban a térfogatok növekednek, az energiasűrűsége mégis állandó, így az általa képviselt összenergia folyamatosan növekszik! Könnyen belátható, hogy az időben csökkenő energiasűrűségű por és sugárzás rövid időn belül elhanyagolhatóvá válik, és az Univerzum fejlődését kizárólag Λ határozza meg. A Friedmann-egyenletből (K=0 esetén) az következik, hogy a skálafaktor fejlődése exponenciálissá válik

$$a \propto \exp\left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}t\right) . \qquad (6.20)$$

A távolságok exponenciálisan (a fénysebességet jóval meghaladó sebességgel) végtelenné növekszenek, a csillagok eltűnnek az égről, ún. de Sitter-univerzum alakul ki.

1.5. Az anyag és kozmológiai állandó együttese

Napjainkban a sugárzás elhanyagolható mértékben van jelen, a por és a sötét energia azonban az Univerzum összemérhető energiájú komponensei. Osszuk le a kozmológiai állandóval kiegészített Friedmann-egyenletet H^2-tel, és vezessük be a következő jelöléseket

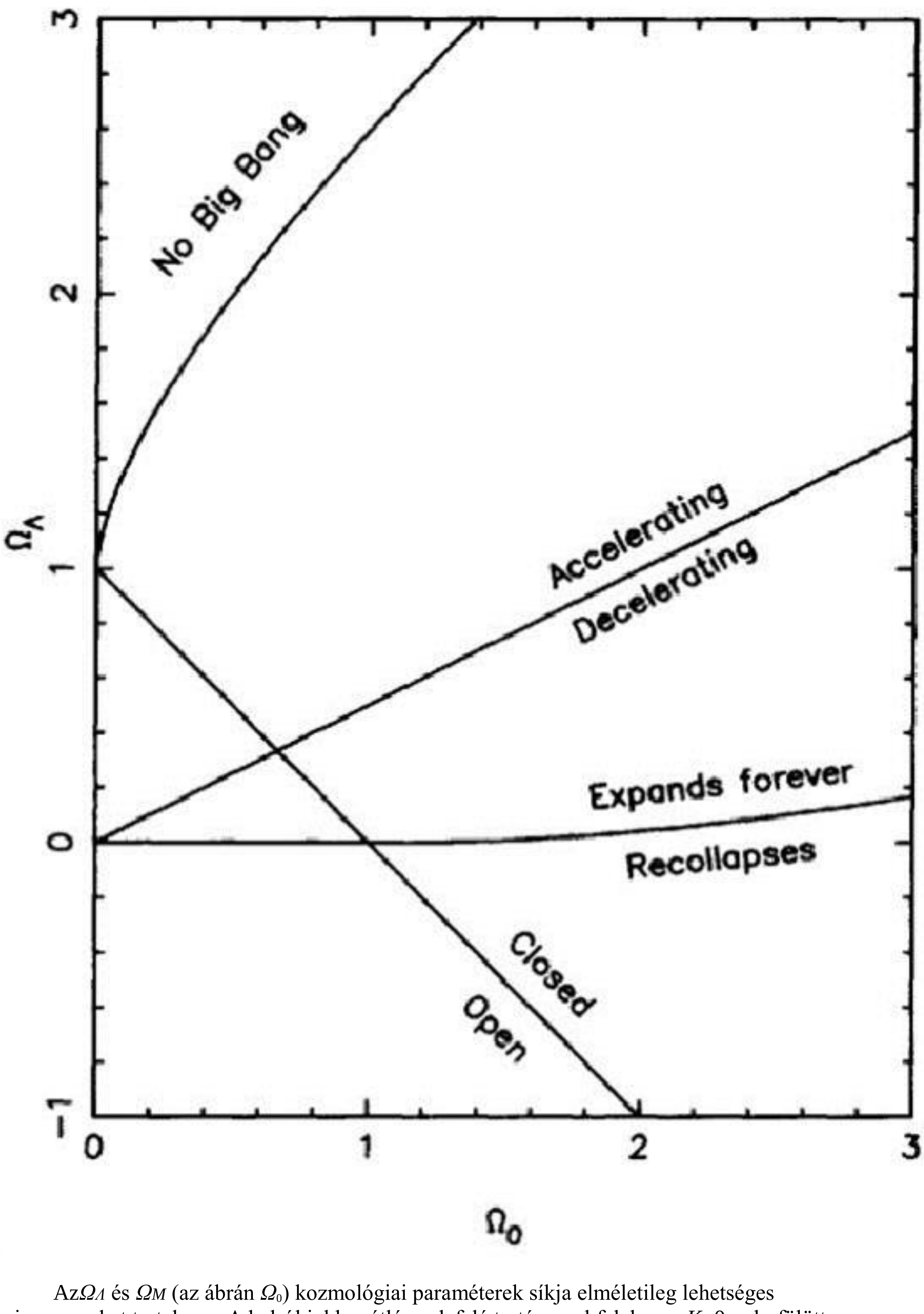
$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2} , \qquad \Omega_M = \frac{8\pi G}{3H^2}\rho , \qquad (6.21)$$

ahol Ω_M mind a sugárzást, mind a port tartalmazza. A Friedmann-egyenlet ekkor

$$\Omega_\Lambda + \Omega_M + \Omega_K = 1 . \qquad (6.22)$$

Az Ω_Λ és Ω_M kozmológiai paraméterek 6.2. ábrán bemutatott síkja elméletileg lehetséges univerzumokat tartalmaz.

[3]A „távoli” jelző z=2-nél kisebb vöröseltolódású szupernóvákat jelöl. Ezek megfigyelési szempontból távol vannak, azonban a kozmikus távolságokhoz képest eltörpülnek ezek a távolságok, így lényegében csak a nagyon késői Univerzum szupernóva-robbanásairól vannak adataink.



AzΩ_Λ és Ω_M (az ábrán Ω_0) kozmológiai paraméterek síkja elméletileg lehetséges univerzumokat tartalmaz. A balról jobbra átlósan lefelé tartó vonal felel meg K=0-nak; fölötte zárt, alatta nyílt világok vannak. Az Ω_Λ=0 értéktől vízszintesen jobbra induló, enyhén emelkedő görbe alatt a tágulási szakaszt követőn összehúzódó, fölötte örökösen táguló világok helyezkednek el. Az Ω_Λ=0 értéktől meredeken emelkedő görbe alatt lassulva, fölötte gyorsulva táguló világok vannak. Végül az Ω_Λ=1 értéktől meredeken emelkedő görbe fölött olyan világok helyezkednek el, amelyekben nem volt ősrobbanás [1].

A balról jobbra átlósan lefelé tartó vonal felel meg K=0-nak; fölötte zárt, alatta nyílt világok vannak. Az Ω_Λ=0 értéktől vízszintesen jobbra induló, enyhén emelkedő görbe alatt a tágulási szakaszt követőn összehúzódó, fölötte örökösen táguló világok helyezkednek el. Az Ω_Λ=0 értéktől meredeken emelkedő görbe alatt lassulva, fölötte gyorsulva táguló világok vannak. Végül az Ω_Λ=1 értéktől meredeken emelkedő görbe fölött olyan világok helyezkednek el, amelyekben nem volt ősrobbanás. Mint látjuk, a kozmológiai állandó bevezetése gyökeresen megváltoztatja a korábban kialakult képet. Léteznek például zárt, mégis örökösen gyorsulva táguló; vagy éppen nyílt, mégis összehúzódó világok is.

Mi több, az Univerzum fejlődése során vándorol a 6.2. ábrán. Õsrobbanáskor közelítőleg az (Ω_M=1 és Ω_Λ=0) pontban volt, míg a ΛCDM modell[4] szerint a távoli jövőben az (Ω_M=0 és Ω_Λ=1) pontban lesz.

1.6. Kozmológiai megfigyelések

A ΛCDM modell jelenlegi paramétereit a rendelkezésre álló megfigyelésekből lehet meghatározni. A kozmikus háttérsugárzás, az akusztikus barionoszcillációs (Baryon Acoustic Oscillations, BAO) csúcsok és az Ia típusú szupernóvák pontos megfigyelésének eredményeképp (6.3. ábra) a kozmológiai paraméterek

$$\begin{aligned} \Omega_{K,0} &= -0.004 \pm 0,006 \ , \\ \Omega_{M,0} &= 0,278 \pm 0,014 \ , \\ \Omega_{\Lambda,0} &= 0.726 \pm 0,020 \end{aligned}$$

értékűnek adódnak (lásd [2] 10. táblázatát; itt $\Omega_{\Lambda,0}$ értéke (6.22) egyenletből következik). A fenti adatok a dimenziótlan Hubble-állandó

$$h_0 = 0,742 \pm 0,036 \qquad (6.24)$$

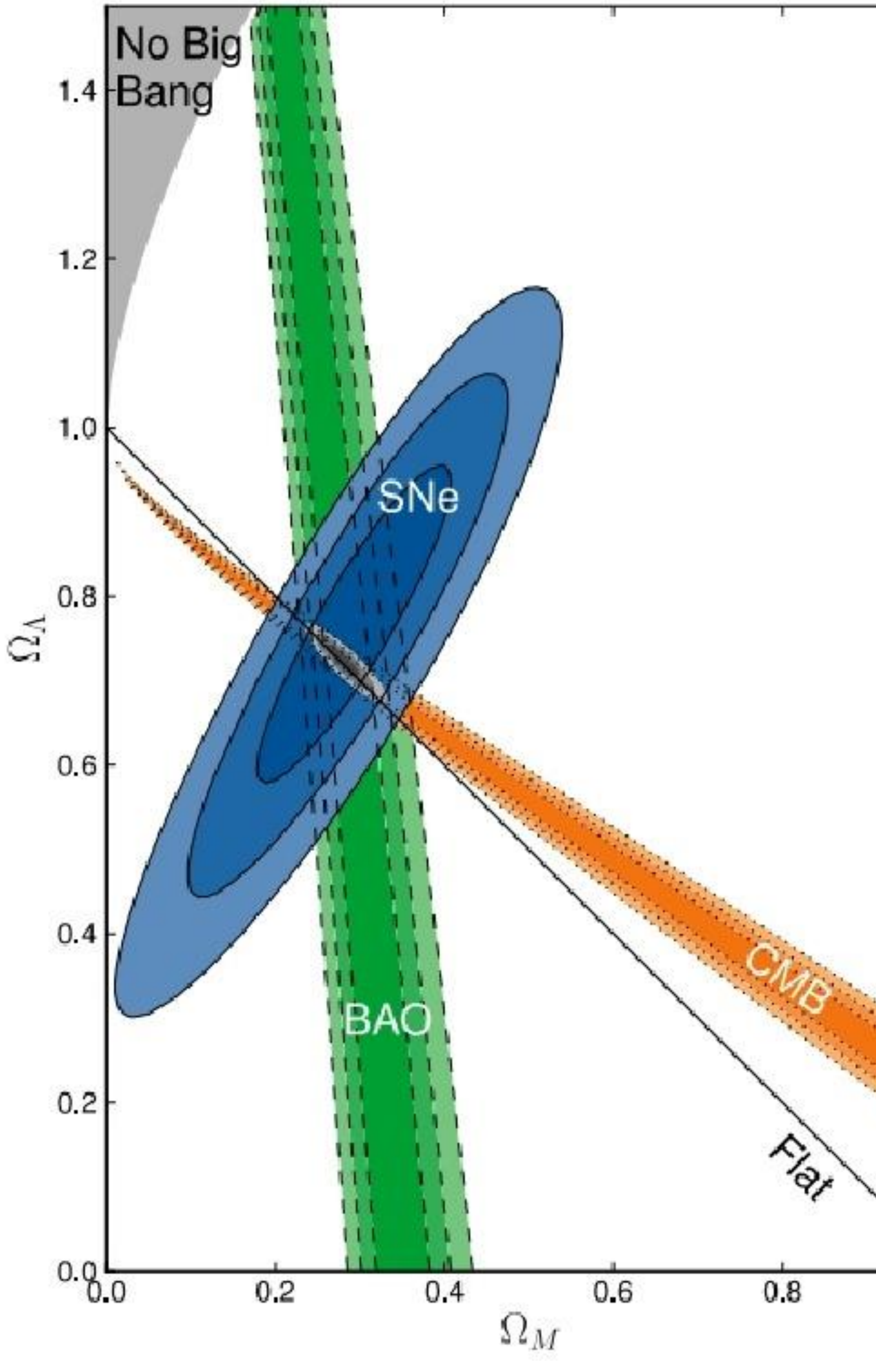
értéke [3] esetén érvényesek, melyet Ia típusú szupernóvák segítségével állapítottak meg.

A h_0 pontos meghatározását célzó újabb vizsgálat szerint [4]:

$$h_0 = 0,738 \pm 0,024 \ . \qquad (6.25)$$

Ebben a vizsgálatban a Hubble-űrtávcső segítségével 8 közelmúltban megfigyelt Ia típusú szupernóva galaxisaiban 600 cefeidát elemeztek infravörös és látható tartományban, melyek segítségével 254 Ia típusú szupernóva luminozitás-vöröseltolódás összefüggését kalibrálták.

[4]A Λ kozmológiai állandó és a *hideg sötét anyag* (Cold Dark Matter = CDM) fő komponensekből álló Univerzum-modell.


No Big Bang
SNe
BAO
CMB
Flat
Ω_Λ
Ω_M
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4

A kozmikus háttérsugárzás (CMB), a barionikus akusztikus csúcsok (BAO) és az Ia típusú szupernóvák (SNe) megfigyelése kijelöli az Ω_Λ és Ω_M kozmológiai paraméterek jelenlegi értékét a ΛCDM modellben (w=−1 sötét energia állapotegyenlet feltevés mellett). A szaggatott vonalak a 68,3%, 95,4% és 99,7% konfidenciatartományokat jelölik ki [2]. Látható, hogy a háttérsugárzás által preferált paraméter tartomány közel esik a K=0 sík (Flat) univerzumhoz.

A dimenziótlan Hubble-állandóra a kisebb

$$h_0 = 0,6932 \pm \ 0,0080 \tag{6.26}$$

érték adódik amennyiben egyéb megfigyeléseket is számításba veszünk [5]. Ezt az értéket a kozmikus háttérsugárzás anizotrópiáit vizsgáló WMAP űrszonda 9 évig tartó méréseinek, a BAO megfigyelések [6]-[9] és az Ia típusú szupernóvákból a h_0-ra kapott [4] statisztikai korlátokkal való kombinációja adja.

A szintén a kozmikus háttérsugárzást vizsgáló Planck űrszonda első 15 hónapjának és a WMAP polarizációs mérései alapján

$$h_0 = 0.673 \pm \ 0,012 \ , \tag{6.27}$$

$$\begin{aligned} \Omega_{M,0} &= 0,315^{+0,016}_{-0,018} \ , \\ \Omega_{\Lambda,0} &= 0.685^{+0,018}_{-0,016} \end{aligned}$$

kozmológiai paraméterek adódnak sík ΛCDM modellre [10].

Látható, hogy a kozmológiai értelemben közeli megfigyelések (szupernóvák és cefeidák) és a háttérsugárzásból kapott eredmények között eltérés van, ennek okai egyelőre nem tisztázottak.

1.7. A sötét anyag

A megfigyelésből származtatott Ω_M érték mintegy tízszer több anyagot mutat az Univerzumban, mint ahogyan azt a világító (barionikus) anyagformák megfigyeléséből gondolnánk. A csupán gravitációs kölcsönhatásban részt vevő ismeretlen anyagkomponens a sötét anyag. Mibenléte nem ismert, bár egzotikusabbnál egzotikusabb jelöltekben nincs hiány.

A leggyakoribb CDM-jelöltek az ún. MACHO-k (Massive Compact Halo Object) és WIMP-ek (Weakly Interacting Massive Particles). A MACHO-k barionikus összetételű sötét, vagy csak gyengén világító makroszkopikus testek (barna és fehér törpék, kísérő nélküli neutroncsillagok és fekete lyukak). Mikrolencsézési megfigyelésekből azonban felső korlátot állapítottak meg ezek előfordulására, ami lehetetlenné teszi, hogy a teljes sötét anyag magyarázatául szolgáljanak. A WIMP-ek csupán a gyenge és a gravitációs kölcsönhatásban vesznek részt, az erős és az elektromágneses kölcsönhatásban nem. Ide sorolják a legkisebb tömegű szuperszimmetrikus részecskéket, az önmaga antirészecskéjeként ismert Majorana fermiont és hasonló, eddig még ki nem mutatott részecskéket.

A *langyos sötét anyag* (Warm Dark Matter = WDM) jelöltek a részecskefizikai standard modell kölcsönhatásaiban részt nem vevő steril neutrínók és a gravitációs kölcsönhatást hordozó részecskék szuperszimmetrikus partnerei, a gravitínók. A nem termikus WIMP-ek szintén ide sorolhatók.

A *forró sötét anyag* relativisztikus sebességű részecskékből, például neutrínókból áll.

A sötét anyag pontos természetrajza továbbra sem ismert, ezért új magyarázatok is elképzelhetők.

A kozmológiai standard modellben a sötét anyag főként a hideg komponensből áll.

1.8. A standard kozmológiai modell problémái

1.8.1. A horizont problémája

Az információ legfeljebb fénysebességgel terjed, a fénysebesség véges, az Univerzum pedig szintén véges ideje keletkezett az ősrobbanásban, ráadásul távoli részei fénysebességnél nagyobb látszólagos sebességgel távolodnak egymástól a kozmikus tágulás miatt. A rendelkezésre álló idő alatt az Univerzumnak csak véges kiterjedésű része kerülhetett olyan egyensúlyba, amely homogenitásként és izotrópiaként nyilvánul meg, márpedig ezeket a tulajdonságokat a kauzálisan szeparált Univerzum-tartományok között is megfigyeljük.

1.8.2. A síkság problémája

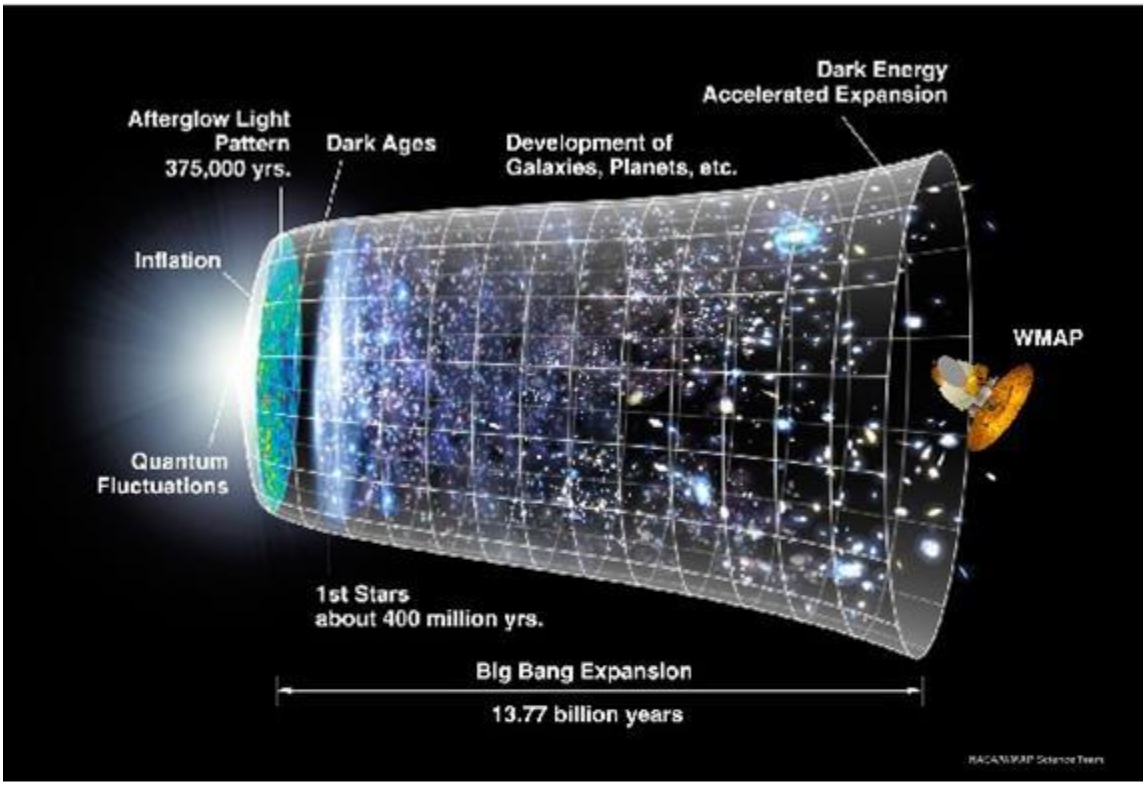
A Friedmann-egyenlet értelmében ha Ω_K csak egy kicsit is eltér nullától, a kozmikus tágulás során ez az eltérés óriásira növekedett volna. Mivel jelenleg Ω_K mért értéke nullához igen közel áll, a múltban csak meglehetősen pontosan nullához finomhangolt értéke lehetett, amelynek a valószínűsége igen csekély.

1.8.3. A mágneses monopólusok problémája

A nagy egyesített elméletek (Grand Unified Theories; GUT) szerint a korai Univerzumra jellemző nagy hőmérsékleten mágneses monopólusok serege keletkezett, ezeket azonban valamiért nem észleljük.

1.9. Az Univerzum vázlatos története

Az Univerzum fejlődésének vázlatos történetét a 6.4. ábra és a 6.1. táblázat mutatják be. Az ősrobbanás után az ún. *Planck-korszak* következett, leírására a kvatumgravitáció lenne alkalmas, ez az elmélet azonban még nem ismert. Szokás ezt a hiányzó elméletet a Mindenség elméletének (Theory of Everything; TOE) is nevezni, ez összes változatában egyesíti a négy kölcsönhatást. Elsőként a gravitáció „szakad le”, az erős és elektrogyenge kölcsönhatások egyesített leírását a (megfigyelésekkel egyelőre meg nem erősített) nagy egyesített elméletek kísérelik meg.



Az Univerzum 13,77 milliárd éves története vázlatosan a Planck-korszaktól (kvantumfluktuációk), infláción, lecsatolódási és sötét korszakokon át, a struktúra kialakulásán keresztül, a sötét energia által dominált jelenig. [http://map.gsfc.nasa.gov/media/060915/060915_CMB_Timeline150.jpg]

A standard kozmológiai modell problémáit az infláció korszaka oldja fel. Ennek során az Univerzum a fénynél sebesebben tágul, miközben nagysága megtöbbszöröződik. Az inflációs korszak során, 10^{12} TeV energián az erős kölcsönhatás leválik az elektrogyengéről. A fénynél gyorsabb tágulást az inflaton tér hozza létre. Az inflációs korszak az inflatonok bomlásával ér véget, a bomlástermékek a részecskefizikai standard modell elemi részecskéi (leptonok, kvarkok, mérték bozonok), valamint esetleg még nem ismert részecskék. A részecske-antirészecske aszimmetria létrejött, viszont kialakulási mechanizmusa nem ismert.

A $T\approx10^{15}$ K (100 GeV) hőmérséklettől[5] kezdve kialakult az Univerzum domináns anyag-tartalma: elektronok, kvarkok, fotonok és neutrinók hatnak kölcsön egymással plazma állapotban. A kvarkok $T\approx10^{12}$ K (0,1 GeV) hőmérsékleten tömörülnek protonokba és neutronokba, a kialakult nukleonok pedig 10^{10} K hőmérsékleten egyszerű atommagokba. A sugárzás (fotonok) energiasűrűsége nagyobb a részecskékénél, azonban 10000 K-nél a két energiasűrűség megegyezik (a tömeges részecskék termikus mozgásából származó sebessége addigra már nemrelativisztikus; $p\ll\rho$ por közelítés lép érvénybe). Ezt követően már por-dominált az Univerzum.

Az atomok 3000 K-nél alakulnak ki, ez a rekombináció korszaka. A korábban az elektronokkal kölcsönható sugárzás számára az Univerzum átlátszóvá válik (lecsatolódás). Kvalitatív vizsgálatok céljából a fotonok anyagról történő lecsatolódását pillanatszerűnek tekintjük. Ebben a közelítésben az összes foton azonos időpontban szóródott utoljára, az *utolsó szóródási felületen* (surface of last scattering; SLS).

A lecsatolódott sugárzás függetlenül fejlődik és hűl tovább, amint tágul az Univerzum, ez a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás. A háttérsugárzás intenzitásának frekvenciafüggése a Planck-eloszlást követi, amely meghatározza mindenkori hőmérsékletét. Lecsatolódáskor ez a sugárzás még nem volt mikrohullámú, ez csupán a napjainkban észlelhető 2,725 K hőmérsékletét jellemzi (az intenzitásmaximum a mikrohullámú tartományban található).

A lecsatolódás után a „sötét korszak” kezdődött, amikor a részecskék gravitációs kollapszusa még nem hozott létre világító égitesteket, a háttérsugárzás pedig már nem volt a látható tartományban.

A struktúraképződés a galaxisok és galaxishalmazok kialakulását jelenti. Ez egy hosszú folyamat, amelyet a gravitációs vonzás szabályoz, modellezését pedig a perturbációk struktúrákhoz vezető növekedése miatt szükségessé váló nemlineáris fejlődés igen megnehezíti. Részletei erősen függenek a sötét anyag és barionikus anyag arányától.

A késői Univerzumban mind a sugárzás, mind a por energiasűrűsége igen lecsökkent, és a sötét energia taszító hatása vált dominánssá. A tágulás dinamikája a kozmológiai közelmúltban (z<2) a sötét energia által okozott gyorsulást mutatja.

Az Univerzum további sorsa a sötét energia természetének függvénye. Exponenciális tágulástól a gyorsuló tágulás megtorpanásáig és újabb szingularitásba való összehúzódásig sokféle forgatókönyv kompatibilis a jelenleg rendelkezésre álló megfigyelésekkel. 6.1. táblázat. Az Univerzum fejlődésének fontosabb momentumai.

korszak	idő / hőmérséklet /	jellemzők
(energia)	vöröseltolódás	
Planck-korszak		kvantumgravitáció
infláció	$<10^{-10}$ s	az Univerzum nagysága
(>86 GeV)	$>10^{15}$ K	rövid idő alatt
	$>3,7\times10^{14}$	megsokszorozódik
kvark-plazma	$10^{-10}\div10^{-4}$ s	sugárzás (fotonok) és
(86 MeV÷86 GeV)	$10^{12}\div10^{15}$ K	anyag (kvark, elektron,
		neutrínó) kölcsönhatnak

[5] A Boltzmann-konstans egységnyinek választása azt jelenti, hogy a hőmérséklet és az energia dimenziója megegyezik, a kelvin és az elektronvolt közötti váltószám pedig: 1 K=$8,617385\times10^{-5}$ eV.

	$3,7 \times (10^{11} \div 10^{14})$	
nukleon-plazma	10^{-4}÷1 s	protonok és neutronok
(0,86÷86 MeV)	$10^{10} \div 10^{12}$ K	kialakulása; sugárzás és
	$3,7 \times (10^{9} \div 10^{11})$	anyag kölcsönhat
sugárzás-dominált	1÷10^{12}s	atommagok kialakulása
plazma	9000÷10^{10} K	(nukleoszintézis);
(0,78 eV÷0,86 MeV)	3280÷3,7×10^{9}	neutrínók kölcsönhatása
		elhanyagolható; sugárzás
		anyaggal kölcsönhat
por-dominált plazma	$10^{12} \div 10^{13}$ s	sugárzás és anyag
(0,26÷0,78 eV)	3000÷9000 K	kölcsönhat
	1100÷3280	
struktúra-képződés	10^{13} s ÷ napjaink	atomok kialakulása
(2×10^{-4}÷0,26 eV)	2,72÷3000 K	(rekombináció);
	0÷1100	lecsatolódás; a CMB
		független fejlődése;
		struktúra kialakulása
a jövő	a sötét energia jellege határozza meg	

2. Inflációs korszak

2.1. Inflációs modellek

Az Univerzum legkorábbi, jelenleg elméleteinkkel még leírható korszaka az ún. inflációs korszak. Ennek során az Univerzum mintegy 10^{78}-szorosára sokszorozta meg méretét, miközben exponenciálisan tágult és hőmérséklete mintegy milliomod részére csökkent.

Az exponenciális tágulást a sötét energiához igen hasonló inflációs mező (inflaton) uralta, amely negatív nyomású, a ρ+3p<0 feltételt teljesítő ideális folyadékként is elképzelhető. A folyadék legegyszerűbben egy skalármezővel modellezhető. A skalármező elbomlásával véget ér az infláció. A bomlástermékek a részecskefizikai standard modell részecskéivé és elektromágneses sugárzássá bomlanak, ennek hatására az Univerzum visszanyeri infláció előtti hőmérsékletét (újrafelfűtődés; reheating). A folyamatról kevés információ áll rendelkezésre, de többnyire parametrikus rezonancia segítségével modellezik [11].

Mint azt korábban láttuk, a kozmológiai állandó is képes exponenciális tágulást okozni, azonban nem teszi lehetővé az infláció befejezését.

Az infláció megoldja a standard kozmológiai modell korábban említett problémáit. A horizontproblémát azzal, hogy az exponenciális tágulás alatt váltak kauzálisan szeparálttá az Univerzum inflációt megelőzően termalizálódott részei. A síkság problémáját azzal, hogy az infláció „kisimítja” az Univerzumot, így az általunk jelenleg észlelt tartománya hasonló egy igen nagy gömbfelület igen kicsi darabjához, amit akár síknak is gondolhatunk. Más szóval az Ω_K ma mért nullához közeli értéke annak a következménye, hogy az infláció Ω_K értékét igen lecsökkentette. A mágneses monopólusok problémájára az infláció azt a választ adja, hogy sűrűségük igen lecsökkent, ezzel együtt detektálási valószínűségük is.

A korai inflációs modellek Alan Guth és Andrei Starobinsky nevéhez kapcsolódnak. Ezek, a *régi inflációnak* nevezett modellek ugyan megoldották a standard kozmológiai modell problémáit, azonban nem voltak képesek az infláció leállítását megfelelően modellezni (*kecses leállás*: „graceful exit” probléma). Andrei Linde, Andreas Albrecht és Paul Steinhardt vezették be az *új infláció* modelljét (*lassú gördülés*; slow-roll modell), amelyben az infláció egy skalármezőnek egy potenciáldombról való „legördülésével” függ össze. Amikor a legördülés sebessége kisebb az Univerzum tágulási sebességénél, infláció van; amikor a lejtő „dőlésszöge” megnő, az infláció véget ér.

Ismert még a *hibrid infláció* modellje is, amelyben több skalármező szerepel, ezek közül az egyik az inflációért felelős, a másik leállításáért. Az *örökös infláció* (eternal inflation) elméletei szerint az Univerzumnak vannak napjainkig is inflációban részt vevő részei, de folyamatosan szakadnak le róla olyan tartományok, ahol az infláció véget ér. Ezek a tartományok új világegyetemeket hoznak létre és létrejön a multiverzum. Inflációhoz igen hasonló folyamatokat a húr-kozmológia és a hurok-kvantumgravitáció elméletei is jósolnak.

2.2. Infláció egy skalármezővel

Az infláció feltétele a gyorsuló tágulás, amely a Raychaudhuri-egyenlet értelmében $\rho+3p<0$. Az Univerzum anyagát az inflaton dominálja, így a hatásfüggvény:

$$\begin{aligned} S &= S_G + S_\phi \ , \\ S_G &= \int dx^4 \sqrt{-g} R \ , \\ S_\phi &= \int dx^4 \sqrt{-g} L_\phi \ . \end{aligned}$$

A hatásfüggvény S_G gravitációs részének (Einstein–Hilbert-hatás) a funkcionális deriváltja éppen az Einstein-tenzor:

$$\frac{\delta S_G}{\delta g_{ab}} = -\frac{\sqrt{-g}}{2}\left(R^{ab} - \frac{1}{2}R g^{ab}\right) = \tag{6.30}$$

Itt R_{ab} a Ricci-tenzor, R ennek a spúrja, a görbületi skalár és G_{ab} az Einstein-tenzor, míg g a metrikus tenzor determinánsa. Az első egyenlőség levezetéséhez felhasználtuk a

$$\begin{aligned} \delta\sqrt{-g} &= \frac{\sqrt{-g}}{2} g^{ab} \delta g_{ab} \ , \\ \delta g^{cd} &= -g^{ac} g^{bd} \delta g_{ab} \end{aligned}$$

összefüggéseket. Az S_ϕ anyagi hatás g_{ab} szerinti funkcionális deriválja definíció szerint az energia-impulzus tenzor:

$$T_{ab} = -\frac{1}{4\pi G\sqrt{-g}} \frac{\delta S_\phi}{\delta g_{ab}} \ . \tag{6.33}$$

A g_{ab} szerinti variálással így a (6.1) Einstein-egyenletekhez jutunk.

Az energia-impulzus tenzor pontos alakját a skalármezőt jellemző $L_\phi\sqrt{-g}$ Lagrange-sűrűség határozza meg. Egy V potenciáltérben mozgó nemrelativisztikus részecske Lagrange-függvényének klasszikus térelméleti általánosítása:

$$L_\phi = 8\pi G\left[\frac{1}{2} g^{ab} \partial_a \phi \partial_b \phi - V(\phi)\right] \tag{6.34}$$

a következő energiampulzus tenzorhoz vezet:[6]

$$T_{ab} = -g_{ab}\left[\frac{1}{2}g^{cd}\partial_c\phi\partial_d\phi + V\left(\phi\right)\right] + \qquad (6.35)$$

FLRW-téridőben feltehetjük, hogy ϕ is homogén és izotrop, így csupán az időnek függvénye. Ekkor T_{ab} ideális folyadék típusúvá válik, amelyben

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V\left(\phi\right)\ , \qquad p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - \qquad (6.36)$$

Az infláció feltétele

$$\rho + 3p = 2\left[\dot{\phi}^2 - V\left(\phi\right)\right] < 0\ , \qquad (6.37)$$

vagyis

$$\dot{\phi}^2 < V\left(\phi\right)\ . \qquad (6.38)$$

A hatás ϕ szerinti variálása a

$$0 = \frac{1}{8\pi G}\frac{\delta S}{\delta\phi} = \sqrt{-g}\frac{dV}{d\phi} - \partial_a\left(\sqrt{-\right. \qquad (6.39)$$

Euler–Lagrange-egyenlethez vezet. Felhasználva hogy ϕ csak időtől függ, és $\sqrt{-g} = a^3 r\sin\theta$, valamint vesszővel jelölve a továbbiakban a ϕ szerinti deriválást, a kapott Euler–Lagrange-egyenlet:

$$0 = V' + \frac{\partial_0\left(\sqrt{-g}\dot{\phi}\right)}{\sqrt{-g}} = V' + \ddot{\phi} + \qquad (6.40)$$

Ez a súrlódási taggal ($3H\dot{\phi}$) kiegészített Klein–Gordon-egyenlet olyan speciális esete, amikor a ϕ skalármező csak az időtől függ. A gravitáció fejlődésegyenletei a Friedmann- és a Raychaudhuri-egyenletek, míg a skalármezőé a súrlódással kiegészített Klein–Gordon-egyenlet.

Végül megjegyezzük, hogy a skalármező energiasűrűségére és nyomására felírt

$$0 = \dot{\phi}\ddot{\phi} + V'\dot{\phi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi}^2\ . \qquad (6.41)$$

folytonossági egyenlet ugyancsak megadja a skalármező fejlődésegyenletét, amennyiben $\dot{\phi} \neq 0$.

2.3. A lassú gördülés modellje

Lassú gördülés akkor áll fenn, ha a skalármező változási sebességének négyzete kicsi a potenciálhoz képest, vagyis

[6]Megjegyezzük, hogy a (6.34) skalármező Lagrange-sűrűségében a ϕ^2 dimenziója a G gravitációs állandó inverzének dimenziójával egyezik, ez a gravitációs $R\sqrt{-g}$ Lagrange-sűrűséggel való összevetésből látszik.

$$\dot{\phi}^2 \ll V \ . \tag{6.42}$$

Ekkor $\rho \approx V$ és a Friedmann-egyenlet

$$H^2 \approx \frac{8\pi G}{3} V \ . \tag{6.43}$$

Lassú gördüléskor továbbá $p \approx -\rho$, ami a kozmológiai konstans állapotegyenlete. A folytonossági egyenletből ekkor ρ közel állandó, így a Friedmann-egyenlet miatt H is. Már láttuk, hogy ilyenkor a kozmológiai fejlődés exponenciális táguláshoz vezet.

A lassú gördülés másik,

$$\left|\ddot{\phi}\right| \ll \left|V' + 3H\dot{\phi}\right| \tag{6.44}$$

feltételének értelmében a skalármező egyenlete

$$3H\dot{\phi} \approx -V' \tag{6.45}$$

alakra egyszerűsödik.

2.3.1. A lassú gördülés kis paraméterei

Vezessük be az alábbi (dimenziótlan) paramétereket:

$$\varepsilon(\phi) = (16\pi G)^{-1} \left(\frac{V'}{V}\right)^2 \quad , \qquad \eta(\tag{6.46}$$

A következőkben belátjuk, hogy a lassú gördüléses inflációhoz szükséges, hogy mind ε, mind η kicsi legyen.

A (6.45) egyenlet négyzetét elosztva a (6.43) egyenlet V-szeresével kapjuk, hogy

$$\varepsilon \approx \frac{3}{2}\frac{\dot{\phi}^2}{V} \ll \frac{3}{2} \ . \tag{6.47}$$

A Friedmann- és Raychaudhuri-egyenletek különbségét képezve (6.38) közelítésben kapjuk, hogy $\dot{H} \approx 0$, tehát H közelítőleg állandó a lassú gördülés közben. Ezt felhasználva, (6.45) időderiváltja adja, hogy:

$$3H\ddot{\phi} \approx -V''\dot{\phi} \ . \tag{6.48}$$

Amiből következik, hogy:

$$\begin{aligned} |\eta| &= (8\pi G)^{-1}\left|\frac{V''}{V}\right| \approx \frac{3}{8\pi G}\left|\frac{H\ddot{\phi}}{V\dot{\phi}}\right| \\ &\ll \frac{3}{8\pi G}\left|\frac{HV' + 3H^2\dot{\phi}}{V\dot{\phi}}\right| \approx 3\left| \right. \end{aligned}$$

A (6.45) egyenlet értelmében viszont

$$\frac{H}{8\pi G\dot{\phi}}\frac{V'}{V} \approx -\frac{1}{8\pi G}\frac{3H^2}{V} \approx 1 \ , \tag{6.50}$$

így

$$|\eta| \ll 3 \ . \tag{6.51}$$

2.3.2. Egyszerű lassú gördüléses inflációs modell

A potenciál ismeretéből az ε és η paraméterek közvetlenül meghatározhatók, ezek időfejlődése meghatározza a lassú gördüléses infláció végét. A legegyszerűbb $V \propto \phi^2$ potenciál esetén $\varepsilon = \eta = \left(4\pi G\phi^2\right)^{-1}$. A lassú gördüléses infláció szükséges feltétele ekkor $\phi^2 \gg \left(4\pi G\right)^{-1}$; addig tart, amíg ϕ megközelíti ezt az alsó határt.

A Friedmann-egyenlet értelmében $H \propto \phi$, így $\dot{\phi}$ ≈állandó. Amennyiben ϕ csökkenni kezd, V is csökken; mivel azonban $\dot{\phi}$ állandó, ezért egy idő után sérül a $V > \dot{\phi}^2$ feltétel, és véget ér a lassú gördüléses infláció.

2.3.3. Az infláció mértéke

Az inflációt szokás az

$$N = \ln\frac{a\left(t_f\right)}{a\left(t_i\right)} \ , \tag{6.52}$$

ún. *e-szereződési* (*e*-folding) számmal is jellemezni. Itt t_f az infláció végének, t_i az infláció kezdetének időpontja. A síkság és a horizont problémák feloldásához $N \geqq 70$

szükséges.

Mivel az ősrobbanás hozzávetőleg 13,7 milliárd éve történt, a jelenleg látható Univerzum mérete $\approx 1{,}3\times10^{26}$ m. Az N=70 azt jelenti, hogy a teljes ma látható Univerzum az infláció során egy $\approx 5\times10^{-5}$ m sugarú mikroszkópikus foltból kialakulhatott volna.

Valójában az infláció vége $z = a_0/a - 1 \approx 10^{14}$ körül már bekövetkezett, azaz csak $a/a_0 \approx 10^{-14}$-szer kisebb tartományt kellett létrehoznia az inflációnak ahhoz, hogy a hátralévő kozmológiai fejlődés ezt a teljes látható Univerzumunkká alakítsa. Ez a tartomány viszont már egy 5×10^{-19} m nagyságú, az atommag méreténél is ezerszer kisebb tartományból létrejöhetett!

3. A kvarkoktól az atomokig

3.1. A kvarkok és leptonok kialakulása

A $T \approx 10^{15}$ K hőmérséklet (100 GeV) elérésekor az elektromágneses és a gyenge kölcsönhatások szétválnak; a Higgs-mechanizmuson keresztül pedig tömeget nyernek a gyenge kölcsönhatást közvetítő W és Z bozonok, a kvarkok (up, down, charm, strange, top, bottom), a leptonok (elektron, müon, τ-részecske, a nekik megfelelő típusú neutrínók) és antirészecskéik. A top kvarkok antirészecskéikkel annihilálódva bottom kvarkokat, valamint az erős, az elektromágneses és a gyenge kölcsönhatásokat közvetítő részecskéket hoznak létre (gluonok, fotonok, W és Z bozonok). A W és Z bozonok annihilációja során fotonok, kvarkok és leptonok keletkeznek. Ezt követően a bottom kvarkok antirészecskéikkel annihilálódva fotonokat, gluonokat és könnyebb kvarkokat produkálnak. Hasonló annihiláció következik a charm kvark és τ-részecske esetén.

3.2. A barionok és mezonok kialakulása

A $T \approx 3{,}5\times10^{12}$ K (300 MeV) hőmérsékleten létrejönnek a barionok és mezonok. Az erős kölcsönhatás a kvarkokat up és down kvarkokból álló kvark-antikvark párokba (mezonok, túlnyomórészt pionok), vagy hármas csoportokba (barionok: proton, neutron) zárja. A barionok és antibarionok nagy része annihilálódik, azonban a korai Univerzumban fennálló (eddig még megfelelően meg nem értett eredetű) részecske-antirészecske aszimmetria következtében a protonok és neutronok kis része megmarad.

Az elektromosan töltött $\pi^{\pm}$ pionok bomlásai: $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$ és $\pi^- \to \mu^- + \overline{\nu}_\mu$ (itt μ^- müon, μ^+ antimüon, ν_μ müonneutrínó, $\overline{\nu}_\mu$ anti-müonneutrínó), illetve sokkal kevésbé valószínű folyamatok: $\pi^+ \to e^+ + \nu_e$, $\pi^- \to e^- + \overline{\nu}_e$ (itt e^- elektron, e^+ pozitron, ν_e elektronneutrínó, $\overline{\nu}_e$ anti-elektronneutrínó); $\pi^+ \to \pi^0 + e^+ + \nu_e$, $\pi^+ \to \pi^0 + e^- + \overline{\nu}_e$. Az elektromosan semleges π^0 pion bomlásai: $\pi^0 \to 2\gamma$ (itt γ foton), illetve a sokkal kevésbé valószínű: $\pi^0 \to \gamma + e^+ + e^-$. Az Univerzum $T \approx 1{,}5\times10^{12}$ K (130 MeV) hőmérsékletének elérésekor a pionok többsége már elbomlott.

A $T \approx 2{,}3\times10^{12}$ K (200 MeV) alatti hőmérsékleten a fotonok már nem tudnak müon-antimüon párokat kelteni, hiszen a $2\gamma \to \mu^+ + \mu^-$ folyamat az energiamegmaradás következtében csak $T \approx 2m_\mu \approx 210$ MeV felett hatásos. Így a müonok antirészecskéikkel annihilációja válik hatásossá. Hasonlóan a strange kvarkok is annihilálódnak antirészecskéikkel.

Az Univerzum anyagát $T \approx 1{,}2\times10^{12}$ K (100 MeV) alatti hőmérsékleten protonok, neutronok, fotonok, elektronok és neutrinók alkotják.

3.3. Neutrínó lecsatolódás

A neutrinók a

$$\begin{aligned} \gamma &\leftrightarrow e^+ + e^- \leftrightarrow \nu_i + \overline{\nu}_i \ , \\ \nu_i + e^{\pm} &\leftrightarrow \nu_i + e^{\pm} \ , \\ \overline{\nu}_i + e^{\pm} &\leftrightarrow \overline{\nu}_i + e^{\pm} \ , \end{aligned}$$

folyamatok segítségével (ahol i={}) létesítettek termikus egyensúlyt az Univerzumot kitöltő kozmikus plazmával. Mindegyik folyamat hatáskeresztmetszete a

$$\sigma_F \approx G_F^2 T^2 \ , \tag{6.56}$$

kifejezés nagyságrendjébe esik. Itt G_F a Fermi-konstans, amelynek értéke (293 GeV)$^{-2}$. A hőmérséklet csökkenésével a folyamatok hatáskeresztmetszete is csökken. Az n_e elektron- és n_ν neutrínó-számsűrűségek egyaránt T^3 arányosak. A reakcióütemek nagyságrendileg:

$$\Gamma_F = \langle \sigma_F v \rangle n \approx G_F^2 T^5 \ , \tag{6.57}$$

a tágulás üteme pedig (a Friedmann-egyenlet és a Stefan–Boltzmann-törvény felhasználásával):

$$H \approx \sqrt{G\rho} \approx \sqrt{G} T^2 \ , \tag{6.58}$$

amelyekből

$$\frac{\Gamma_F}{H} \approx \frac{G_F^2}{\sqrt{G}} T^3 \approx \left(\frac{T}{1\ \mathrm{MeV}} \right)^3 \tag{6.59}$$

következik.

A Γ_F reciproka a szóródások közötti átlagos időt adja meg, míg H^{-1} nagyságrendileg az Univerzum mindenkori korát jellemzi. A reakciók megtörténtének feltétele tehát, hogy a reakcióütem lényegesen nagyobb legyen a Hubble-paraméternél. Mivel a reakció üteme meredekebben csökken T-vel, mint a tágulás üteme, ezért egy idő után előáll az ún. *Gamov-feltétel*:

$$\Gamma_F \approx H \; . \tag{6.60}$$

Ez hozzávetőleg 1 MeV környékén következik be. Ezt követően $\Gamma_F < H$, ezért a részecske-szóródások valószínűsége kicsi, így a neutrínók lecsatolódnak a többi relativisztikus részecskéről. Lecsatolódáskor a neutrínóeloszlás hőmérséklete megegyezik a fotonéval, és mindkét komponens hőmérséklete továbbra is fordítottan arányos a skálafaktorral.

Ezt követően a komponensek eltérő módon hűlnek tovább, mivel az $m_e \approx 0.5$ MeV energiának megfelelő $5{,}8\times10^9$ K hőmérséklet alatt az elektron-pozitron annihilációt már nem tudja kompenzálni a $2\gamma \to e^- + e^+$ folyamat. A keletkező többletsugárzás miatt a fotonok hőmérséklete lassabban csökken, mint a neutrínóké. Feltéve, hogy az annihiláció termikus egyensúlyban megy végbe és az entrópia megmarad a folyamat során, belátható [12], hogy az annihiláció végére:

$$\frac{T_\nu}{T_\gamma} = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} \; . \tag{6.61}$$

A fotoneloszlás hőmérséklete az elektron-pozitron annihilációt követően magasabb a neutrínókénál. Ezt követően a két komponens hőmérséklete ismét a skálafaktor inverzével csökken.

3.4. Neutronhányad

A neutronok és protonok az

$$\begin{aligned} n + e^+ &\leftrightarrow p + \overline{\nu}_e + 1,8 \text{ MeV} \; , \\ n + \nu_e &\leftrightarrow p + e^- + 0,8 \text{ MeV} \; , \\ n &\leftrightarrow p + e^- + \overline{\nu}_e + 0,8 \text{ Me} \end{aligned}$$

folyamatokon keresztül alakulnak egymásba. Az egyes reakciók addig tekinthetők reverzibilisnek, ameddig a fotonok energiája elég nagy az energiafelvétellel járó folyamatok energiaszükségletének fedezésére. Amikor az Univerzum hőmérséklete 0,8 MeV energia skálának megfelelő $9{,}3\times10^9$ K hőmérséklet alá csökken, a fenti folyamatok balról jobbra nagyobb valószínűséggel mennek végbe, így a neutronok száma csökken a protonokéhoz képest.

Az első két energiatermelő folyamathoz szükséges, hogy az $n+e^+$ és $n+\nu_e$ szóródások valószínűsége nagy legyen, vagyis a reakcióütemek a Hubble paraméter értékét meghaladják. A 0,5 MeV-nek megfelelő $5{,}8\times10^9$ K hőmérséklet alatt a (1r6.62) első két energiatermelő reakciója már nem hatásos.

A neutronbomlás a deuteron és más könnyű elemek kilakulásának kezdetéig tart. Az atommagok képződésére rendelkezésre álló neutronok hányada az Univerzum fejlődésétől függ. Az Univerzum lassú hűlése esetén kevesebb, míg gyors hűlése esetén több neutron marad meg és vehet később részt a nukleoszintézisben.

A deuteron és más könnyű elemek keletkezése $T \approx 8{,}1\times10^8$ K (0,07 MeV) hőmérsékleten indul be. Az

$$X_n \equiv \frac{n_n}{n_n + n_p} \tag{6.63}$$

neutronhányadra vonatkozó Boltzmann-egyenlet numerikus integrálásából

$$X_n\left(0.07\text{MeV}\right) \approx 0.11 \tag{6.64}$$

érték adódik.

3.5. Elsődleges nukleoszintézis

Amikor az Univerzum a deuteronok kötési energiájának megfelelő hőmérséklet alá hűl, stabil deuteron-atommagok alakulnak ki. (A kötési energiák nagyságrendjébe eső hőmérsékleteken kialakuló atommagokat a magas energiájú fotonok még lerombolják.) Az alacsony [12]

$$\eta_b \sim 10^{-9} \qquad (6.65)$$

barion/foton arány miatt csak $T \approx 8{,}1 \times 10^8$ K (0,07 MeV) hőmérsékleten indul be a deuteronok (^2H) szintézise. Mivel az egy barionra eső kötési energia a vasatommag esetén a legkisebb, energetikailag ennek a kialakulása lenne a legkedvezőbb, azonban az Univerzum folyamatos lehűlése ezt megakadályozza.

A deuteronok létrejöttével megindul a triton- és a héliumatommagok képződése a

$$\begin{aligned} {}^2\mathrm{H} + n &\rightarrow {}^3\mathrm{H} + \gamma\ ,\ {}^3\mathrm{H} + p \rightarrow \\ {}^2\mathrm{H} + p &\rightarrow {}^3\mathrm{He} + \gamma\ ,\ {}^3\mathrm{He} + n \rightarrow \end{aligned}$$

fotoemisszióval járó és a

$$\begin{aligned} {}^2\mathrm{H} + {}^2\mathrm{H} &\rightarrow {}^3\mathrm{He} + n\ ,\ {}^2\mathrm{H} + {}^2\mathrm{H} \\ {}^3\mathrm{H} + {}^2\mathrm{H} &\rightarrow {}^4\mathrm{He} + n\ ,\ {}^3\mathrm{He} + {}^2 \end{aligned}$$

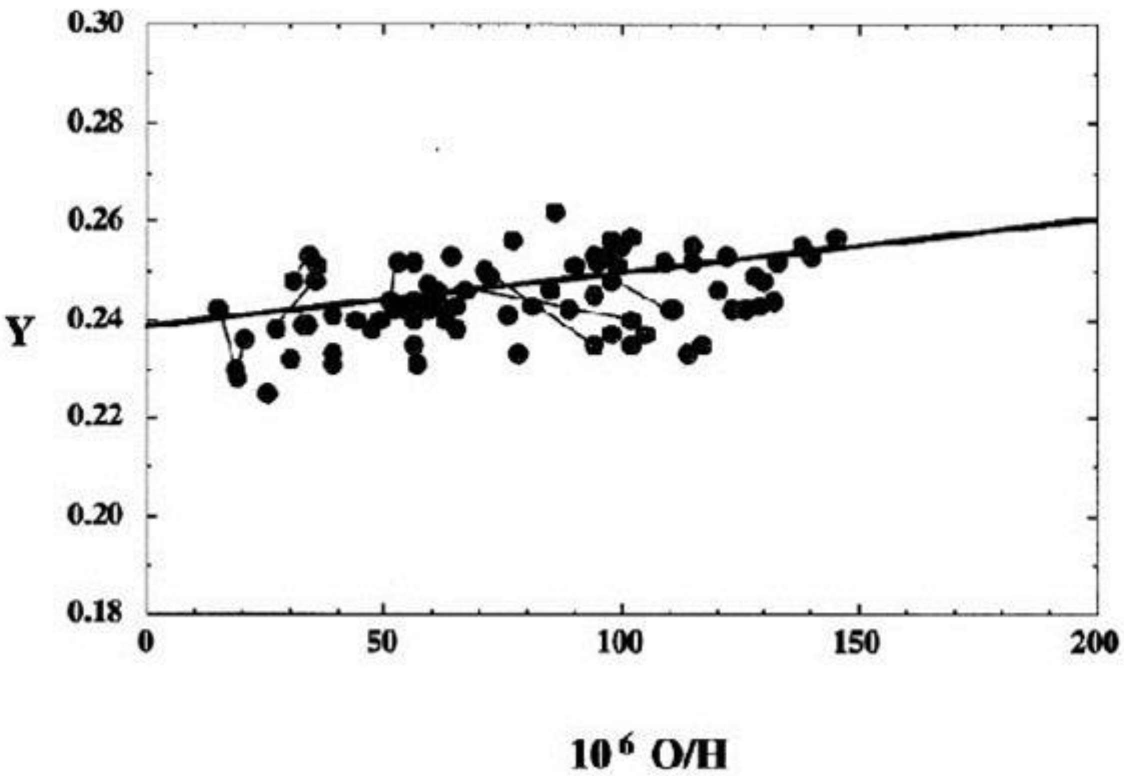
fotoemisszió-mentes folyamatokon keresztül. A $T \approx 5{,}8 \times 10^8$ K hőmérsékletnél (0,05 MeV) a

$${}^2\mathrm{H} + {}^2\mathrm{H} \rightarrow {}^4\mathrm{He} + \gamma \qquad (6.68)$$

folyamat is megjelenik. A ^4He kötési energiája nagyobb, mint a deuteroné, ezért a héliumatommagra vonatkozó Boltzmann-egyenlet azt adja, hogy amint képződésük be tud indulni az említett kétrészecske szórásokon keresztül, arányuk gyorsan nő a deuteronéhoz képest. Feltéve, hogy az összes neutron héliumatommagokba tömörül, a héliumatommagok száma a neutronok felével lesz egyenlő. A barionikus anyag héliumhányada tehát:

$$\begin{aligned} Y_p &\equiv \frac{M_{\mathrm{He}}}{M_b} \approx \frac{n_{^4\mathrm{He}} m_{^4\mathrm{He}}}{n_b m_{\mathrm{H}}} \approx \frac{4 n_{^4\mathrm{He}}}{n_b} \\ &\approx 2X_n(0,07\ \mathrm{MeV}) = 0,22\ . \end{aligned}$$

ahol M_{He} a héliumatommagok és M_b a barionok össztömegét jelenti. A második sorban (6.63) és (6.64) egyenleteket használtuk.



6.5. ábra. Az $Y \equiv Y_p$ héliumhányad az oxigén/hidrogén arány függvényében. Az alacsonyabb oxigéntartalmú rendszerek kevesebb (oxigénhez vezető) folyamaton estek át, így a bennük megfigyelt héliumhányad közelebb áll a nukleoszintézis kori értékhez. Az illesztés, amely szerint a kezdeti hányad Y_p=0.238, [13]-ból származik, az adatok pedig [14], [15], [16] és [17]-ből. A különböző csoportok által megfigyelt azonos rendszerekre kapott adatpontokat vonalak kötik össze. Az ábrát [12]-ből vettük.

A 6 ábra mutatja, hogy a megfigyelési adatok szerint a kezdeti héliumhányad

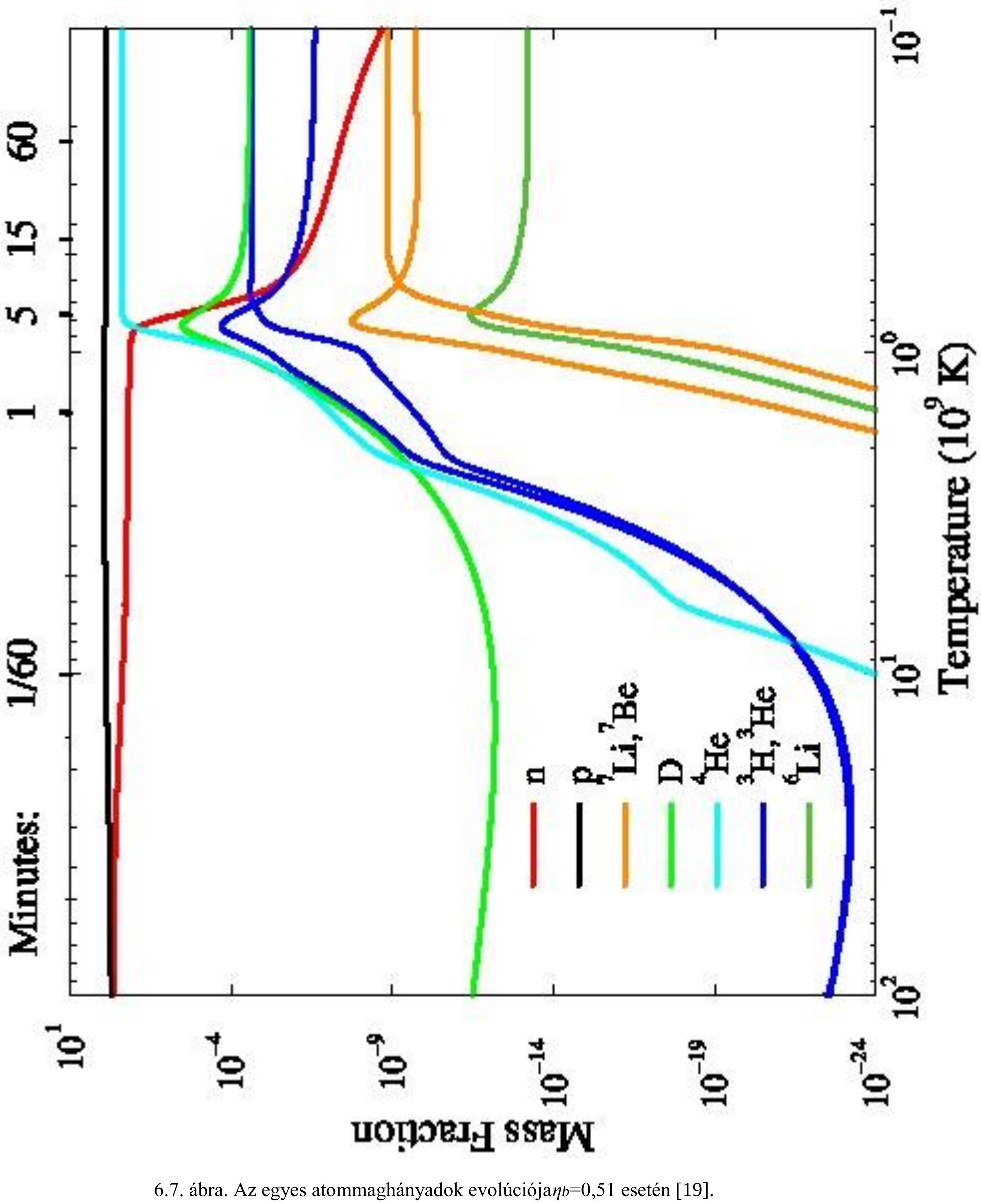
0,22

és

0,25

között van.

6.6. ábra. Az elsődleges nukleoszintézis során keletkezett ^{2}He (≡D), ^{3}He és ^{7}Li atommagok számának hidrogénhez viszonyított aránya, illetve a ^{4}He tömeghányad az $\eta \equiv \eta_b$ (alsó vízszintes tengely), illetve $\Omega_b h^2$ (felső vízszintes tengely) paraméterek függvényében. A négyzetek az arányokra vonatkozó megfigyelésekkel való illeszkedést mutatják (kisebb négyzetek a nemszimmetrikus 95%-os, a nagyobbak a szimmetrikus 95%-os konfidencia-szinten). A vastagabb függőleges sávok a könnyű elemek megfigyelt hányadával, a vékonyabbak a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás anizotrópiáinak méréseiből származó adatokkal kompatibilis barionsűrűséget mutatják. A két sáv átfed. Az ábrát [18]-ból vettük.



6.7. ábra. Az egyes atommaghányadok evolúciójaη_b=0,51 esetén [19].

A deuteront más atommagokba konvertáló folyamatok hatékonysága a barionok mennyiségétől függ. Ha a barionsűrűség alacsony, akkor a deuteronok más atommagokkal történő találkozása kevésbé valószínű. Alacsony barionsűrűség esetén több deuteron marad a nukleoszintézis végére, mint magas barionsűrűség esetén. A 6 ábrán látható, hogy a nukleoszintézis végére megmaradt deuteron-hányad érzékenyen függ a barion mennyiségtől. A deutérium/hidrogén arány távoli rendszerekben történő megfigyeléséből jól lehet következtetni a barionmennyiségre.

A kezdeti deutérium/hidrogén arány mérhető olyan gázokban, amelyeken a távoli ($z\approx3$) kvazárok fénye áthatol. Az arányra a kvazár fényének gáz által okozott abszorpciójából lehet következtetni. Négy rendszerben megfigyelt deutériummennyiségből a deutérium/hidrogén arányra:

$$D/H = 3.0 \pm 0.4 \times 10^{-5} \tag{6.70}$$

értéket kapták, amely a barionokat jellemző Ω_b kozmológiai paraméterre (ez Ω_M barionikus része) az

$$\Omega_b h^2 = 0.0205 \pm 0.0018 \tag{6.71}$$

értéket adja [20].

A hélium kialakulását követően megindul a nehezebb atommagok keletkezése is. Az atommagok Boltzmann-egyenletei integrálásának eredményét a 6 ábra mutatja. Az ábrán a η_b paraméter függvényében látható az elsődleges nukleoszintézis során keletkezett atommagok számának hidrogénhez viszonyított aránya ^{2}H, ^{3}He és ^{7}Li-re, illetve az Y_p héliumhányad. A 6 ábrán az egyes barion komponens-hányadok fejlődései láthatók rögzített η_b-re a hőmérséklet függvényében. A nukleoszintézis alapvetően azért áll le, mert a nukleonok képződését eredményező reakciók ütemei a Hubble-paraméter alá csökkennek, így azok csak igen kis valószínűséggel folytatódnak a továbbiakban.

Távoli gázfelhőkben az elsődleges nukleoszintézis végére keletkezett egyes könnyű elemek hidrogénéhez viszonyított arányára a gázon keresztül haladó fény abszorciójának megfigyeléséből következtethetünk. E kezdeti arányok rendkívül érzékenyek az Univerzum korai, sugárzásdominált korszaka evolúciójának részleteire. Az előző alfejezetben láttuk, hogy az Univerzum lassú hűlése esetén kevesebb, míg gyors hűlése esetén több neutron marad. A gondolat folytatható. Több neutron esetén több deuteron képződhet. Az Univerzum lassú hűlése esetén (1r6.66)-(6.68) reakciókon keresztül több hélium képződik, ami nagyobb Y_p értéket és kisebb detérium/hidrogén arányt ad, mint gyors hűlés esetén. Az atommagok keletkezése nem áll le a héliumatommagok létrejöttével. Lassúbb hűléskor a nukleoszintézis végére a nehezebb atommagok aránya több lesz a hidrogénéhez képest. Ha a reakciók ütemei sosem kerülnének a Hubble-paraméter alá, akkor az energetikailag legkedvezőbb vasatommagokba tömörülne az összes neutron.

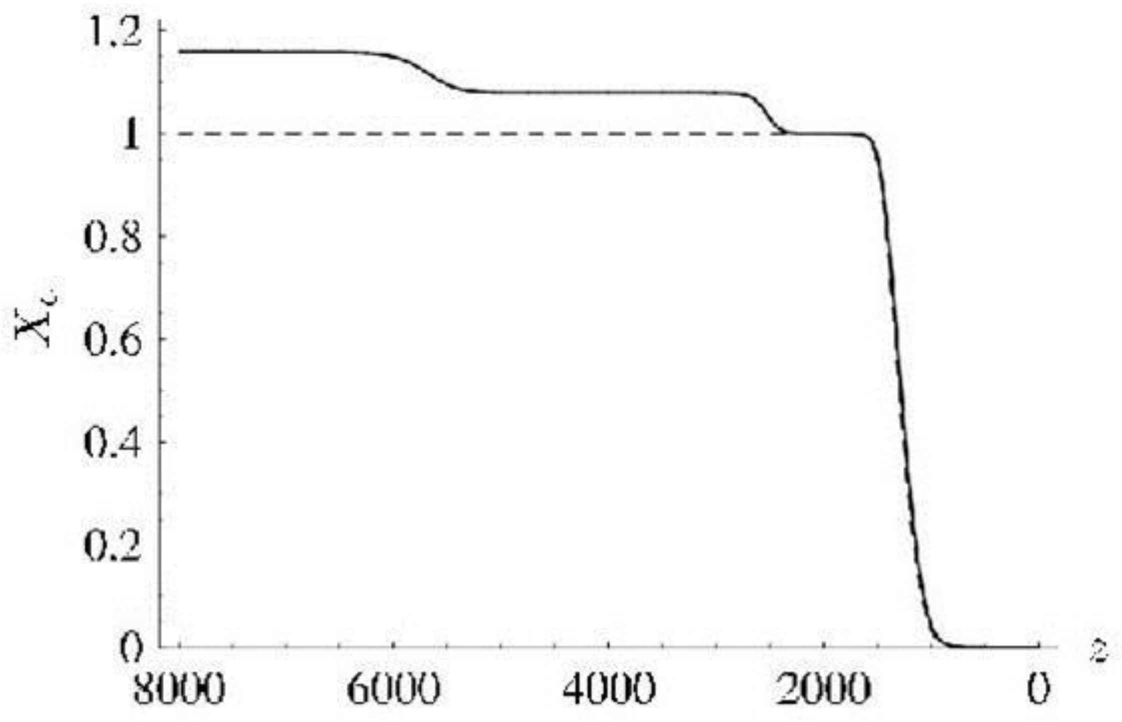
A por és sugárzás energiasűrűsége $z\approx3280$ vöröseltolódásnál, $T\approx9000$ K kőmérséklet körüli értéken lesz egyenlő, ezt követően az Univerzum a pordominált korszakba lép.

3.6. Rekombináció

A nukleoszintézist követően az Univerzum barionkomponensét nagyjából 75% hidrogén- és 25% hélium atommag alkotja. Más típusú atommagok ezekhez képest elhanyagolható mértékben vannak jelen. Az eV nagyságrendű energiákat jellemző hőmérsékleteken a Compton-szóródáson keresztül a fotonok szorosan csatolódnak az elektron-atommag plazmához. Mivel a Compton-szóródás hatáskeresztmetszete fordítottan arányos a szóró részecske tömegének négyzetével, ezért a domináns folyamat a fotonok elektronon történő szóródása. Az ionok a Coulomb-kölcsönhatás révén csatolódnak az elektronokhoz. A Coulomb-kölcsönhatás következtében az elektronok szóródási vagy befogódási folyamatai játszódnak le. Az utóbbi során jönnek létre a semleges hidrogén- és héliumatomok. Az elektron alapállapotbeli kötési energiája a héliumban 24,6 eV, míg hidrogénben 13,6 eV. Amikor a fotonok átlagos energiája e kötési energiák alá esik, a létrejövő atomok számához képest még sok foton energiája elegendő az ionizációhoz, mivel $\eta_b \ll 1$. Az atomok kialakulása ezért „késleltetve”, a kötési energiák alatti skálákon megy végbe. Mivel a héliumatomokban az elektronok kötési energiája nagyobb, a héliumatomok a hidrogénatomoknál hamarabb alakulnak ki. A hidrogén rekombinációs korszakában már az összes hélium semlegesnek tekinthető. A héliumatomok jelenlétének a szabad elektronszám redukciójában van jelentősége a hidrogénatomok kialakulása során.[7] Mivel alapállapotú hidrogénatomok kialakulása esetén az elektronbefogódás során keletkező foton energiája egy szomszédos hidrogénatom ionizálására képes, a hidrogénatomok kialakulása gerjesztett energiaállapotban hatékony.

---

[7] A kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás anizotrópiáinak kialakulásában fontos szerepet játszik a kozmikus fotonok rekombináció alatt végbemenő szabad elektronokon történő Compton-szóródása. Ezért a foton hőmérsékleti fluktuációinak elméleti származtatásához szükséges a szabad elektronok számsűrűsége időfejlődésének ismerete. A hidrogén- és ^{4}He atommagokon túlmenően a nukleszintézis során keletkezett (^{2}H, ^{3}He, Li, ...) könnyű atommagoknak a rekombinációhoz adott járuléka csak mintegy 10^{-5} rendű korrekciót okoz a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás teljesítményspektrumában [22].



6.8. ábra. Az Xe függvényvöröseltolódás-függése látható Yp=0,24 (folytonos vonal) és Yp=0 esetén(szaggatott vonal). A bal oldali ábrán folytonos vonalnál látható első két lépcsőscsökkenés a hélium rekombinációja miatt jelenik meg. A He++→He+ elsőelektronbefogás z≈6000 körül történik, míg a második He+→He z≈2500környékén. A korai z≳6000 tartományban a hélium kétszeresen ionizált, így, míg 2500≲z≲6000 intervallumban egyszeresenionizált, ezért . Az ábra a ΛCDM modellalapján készült, a következő kozmológiai paraméter értékekre: h0=0,7,Ωb=0,046, , , [21].

A 6 ábra mutatja a szabad elektronok hidrogénatommagokhoz viszonyított

$$X_e = \frac{n_e}{n_\mathrm{H}} \tag{6.72}$$

számsűrűségének időfejlődését. Itt n_e és n_H a szabad elektronok, illetve a hidrogénatommagok számsűrűsége. Utóbbi az Y_p héliumhányad és a barionok (proton, neutron) n_b számsűrűségével a következőképpen fejezhető ki:

$$n_\mathrm{H} = \left(1 - \frac{n_\mathrm{He}}{n_b}\right) n_b = \left(1 - Y_p\right) n_b. \tag{6.73}$$

A 6 ábrán a szaggatott vonal a héliumatommagok hiányában (Y_p=0), a folytonos vonal pedig jelenlétükben (Y_p=0.24) ábrázolja a rekombináció fokát jellemző X_e számsűrűséget a vöröseltolódás függvényeként.

4. Lineáris struktúraképződés

Ebben az alfejezetben lineáris közelítésben tárgyaljuk a struktúra képződését, a perturbációszámítás módszereit alkalmazva. Míg az itt ismertetett eredmények analitikusan vezethetők le, nemlineáris rendben már csak a numerikus módszerek működnek.

A tökéletesen homogén és izotrop világegyetemben nincs struktúra. A struktúra kialakulásának tanulmányozásához a kozmológiai szimmetriákat csak közelítő érvényűeknek fogadhatjuk el. A kozmológiai szimmetriáktól kis eltéréseket engedve meg, a téridő geometriáját a perturbált FLRW-metrika írja le:

$$g_{ab} = g_{ab}^{\mathrm{FLRW}} + \epsilon h_{ab} \;. \qquad (6.74)$$

Itt g_{ab}^{FLRW} a FLRW-metrika, $\varepsilon \ll 1$ és εh_{ab} jelenti a perturbációt. A fejezetben felteszük, hogy $K=0=\Lambda$. Utóbbi feltevés azért jogos, mert a sötét energia energiasűrűsége a struktúra kialakulásakor elhanyagolható volt.

4.1. Kozmológiai perturbációszámítás

A perturbációszámításban az alapprobléma a perturbált téridő (6.74) metrikájának meghatározása, a háttér-téridő (esetünkben a FLRW-téridő) ismeretében. A perturbációk skalár, vektor és tenzor jellegűek. Az osztályozás kétféle felbontáson alapul. Az első a téridő 3+1 (téridő) felbontása, amelynek nyomán egy 4-dimenziós tenzorból egy 3-dimenziós tenzor, egy 3-dimenziós vektor és egy skalár áll elő. A második a vektorok *Helmholtz*-féle felbontási tételét (euklideszi tereken bármely vektor egy addítív konstans erejéig egyértelműen bontható fel egy rotáció- és egy divergenciamentes részre) általánosítja konstans görbületű terekre. Nevezetesen, a 3-dimenziós vektorok rotációmentes része egy skalárral fejezhető ki, míg divergenciamentes része egy 2-dimenziós vektor. A 3-dimenziós tenzorok pedig szétválaszthatók a spurra és a spurmentes részre, amely tovább bontható egy újabb skalárra, 2-dimenziós vektorra és spurmentes 2-dimenziós tenzorra [23]. A különböző típusú perturbációk egyenletei egymásról lecsatolódnak.

4.1.1. Mértékinvariancia

A háttér-téridő koordináta rendszere ismert (kozmológiai szimmetriákhoz adaptált), a perturbált téridő azonban bármilyen lehet, nem tüntet ki hasonlóan koordináta-rendszert. Végtelen sok „egymáshoz közeli” koordináta-rendszer létezik, amelyben a perturbált metrika (6.74) alakú (azaz a perturbáció hiányában az alapmetrikával egyezik).

Belátható, hogy az $x^a \to x^{a\prime} = x^a - \epsilon y^a$ infinitezimális koordináta-transzformációkra tetszőleges (k,l) típusú,

$$S = S^{(0)} + \epsilon S^{(1)} \qquad (6.75)$$

alakú tenzorban a perturbáció transzformációja:

$$S^{(1)\prime}\left(x'\right) = S^{(1)}\left(x\right) + \epsilon \mathcal{L}_{\partial/\partial y^a} S^{(0)}\left(x\right. \qquad (6.76)$$

Itt $\mathcal{L}_{\partial/\partial y^a}$ a $\partial/\partial y_a$ irányú Lie-deriváltat jelöli. Ezt mérték- (gauge) transzformációnak is nevezik. Adott koordináta-rendszer megválasztása pedig mértékrögzítésnek felel meg.

Mivel minden $\partial/\partial y_a$ vektor generál egy mértéktranszformációt, így csak azon tenzormezők perturbációi lesznek mértékinvariánsak, amelyekre $\mathcal{L}_{\partial/\partial y^a} S^{(0)} = 0$ teljesül, tetszőleges $\partial/\partial y_a$-ra. Tehát csak a háttéren konstans S^0 tenzorok perturbációi mértékinvariánsak, ez a *Stewart–Walker-lemma*[24]. Törekedni érdemes tehát a FLRW háttéren állandó tenzorok használatára. A FLRW téridőt jellemző tenzorok azonban valamennyien a skálafaktor függvényei.

A FLRW-téridő szimmetriái miatt egy általános téridőt jellemző tenzorok egy része eltűnik, ezek perturbációi mértékinvariánsak. A nullára rendezett $S^0=0$ alakú tenzoregyenletek S^0 perturbációi szintén mértékinvariánsak.

A perturbációs egyenleteket mindig ki lehet fejezni mértékinvariáns változókban [25].

4.1.2. Skalárperturbációk

A struktúraképződés az Univerzumot kitöltő anyag komponensek helytől függő sűrűsödését-ritkulását jelenti. Az energiasűrűség-perturbáció skalár típusú, a metrika perturbációi pedig két mértékinvariáns mennyiséggel jellemezhetők, a *Bardeen-potenciálok*kal. A Bardeen-potenciálok segítségével a téridő perturbációi mértékinvariánsan tárgyalhatók, azonban a potenciálok interpretációja nehézkes. Könnyen interpretálhatók viszont az ún. newtoni (longitudinális vagy nyírásmentes) mértékben[8]. Newtoni mértékben a *Ψ* és *Φ* Bardeen-potenciálok következőképpen jelennek meg a perturbált metrikában:

$$\begin{aligned} g_{00} &= -1-2\Psi\left(x^a\right) \ , \\ g_{\alpha 0} &= g_{0\alpha}=0 \ , \\ g_{\alpha\beta} &= a^2\left[1+2\Phi\left(x^a\right)\right]\gamma_{\alpha\beta} \ . \end{aligned}$$

Itt *Ψ* a newtoni potenciál, *Φ* pedig a térbeli görbület-perturbációt jellemzi.

Az anyagi komponenseket energia-impulzus tenzoruk jellemzi. Feltesszük, hogy az egyes anyagkomponensek csak gravitációsan hatnak kölcsön és azt, hogy a perturbált folyadék *p*=*p*() állapotegyenlete is barotropikus. Bevezetjük továbbá a

$$c_S^2 \equiv \frac{dp}{d\rho} \qquad (6.78)$$

hangsebességnégyzetet.

Az univerzumot kitöltő anyagkomponensek együttese alkotja a *kozmikus folyadék*ot. A kozmikus folyadék energia-impulzus tenzorának skalár típusú perturbációi négy mennyiséggel paraméterezhetők. Ezek megfelelnek a energiasűrűség, folyadéksebesség, izotrop nyomás és anizotrop nyomástenzor perturbációinak. Ezek közül egyedül az anizotrop nyomástenzor perturbációból képezett *Π* skalár mértékinvariáns. Az energiasűrűség és izotrop nyomásperturbáció kombinációjából származtatható egy *Γ* mértékinvariáns mennyiség, amely a perturbációk entrópiafluxusának divergenciájával arányos (lásd pl. [26] A függelékét). Az izotrop nyomásperturbáció helyett a *Γ*-t használják. További mértékinvariáns mennyiségek a metrika perturbációkkal képezett kombinációkból származtathatók. A *δ* relatív energiasűrűség-perturbáció helyett általában egy *Δ*-val jelölt mértékinvariáns mennyiséget használnak, azonban newtoni mértékben *Δ*=*δ*. Hasonlóan a *v* sebesség-perturbáció helyett egy *V*-vel jelölt mértékinvariáns változót vezetnek be, de newtoni mértékben a kettő megegyezik.

4.1.3. Bardeen-formalizmus

A felvázolt mértékinvariáns mennyiségeket Bardeen vezette be elsőként [25]. E mennyiségeket alkalmazó lineáris perturbációszámítást Bardeen-formalizmusnak nevezik. A *Ψ, Φ* Bardeen-potenciálok és a *Δ, V, Γ, Π* kozmikus folyadék perturbációk fejlődését az Einstein-egyenletek adják meg. Közönséges differenciálegyenteket nyerünk, ha a térbeli függést harmonikusok szerinti kifejtéssel leválasztjuk az időbeli függéstől. A harmonikusok a $\left(\Delta+k^2\right)Q^{(S)}=0$ Laplace–Beltrami-egyenlet megoldásai (*Δ* az állandó görbületű 3-dimenziós tér Laplace-operátora, *k* a hullámszám).

Az alábbiakban a sík (*K*=0) Friedmann-téridő perturbációjával foglalkozunk. A harmonikusok szerinti kifejtés ekkor a szokásos Fourier-transzformációt jelenti:

$$\begin{aligned} \Phi &= \int \widetilde{\Phi} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \ , \ \Psi=\int \widetilde{\Psi} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \ , \\ \Delta &= \int \widetilde{\Delta} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \ , \ \Gamma=\int \widetilde{\Gamma} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \ , \\ V &= -\int \frac{\widetilde{V}}{k} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \ , \ \Pi=\int \frac{\widetilde{\Pi}}{k^2} e^{i\mathbf{k}} \end{aligned}$$

ahol az integrálási mérték $d^3k/\left(2\pi\right)^3$, az *i* a képzetes egység, $\mathbf{k}$ az együttmozgó hullámszám-vektor, a szorzatpont két vektor skalárszorzatát jelöli a 3-dimenziós euklideszi térben és $k=|\mathbf{k}|$ az együttmozgó hullámszám. Mivel az Univerzummal együttmozgó rendszerben a távolságokat $|a\mathbf{x}|$ adja, így a fizikai hullámszám *k/a*. A perturbatív mennyiségek Fourier-transzformáltjait hullámvonal jelöli.

[8]A háttér-téridőn az *u*=∂/∂*t* vektormező integrálgörbe-serege nyírásmentes. Newtoni mértékben az *u* görbeseregnek megfelelő perturbált görbeseregnek nincs skalárperturbációkból származó nyírása (lehet azonban tenzor-perturbációkból származó nyírása).

Az egyenletek egyszerűbb alakot öltenek, ha áttérünk az η konformis idő szerinti[9] deriváltra a

$$d\eta = a^{-1}dt \tag{6.80}$$

reláción keresztül és bevezetjük a

$$\mathcal{H} = \frac{1}{a}\frac{da}{d\eta} \tag{6.81}$$

konformis Hubble-paramétert (ez megegyezik a korábban használt $\dot{a}$ mennyiséggel). Az η konformis idő és a t kozmológiai idő közötti összefüggés a sugárzás, por, illetve kozmológiai állandó által dominált univerzumokban:

$$\begin{aligned} \eta &\propto t^{1/2} \ , \ \text{sugárzás} \\ \eta &\propto t^{1/3} \ , \ \text{por} \\ \eta &\propto 1 - \exp\left(-\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}t\right) \ , \ \text{kozmo} \end{aligned}$$

A folytonossági és Friedmann-egyenletekből általános w és K=0 esetén levezethető, hogy

$$a \propto \eta^{2/(1+3w)} \ . \tag{6.83}$$

A mértékinvariáns perturbációs változókra az Einstein-egyenletek a következőket adják [26]:[10]

$$3\mathcal{H}\left(\frac{d\widetilde{\Phi}}{d\eta} - \mathcal{H}\widetilde{\Psi}\right) + k^2\widetilde{\Phi} = 4\pi G a^2 \rho \tag{6.84}$$

$$k\left(\frac{d\widetilde{\Phi}}{d\eta} - \mathcal{H}\widetilde{\Psi}\right) = -4\pi G a^2 \rho\,(1 + w \tag{6.85}$$

$$\begin{aligned} &\frac{d^2\widetilde{\Phi}}{d\eta^2} + \mathcal{H}\frac{d}{d\eta}\left(2\widetilde{\Phi} - \widetilde{\Psi}\right) - \left(\frac{2}{a}\frac{d^2a}{d\eta^2} - \right. \\ &\quad + \frac{k^2}{3}\left(\widetilde{\Psi} + \widetilde{\Phi}\right) = -4\pi G\rho a^2\left(c_S^2\widetilde{\Delta}\right. \end{aligned}$$

$$k^2\left(\widetilde{\Phi} + \widetilde{\Psi}\right) = -8\pi G a^2 p\widetilde{\Pi} \ , \tag{6.87}$$

az energia-impulzus tenzor divergenciamentességének idő- és térkomponensei pedig:

$$\frac{d\widetilde{\Delta}}{d\eta} - 3\mathcal{H}w\left(1 - \frac{c_S^2}{w}\right)\widetilde{\Delta} = -3\mathcal{H}w\widetilde{\Gamma} \tag{6.88}$$

---

[9] Az η bevezetésével a Friedmann-téridő csak egy konformis szorzóban különbözik a Minkowski-téridőtől. A konformis szorzó a skálafaktor négyzete.

[10] Megjegyezzük, hogy az itt használt Φ Bardeen-potenciál előjelben különbözik [26] azonos jelű potenciáljától.

$$\frac{d\widetilde{V}}{d\eta} + \mathcal{H}\left(1-3c_s^2\right)\widetilde{V} = k\left[\widetilde{\Psi} + \frac{c_s^2}{1+}\right. \tag{6.89}$$

Utóbbiak nem függetlenek az Einstein-egyenletektől, azonban sok esetben a (6.85) és (5r6.86) Einstein-egyenletek helyett a (6.88) és (6.89) divergenciaegyenletek alkalmazása a célszerűbb. A fenti egyenletek adják meg a perturbációk dinamikáját, így szerepük a struktúra kialakulásában lényeges.

4.2. Perturbációk a sugárzás- és pordominált Univerzumban

Ebben az alfejezetben megvizsgáljuk, hogy az Univerzum fejlődése során a különböző korszakokban milyenek voltak a vezető rendű perturbációk. Egykomponensű kozmikus folyadékot vizsgálunk, így a sugárzásdominált korszakban a sugárzás perturbációit, míg a pordominált korszakban a por perturbációit tárgyaljuk. Megköveteljük továbbá, hogy a perturbált kozmológiai folyadéknak ugyanaz legyen az állapotegyenlete, mint a háttér-téridőben, az anizotrop nyomásperturbációk pedig legyenek nullák.

4.2.1. A Bardeen-potenciál

Az anizotrop nyomásperturbációk elhanyagolása után a (6.87) Einstein-egyenlet a Bardeen-potenciálok $\widetilde{\Phi} = -\widetilde{\Psi}$ kapcsolatát adja. A *p*=*p*() alakú állapotegyenlet arra vezet, hogy nincs az anyagnak belső entrópiaperturbációja, így Γ=0. A perturbációk fejlődési egyenleteiből a $\widetilde{\Psi}$ Bardeen-potenciálra az alábbi homogén, csillapított hullámegyenlet származtatható [26]:

$$\frac{d^2\widetilde{\Psi}}{d\eta^2} + 3\left(1+c_s^2\right)\mathcal{H}\frac{d\widetilde{\Psi}}{d\eta} + \left[3\left(c_s^2 - \right.\right. \tag{6.90}$$

Továbbá, ha *w* konstans, érvényes (6.83), így

$$\mathcal{H} = \frac{2}{(1+3w)\eta}\ , \tag{6.91}$$

és

$$\frac{d^2\widetilde{\Psi}}{d\eta^2} + \frac{1+w}{1+3w}\frac{6}{\eta}\frac{d\widetilde{\Psi}}{d\eta} + wk^2\widetilde{\Psi} = 0\ . \tag{6.92}$$

Az Einstein-egyenletek megoldását két határesetben tárgyaljuk. A határesetek az úgynevezett szuper- és szub-Hubble skálákhoz kötődnek. Szuper-Hubble-skálákon a

$$k\eta \ll 1 \Leftrightarrow k/\mathcal{H} \gg 1 \Leftrightarrow \lambda \gg \mathcal{H}^{-1} \tag{6.93}$$

relációk teljesülését értjük. Vagyis olyan perturbációkat tekintünk, amelyek hullámhossza lényegesen meghaladja a konformis Hubble-paraméter reciprokát. Szub-Hubble-skála alatt a fenti relációk ellentettjeit értjük:

$$k\eta \gg 1 \Leftrightarrow k/\mathcal{H} \ll 1 \Leftrightarrow \lambda \ll \mathcal{H}^{-1}\ . \tag{6.94}$$

Ekkor olyan perturbációkat tekintünk, amelyek hullámhossza lényegesen kisebb a konformis Hubble-paraméter reciprokánál.

A (6.92) egyenletnek van egzakt partikuláris megoldása, amely *w*>0 esetben [26]:

$$a\widetilde{\Psi} = \widetilde{A} j_q\left(\sqrt{w}k\eta\right) + \widetilde{B} y_q\left(\sqrt{w}k\eta\right) \tag{6.95}$$

ahol j_q és y_q jelölik a q-adik (q=2⁄()) rendű szférikus Bessel-függvényeket. Amikor $\sqrt{w}k\eta \ll 1$ (szuper-Hubble skála), $j_q(x) \propto x^q \propto a$ és $y_q(x) \propto x^{-q-1} \propto (a\eta)^{-1}$. Ezért és (6.91) miatt $\widetilde{\Psi}$ mennyiség $\widetilde{A}$-módusa konstans, míg a $\widetilde{B}$-módus csökkenő $\propto (a^2\eta)^{-1}$. Eredetileg összemérhető amplitúdójú módusok esetén is a $\widetilde{B}$-módus csökkenése gyors, így mindig elhanyagolható. Ha $\sqrt{w}k\eta \gg 1$ (szub-Hubble-skála) a megoldás $\sqrt{w}k$ frekvenciával oszcillál, amplitúdója 1⁄() szerint csökken:

$$\widetilde{\Psi} = \frac{\widetilde{A}}{a\sqrt{w}k\eta} \sin\left(\sqrt{w}k\eta - \frac{q}{2}\pi\right) . \tag{6.96}$$

A w=0 esetben (6.92) megoldása [26]:

$$\widetilde{\Psi} = \widetilde{A} + \frac{\widetilde{B}}{\eta^5} . \tag{6.97}$$

Mivel a $\widetilde{B}$-módus csökkenő, a gravitációs potenciál perturbációja időfüggetlen a pordominált korszakban.[11] Tehát a pordominált, lecsatolódás utáni Univerzumban a perturbációknak mindkét skálán létezik konstans járuléka.

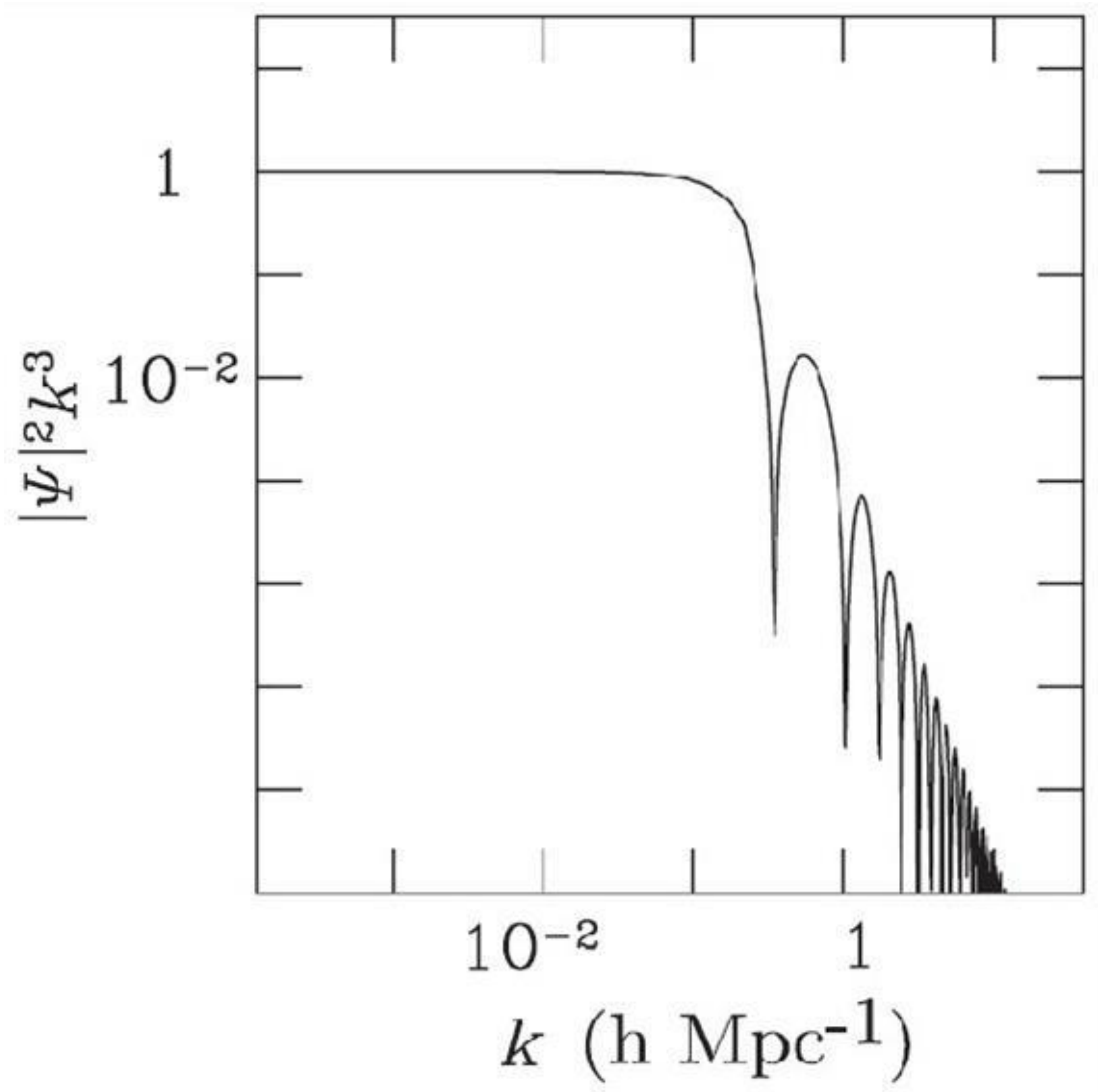
A széles körben elfogadott inflációs modellek szerint a sugárzásdominált időszakra a kezdeti

$$P_{\Psi_i}(k) = \left\langle \left|\widetilde{\Psi}_i\right|^2 \right\rangle \tag{6.98}$$

spektrum a következő egyenletet teljesíti:

$$k^3 P_{\Psi_i}(k) = A_S \left(\frac{k}{H_0}\right)^{n_s - 1} . \tag{6.99}$$

[11]Ezt azt eredményezi, hogy pordominált korszakban nincs integrális Sachs–Wolfe-effektus, az ugyanis a Bardeen-potenciálok időderiváltjaival áll kapcsolatban.



6.9. ábra. A Ψ Bardeen-potenciál $P_\Psi \equiv \left|\widetilde{\Psi}\right|^2$ spektrumából képezett $k^3 P_\Psi$ a hullámszám függvényében az Univerzum késői, pordominált korszakában [26]. (Az ábrán $\widetilde{\Psi}$-t Ψ jelöli.)

Az n_s spektrális index n_s=1

értékére a P_Ψ()

spektrumot a 6 ábra mutatja. Ez egy olyan sík Friedmann-univerzum késői pordominált korszakára vonatkozik, amelynek a sugárzásdominált kezdeti korszakában a spektrum (6.99) volt.

4.2.2. Sűrűségperturbációk

A mértékinvariáns $\widetilde{\Delta}$ sűrűségperturbáció helyett célszerű bevezetni a

$$\widetilde{\Delta}_P = \widetilde{\Delta} + \frac{3\mathcal{H}}{k}(1+w)\,\widetilde{V} \tag{6.100}$$

kombinációt. Az Einstein-egyenletekből megmutatható, hogy $\widetilde{\Delta}_P$-t előjeltől eltekintve ugyanolyan Poisson-egyenlet kapcsolja a $\widetilde{\Phi}$ Bardeen-potenciálhoz, mint a newtoni folyadékok mechanikájában a δ relatatív sűrűségperturbációt a newtoni gravitációs potenciálhoz. Anizotrop nyomásmentes közegben

$$\widetilde{\Delta}_P = -\frac{2}{3}\left(\frac{k}{\mathcal{H}}\right)^2 \widetilde{\Psi} \ . \qquad (6.101)$$

A $\widetilde{\Delta}_P$ definíciójából látható, hogy kis hullámhosszú (szub-Hubble-) fluktuációkra:

$$\widetilde{\Delta} \approx \widetilde{\Delta}_P \ \ (k\eta \approx k/\mathcal{H} \gg 1) \qquad (6.102)$$

adódik.

A sugárzásra, illetve porra (6.91)-ből

$$\widetilde{\Delta}_P = -\frac{(k\eta)^2}{3}\widetilde{\Psi} \times \begin{cases} 2 & \text{sugárz} \\ 1/2 & \text{por} \end{cases} \qquad (6.103)$$

adódik. Por esetén (6.83) és (6.103) összefüggésekből $\widetilde{\Delta}_P \propto a \propto t^{1/2}$, akárcsak a newtoni mechanikában a δ relatív sűrűség-perturbációra. A Fourier-transzformált sűrűség-perturbáció időben növekvő amplitúdója a háromdimenziós térben periodikus sűrűsödéseket-ritkulásokat jelent, amelyek a struktúra képződéséhez vezetnek.

4.2.3. Hosszú és rövid hullámhosszú sugárzásperturbációk a sugárzásdominált korszakban

Sugárzás esetén (6.95) kifejezés ($w = c_s^2 = 1/3$) adja a Bardeen-potenciált és (6.103) $\widetilde{\Delta}_P$ -t. Ezek felhasználásával (6.89) ad egyenletet a $\widetilde{V}$ sebesség perturbációra, ezek után (6.100)-ból származtatható $\widetilde{\Delta}$.

Szuper-Hubble-skálán $x = k\eta/\sqrt{3}$-ban vezető rendben [26]:

$$\widetilde{\Psi} = \widetilde{\Psi}_0 \ , \ \widetilde{\Delta} = -2\widetilde{\Psi}_0 \ , \ \widetilde{V} = \frac{\sqrt{3}\widetilde{\Psi}_0}{2} \qquad (6.104)$$

és

$$\widetilde{\Delta}_P = -2\widetilde{\Psi}_0 x^2 \ , \qquad (6.105)$$

ahol $x = k\eta/\sqrt{3}$ és $\widetilde{\Psi}_0$ konstans.[12] Bár $\widetilde{V}$ és $\widetilde{\Delta}_P$ növekvő, a $\widetilde{\Psi}$ gravitációs potenciálnál sokkal kisebbek maradnak. Szuper-Hubble-skálán a legnagyobb rendű fluktuációt $\widetilde{\Psi}$ adja, amely konstans.

Szub-Hubble-skálán ($x \gg 1$) konstans amplitúdójú $k/\sqrt{3}$ frekvenciával oszcilláló megoldásokat találunk [26]:

$$\widetilde{\Psi} = -\widetilde{A}\frac{\cos x}{x^2} \ , \ \widetilde{\Delta} = \widetilde{\Delta}_P = 2\widetilde{A}\cos \qquad (6.106)$$

A fentiekből azt valószínűsíthetjük, hogy nagy skálán a perturbációk „befagynak”, vagyis konstansok. Adott hullámhossz esetén a $\mathcal{H}^{-1}$ Hubble skála idővel nő. Amikor a perturbáció hullámhossza a Hubble-skála alá ér, a sűrűségperturbációk növekedni kezdenek a gravitáció hatására. Azonban a sugárzás nyomása ellenáll a „gravitációs erőnek”, így a folyadék fluktuációi konstans amplitúdóval oszcillálni kezdenek (akusztikus oszcillációk).

[12] Megjegyezzük azonban, hogy bizonyos perturbációkkal kapcsolatos eredmények származtatásához a $\widetilde{\Psi}$, $\widetilde{\Delta}$ és $\widetilde{V}$ mennyiségeket $O()$ rendben kell megadni.

4.2.4. Hosszú és rövid hullámhosszú porperturbációk a pordominált korszakban

Por esetén a perturbációk megoldásai a $w = c_s^2 = 0$ relációkkal hasonlóan származtathatóak, mint sugárzás esetén.

Szuper-Hubble-skálán ($x \ll 1$) x-ben vezetőrendben kapjuk [26]:

$$\widetilde{\Psi} = \widetilde{\Psi}_0 \ , \ \widetilde{\Delta} = -2\widetilde{\Psi}_0 \ , \ \widetilde{\Delta}_P = -\frac{\widetilde{\Psi}_0}{2} \tag{6.107}$$

Ugyanaz a következtetés vonható le, mint sugárzás esetén, a legnagyobb rendű fluktuációt a konstans gravitációs potenciál perturbáció adja.

Szub-Hubble-skálán ($x \gg 1$) [26]:

$$\widetilde{\Psi} = \widetilde{\Psi}_0 \ , \ \widetilde{\Delta} = \widetilde{\Delta}_P = -\frac{\widetilde{\Psi}_0}{2}x^2 \ , \ \widetilde{V} \tag{6.108}$$

a sűrűség és a sebesség perturbációk növekednek. A sűrűségperturbáció növekedése struktúrák kialakulásához vezet.

4.3. Kétkomponensű kozmikus folyadék perturbációi

Ebben az alfejezetben a perturbációk viselkedését vizsgáljuk sugárzás és por együttes jelenlétében mind a korai, sugárzás-, mind a késői, pordominált korszakokban. A folyadékkomponensek anizotrop nyomásperturbációit elhanyagoljuk, belső entrópiaperturbációjuk nincs. A $\widetilde{\Psi}$ Bardeen potenciálra egy inhomogén, csillapított hullámegyenlet származtatható. Az egyenletről megmutatható, hogy a korai, sugárzásdominált és késői, pordominált korszakokban a (6.90) egyenlettel ekvivalens, amelyben w és c_s^2 a domináns komponens paraméterei. Sugárzásdominált korszakban $\widetilde{\Psi}$-re elfogadhatjuk a (6.95) megoldást (ahol w=w_r), pordominált korszakban pedig a (6.97) megoldást.

Feltesszük, hogy az egyes folyadékkomponensek csak gravitációsan csatoltak. Ezt a feltételt a sötét anyag mindig teljesíti, a sugárzás és a barionikus anyag pedig csak a lecsatolódás után. A késői pordominált korszakban a feltétel teljesül. A korai, sugárzásdominált korszakban pedig a barionikus komponens a legkisebb energiasűrűségű, elhanyagolása esetén a feltétel ismét csak teljesül.

Ekkor a komponensekre külön-külön érvényesek a (6.88) és (6.89) egyenletek $\widetilde{\Gamma}^{(m),(r)} = \widetilde{\Pi}^{(m),(r)} = 0$-val (hiszen az anizotrop nyomásperturbációkat elhanyagoljuk, és az egyes komponenseknek belső entrópia-perturbációjuk sincs).

4.3.1. A korai, sugárzásdominált korszak

A gravitációs potenciálra és a sugárzásra (a perturbációszámítás első rendjében) ugyanazt kapjuk, mint a kizárólag sugárzást tartalmazó esetben.

Szuper-Hubble-skálán a domináns perturbációt a gravitációs potenciál adja, és az konstans. A por $\widetilde{\Delta}^{(m)}$ és a sugárzás $\widetilde{\Delta}^{(r)}$ sűrűségperturbációk szintén konstansok, és levezethető a

$$\frac{3}{4}\widetilde{\Delta}^{(r)} = \widetilde{\Delta}^{(m)} + c \tag{6.109}$$

feltétel [26]. A c konstans nullának választásával a kétkomponensű kozmikus folyadékra is teljesül $\widetilde{\Gamma} = 0$. A (6.109) egyenletben c konstans nullától eltérő választása entrópiaperturbációt jelent.

Szub-Hubble-skálán $\widetilde{\Delta}^{(r)}$ oszcillál, amíg $\widetilde{\Delta}^{(m)}$ logaritmikusan (∼ ln*x*) nő. A porkomponens sugárzás-dominált korszakban mutatott logaritmikus növekedése a *Mészáros-effektus*. A növekedés lassú ahhoz képest, ami a pordominált korszakban történik szub-Hubble-skálán. Ez a lassú növekedés (kvázi-stagnálás) azzal indokolható, hogy az anyag öngravitációja a sugárzási korszakban még kicsi a Hubble-paraméterből származó csillapításhoz képest. Az univerzum tágulása túl sebes ahhoz, hogy a porkomponens öngravitációja folytán sűrűsödjön.

A sugárzás és por fejlődései különbözők szub-Hubble-skálán, ezért a $\widetilde{\Gamma} = 0$ feltétel csak szuper-Hubble-skálán rögzíthető. Szub-Hubble skálán a $\widetilde{\Gamma} = 0$ csak az ún. izentropikus (adiabatikus) kezdeti feltételként róható ki.

4.3.2. A késői, pordominált korszak

A gravitációs potenciálra és a porra (a perturbációszámítás első rendjében) ugyanazt kapjuk, mint porból álló egykomponensű folyadék esetén. Ha a sugárzásra megköveteljük, hogy szuper-Hubble-skálán illeszthető legyen a sugárzási korszakra származtatható megoldásokkal, akkor $\widetilde{\Delta}^{(r)}$ a $x = k\eta/\sqrt{3}$ dimenziótlan időparaméternek koszinusz-, míg $\widetilde{V}^{(r)}$ szinuszfüggvénye lesz [26]. Továbbá, ha a perturbációk nagy skálán adiabatikusak, akkor:

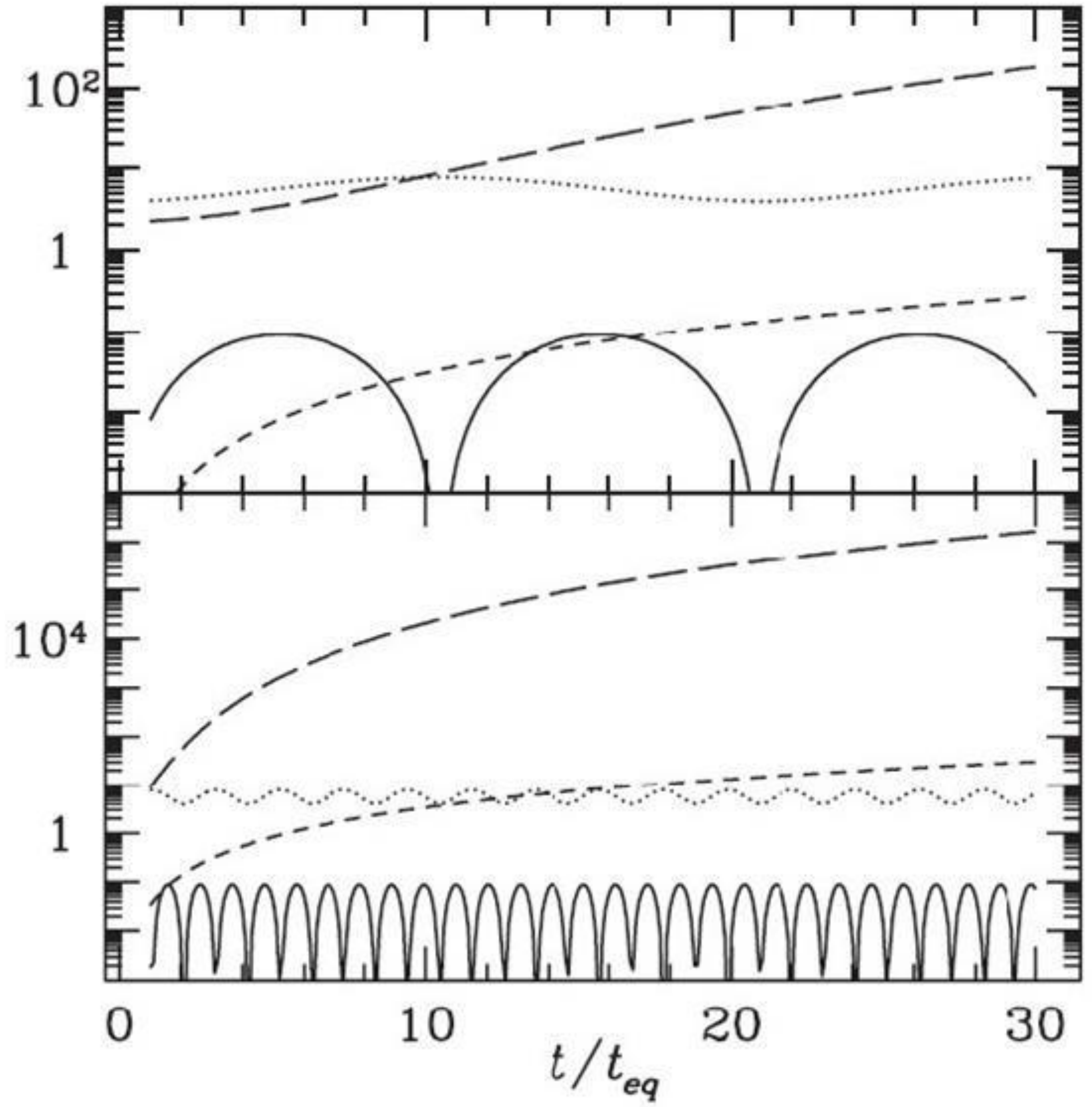
$$\widetilde{\Delta}^{(r)} = 4\widetilde{\Psi}_0 \left(\frac{\cos x}{3} - 1\right) \ , \qquad (6.110)$$

ahol $\widetilde{\Psi}_0$ a konstans gravitációs potenciál perturbáció.

4.3.3. A kétkomponensű folyadék fejlődésének numerikus vizsgálata

A 6 ábra mutatja a struktúraképződést a lineáris perturbációszámítás érvényességi körén belül a sugárzásból és porból álló kétkomponensű folyadékra. Az ábra az egyenletek numerikus integrálásával adiabatikus kezdeti feltételekre készült. Az ábrán szereplő $\widetilde{\Delta}_g^{(m)}$ és $\widetilde{\Delta}_g^{(r)}$ függvények definíciói:

$$\begin{aligned} \widetilde{\Delta}_g^{(r)} &\equiv \widetilde{\Delta}^{(r)} - 4\widetilde{\Psi} \ , \\ \widetilde{\Delta}_g^{(m)} &\equiv \widetilde{\Delta}^{(m)} - 3\widetilde{\Psi} \ . \end{aligned}$$

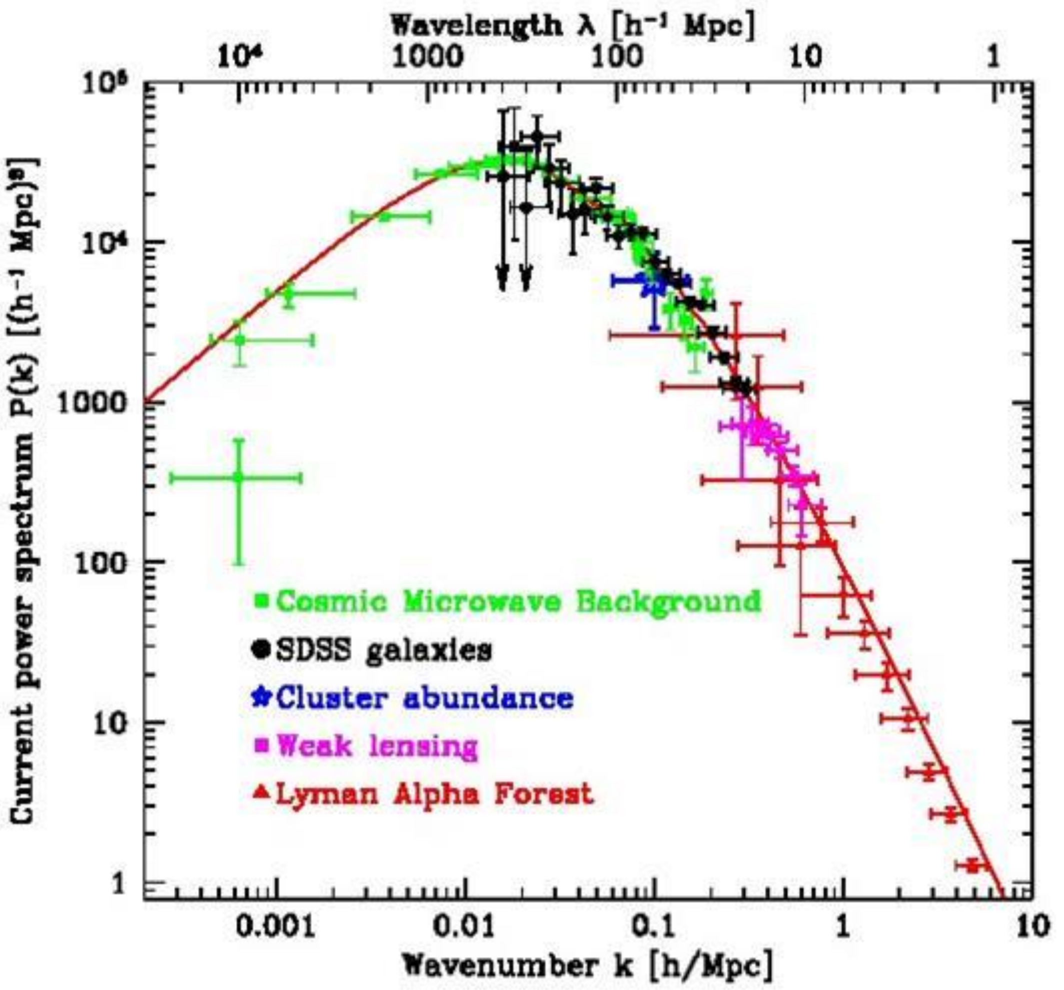


6.10. ábra. Az ábra $\left|\widetilde{\Delta}_g^{(m)}\right|^2$ (hosszú-szaggatott), $\left|\widetilde{\Delta}_g^{(r)}\right|^2$ (pontozott), $\left|\widetilde{V}^{(m)}\right|^2$ (szaggatott), $\left|\widetilde{V}^{(r)}\right|^2$ (folytonos) evolúcióit mutatja be η/η_{eq} függvényében, ahol η_{eq} a jelöli azt az időpontot, amikor a por és a sugárzás energiasűrűség megegyezik (az ábrán t jelöli a konformis időt, így $\eta \equiv t$). A kezdeti feltételek adiabatikusak. A felső panelen szereplő perturbációk hullámszámaira $k\eta_{eq} \ll 1$, míg az alsó panelen lévők esetén $k\eta_{eq} \gg 1$ teljesül. Nagy hullámszám esetén $\widetilde{\Delta}_g^{(m)}$ viszonylag hamar sokkal nagyobbá válik, mint $\widetilde{\Delta}_g^{(r)}$ (alsó panel). Kis hullámszámra $\widetilde{\Delta}_g^{(m)}$ ugyanolyan rendű marad, mint $\widetilde{\Delta}_g^{(r)}$ egészen addig, míg a perturbáció hullámhossza a Hubble-skála alá nem esik (felső panel), ami $\eta/\eta_{eq} \approx 10$-nél következik be. Miután a Hubble-skála eléri az adott hullámhossz nagyságát $\widetilde{\Delta}_g^{(m)}$ nőni, míg $\widetilde{\Delta}_g^{(r)}$ oszcillálni kezd. Az ábrát [26]-ból vettük.

Az ábrán látszik, hogy a sugárzás perturbációi periodikusak, tehát a sugárzás energiasűrűsége nem növekszik, ezzel szemben a por szub-Hubble-hullámhosszú perturbációi monoton növekednek, kialakítva az Univerzum struktúráját.

4.4. Az anyag teljesítményspektruma

A 6 ábrán a különböző mérési adatokból (kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás, halmazok eloszlása, gyenge gravitációs lencsézés, Lymann-α-erdő[13]) származtatott anyageloszlás $P()$ teljesítményspektruma a ΛCDM modell alapján. A barionikus anyagról felteszik, hogy a sötét anyag eloszlását követi.



6.11. ábra.Különböző mérési adatokból (kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás,halmazok eloszlása, gyenge lencsézés, Lymann-α-erdő) származtatott anyageloszlás teljesítményspektruma. A görbe a sík ΛCDM-modell következő paramétereire készült: $\Omega_{\rm cdm}=0,28$, $\Omega_b/\Omega_{\rm cdm}=0,16$, h=0,72, τ=0,17 (reionizációs optikai mélység, a háttérsugárzás paramétere), n_s=1. Az ábrát [27]-ből vettük.

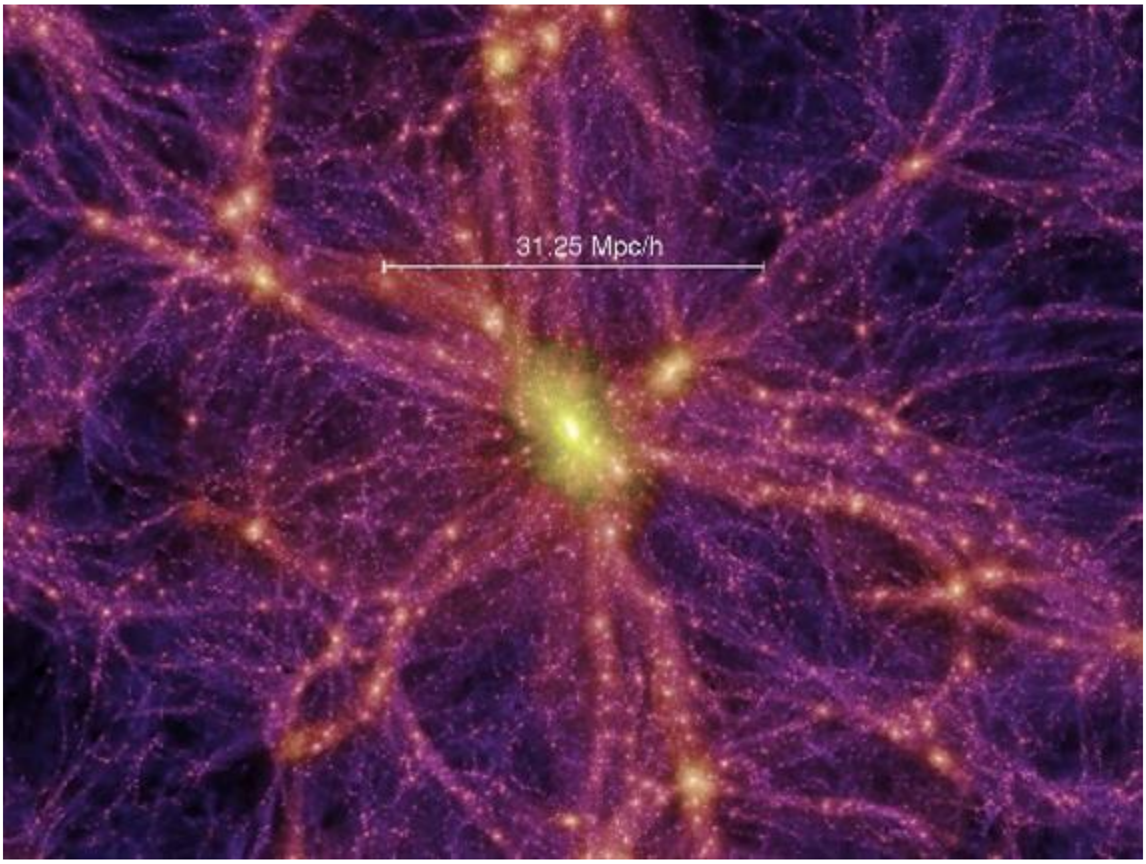
5. A struktúra nemlineáris fejlődése

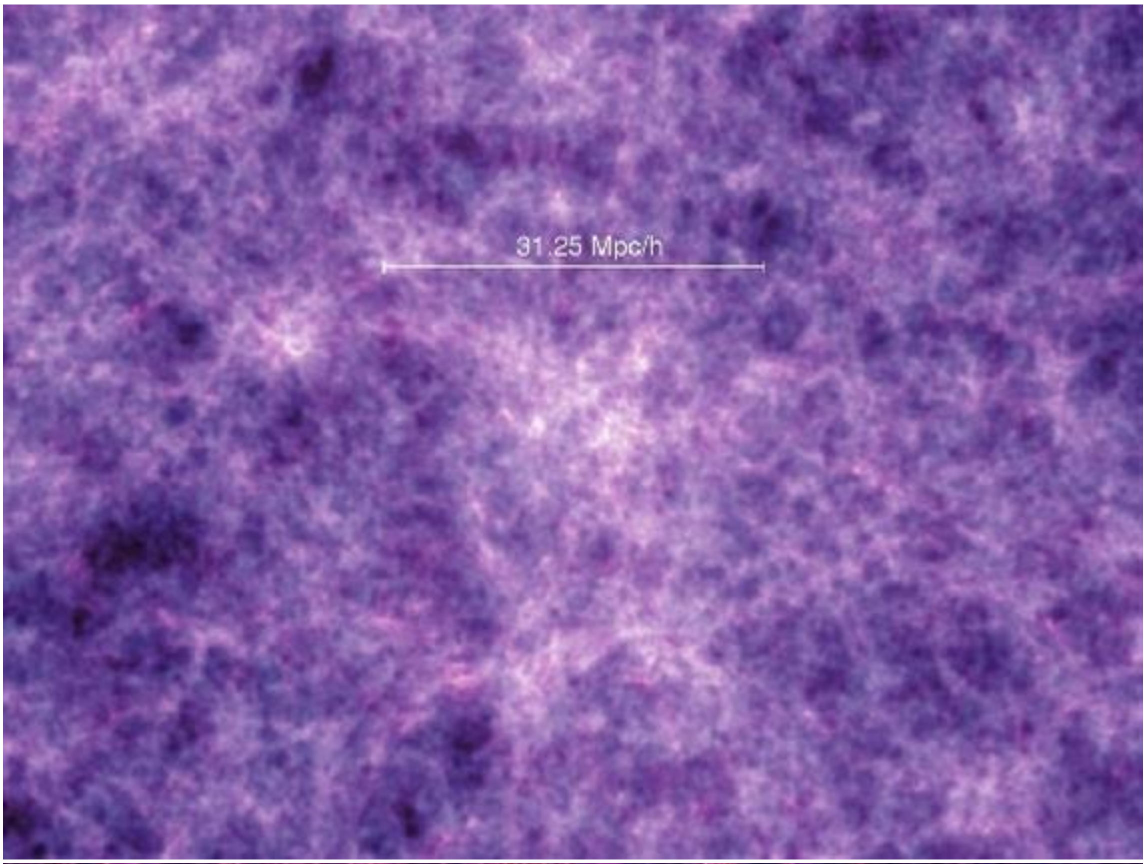
A lineáris struktúrafejlődés alapfeltevései egy idő után nem érvényesek, mert a folyamatosan növekvő perturbációk magasabb rendű járulékok figyelembevételét is megkövetelik (gravitációs instabilitás). Sőt egy idő után a perturbációk nagyobbra nőnek a perturbálandó mennyiségeknél, ezért csak az egyenletek numerikus integrálásával lehet nyomon követni fejlődésüket. Különösen igaz ez a kis léptékű (szub-Hubble-) perturbációk növekvő módusaira.

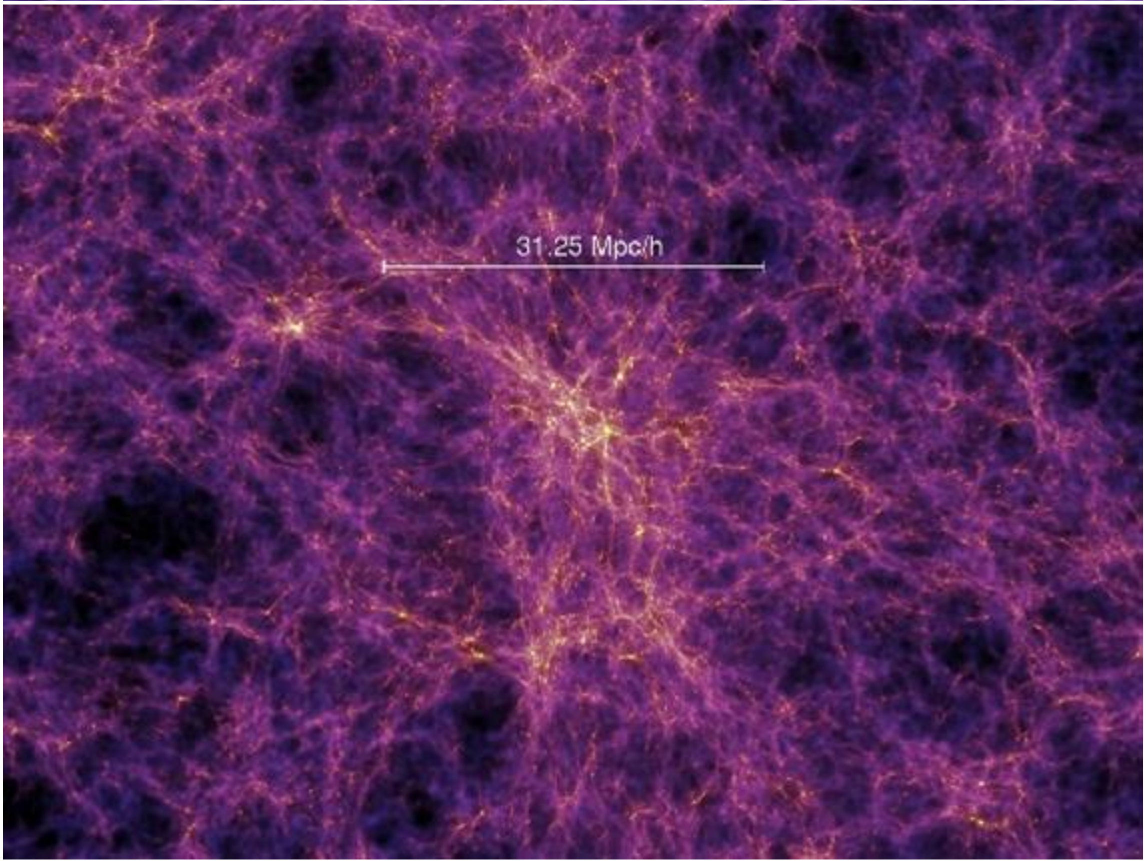
5.1. A struktúraképződés numerikus szimulációja

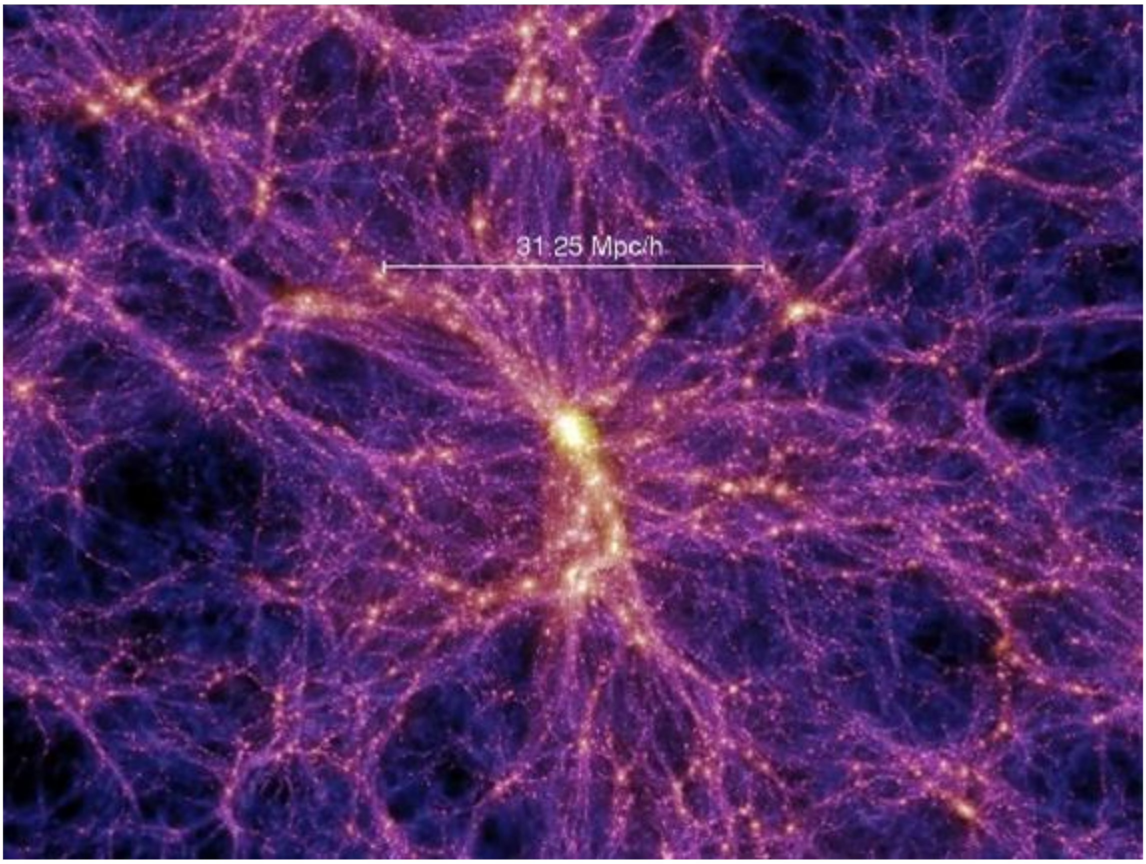
[13]A semleges hidrogént tartalmazó intergalaktikus anyagfelhők abszorpciós detektálására szolgáló módszer.

A struktúra képződésének történetét a Millennium-szimuláció mutatja be [28]. Ez a 10^{10} darabnál is több részecske fejlődését nyomon követő N-test-szimuláció [29] a sötét anyag térbeli eloszlásának alakulását követi (6.12. ábra).



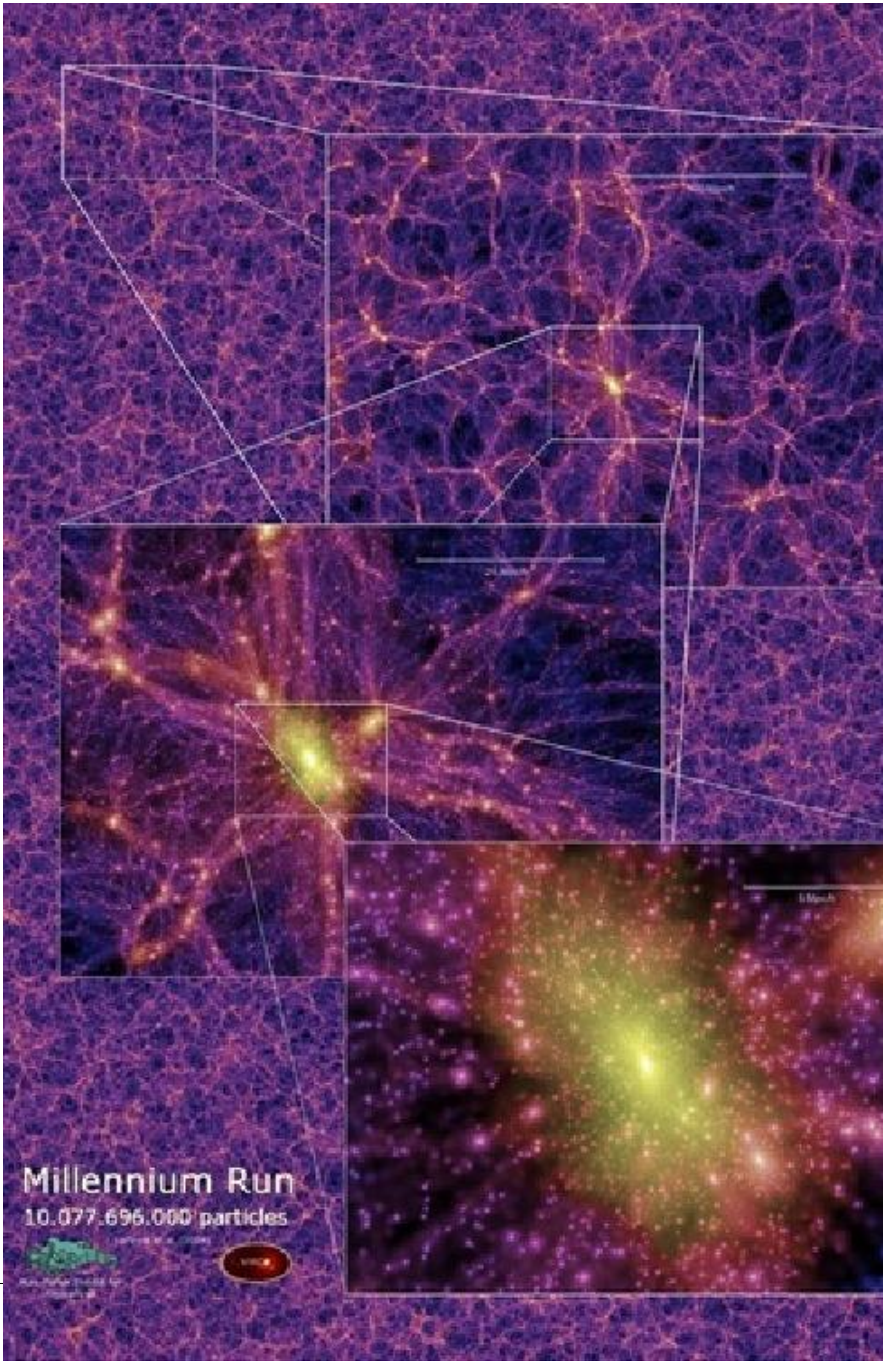

31.25 Mpc/h


31.25 Mpc/h



A Millennium-szimuláció az anyag nagy léptékű szerkezetének kialakulását követi nyomon. Az ábrasor az=18.3 (t=0,21×10^9 év), z=5,7 (t=1,0×10^9 év), z=1,4 (t=4,7×10^9 év) és z=0 (t=13,7×10^9 év) vöröseltolódás (Univerzum életkora) értékeknél mutatja a nagy léptékű szerkezetet [29].

A nagyítás változtatásával megfigyelhető a struktúra léptékfüggő morfológiája, néhány Gpc skálától 10 kpc skáláig. A napjainkban létező struktúra a 6.13. ábrán és a *millennium_sim_1024x768.avi* kisfilmen látható.


Millennium Run
10.077.696.000 particles

A Millennium-szimuláció posztere az anyag nagy léptékű szerkezetét mutatja napjainkban, különböző skálákon[29].

A Millennium-szimulációban a hideg sötét anyag a ma látható nagyléptékű szerkezetekhez vezet, míg a forró sötét anyag erre nem képes. A Millennium-szimulációval viszont kompatibilis, hogy a sötét anyag akár langyos állapotú is lehet.

5.2. A sötét és a világító anyagstruktúrák egybeesése

A csupán gravitációs tulajdonságokkal jellemezhető sötét anyag ugyanúgy csomósodik, mint a világító anyag. A Millennium-szimulációban a világító anyag eloszlása a domináns sötét anyag eloszlását követi, a galaxisok világító anyaga sötétanyaghalókban helyezkedik el. Több sötétanyagmodell ismert, de a legelfogadottabb a gömbszimmetrikus haló, amely a

$$\rho_{NFW}(r) = \rho_s \frac{r_s}{r}\left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^{-2} \qquad (6.112)$$

Navarro–Frenk–White-féle (NFW) radiális sűrűségprofillal jellemezhető. Itt r_s egy távolságskálát, ρ_s pedig egy karakterisztikus sűrűséget rögzít. Ez a sötétanyagprofil jól magyarázza a galaxisok rotációs görbéjének viselkedését.

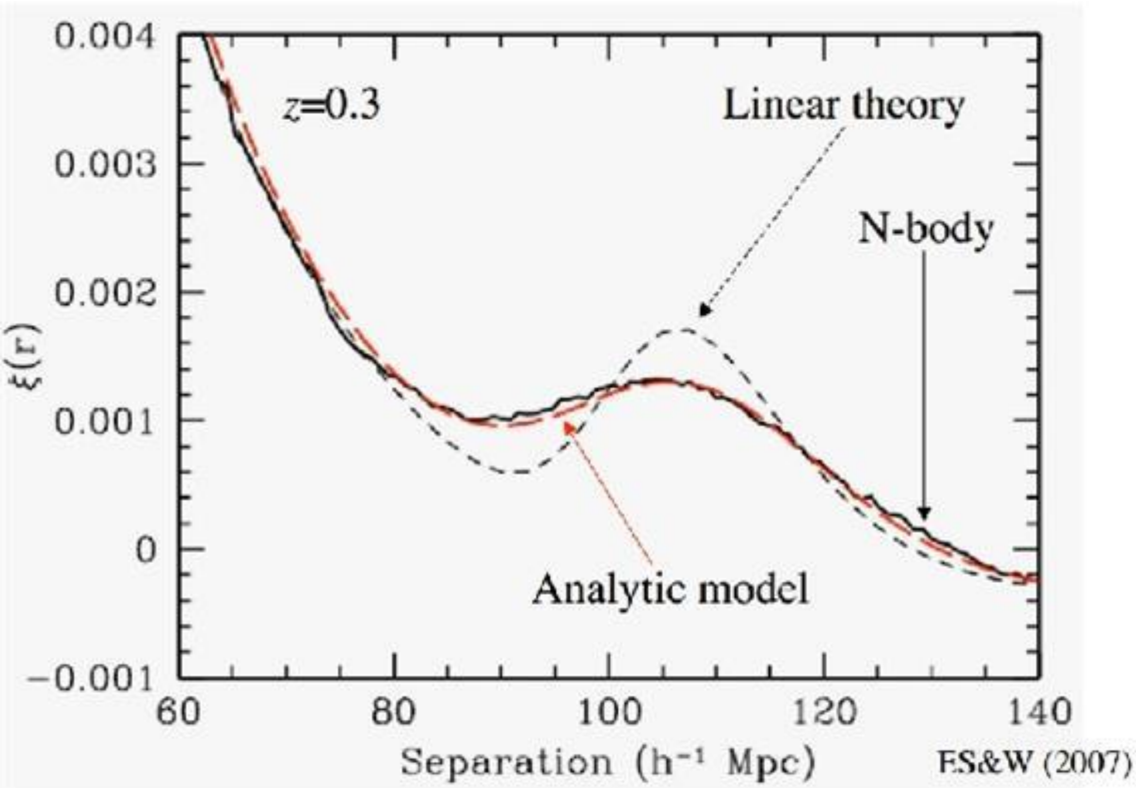
Nem-egyensúlyi helyzetben azonban előfordulhat, hogy a sötét és világító anyagkomponensek eloszlása eltér egymástól. Jól ismert példa erre a Lövedék-halmazt (Bullet Cluster, 1E 0657-558) [30]. Az egymással ütköző két galaxishalmazt a 6.14. ábra mutatja be. A világító anyagkomponensek tömegközéppontja nem esik egybe a teljes tömeg által meghatározott tömegközépponttal, ami a sötét anyag jelenlétének bizonyítéka. A rendszer tömegközéppontja gravitációs lencsézésből határozható meg.

A világító anyagkomponensek (piros) tömegközéppontja és a rendszer tömegközéppontja nem esik egybe. Ez a sötét anyag (kék) jelenlétére utal. A felvétel a Chandra X-ray Observatory segítségével készült [Forrás: http://www.nasa.gov/images/content /155244main_HSTplusLensBlueChandra Pink2blur.jpg].

5.3. Akusztikus barionoszcillációk

A korai Univerzum forró plazmájában az anyag és sugárzás kölcsönhatása nyomást hozott létre, amely a gravitációs vonzással ellentétes irányban fejtette ki hatását. A két hatás eredményeképp a plazma a hanghullámokhoz hasonló oszcillációkban képes részt venni. A kezdeti kvantumos fluktuációkból az infláció során a plazmában perturbációk jöttek létre, amelyek sötét anyagból, barionokból és fotonokból álltak. A túlnyomás hatására adott perturbáció centrumából akusztikus gömbhullám indult útnak igen magas (a fénysebességnek mintegy fele nagyságú) sebességgel. A sötét anyagnak nincs nyomása, így a perturbáció közepén maradt, a barionok és fotonok viszont távolodtak, egészen a lecsatolódásig. Ekkor a fotonok kiléptek a plazmakölcsönhatásból, és már szabadon, háttérsugárzásként terjedtek szét, míg a barionok megtorpantak a lecsatolódott fotonok nyomása nélkül hirtelen dominánssá váló gravitáció hatására. A hanghorizont a gömb sugara a lecsatolódáskor [31]. Ekkor tehát a gömbfelületen és a centrumban nagyobb a barionsűrűség, így várható, hogy a struktúra elsősorban itt alakul ki. A galaxisok mai elhelyezkedését vizsgálva, a hanghorizont elvben meghatározható.

Természetesen a probléma ennél bonyolultabb, hiszen nem egy, hanem számtalan perturbáció létezett az infláció után, és a hanghorizont sugarú gömbök átmetszették egymást. Amennyiben azonban a galaxisok távolságát páronként megmérjük, és az így nyert kétpont-korrelációs függvényt ábrázoljuk, a távolsággal csökkenő függvény áll elő, hiszen a gravitáció vonzó jellege miatt az anyag csomósodik. A hanghorizont jelenlétét a csökkenő függvényen megjelenő lokális maximum mutatja (6.15. ábra).



A galaxisok kétpont-korrelációs függvényének távolságfüggése[32], [33]. A lineáris struktúraképződés csak hozzávetőlegesen adja meg az N-test szimuláció (és erre illesztett analitikus függvény) viselkedését. A görbe lokális maximuma ≈110 Mpch^{-1}≈150 Mpc a hanghorizont jelenlegi méretét adja meg.

A Sloan Digital Sky Survey (SDSS) nagyszabású égboltfelmérés alapján a hanghorizont mintegy 150 Mpc-nak adódott [34]. A hanghorizont mérete közvetve meghatározza az Univerzum sötét anyag + barionikus anyag tartalmát. Ennek oka, hogy különböző barionikus/sötét anyag és foton arányok különböző terjedési sebességhez vezetnek a korai Univerzum perturbációinak fejlődésében.

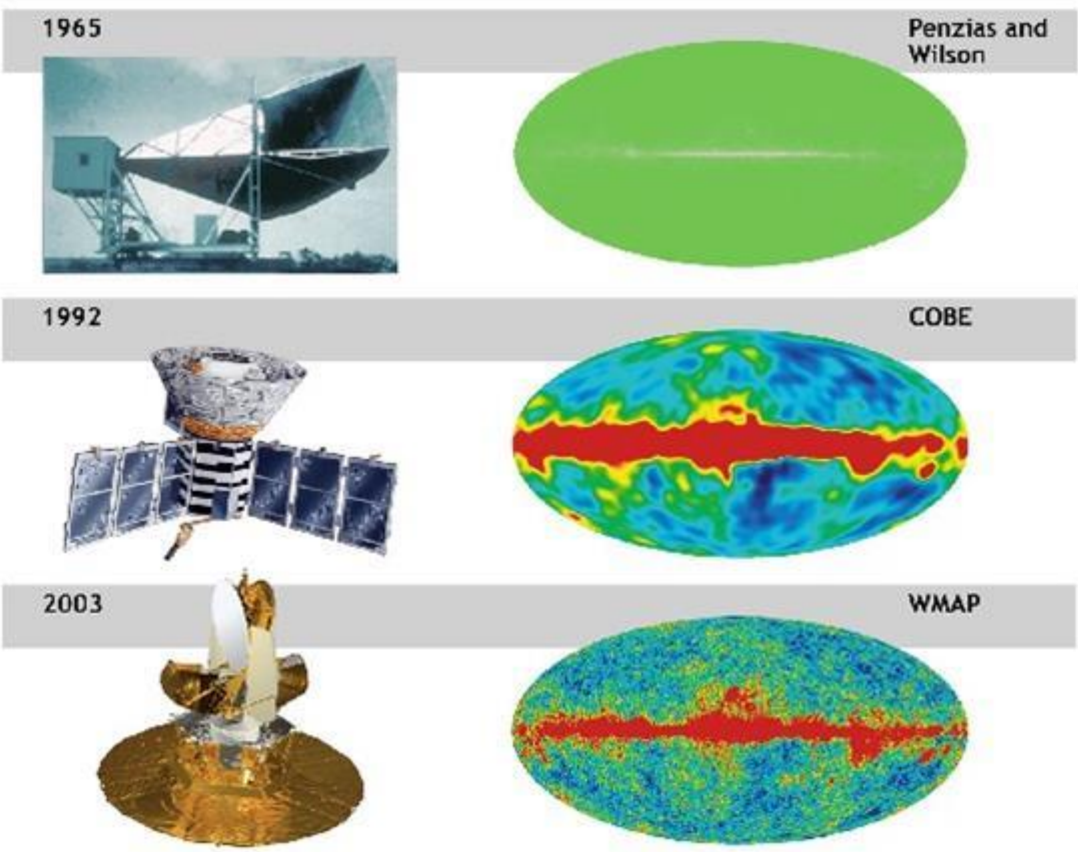
6. A kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás

Az alfejezet egészében a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzást CMB-nek fogjuk rövidíteni.

6.1. A CMB kimutatása

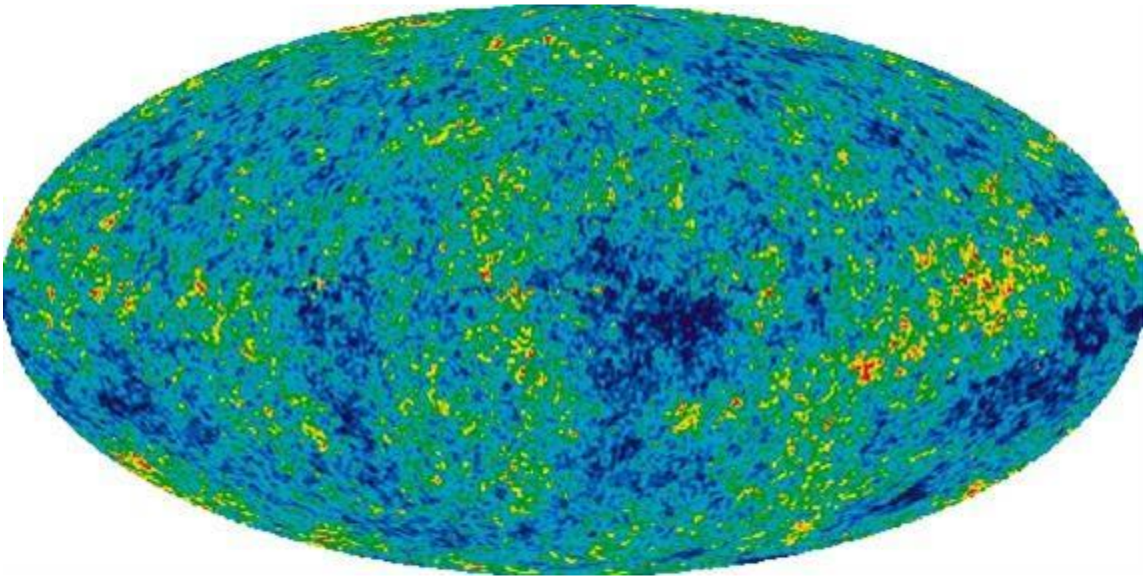
A 6.16. ábra a CMB mérésének minőségi javulását mutatja 1965-ös rádióantennával történt véletlenszerű felfedezésétől kezdve (Arno A. Penzias és Robert W. Wilson, Nobel-díj 1978), a COBE (Cosmic Background Explorer) űrszonda által kimutatott feketetest jellege és először észlelt anizotrópia-mintázatán keresztül (George F. Smoot és John C. Mather, Nobel díj 2006), majd ennek a WMAP által mért pontosabb változatáig. 2013-ban a Planck űrszonda adatainak első elemzése tovább finomította az anizotrópia-térképet.

A COBE, a WMAP, illetve a Planck által mért foltok nagyságai műszerfüggők, ugyanis a foltok 10^{-5} relatív nagyságú anizotrópiáknak felelnek meg, amit csak differenciális hőmérsékletfüggéssel lehetett kimérni. A foltok nagysága a differenciális méréshez használt detektorok szögtávolságával áll kapcsolatban.



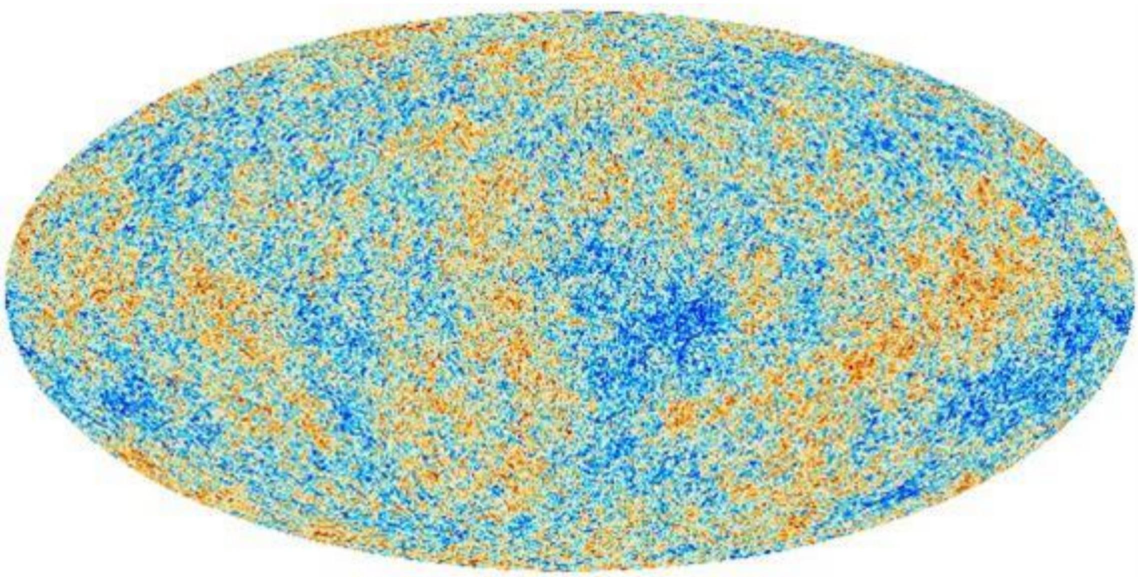
A háttérsugárzás felfedezésének és tanulmányozásának lépései. Penzias és Wilson 1965-ben használt mikrohullámú antennája (bal felső kép); hogyan látszott volna a teljes égbolt a Penzias és Wilson által használt műszerrel (jobb felső); a COBE műholdról készült illusztráció, 1992 (bal közép); a COBE által készített égtérkép, amelyen először látszanak az anizotrópiák (jobb közép); a WMAP űrszondáról készült számítógépes ábra (bal alsó); a korai Univerzum térképe mikrohullámokban a WMAP 3 éves adatgyűjtése nyomán (jobb alsó ábra) [http://map.gsfc.nasa.gov/media/081031/081031_1500W.jpg].

A COBE, a WMAP és a Planck által készített égi térképekből le kell vonni egyrészt a galaktikus komponenst (az ábra egyenlítői vonala), másrészt a szonda/Föld/Naprendszer/galaxis mozgásából származó Doppler-járulékot, így jutunk el a pusztán CMB anizotrópia-térképhez. A WMAP 9 éves adataiból származtatott anizotrópia-térkép a 6.17. ábrán látható.

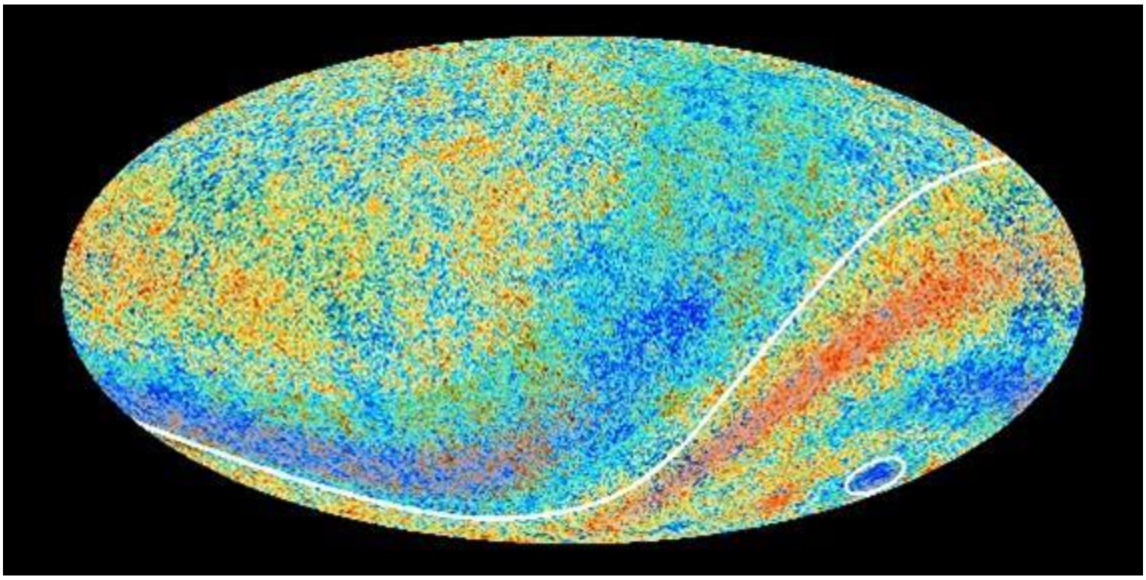


A WMAP 9 éves adataiból készített CMB anizotrópia-térkép. A vörös foltok a legmelegebb, a kékek a leghidegebb tartományokat jelzik, a hőmérsékleti eltérések legfeljebb$\pm 200\mu$K nagyságúak [http://map.gsfc.nasa.gov/media/121238/ilc_9yr_moll1024.png].

A Planck 2013-as adatokból származtatott, nagyobb szögfelbontású anizotrópia-térképet a 6.18. ábra mutatja be. A Planck mérései szerint az anizotrópiák elosztásában anomáliák észlelhetők (ezekre már a WMAP megfigyelései is utaltak). Ilyenek az észak-dél aszimmetria, illetve a várható statisztikai eltéréseknél nagyobb hideg folt jelenléte. Ezeket a 6.19. ábra szemlélteti, mely kiemeli az anomáliákat.

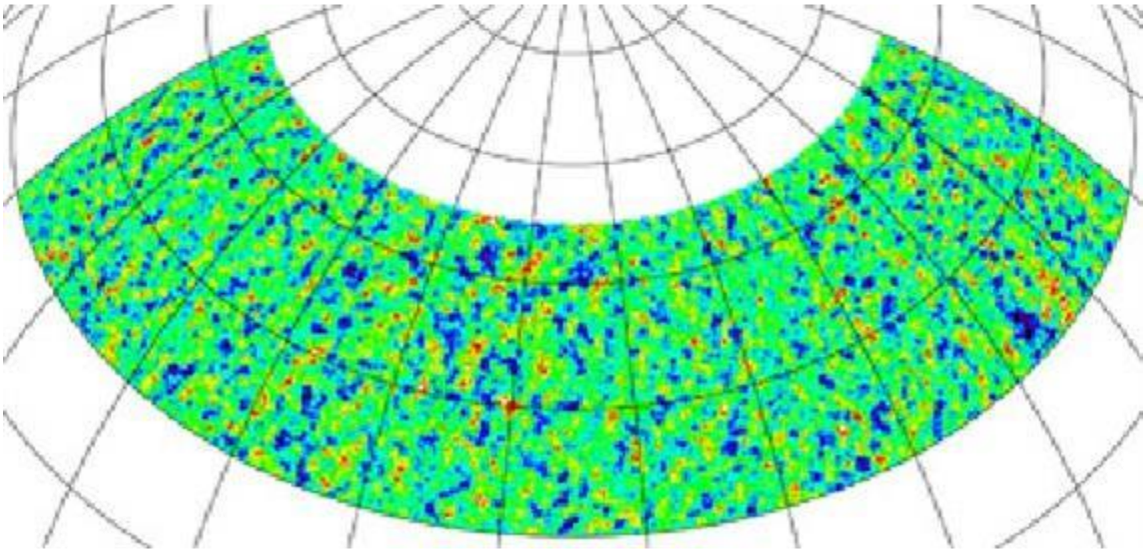


A Planck 2013-ban publikált adataiból készített CMB anizotrópia-térkép. A vörös foltok a legmelegebb, a kékek a leghidegebb tartományokat jelzik. A WMAP-térkép zöld színe hozzávetőleg narancs színnek felel meg. [http://sci.esa.int/science-e/www/object/index.cfm?fobjectid=51553].



A Planck 2013-ban publikált adataiból készített CMB anizotrópia-térkép, melyen kiemelték az észak-dél anomáliát és a hideg foltot. [http://sci.esa.int/science-e/www/object/index.cfm?fobjectid=51559].

Szintén a CMB nagy pontosságú (μK) mérését végzi az Anktartiszon elhelyezett South Pole Telescope (SPT) is, azonban földi elhelyezkedése miatt csupán az égbolt kisebb tartományát képes észlelni (6.20. ábra).



Az égbolt South Pole Telescope által készített nagy pontosságú, de részleges anizotrópia-térképe [http://bccp.berkeley.edu/dev/wp-content/uploads/2012/10/SPTsky350.jpg].

A következő alfejezetekben a mérések értelmezéséhez szükséges ismeretanyagba nyújtunk betekintést.

6.2. Fotoneloszlást befolyásoló hatások

Az univerzum tágulásával a fotonok hullámhossza nő, átlagos energiájuk csökken. Az elektronokból és főként hidrogén- és héliumatommagokból álló kozmikus plazmában atomok kombinálódnak. A kialakuló atomokat a fotonok egyre kevésbé képesek ionizálni, és lecsatolódnak a többi anyagkomponensről. Így a fotonok kozmikus eloszlásában detektált anizotrópiák az univerzum korai anyageloszlásának anizotrópiáit jelzik.

A háttérsugárzás anizotrópiáinak származtatásához a rekombináció során végbemenő folyamatok minél pontosabb modellezése szükséges. A lecsatolódás előtti korszakban az Univerzumot fotonok, neutrínók, ionok, sötét anyag és a kialakuló atomok alkotják. Az egyes komponensek szóródnak egymáson, ez hat az eloszlásukra. A fotoneloszlást befolyásoló főbb tényezők a következők:

- A rekombináció korszakában a fotonok Compton-szóródnak a töltött részecskéken (elektron, ionok). A folyamat hatáskeresztmetszete fordítottan arányos a töltött részecske tömegének négyzetével, így az elektronon történő szóródás hatásai mellett az ionokon történő szóródásokéi elhanyagolhatók. A protonokon történő szóródás hatáskeresztmetszete mintegy 3×10^{-7}-szer kisebb az elektronon szórásénál.

- Az elektronon történő $e^- + \gamma \rightleftarrows e^- + \gamma + \gamma$ dupla Compton-szórások között eltelt t^{DC} és az $e^- + \gamma \rightleftarrows e^- + \gamma$ Compton-szórások között eltelt t_c átlagos időtartamok aránya: $t^{\mathrm{DC}}/t_c = \pi/8\alpha \times (m_e/T)^2$ (itt α a szerkezeti állandó) [35], ami azt mutatja, hogy a rekombináció korszakában ($T\approx$eV) a közönséges Compton-szórás mintegy 10000-szer hatásosabb.

- A töltött részecskék fékezési sugárzásából (Bremsstrahlung) szintén származnak fotonok. A fékezési sugárzás dominánsan abból származik, hogy egy elektron mozgásának iránya megváltozik az ionizált hidrogén- és héliumatomok környezetében. A folyamat a dupla Compton-szóráshoz képest kevésbé hatásos a rekombináció korszakában [35].

- A fotonok semleges részecskéken történő szóródása a Rayleigh-szórás. A dupla Compton-szórás és a fékezési sugárzásnál jelentősebb ez az effektus. A Rayleigh-szórás hatása a hőmérsékleti C_l anizotrópia-spektrumban [C_l spektrumot alább a (30006.130) egyenlet definiálja] a fotonfrekvencia és l növekedésével növekszik. Magasmultipólokra ($l\propto1000$) a hidrogénen történő Rayleigh-szórás hatásának elhanyagolása $\propto$100 GHz, $\propto$350 GHz és $\propto$550 GHz frekvenciákon a hőmérsékleti spektrumban rendre mintegy 0,1%, 0,5% és 3%-os hibát eredményez [36]. Összehasonlításként a WMAP öt diszkrét frekvencia sávban mért, amelyek központi frekvenciái 23 GHz és 94 GHz tartományban helyezkednek el. A Rayleigh-szórás hatásának kimutatása a Planck szonda méréseiből remélhető, amelynek mérési frekvenciasávjai közül a legmagasabbnak a központi frekvenciája 857 GHz.

- Végül a fotoneloszlást közvetve befolyásoló, szintén fontos tényező az anyagkomponensek (Bardeen-potenciálokon keresztül történő) gravitációs kölcsönhatása.

6.3. A fotoneloszlás dinamikájának egyszerűsített modellje

A fotonok kozmikus eloszlásának anizotrópiáit az anyagkomponensek összes szórási folyamata együttesen adja. Ezek maradéktalan figyelembevétele igen bonyolult modellt eredményez. Megmutatták, hogy egy egyszerűbb modell is összhangban áll a CMB (WMAP szonda méréseiből előállított) spektrumával [12], [37], [38], a következőkben ezt ismertetjük.

6.3.1. Compton-szórás

A fotonok szórási folyamatai közül a legdominánsabb, a szabad elektronon történő Compton-szórást vesszük figyelembe. A szabad elektronok számának fejlődését a rekombináció numerikus szimulációja adja.

6.3.2. Elektron-ion-atom folyadék

A Coulomb-szóráson keresztül az elektronok az ionokkal szorosan csatoltak, vagyis a Coulomb-szórás üteme lényegesen nagyobb az univerzum tágulási üteménél (a Hubble-paraméternél). Feltéve az

$$n_e = n_p \tag{6.113}$$

töltéssemlegességet, a szoros csatolás következtében az energiasűrűségek perturbációi megegyeznek:

$$\widetilde{\Delta}_e = \widetilde{\Delta}_{ion} \ . \tag{6.114}$$

Hasonló igaz a sebességperturbációkra is

$$\mathbf{v}_e = \mathbf{v}_{ion} \ . \tag{6.115}$$

Az elektron-ion rendszert ezért a perturbációk nem differenciálják, a komponensei egyetlen gázt alkotnak.

Eltekintve a szoros csatolástól, az ekvipartíciótételből becsülhető az elektronok termikus mozgásából származó tipikus sebesség nagyságrendje: $v_e \approx \sqrt{T/m_e}$. A lecsatolódás korszakában v_e kicsi, így az elektronok nemrelativisztikusak: $p_e/m_e \ll 1$. Ez a becslés mutatja azt is, hogy az elektron-ion plazma nemrelativisztikus.

A Coulomb-kölcsönhatás következtében létrejönnek semleges atomok, ami befolyásolja a szabad elektronok számát.

A semleges hidrogén- és héliumatomok szintén szorosan csatoltak az elektron-ion plazmához. E komponesek együttese alkotta gáz a barionikus komponens. Az elnevezés nem pontos, hiszen az elektronok leptonok és nem barionok. Azonban a töltéssemlegességből és a proton tömegének elektronéhoz viszonyított arányából következik, hogy az elektron-ion-atom rendszer tömege gyakorlatilag a barionokéból származik.

6.3.3. Gravitációs kölcsönhatás neutrínókkal és sötét anyaggal

Az Univerzum fejlődése szempontjából a kozmikus folyadék foton és barion komponensén túlmenően a sötét anyagból és a neutrínókból származó járulékok fontosak.

A sugárzásdominált Univerzum energiasűrűségének mintegy 40%-a neutrínókból származhat [39], ebben a korszakban hatásuk jelentős. Alább röviden összefoglaljuk a neutrínók hatásait a CMB hőmérsékleti spektrumra az *i*., relativisztikus (tömeg nélküli) neutrínók határesetére, és *ii*., tömeges neutrínó esetére.

Relativisztikus neutrínók: A sugárzásdominált korszakban a nagy hullámhosszú gravitációs potenciál perturbációi konstansok, a rövid hullámhosszúak csökkenő amplitúdóval oszcillálnak (lásd 6.4.2 alfejezet). Pordominált korszakban a rövid hullámhosszú gravitációs potenciálok is konstansok. A relativisztikus neutrínók járuléka jelentősen növeli a sugárzásdominált korszak energiasűrűségét, emiatt az anyag-sugárzás egyenlőség később következik be, mint hiányukban. A továbbtartó sugárzásdominált korszak relatív csillapítást eredményez a rövidhullámú fluktuációk amplitúdójában. A neutrinók másik hatása abból származik, hogy azok a fotonokat megelőzően lecsatolódtak a kozmikus plazmáról. A relativisztikus neutrínóperturbációk fénysebeséggel terjednek, szemben a barion-foton plazmában hangsebeséggel terjedő perturbációkkal. A neutrínóperturbációk gravitációs hatásai a kezdeti inhomogenitások akusztikus horizontján túl mutatnak, ami a CMB akusztikus oszcillációiban fáziseltolódást eredményez [40].

Tömeges neutrínó esetén történő korrekciók: Nem nulla tömegű neutrínók esetén az anyag-sugárzás egyenlősége hamarabb bekövetkezik, mint tömeg nélküliek esetén. Ez a CMB hőmérsékleti spektrumában ahhoz vezet, hogy az amplitúdó az első csúcs környékén a neutrínó tömegnöveléssel csökken, illetve a csúcsok a C_l spektrumban kisebb l-ek irányába mozdulnak [41]. A WMAP mérésekből a neutrínótömegre felső korlátot sikerült megállapítani. Az egyszerűség kedvéért viszont a következő tárgyalásunkban a neutrínó tömegét elhanyagoljuk.

A pordominált Univerzumban a nem-relativisztikus anyag nagy részét a hideg sötét anyag teszi ki. Ez az anyagtípus csak gravitációsan hat kölcsön bármely más anyaggal, és a termális mozgásából származó sebessége kicsi, vagyis nemrelativisztikus.

6.4. A foton- és neutrínóeloszlások hőmérsékleti fluktuációi

Skalár típusú perturbációk tárgyalására szorítkozunk. A skalár, vektor és tenzor típusú perturbációk közül ez a legfontosabb a kozmikus mikrohullámú anizotrópia spektrumának származtatásához. Vektor típusú perturbációk az univerzum tágulásával elhalnak. Tenzor típusú perturbációk fontosak, van járulékuk például a CMB hőmérsékleti és polarizációs spektrumokhoz. A hőmérsékleti és E típusú („elektromos”) polarizációkból származó anizotrópiaspektrumokhoz azonban járulékuk kicsi a skalár típusú perturbációkéhoz képest, így explicit kimutatásuk a mérésekben még nem sikerült. Ellenben a CMB B típusú („mágneses”) polarizációja csak tenzor perturbációkból származik. A CMB B típusú polarizációjának kimutatását a Planck szonda méréseiből remélik. A B típusú polarizáció kimutatása közvetett bizonyítékául szolgálna az általános relativitáselmélet egyik fontos jóslatának, a gravitációs hullámok jelenlétének.

A FLRW-téridő szimmetriáival összhangban az Univerzum átlaghőmérséklete hely- és irányfüggetlen: T=T(), valamint a skálafaktorral fordítottan arányos. A fotonok egyensúlyban a Bose–Einstein-eloszlást követik. A COBE műhold FIRAS (Far Infrared Absolute Spectrophotometer) műszere a CMB spektrális eloszlására igen nagy pontossággal a fekete testre jellemző eloszlást mérte. A fotoneloszlás kémiai potenciálja p/T mellett elhanyagolható (10^{-5} relatív nagyságrendű) a Bose–Einstein-eloszlásban:

$$f\left(p,t\right)=\left(\exp\frac{p}{T}-1\right)^{-1} \tag{6.116}$$

(itt p a foton hármasimpulzusának nagysága).

Perturbált téridőn a fotonok egyensúlyitól kissé eltérő eloszlásfüggvénye [12]:

$$f\left(x^{\alpha},p,\widehat{p}^{\alpha},t\right)=\left[\exp\left\{\frac{p}{T\left(t\right)\left(1+\right.}\right.\right. \tag{6.117}$$

lesz, ahol x_a téridő koordináta, $\widehat{p}^{\alpha}$ a foton hármasimpulzusának iránya. A perturbációt a

$$\Theta\left(x^{\alpha},\widehat{p}^{\alpha},t\right)=\frac{T\left(x^{\alpha},\widehat{p}^{\alpha},t\right)-T\left(t\right)}{T\left(t\right)} \tag{6.118}$$

hőmérsékleti fluktuáció paraméterezi, amely annak mértéke, hogy a lokális $T\left(x^{\alpha},\widehat{p}^{\alpha},t\right)$ hőmérséklet mennyire tér el az átlagostól. Megmutatható, hogy lineáris perturbációszámításban Θ független p-től (mivel a Θ hőmérsékleti fluktuációra származtatható Boltzmann-egyenlet is az).

A neutrínók egyensúlyban a Fermi–Dirac-eloszlást követik. Kémiai potenciáljuk nem ismert, szokásos feltevés, hogy elhanyagolható. A neutrínók eloszlásfüggvényének perturbációja hasonlóan paraméterezhető, mint a fotonoké ((10006.117) egyenlet), mindössze az exponenciálist követő −1 helyett +1 szerepel. A neutrínó-eloszlásfüggvény perturbációját N-nel paraméterezik, ami ugyanazt a szerepet tölti be, mint fotonokra Θ.

6.5. A hőmérsékleti fluktuáció Fourier-transzformáltjának multipólus-sorfejtése

A Θ hőmérsékleti fluktuáció $\widetilde{\Theta}$ Fourier-transzformáltjára vonatkozó Boltzmann-egyenlet a $\mathbf{k}$ hullámszám-vektor $\widehat{\mathbf{k}}$ irányától csak a $\overline{\mu}\equiv\widehat{\mathbf{p}}\cdot\widehat{\mathbf{k}}$ skalárszorzaton keresztül függ [37], így $\widetilde{\Theta}$ kifejthető a $P_l\left(\overline{\mu}\right)$ Legendre-polinomok szerint:

$$\widetilde{\Theta}\left(\mathbf{k},\widehat{\mathbf{p}},t\right)=\sum_{l=0}^{\infty}\left(-i\right)^{l}\left(2l+1\right)\widetilde{\Theta}_{l}\left(\mathbf{k}\right. \tag{6.119}$$

ahol a kifejtési együtthatók (multipólusok)

$$\widetilde{\Theta}_{l}\left(\mathbf{k},t\right)=\frac{1}{\left(-i\right)^{l}}\int_{-1}^{1}\frac{d\overline{\mu}}{2}P_{l}\left(\overline{\mu}\right)\widetilde{\Theta}\left(\mathbf{k}\right. \tag{6.120}$$

A fotoneloszlás Boltzmann-egyenletéből (elhanyagolva a fotonpolarizációseffektusait[14]) a következő fejlődési egyenletek származnak a $\widetilde{\Theta}_l$ multipólusokra [12]:

[14]Anizotrop sugárzás a Compton-szórás következtében lineárisan polarizálttá válik, mert a Thomson-hatáskeresztmetszet függ a $\left|\epsilon_f\cdot\epsilon_i\right|^2$ szögtől, ahol ε_f és ε_i a végső és a kezdeti polarizációs vektorok. Átlagolva a beeső és felösszegezve a végső polarizációs állapotokra, a szögfüggés $1+\cos^2\theta$, ahol θ a szóródó foton kezdeti és végső impulzusa közti szög. A lineárisan polarizált sugárzás szórása ettől eltérő szögfüggésű lehet. Ez hatással van hőmérsékleti perturbációkat leíró Boltzmann-egyenlet szórási tagjára. A polarizáció hatása a

$$\frac{\partial\widetilde{\Theta}_0}{\partial\eta} + k\widetilde{\Theta}_1 = -\frac{\partial\widetilde{\Phi}}{\partial\eta} , \qquad (6.121)$$

$$\frac{\partial\widetilde{\Theta}_1}{\partial\eta} - \frac{k}{3}\widetilde{\Theta}_0 + \frac{2k}{3}\widetilde{\Theta}_2 = \frac{k}{3}\widetilde{\Psi} + \frac{d\tau}{d\eta}\Big[\qquad (6.122)$$

$$\frac{\partial\widetilde{\Theta}_2}{\partial\eta} - \frac{2k}{5}\widetilde{\Theta}_1 + \frac{3k}{5}\widetilde{\Theta}_3 = \frac{9}{10}\frac{d\tau}{d\eta}\widetilde{\Theta}_2 , \qquad (6.123)$$

valamint $l \geq 3$-ra

$$\frac{\partial\widetilde{\Theta}_l}{\partial\eta} - \frac{lk}{2l+1}\widetilde{\Theta}_{l-1} + \frac{(l+1)\,k}{2l+1}\widetilde{\Theta}_{l+1} \qquad (6.124)$$

Itt $\widetilde{V}^{(b)}$ a barionkomponens sebességperturbációja. A τ optikai mélységet a

$$\frac{d\tau}{d\eta} = -n_e\sigma_T a \qquad (6.125)$$

egyenlet adja meg, ebben σ_T a Thomson-szórás hatáskeresztmetszete.

A fenti egyenletrendszer önmagában még nem határozza meg a multipólusok fejlődését, szükséges hozzávenni a $\widetilde{\Phi}$ és $\widetilde{\Psi}$ Bardeen-potenciálok fejlődésegyenleteit (ezeket a (5r6.86)-(6.87) Einstein-egyenletek adják). Utóbbiak viszont összecsatolódnak a neutrínókra, a barionikus- és a sötét anyagra vonatkozó fejlődésegyenletekkel is.

A neutrínó-eloszlásfüggvényt jellemző *N* perturbációra ugyanazok érvényesek, mint *Θ*-ra, azzal a kivétellel, hogy nincs szórási tag. Az $\widetilde{\mathcal{N}}_l$ momentumok fejlődésegyenleteit (20006.121)–(20006.124) egyenletek adják $\tau \equiv 0$-val és végrehajtva a $\widetilde{\Theta}_l \to \widetilde{\mathcal{N}}_l$ cseréket.

A fotonokon és neutrínókon kívül a többi anyag (barionok, hideg sötét anyag) komponens nemrelativisztikus. Ez ahhoz vezet, hogy a barionok és a hideg sötét anyag perturbált eloszlásfüggvényei első két momentumához (energiasűrűség- és sebességperturbációk), képest a magasabbak elhanyagolhatók.

A teljes egyenletrendszer megtalálható [12] forrásban, numerikus megoldása megadja a CMB-multipólusok időfejlődését. A kezdeti feltételek adiabatikusak, teljesítik többek között a

$$\widetilde{\Theta}_0 = \widetilde{\mathcal{N}}_0 = \frac{\widetilde{\Delta}^{(b)}}{3} = \frac{\widetilde{\Delta}^{(dm)}}{3} = -\frac{\widetilde{\Psi}}{2} = \qquad (6.126)$$

$$\widetilde{V}_{dm} = \widetilde{V}_b = 3\widetilde{\Theta}_1 = 3\widetilde{\mathcal{N}}_1 = -\frac{k}{2\mathcal{H}}\widetilde{\Phi} \qquad (6.127)$$

relációkat.

6.6. Hőmérsékleti teljesítményspektrum

hőmérsékleti C_l spektrumra l növekedésével nő. Elhanyagolása az első csúcs helyzeténél ($l \approx 220$) 1%-os, $l \approx 1000$-nél körülbelül 10%-os hibát eredményez [22].

A Θ hőmérsékleti fluktuációt véletlen valószínűségi mezőként kezeljük. Valószínűségi mezők esetén cél az eloszlásfüggvényük minél pontosabb meghatározása. Az eloszlásfüggvény meghatározható tetszőleges számú pont korrelációs függvényei ismeretében. Gauss-valószínűségi mező esetén a tetszőleges számú pontkorrelációs függvények visszavezethetők 2-pont korrelációsakra (*Wick-tétel*), ezért elegendő ez utóbbiak meghatározása.

Feltesszük, hogy a Θ hőmérsékleti fluktuáció Gauss-valószínűségi változó, ami a FLRW háttér szimmetriáival összhangban statisztikailag homogén és izotrop. A statisztikai homogenitás és izotrópia azt jelenti, hogy a 2-pont-korrelációs függvény invariáns a térbeli eltolásokkal és pont körüli forgatásokkal szemben.

A hőmérsékleti fluktuációt adott helyen és időben (x_α és t_0 rögzített) mint irányfüggő ($\widehat{p}^\alpha$-tól függő) mennyiséget figyeljük meg. Az egységgömbön a gömbharmonikusok ortonormális bázist alkotnak, így a megfigyelt $\Theta\left(\widehat{\mathbf{p}}\right)=\Theta\left(x^\alpha,\widehat{p}^\alpha,t_0\right)$ hőmérsékleti anizotrópia mezőt alkalmas kifejteni ezen bázis szerint:

$$\Theta\left(\widehat{\mathbf{p}}\right)=\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}a_{lm}Y_{lm}\left(\widehat{\mathbf{p}}\right)\ , \tag{6.128}$$

ahol a komplex a_{lm} kifejtési együtthatók:

$$a_{lm}=\int d\Omega_{\widehat{p}}\ Y^*_{lm}\left(\widehat{\mathbf{p}}\right)\ \Theta\left(\widehat{\mathbf{p}}\right)\ . \tag{6.129}$$

A komplex konjugálást csillag jelöli, az integrálás pedig a hármasimpulzus szögei szerint történik. A 2-pont-korrelációs függvény a statisztikai izotrópia miatt csak az égbolt két pontja közötti szeparációs szögtől függ. Ezért a 2-pont-korreláció kifejthető Legendre-polinomok szerint:

$$\left\langle\Theta\left(\widehat{\mathbf{p}}_1\right)\Theta\left(\widehat{\mathbf{p}}_2\right)\right\rangle=\frac{1}{4\pi}\sum_{l=2}^{\infty}\left(2l+1\right)C \tag{6.130}$$

ahol $\mu\equiv\widehat{\mathbf{p}}_1\cdot\widehat{\mathbf{p}}_2=\cos\theta$ és C_l a hőmérsékleti szög-teljesítményspektrum[15]. A $\langle\ \rangle$ várható értéket jelöl, amely rögzített szeparációs szögnél átlagképzéssel helyettesíthető. Az összegzés l=2-től indul, mert az l=0 monopól tag a statisztikai izotrópia miatt konstans, az l=1 dipól tag pedig a megfigyelő lokális mozgása miatt lép fel, így ezeket ki lehet vonni a spektrumból. A C_l multipólmomentumok adott l-re domináns járulékát a $\theta\approx\pi/l$ szögskálájú [42], $\lambda\approx\theta D_A\left(z_{\mathrm{SLS}}\right)$ ($D_A\left(z_{\mathrm{SLS}}\right)$ az utolsó szórási felület szögátmérő távolsága) hullámhosszú fluktuációk adják [26].

A 2-pont korreláció Legendre-együtthatói megadhatók az a_{lm} gömbfüggvény-együtthatók $\left\langle a_{l_1m_1}a^*_{l_2m_2}\right\rangle$ korrelációjával is. Felhasználva a gömbfüggvények addíciós tételét, a statisztikai izotrópia miatt:

$$\left\langle a_{l_1m_1}a^*_{l_2m_2}\right\rangle=C_{l_1}\delta_{l_1l_2}\delta_{m_1m_2}\ . \tag{6.131}$$

A mátrixnak csak a diagonális elemei nem nullák. Megjegyezzük, hogy különböző m indexek ugyanazt a C_l-t határozzák meg, ez tulajdonképpen a statisztikai izotrópia tesztje.

A $\widetilde{\Theta}_l$ valószínűségi változók amplitúdói és fázisai függenek a kezdeti perturbációktól. A hőmérsékleti fluktuációra vonatkozó (20006.121)–(20006.124) Boltzmann-egyenlet multipólus-komponensek azonban nem függnek expliciten $\widehat{\mathbf{k}}$-tól, ezért $\widetilde{\Theta}_l$ csupán időtől független szorzóban tartalmazhat $\widehat{\mathbf{k}}$-függést:

$$\widetilde{\Theta}_l\left(\mathbf{k},t\right)=\widetilde{\Psi}_i\left(k,\widehat{\mathbf{k}}\right)\widetilde{\Theta}_l\left(k,t\right)\ . \tag{6.132}$$

[15] A matematikai statisztikában a (30006.130) függvényt 2-pont-kovarianciának nevezik. A statisztikai homogenitás és izotrópia miatt (30006.130) csak konstansban tér el a statisztikában használatos 2-pont-korrelációs függvénytől.

Itt $\widetilde{\Psi}_i$ a gravitációs potenciál kezdeti perturbációját jelenti, amely meghatározza az összes változóra vonatkozó kezdeti feltételt.

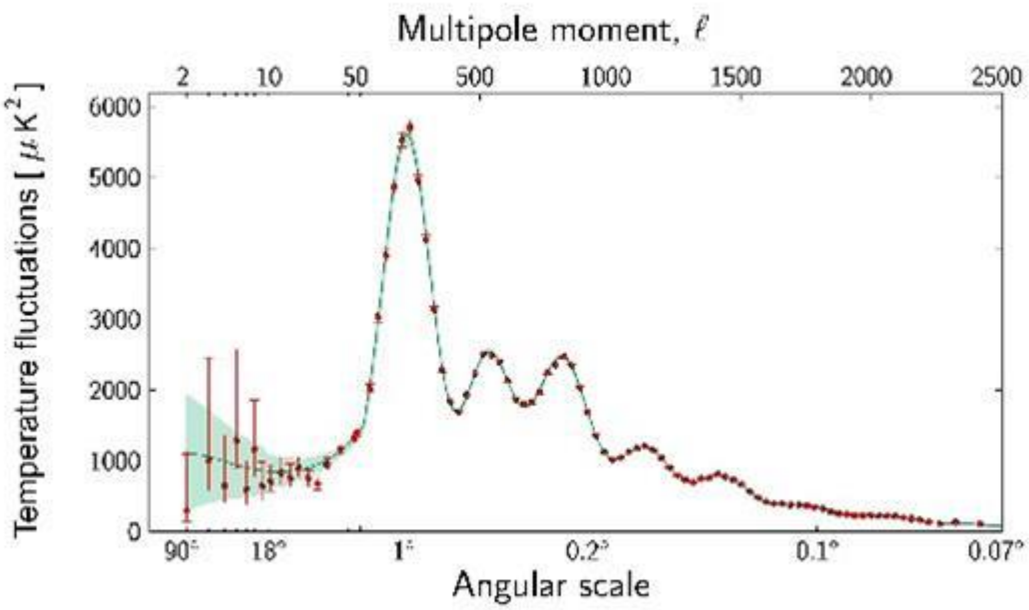
A gravitációs potenciál perturbációja szintén Gauss-eloszlást követő homogén és izotrop valószínűségi mező. A 2-pont-korrelációs függvényének Fourier-transzformáltja adja a P_{Ψ_i} kezdeti teljesítményspektrumot. A homogenitás és izotrópia miatt a gravitációs potenciál-perturbáció Fourier-transzformáltja különböző hullámszámú fluktuációi közti korrelációs függvény:

$$\left\langle \widetilde{\Psi}_i(\mathbf{k})\, \widetilde{\Psi}_i^*(\mathbf{k}') \right\rangle = (2\pi)^3\, \delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \tag{6.133}$$

Felhasználva $\Theta(\widehat{\mathbf{p}})$ Fourier-transzformáltjának Legendre-polinomok szerinti kifejtését, a gömbfüggvények addíciós tételét és (30006.131) összefüggést, a szög-teljesítményspektrum kifejezhető a $\widetilde{\Theta}_l(k,t_0)$ anizotrópia-momentumokkal és a $P_{\Psi_i}(k)$ kezdeti teljesítményspektrummal [37]:[16]

$$C_l = \frac{2}{\pi}\int dk\; k^2 P_{\Psi_i}(k)\left|\widetilde{\Theta}_l(k,\eta_0)\right|^2 \tag{6.134}$$

Az inflációs modellek szerint $P_{\Psi_i}(k)$ hatványfüggvény [lásd (6.99)].



A CMB-fluktuációk szögspektruma, azaz a foltok relatív fényessége a foltok (multipólus-momentum*l* rendje által, illetve szögben kifejezett) méretének függvényében a Planck űrszonda 2013-ban közzétett eredményei alapján [http://sci.esa.int/science-e/www/object/index.cfm?fobjectid=51555].

A teljesítményspektrum meghatározásában fontos szerepe volt a WMAP űrszondának, valamint értékes kiegészítéseket adtak a South Pole Telescope mérései is [43]. A jelenleg rendelkezésre álló legpontosabb hőmérsékleti teljesítményspektrumot a 6.21. ábra mutatja be ([44] 37. ábrája). Látható, hogy a modell és a megfigyelések igen pontosan illeszkednek *l*>50 tartományban, azonban nagy szögskálákon (kis *l*-ekre) egyrészt a hibahatárok nagyok, másrészt túl sok pont került a modell által jósolt görbe alá. Az eltérés okait jelenleg

[16]Megjegyezzük, hogy a Fourier-transzformáció itt használt integrálási mértéke eltér [37] irodalométól. Az itt használt mérték a $d^3k/(2\pi)^3 \to d^3k$ reláción keresztül kapcsolódik [37]-éhez. A (30006.134) összefüggésben a konformis időre tértünk át.

vizsgálják. A Planck szonda adataiból készített teljesítményspektrum 7 csúcsot tartalmaz, szemben a WMAP által azonosított 4 csúccsal, így a kozmológiai paraméterek pontosabban határozhatók meg.

6.7. A hőmérsékleti teljesítményspektrumot meghatározó fontosabb kozmológiai effektusok

A mérések alapján a háttérsugárzás majdnem tökéletes feketetest-sugárzás. A feketetest-sugárzástól való eltérések a lecsatolódáskori fluktuációkat tükrözik, azonban a lecsatolódás óta ezeket más hatások is alakították. Az alfejezet ezeket foglalja össze.

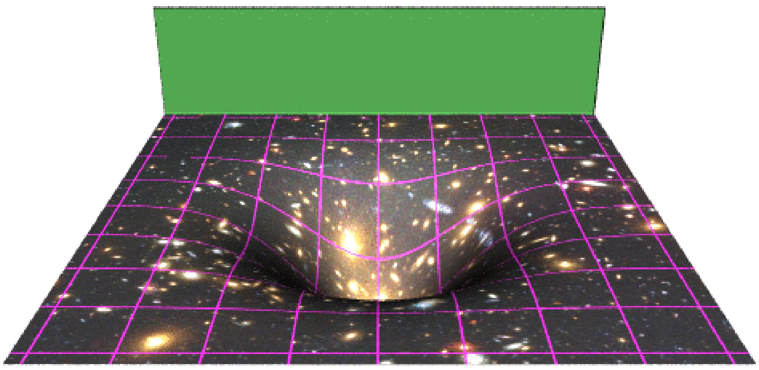
6.7.1. Sachs–Wolfe-effektus

A fotonok eloszlása a Compton szórás következtében a lecsatolódásig követte a nemrelativisztikus anyagét, ezért hőmérséklet-ingadozása az utolsó szóródási felület sűrűségeloszlását mutatja. A nagyobb sűrűségű részből származó fotonok energiája nagyobb a magasabb energiasűrűség miatt, mint a ritkább helyről származóknak. Másrészt a nagyobb sűrűségű helyeken mélyebb a gravitációs potenciál, így a kilépő fotonok gravitációs vöröseltolódása is nagyobb.

A CMB hosszúhullámú (nagy skálán érvényes, $k\eta \ll 1$ feltételt teljesítő) perturbációi a C_l spektrum kis l értékeinél jelentkeznek (mivel a hullámszám arányos l-lel). A számolás azt mutatja, hogy ebben az esetben az utóbbi hatás a domináns, a nagyobb sűrűségű helyről származó fotoneloszlás hőmérséklete alacsonyabb, mint a ritkább helyről származóké. Ez a *Sachs–Wolfe-effektus*.

6.7.2. Integrális Sachs–Wolfe-effektus

Akkor lép fel, ha a gravitációs potenciál megváltozik a foton be- és kilépése között eltelt idő alatt. A foton belépésekor kékeltolódást szenved, kilépésekor pedig vöröseltolódást. Utóbbi nagyobb, amennyiben időközben mélyült a potenciálgödör (pl. gravitációs kollapszus következtében), illetve kisebb, amennyiben sekélyebbé vált (pl. gyorsuló kozmikus tágulás miatt). Utóbbi esetben a folyamatot a *95iswcartoon3.gif* animáció mutatja be [45].



A 30006.131 alfejezetben láttuk, hogy sík Friedmann-téridő perturbációi esetén pordominált korszakban, kizárólag porból álló Univerzumra a gravitációs potenciál konstans. Ekkor nincs integrális Sachs–Wolfe-járulék. A lecsatolódás korszakában azonban a sugárzás mennyisége még jelentős a porhoz képest, ezért a gravitációs potenciál zérus görbületi index esetén is változik (*korai integrális Sachs–Wolfe-effektus*). Késői korszakban a kozmológiai állandó dominál, ekkor a potenciál csökken (*késői integrális Sachs–Wolfe-effektus*).

Az integrális Sachs–Wolfe-effektus szintén kis l-ekre számottevő.

6.7.3. A CMB akusztikus oszcillációi

A 6.4.2 alfejezetben láttuk, hogy sugárzásdominált univerzumban a háttérsugárzást alkotó fotonok rövidhullámhosszú energiasűrűség- és sebességperturbációi az időnek harmonikus függvényei. Az oszcilláló megoldásokat a sugárzás nyomása eredményezi. A lecsatolódáig a sugárzás és a plazmaállapotú barionok kölcsönhatnak, a két komponens együtt oszcillált. A barionok a nyomáshoz alig járulnak hozzá, viszont tömegük megnöveli az oszcilláció amplitúdóját. Megmutatható, hogy a rekombináció előtt a hanghorizont alatti hullámhosszú perturbációk oszcillálnak, ezeket akusztikus oszcillációknak nevezik. Az akusztikus oszcillációk az utolsó szórásnál „befagynak" a CMB-be.

A sebességperturbációk a sűrűségperturbációkhoz képest kisebb amplitúdóval és $\pi/2$ fáziskéséssel oszcillálnak. Interferenciájuk a háttérsugárzás C_l spektrumában lokális minimumokat és maximumokat eredményez.

Az akusztikus oszcillációk a spektrumban kis skálákon ($l \gtrsim 100$) dominánsak.

Első csúcs: Az CMB teljesítményspektrum első csúcsának helyzete erősen függ a Friedmann-téridő görbületétől.[17] Akusztikus oszcillációk a hanghorizont alatt alakulnak ki: $\lambda<\lambda_h$, ahol λ_h a hanghorizont mérete. A spektrumban oszcillációkat a $\theta_h \approx \lambda_h/D_A(z_{SLS})$ hanghorizont szögmérete alatt, vagyis a spektrumban $l_h \approx \pi/\theta_h$ felett tapasztalhatunk. Adiabatikus kezdeti feltételek esetén a domináns oszcilláló sűrűségperturbáció $\propto \cos kr_s$, ahol r_s a hanghorizont mérete. Az első csúcs helyzete $kr_s \approx \pi$ értéknek felel meg [26]. A hanghorizont mérete függ a barionmennyiségtől, a szögátmérő-távolság függ a Friedmann-univerzum anyagi tartalmát (sötét energia, sötét anyag, barion, sugárzás) meghatározó kozmológiai paraméterektől, továbbá a Friedmann-univerzum görbületétől. Az $\Omega_{M,0}$ és $\Omega_{b,0}$ paraméterek együttes csökkentése, vagy növelése ellentétes irányban hatnak az első csúcs helyzetére és nagyságára [42]. Az első csúcs helyzete sokkal érzékenyebb az Univerzum görbületének változtatására, mint a többi kozmológiai paraméterére (lásd pl. [26] 6.1 ábráját).

Második csúcs: A második csúcs nagyságára $\Omega_{M,0}h_0^2$ és $\Omega_{b,0}h_0^2$ paraméterek együttes csökkentése, vagy növelése azonos irányban hat. Ezért a második csúcs nagyságának ismerete feloldja az első csúcs vizsgálata során megjelenő paraméterdegenerációt az $\Omega_{M,0}h_0^2$ és $\Omega_{b,0}h_0^2$-ban. A csúcsok helyzete $\Omega_{b,0}h_0^2$ és $\Omega_{M,0}h_0^{3,1}$ paraméterek függvénye, így a csúcsok nagyságát helyzettükkel kombinálva következtethetünk h_0 értékére [42].

Az első két csúcs ismeretéből arra következtethetünk, hogy az Univerzum energiasűrűsége közel áll a kritikus értékhez (az Univerzum térbeli része hozzávetőleg sík jellegű). Az ehhez szükséges energiasűrűséget a sötét anyag és a barionikus anyag együttesen sem teszi ki, ezen belül a barionikus anyag $\Omega_{M,0}$-nak csak kis részét adja [42].

Harmadik csúcs: A harmadik csúcs nagysága nem annyira érzékeny $\Omega_{M,0}h_0^2$ és $\Omega_{b,0}h_0^2$ paraméterekre, mint az első kettő, de meglehetősen érzékeny az n_S spektrális indexre [42].

A csúcsok relatív helyzete függ az aktuális perturbációs modelltől. A lineáris struktúrafejlődéssel foglalkozó alfejezetben tárgyalt adiabatikus sűrűségi perturbációk a CMB hőmérsékleti teljesítményspektrum csúcsait pontosan reprodukálják, míg az ún. izogörbületi perturbációk nem. Ez alátámasztja az infláció elméletét is, és kizárja például a struktúra kozmikus húrok segítségével történő kialakulásának forgatókönyveit.

6.7.4. Diffúziós (Silk-) csillapodás

A rekombináció alatt a fotonok a magasabb hőmérsékletű helyekről folyamatos szórásokon átesve a hidegebb területek felé diffundálnak. Ez a termalizáció azon a skálán hatásos, amelyet a foton bolyongása során befuthatott a lecsatolódásig. A fotonok két Compton-szórás között átlagosan $\lambda_C = (n_e \sigma_T a)^{-1}$ távolságot, míg N szórás alatt $\lambda_D = \sqrt{N}\lambda_C$ távolságot (lásd *bolyongási probléma*) tesznek meg, $N\lambda_C \approx \eta$ konformis idő alatt. Az utolsó szóródási felület λ_D hossznak megfelelő szögskáláján a spektrum amplitúdójában a termalizáció miatt bekövetkező csökkenést *diffúziós*, vagy *Silk-csillapodás*nak nevezik. A csillapodás a spektrum harmadik csúcsát követően várható.

6.7.5. Rees–Sciama-effektus

Amikor a hideg sötét anyag által dominált Univerzum sűrűségperturbációi nemlineárissá válnak, a gravitációs potenciál mélyül K=0 esetben is (szemben a lineáris perturbációszámítás esetével). Ennek a CMB-fluktuációkra kifejtett hatása az ún. *Rees–Sciama-effektus*.

[17]Mivel az egyszerűség kedvéért a K=0 Univerzum perturbációit tárgyaltuk eddig, egyenleteinkből explicite nem látszik, hogy hol jelenne meg a K-függés. Azonban a perturbációkat vizsgálták tetszőleges K esetén is. Ilyenkor is létezik harmonikus kifejtés, ahol a bázisfüggvények az adott görbületű tér Laplace–Beltrami-egyenletének megoldásai.

6.7.6. Halmazok lencsézése

Az Univerzumban kialakult struktúra lencséző hatása a fénypályák elhajlásában és fókuszáló hatásban jelentkezik. Ez kihat a háttérsugárzás spektrumára.

6.7.7. Reionizáció

Az első csillagok kigyulladása ionizálja a csillagközi gázt. A fotonok így újból szóródhatnak a szabad elektronokon, ami az elsődleges hőmérsékleti fluktuációk nyomán előállt spektrumot perturbálja. A South Pole Telescope mérései szerint ez az időszak az ősrobbanás után 250 millió évvel kezdődött és 500 millió évig tartott [46].

6.7.8. Sunyaev–Zel'dovich-effektusok

A CMB spektrum torzul, amikor a háttérsugárzás fotonjai a galaxishalmazokban lévő forró, intenzív röntgensugárzást kibocsátó gázba hatolnak. Itt a fotonok újból szóródnak a gáz szabad elektronjain, és energiát kapva tőlük megváltozik a hullámhosszuk, így a sugárzás hőmérséklete is (*Sunyaev–Zel'dovich-effektus*). Ennek köszönhetően a legnagyobb hőmérséklet-ingadozásokat a galaxishalmazok irányában észleljük. A Sunyaev–Zel'dovich-effektusnak három típusát különböztetik meg:

6.7.8.1. a *termális Sunyaev–Zel'dovich-effektus*:

magas hőmérsékletű termikus elektronok okozzák;

6.7.8.2. a *nemtermikus Sunyaev–Zel'dovich-effektus*:

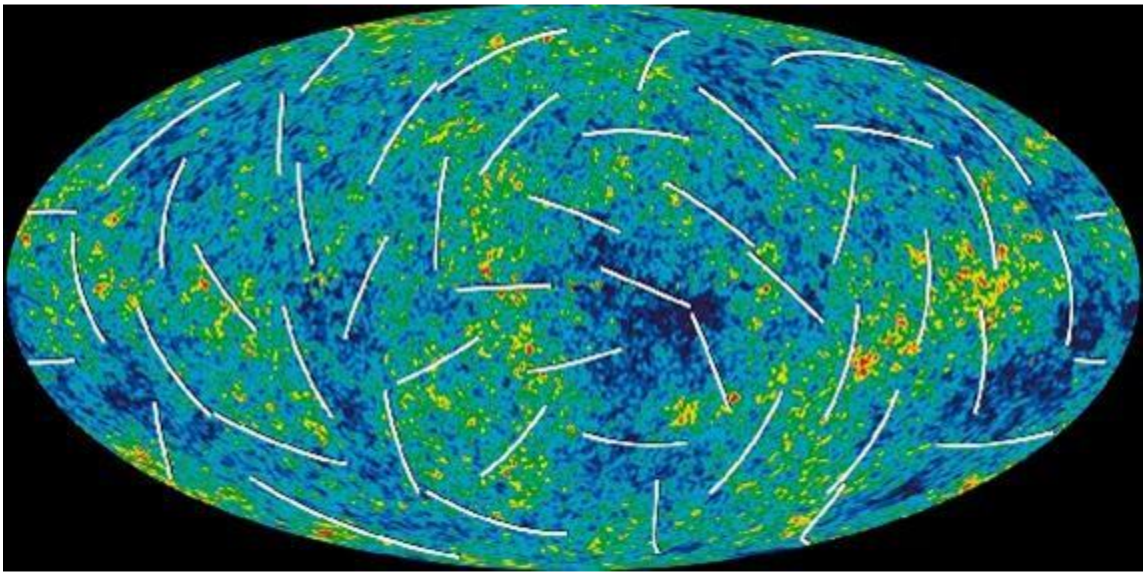
nemtermikus eloszlású, de nagy sebességű (relativisztikus) elektronok okozzák;

6.7.8.3. a *kinematikai Sunyaev–Zel'dovich-effektus (Ostriker–Vishniac-effektus):*

akkor jelentkezik, amikor a szóró közeg mozgása eltér a Hubble áramláshoz képest. Ekkor a szóró gáz rendszerében a CMB anizotropnak tűnik, amit a szórás izotropizál. Ez utóbbi effektus lehetőséget nyújt a halmaz pekuliáris mozgásának meghatározására.

6.8. A CMB polarizációs teljesítményspektruma

A WMAP felbontása csak kevés információt tudott szolgáltatni a CMB-ben fellelhető polarizációról, ezt a 6.22. ábra mutatja be. Ez az információ segít annak azonosításában, hogy hol alakultak ki először csillagok, valamint információt szolgáltat a nagyon korai Univerzumban lejátszódó folyamatokról. Az infláció által okozott gravitációs hullámok hatása például a polarizáció ún. B-módusaiban jelenik meg.



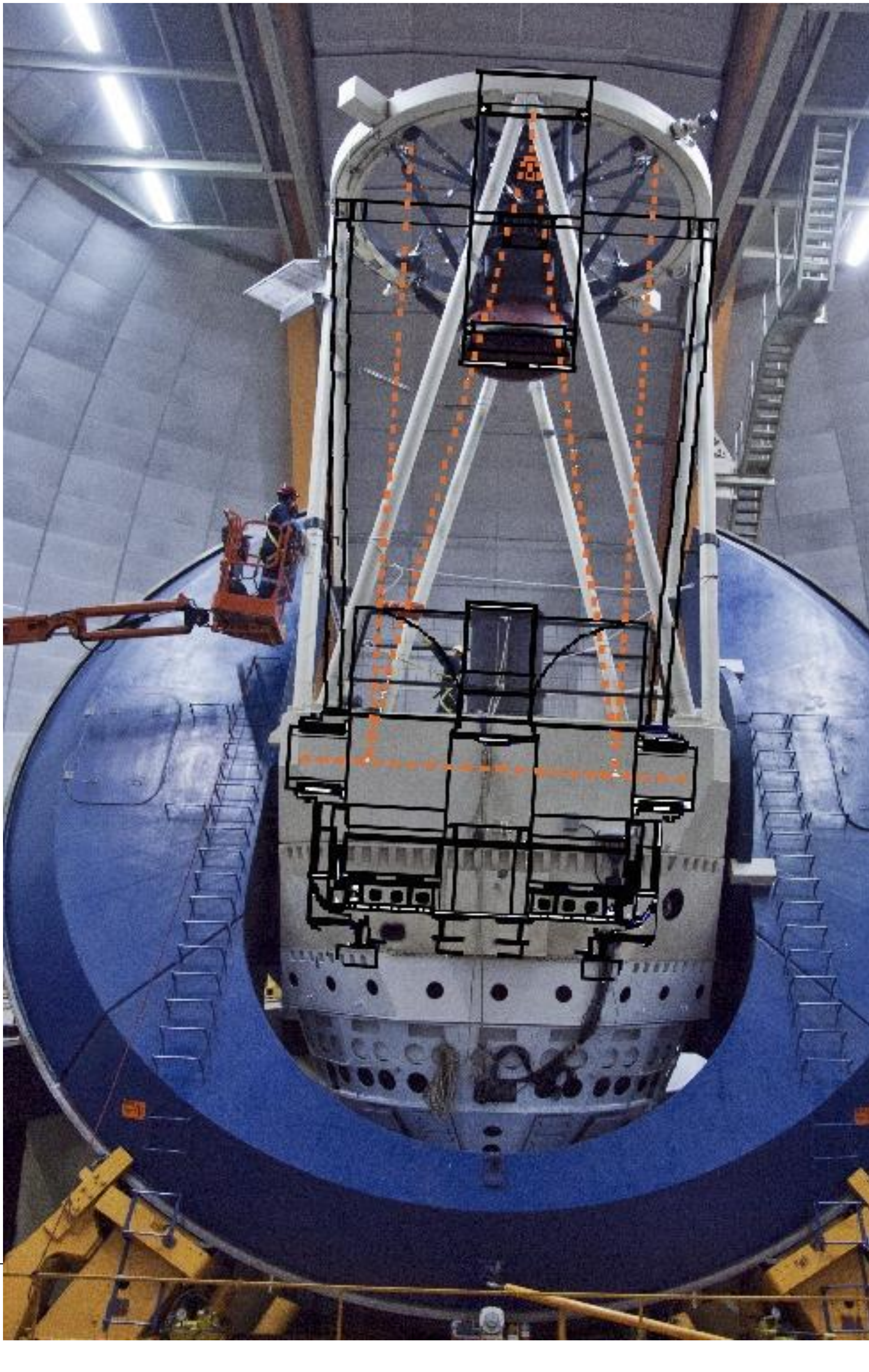
A WMAP hároméves adatai alapján készült polarizációs térkép. A fehér szakaszok a CMB polarizációs irányait jelzik [http://map.gsfc.nasa.gov/media/060917/060917_1280_B.png].

Pontosabb, kvantitatív elemzésre is alkalmas polarizációs térképet a Planck űrszonda fog szolgáltatni 2014-ben.

7. Az Univerzum jövője

Láttuk, hogy az ősrobbanást követő Planck-korszakot infláció követte, majd kialakultak az elemi részecskék, atommagok, végül az atomok, ami a sugárzás lecsatolódásával járt. Az infláció utáni korszakot a sugárzás dominálta, de lecsatolódáskor már a porként modellezhető (barionikus + sötét) anyag dominált. A gravitáció vonzó hatásának köszönhetően ez a por összecsomósodott az infláció végén megmaradt kezdeti perturbációk köré és egy sötét korszaknak nevezett időtartam után kialakultak az első világító égitestek. Az Univerzum pordominált maradt egészen a kozmológiai értelemben vett közelmúltig, azonban valamikor z=2 és z=1 között a sötét energia sűrűsége vált dominánssá. Ennek hatására napjainkban az Univerzum gyorsulva tágul.

Az Univerzum jövőbeli sorsa attól függ, mi alkotja a sötét energiát.



A Chilei Cerro Tololo Inter-Amerikai Obszervatórium Blanco teleszkópjába szerelt sötét energia kamera a kép felső részén látható. Az 570 megapixeles kamera felbontóképessége egy ívmásodpercnél is jobb.

Kényelmes álláspont a sötét energiát a kozmológiai állandónak tekinteni, amely egy $w=-1$ barotropikus indexű kozmikus folyadék. Mint korábban láttuk, ennek a folyadéknak az energiasűrűsége a táguló Univerzumban állandó marad, következésképpen az Univerzum egyre gyorsabb ütemben tágul, egy idő után exponenciálisan, de Sitter-téridőként. A tágulás a végtelenségig folytatódik, a skálafaktor végtelen értékéhez vezetve, elérhetetlen messzeségbe sodorva mindent minden mástól. Érdekes adalék, hogy a kvantumtérelméletek a kozmológiai állandót a vákuum energiájával hozzák kapcsolatba, és a megfigyeltnél 120 nagyságrenddel nagyobb kozmológiai állandót jósolnak. Ha így volna, az Univerzum már most is exponenciálisan tágulna.

A kozmológiai konstans „szépségébe” való belenyugvásnál kissé ambiciózusabb cél a sötét energia első rendig sorfejtett alakjának, azaz jelenlegi értékének és változási sebességének a meghatározása (ez a Chevallier–Polarski–Linder-paraméterezés). Az eddigi megfigyelések nem rögzítik a változási sebességet, de a 2012 szeptemberében, a Chilei Cerro Tololo Inter-Amerikai Obszervatóriumban üzembe helyezett sötét energia kamera az elkövetkező 5 év során várhatóan 300 millió galaxis nagyságrenddel több szupernóváját fogja elemezni, mint amennyi eddig rendelkezésre állt, megteremtve ezzel a sötét energia modelljei közötti döntés lehetőségét (6.23. ábra).

Mivel a sötét energia a gravitációstól eltérő hatást nem fejt ki, felmerült az általános relativitáselmélet kozmológiai skálán történő megváltoztatásának igénye is. Az új megfigyelések a lehetséges alternatív gravitációelméleteket szintén tesztelik majd. Nem lehetünk tehát biztosak abban, hogy az általános relativitáselmélet vagy egy módosított gravitációelmélet nyelvén kell-e az Univerzum jövőjét firtató kérdést feltenni.

Mind a módosított gravitációelméletek, mind a kozmológiai konstanstól eltérő sötétenergia-modellek érdekes jövőképeket tartalmaznak. Röviden tekintsünk át néhány, a megfigyelésekkel kompatibilis, egzotikus szingularitásba torkolló kozmikus fejlődést. Közös tulajdonságuk, hogy a szingularitás *véges, nemnulla időben* következik be, ellentétben a 0. típusba osztályozott ősrobbanás és nagy reccs szingularitásokkal.

A) A fantom sötétenergia-modellek (amelyekben a barotropikus index enyhén kisebb, mint -1; a megfigyelések ezt preferálják) szokatlan tulajdonsága, hogy az energiasűrűség a tágulással növekszik! E modellek többsége a *nagy szétszakadás*hoz vezet (Big Rip, betűszóként gyermeteg szójáték is: requiescat in pace). A *H*, az időderiváltja, az energiasűrűség és nyomás egyaránt végtelenné válnak, akár az ősrobbanásban vagy a nagy reccsben, azonban nem eltűnő, hanem végtelen skálafaktor mellett (utóbbi indokolja az elnevezést). Ez az I. típusú szingularitás. Felfedezésekor szokásos volt ítéletnapnak (Doomsday) is nevezni.

Az eddig felsoroltakkal szemben az alábbi szingularitások véges, de nem nulla skálafaktor mellett következnek be.

B) A III. típusú, *véges skálafaktor szingularitás* elérésekor *H*, az időderiváltja, az energiasűrűség és a nyomás egyaránt végtelenné válnak, akár az I.-es típus esetében. Érdekes változata a fantom általánosított Chaplygin-gáznak nevezett sötét energia modellhez köthető *nagy megtorpanás* (Big Freeze), amelynek elnevezése arra utal, hogy a nagy szétszakadással ellentétben az energiasűrűség végtelen értéke véges mértékű tágulás után lép fel.

Az eddig felsorolt 0, I. és III. típusú szingularitások csupán a skálafaktor értékében különböznek egymástól, de mindannyian az Univerzum fejlődésének valódi végpontjai. Azaz lehetetlen megválaszolni a kérdést, hogy mi volt az ősrobbanás előtt, illetve mi lesz a nagy reccs, nagy szétszakadás vagy nagy megtorpanás után. Ezzel szemben bizonyos sötétenergia-modellek véges idő után és véges skálafaktornál átjárható szingularitásokhoz vezetnek, amelyeken az Univerzum keresztüljut, ezekről a továbbiakban esik szó.

C) Amennyiben *H* véges értékénél mind a lassulási paraméter, mind a nyomás végtelenné válik, *hirtelen jövőbeli szingularitás* (Sudden Future Singularity) vagy *nyugis szingularitás* (Quiescent Singularity) alakul ki. Ez II. típusú szingularitás, a nagy szétszakadásnál / megtorpanásnál jóval békésebb természetű, mivel a pontrészecskék (amelyek pályáját csupán *H* befolyásolja) zavartalanul áthaladhatnak rajta. A testrészeinket egymáshoz préselő végtelen árapályerők (a tengerszint időszakos változásáért felelős erők) azonban roppant kellemetlennek bizonyulhatnak. Mindenesetre a szingularitáson átjutott részecskékből az Univerzum újraszületik.

D) Szintén II-es típusú az előbbinek olyan alesete, amikor a szingularitásban H=0, azaz teljes megállás következik be, ez a *nagy fékezés* (Big Brake). Egy jelenleg lassan, de a távoli jövőben akár fénysebességnél is gyorsabban változó (a fénysebességnél gyorsabb kommunikáció relativisztikus tilalmát azonban nem sértő) tachion-mezőnek nevezett sötét energia okozhat ilyet, és a modell kompatibilis a szupernóva-mérésekkel. A nagy fékezés az Univerzum jelenlegi korával összemérhető idő elteltével következhet be. A tágulásban megtorpanó Univerzum részecskéi összehúzódásba fognak, amelynek végállapota a nagy reccs lesz.

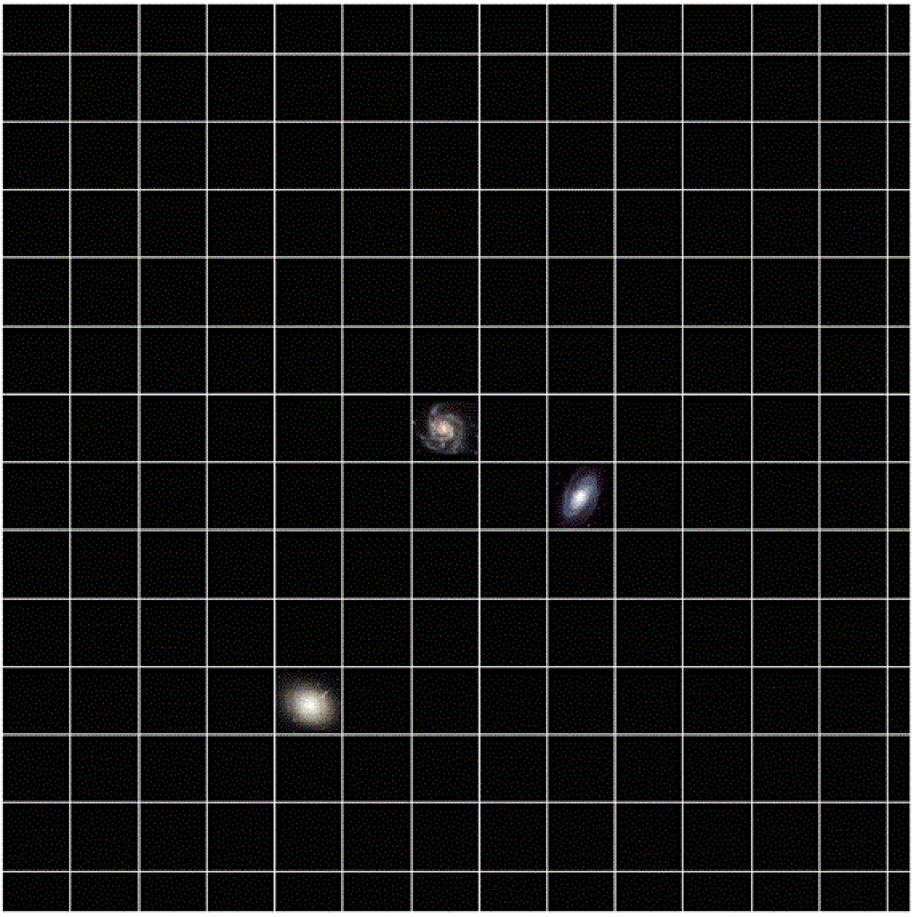
E) A nagy fékezés időben megfordított változata a szintén II. típusú *nagy indítás* (Big Démarrage). Ebben az esetben az Univerzum egy végtelen nyomású, de véges energiasűrűségű állapotból kezd el tágulni.

F) A *w-szingularitások* közös jellemzője, hogy mind a nyomás, mind az energiasűrűség nullává válik, a kettő aránya, a barotropikus index pedig végtelen. Az ide sorolható IV. típusú, *nagy széthúzódás* (Big Separation) szingularitások alesetében ennek oka az, hogy a nyomással összefüggő lassulási paraméternek a változási sebessége vagy valamelyik magasabb időderiváltja (azaz a skálafaktor harmadik vagy annál magasabb deriváltja) válik végtelenné. A w-szingularitások rendkívül gyengék, csupán a sötét energiában mutatkoznak meg, az anyagot szerencsére nem befolyásolják.

Hogy pontosan amelyik forgatókönyv valósul meg, lényegében attól függ, miből áll az Univerzum 73%-át kitöltő sötét energia, illetve ha szükséges, hogyan kell módosítani az általános relativitáselméletet kozmikus léptéken. A kérdésre adott válasz igen messzemenő következményekkel jár az Univerzum jövőjére nézve.

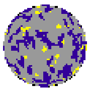
Kapcsolódó animációk:

- Az Univerzum tágulásának bemutatása együttmozgó koordinátarendszer és a kozmikus skálafaktor alkalmazásával



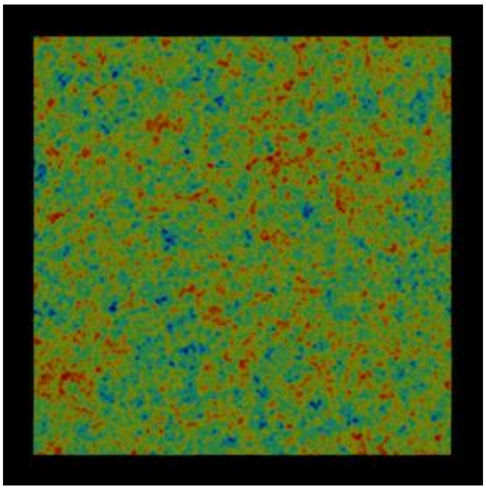
http://sciencevspseudoscience.files.wordpress.com/2011/10/expansion_animation1.gif

- Az Univerzum tágulása a szemléletes léggömb-modellel



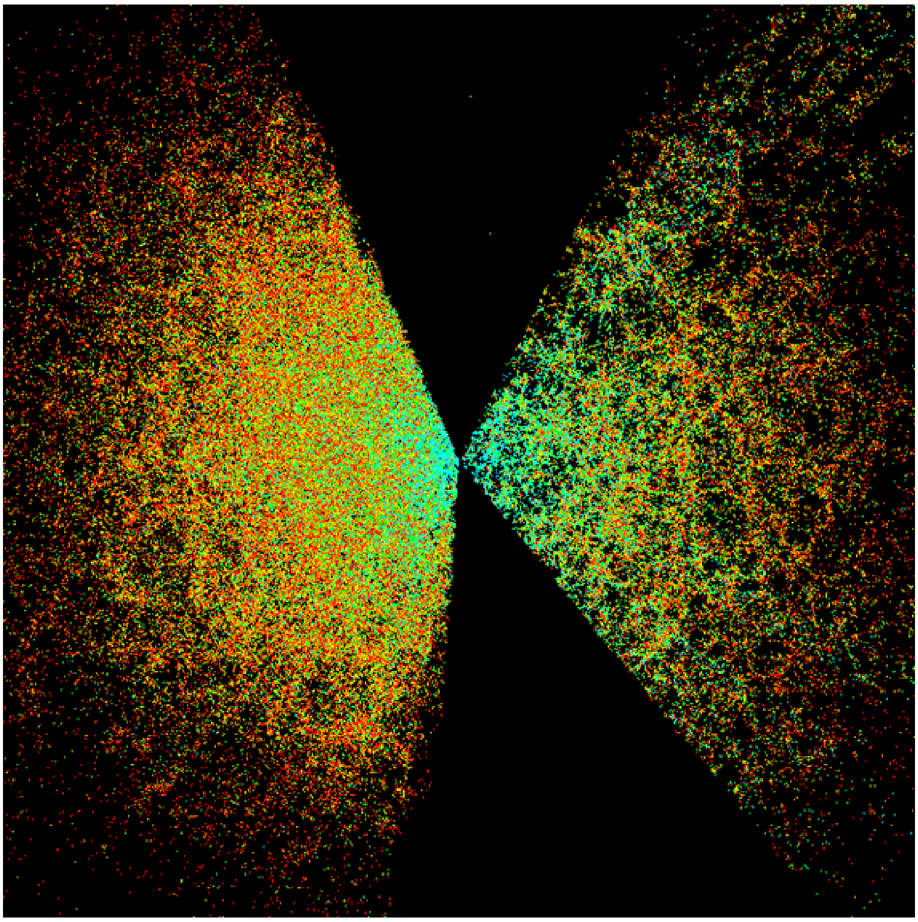
http://www.astro.ucla.edu/~wright/balloons.gif

- A kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás kicsiny fluktuációiból alakult ki az Univerzum nagyléptékű szerkezete



http://images.huffingtonpost.com/2012-11-17-followfluc.gif

- A galaxisok eloszlása az SDSS felmérés alapján



http://quixote.uwaterloo.ca/˜mbalogh/research/pics/pubimages/spall_anim.2003.08.09.gif

Kapcsolódó videók:

- Egy átlagos spirálgalaxis fejlődése (szimuláció)
  
  (Forrás: F. Governato and T. Quinn (Univ. of Washington), A. Brooks (Univ. of Wisconsin, Madison), and J. Wadsley (McMaster Univ.))http://www.nasa.gov/multimedia/videogallery/index.html?media_id=154187951

- Az első minigalaxisok ütközéseiből alakultak ki a nagyobb galaxisok
  
  (Forrás: NCSA/NASA/B. O'Shea (MSU) and M. Norman (UC San Diego))http://www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=-aiL8iWhQjc

- A galaxishalmazok és szuperhalmazok buborékos-szálas szerkezetbe rendeződve szövik át az Univerzumot, amelynek részletes feltérképezését a 2010-es évek végén felbocsátandó James Webb-űrtávcsőtől várják
  
  http://www.nasa.gov/multimedia/videogallery/index.html?media_id=25993511

- A Planck-űrszonda 2013. márciusában bejelentett eredményei a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzásról
  
  (Forrás: ESA, Planck Collaboration)http://spaceinvideos.esa.int/Videos/2013/03/Revealing_the_cosmic_microwave_background_with_Planck

- A kozmikus háttérsugárzás fluktuációspektruma
  

(Forrás: ESA)http://spaceinvideos.esa.int/Videos/2013/03/Power_spectrum_of_temperature_fluctuations_in_the_CMB

- A sötét anyag eloszlása

(Forrás: ESA/Hubble (M. Kornmesser & L. L. Christensen))http://www.spacetelescope.org/videos/heic0701e/

8. Irodalomjegyzék

[1]A. Liddle: *An Introduction to Modern Cosmology*, Wiley (2003)
[2]R. Amanullah és tsai., *Spectra and Light Curves of Six Type Ia Supernovae at 0.511 ¡ z ¡ 1.12 and the Union2 Compilation*, Astrophys. J. *716*, 712 (2010); e-print: arXiv:1004.1711
[3]A. G. Riess, és tsai., *BVRI Light Curves for 22 Type IA Supernovae*, Astron. J. *117*, 707 (1999); e-print: arXiv:astro-ph/9810291
[4]A. G. Riess, és tsai., *A 3% Solution: Determination of the Hubble Constant with the Hubble Space Telescope and Wide Field Camera 3*, Astrophys. J. *730*, 119 (2011); e-print: arXiv:1103.2976
[5]C. L. Bennett, és tsai., *Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results*, publikálásra benyújtva az Astrophys. J. Supp. Ser. folyóirathoz (2012); e-print: arXiv:1212.5225
[6]F. Beutler és tsai., *The 6dF Galaxy Survey: Baryon Acoustic Oscillations and the Local Hubble Constant*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. *416*, 3017 (2011); e-print: arXiv:1106.3366
[7]N. Padmanabhan és tsai., *A 2% Distance to z=0.35 by Reconstructing Baryon Acoustic Oscillations - I : Methods and Application to the Sloan Digital Sky Survey*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. *427*, 2132 (2012); e-print: arXiv:1202.0090
[8]C. Blake és tsai., *The WiggleZ Dark Energy Survey: Joint measurements of the expansion and growth history at z ¡ 1*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. *425*, 405 (2012); e-print: arXiv:1204.3674
[9]L. Anderson és tsai., *The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: Baryon Acoustic Oscillations in the Data Release 9 Spectroscopic Galaxy Sample*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. *427*, 3435 (2012); e-print: arXiv:1203.6594
[10]Planck kollaboráció, *Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters*, publikálásra benyújtva az Astronomy & Astrophysics folyóirathoz (2013); e-print: arXiv:1303.5076
[11]L. Kofman, A. Linde, A. Starobinsky, *Reheating after inflation*, Phys. Rev. Lett. *73*, 3195 (1994); e-print: arXiv:hep-th/9405187
[12]S. Dodelson, *Modern Cosmology*, Academic Press. (2003)
[13]K. A. Olive, *Big Bang Nucleosynthesis*, Nucl. Phys. B Proc. Supp. *80*, 79 (2000); e-print: arXiv:astro-ph/9903309
[14]E. J. Pagel és tsai., *The primordial helium abundance from observations of extragalactic H II regions*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. *255*, 325 (1992)
[15]E. Skillman és R. C. Kennicutt, *Spatially resolved optical and near-infrared spectroscopy of I ZW 18*, Astrophys. J. *411*, 655 (1993)
[16]E. Skillman és tsai., *Spatially resolved optical and near-infrared spectroscopy of the low-metallicity galaxy UGC 4483*, Astrophys. J. *431*, 172 (1994)
[17]Y. I. Izotov és T. X. Thuan, *The Primordial Abundance of ^{4}He Revisited*, Astrophys. J. *500*, 188 (1998)
[18]B. Fields és S. Sarkar, *Big-Bang nucleosynthesis (Particle Data Group mini-review)*, J. Phys. G. *33*, 1 (2006); e-print: arXiv:astro-ph/0601514
[19]S. Burles, K. M. Nollett, és M. S. Turner, *Big-Bang Nucleosynthesis: Linking Inner Space and Outer Space*, Text and 7 color eps figures from poster for the DAP ”Great Discoveries in Astronomy in the Last 100 Years” exhibit at APS centennial meeting; gif of 36”x36”: http://gamma.nrl.navy.mil/dap-aps/dapaps/indexp2.htm; e-print: arXiv:astro-ph/9903300
[20]J. M. O’Meara és tsai., *The Deuterium to Hydrogen Abundance Ratio toward a Fourth QSO: HS 0105+1619*, Astrophys. J. *552*, 718 (2001); e-print: arXiv:astro-ph/0011179
[21]P. Callin, *How to calculate the CMB spectrum*, (2006); e-print: arXiv:astro-ph/0606683
[22]W. Hu, D. Scott, N. Sugiyama, M. White, *Effect of physical assumptions on the calculation of microwave background anisotropies*, Phys. Rev. D *52*, 5498 (1995); e-print: arXiv:astro-ph/9505043
[23]J. M. Stewart, *Perturbations of Friedmann-Robertson-Walker cosmological models*, Class. Quantum Grav. *7*, 1169 (1990)
[24]J. M. Stewart és M. Walker, *Perturbations of spacetimes in general relativity*, Proc. R. Soc. *A*, 341, 49-74 (1974)

[25]J. M. Bardeen, *Gauge-invariant cosmological perturbations*, Phys. Rev. D *22*, 1882 (1980)
[26]R. Durrer, *The Cosmic Microwave Background*, Cambridge Univ. Press (2008)
[27]M. Tegmark és tsai., *The 3D power spectrum of galaxies from the SDSS*, Astrophys. J. *606*, 702 (2004); e-print: arXiv:astro-ph/0310725
[28]V. Springel et al.., *Simulating the joint evolution of quasars, galaxies and their large-scale distribution*, Nature, *435*, 629 (2005), e-print: arXiv:astro-ph/0504097
[29]http://www.mpa-garching.mpg.de/galform/millennium/
[30]http://www.nasa.gov/vision/universe/starsgalaxies/dark_matter_proven.html
[31]D. J. Eisenstein et. al., *Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies*, Astrophys J. *633*, 560 (2005); e-print: arXiv:astro-ph/0501171
[32]M. White: *The Echo of Einstein's Greatest Blunder,* http://mwhite.berkeley.edu/BAO/SantaFe07.pdf
[33]D. J. Eisenstein, H.-J. Seo, M. White: *On the Robustness of the Acoustic Scale in the Low-Redshift Clustering of Matter*. Astrophys. J. *664*, 660 (2007)
[34]D. J. Eisenstein, *Dark energy and cosmic sound*, New Astron. Rev. *49*, 360 (2005)
[35]A. P. Lightman, *Double Compton emission in radiation dominated thermal plasmas*, Astrophys. J. *244*, 392 (1981)
[36]Q. Yu, D. N. Spergel, J. P. Ostriker, *Rayleigh Scattering and Microwave Background Fluctuations*, Astrophys. J. *558*, 23 (2001)
[37]C-P. Ma és E. Bertschinger, *Cosmological Perturbation Theory in the Synchronous and Conformal Newtonian Gauges*, Astrophys. J. *455*, 7 (1995); e-print: arXiv:astro-ph/9506072
[38]W. Hu és N. Sugiyama, *Anisotropies in the Cosmic Microwave Background: An Analytic Approach*, Astrophys. J. *444*, 489 (1995); e-print: arXiv:astro-ph/9407093
[39]E. W. Kolb és M. S. Turner, *The Early Universe*, Addison-Wesley (1990)
[40]S. Bashinsky, U. Seljak, *Signatures of Relativistic Neutrinos in CMB Anisotropy and Matter Clustering*, Phys. Rev. D *69*, 083002 (2004); e-print: arXiv:astro-ph/0310198
[41]K. Ichikawa, *Neutrino mass constraint from CMB and its degeneracy with other cosmological parameters*, J. Phys. Conf. Ser. *120*, 022004 (2008); e-print: arXiv:0711.2622
[42]V. Mukhanov, *Physical Foundations of Cosmology*, Cambridge Univ. Press. (2005)
[43]C. L: Reichardt és tsai., *A Measurement of Secondary Cosmic Microwave Background Anisotropies with Two Years of South Pole Telescope Observations,* Astrophys. J. *755*, 70 (2012); e-print: arXiv:1111.0932
[44]Planck kollaboráció, *Planck 2013 results. XV. CMB power spectra and likelihood*, publikálásra benyújtva az Astronomy & Astrophysics folyóirathoz (2013); e-print: arXiv:1303.5075
[45]http://www.ifa.hawaii.edu/cosmowave/supervoids/the-integrated-sachs-wolfe-effect/
[46]O. Zahn és tsai., *Cosmic Microwave Background Constraints on the Duration and Timing of Reionization from the South Pole Telescope*, Astrophys. J. *756*, 65 (2012); e-print: arXiv:1111.6386