



TÁMOP-4.1.1.F-14/1/KONV-2015-0006

TÁRSADALMI ÉS GAZDASÁGI HÁLÓZATOK MODELLEZÉSE

7. ELŐADÁS: DIFFÚZIÓS FOLYAMATOK HÁLÓZATOKON

London András

SZÉCHENYI 2020



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Adott egy társadalmi hálózat (baráti kapcsolatok, munkahely, szexuális kapcsolatok, stb.)

Hogyan hat egy „fertőzés” a hálózaton?

- vírusfertőzés
- ötlet
- információ
- innováció

Általában

- adottak kezdeti fertőző pontok
- a fertőzés a közvetlen kapcsolatokon (szomszédokon) keresztül terjed

Felmerülő problémák

- **Adott kezdeti feltételek** esetén mekkora része fog a hálózatnak megfertőződni?
- Kiknek a kezdeti fertőzése éri el a **maximális fertőzést** a hálózaton?
- **Inverz probléma**: Ha látunk egy végállapotot, tudunk-e mondani valamit a fertőzési folyamatról?

- Adott egy hálózat
- Egy adott (fertőző) pontból indulva indítunk egy fertőzési folyamatot
- A folyamat dinamikája az egyszerű véletlen bolyongás
- Mi történik, ha több pontból indulunk?

A problémára még visszatérünk!

A kiindulás

- **Adott**
 - Kezdeti fertőző pontok száma
 - Becslés a hálózat pontjainak egymásra hatására
- **Cél**
 - Fertőzés indítása a lehető legtöbb pontot elérve
- **Kérdés**
 - Kik legyenek a kezdetben fertőző pontok
- **Alkalmazás**
 - termékmarketing
 - innováció elterjesztése
 - cikkek detektálása blogokban

Modellek

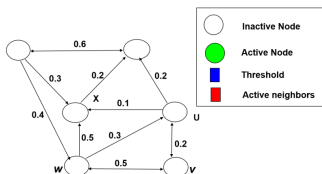
- Első matematikai modellek: Schelling '70,'78, Granovetter '78
- Két alapmodell: **threshold** és **kaszkád**
- Általános megközelítés:
 - Egy társadalmi hálózat egy irányított gráffal adott
 - Pontok kezdetben aktívak vagy inaktívak
 - Egy aktív pont a szomszédaira tud hatni (azaz aktiválhatja)
 - Az aktív pontok már nem deaktiválódnak

A lineáris küszöb modell

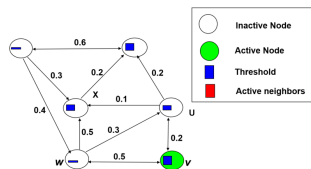
- minden i ponthoz tartozik egy véletlen **küszöbérték**
 $\theta_i \sim U[0, 1]$
- egy i **pontra gyakorolt hatás** a szomszádain keresztül:
 $\sum_{j \text{ szomszédja } i\text{-nek}} b_{j,i} \leq 1$
- i aktívvá (fertőzött és fertőző) válik, ha

$$\sum_{j \text{ aktív szomszédja } i\text{-nek}} b_{j,i} \geq \theta_i$$

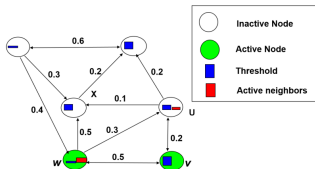
Példa (Kempe, Kleinberg, Tardos előadásából)



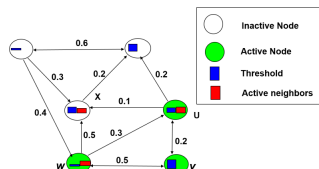
(a)



(b)



(c)

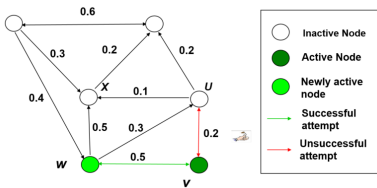


(d)

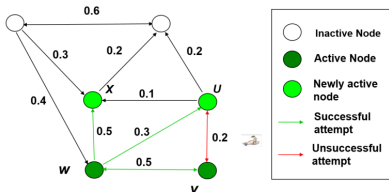
Független kaszkád

- Ha egy i pont aktív lesz, **egyetlen esélye van aktiválni a még nem aktív szomszédait**
- Az aktiválás p_{ij} valószínűséggel lesz sikeres

Példa (Kempe, Kleinberg, Tardos előadásából)



(e)



(f)

A fertőzési hatás maximalizálása

- $f(S)$ az aktív (fertőzött) pontok számának várható értéke, ha S a kezdeti aktív pontok halmaza

Feladat:

- Adott k paraméter: $|S| = k$
- Találjunk egy k elemű ponthalmazt, amelyre $f(S)$ maximális
- Optimalizálási probléma $f(S)$ célfüggvénnyel

Gond:

- A probléma *NP*-nehéz mindkét modellre

Jó hír:

- Használhatunk mohó algoritmust: $(f(S + v) - f(S) \rightarrow \text{Max})$
- **Tétel:** $(1 - 1/e) > 63\%$ approximációt tud

Talán jut még rá idő...