



TÁMOP-4.1.1.F-14/1/KONV-2015-0006

Duális és moduláris képzésfejlesztés

# ALKALMAZOTT MŰSZAKI HŐTAN

Prof. Dr. Keszthelyi-Szabó Gábor

SZÉCHENYI 2020 



MAGYARORSZÁG  
KORMÁNYA

Európai Unió  
Európai Szociális  
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE



TÁMOP-4.1.1.F-14/1/KONV-2015-0006

Duális és moduláris képzésfejlesztés

**A termodinamika alapjai. Állapotjelzők,  
állapotegyenletek, állapotváltozási diagramok.  
A termodinamika főtételei. Ideális gázelegyek.  
Ideális gázok állapotváltozásai.**

**Prof. Dr. Keszthelyi-Szabó Gábor**

**1. előadás**

**SZÉCHENYI** 2020 



MAGYARORSZÁG  
KORMÁNYA

Európai Unió  
Európai Szociális  
Alap



**BEFEKTETÉS A JÖVŐBE**

## A TERMODINAMIKA

Az energia egyik formából a másikba történő átalakulásával foglalkozik.

Vizsgálja az anyagok tulajdonságait és azoknak az energiaátalakulások során bekövetkező változásait.

Tapasztalati eredményekből leszűrt alapvető törvényszerűségeken nyugszik, melyeket főtételeknek nevezünk.

# Termodinamikai rendszer

A termodinamikai rendszer az anyagi valóság egy, általunk kiválasztott **szempont** vagy **szempontrendszer** szerint **elhatárolt** része.

Az anyagi valóságnak a termodinamikai rendszeren kívüli részét **környezetnek** nevezzük.

## Termodinamikai rendszerek:

- **zárt rendszer:** nincs tömeg kölcsönhatás,
- **nyitott rendszer:** van tömeg kölcsönhatás a rendszer és a környezete közt.
- **Magára hagyott rendszer:** minden kölcsönhatástól elzárt rendszer
- **homogén rendszer:** a tulajdonságok függetlenek a helykoordinátáktól,
- **heterogén rendszer:** többfázisú rendszerek.

## Kölcsönhatások lehetnek:

- **mechanikai** (munkavégzés),
- **termikus** (hőáram),
- **tömeg** (anyagcsere),
- **egyéb**, a mechanikai kölcsönhatásokkal analóg folyamatok.

## Fal:

- **merev:** meggátolja a mechanikai kölcsönhatást,
- **leárnyékoló:** meggátolja a külső erők befolysását,
- **nem áteresztő vagy félig áteresztő:** meggátolja az összes anyag vagy bizonyos anyagok áthatolását,
- **diatermikus:** lehetővé teszi a termikus kölcsönhatást,
- **adiatermikus:** megakadályozza a termikus kölcsönhatást.
- **adiabatikus, adiatermikus, leárnyékoló, nem áteresztő, de rugalmas – adiabatikus áll.v.**

## Homogén rendszer – homogén fázis

Mind az **intenzív** (*nyomás  $p$ , hőmérséklet  $T$* ), mind a **fajlagos extenzív mennyiségek** (*fajtérfogat  $v$ , sűrűség  $\rho$ , fajlagos entrópia  $s$* ) számértéke mindenütt azonos.

## HETEROGÉN RENDSZER

Benne olyan makroszkopikus elválasztó felületek vannak, melyek olyan **homogén fázisokat** különítenek el egymástól, amelyekben a **fajlagos extenzív mennyiségek** (*fajtérfogat  $v$ , sűrűség  $\rho$ , fajlagos entrópia  $s$* ) számértéke különböző.

## A FAL LEHET

- **merev** ill. **deformálódó**, **kizárva** vagy megengedve a mechanikai kölcsönhatást,
- **adiatermikus** ill. **diatermikus**, **kizárja**, ill. megengedi a termikus kölcsönhatást,
- **nem áteresztő** vagy **félig áteresztő**, **kizárva** ill. részben (egyes anyagokra) megengedve a tömeg kölcsönhatást,
- **leárnyékoló** ill. **nem leárnyékoló**, mely lehetetlenné teszi vagy megengedi a külső erőterek befolyását a TDR-re.
- **adiabatikus**, **adiatermikus**, **nem áteresztő** és **egyben leárnyékoló** de ugyanakkor rugalmas is. Az ilyen rendszerben lezajló folyamat **adiabatikus**.

## A TDR LEHET

- **zárt**, a tömeg kölcsönhatás kivételével minden más kölcsönhatás létrejöhet, azaz a fal ***deformálódó, nem leárnyékoló, nem áteresztő és diatermikus.***
- **nyitott**, ha a fal a fentiekén túl áteresztő is.
- **magára hagyott**, minden kölcsönhatástól elzárt rendszer.

## TERMODINAMIKAI ÁLLAPOT

A termodinamikai rendszer pillanatnyi anyag és energia-eloszlása.

Az állapot ismerete tehát azt jelenti, hogy ismerjük a TDR által tartalmazott anyagokat és energiákat és azok eloszlását.



## TERMODINAMIKAI ÁLLAPOT

Az állapot jellemzése makroszkopikusan mérhető mennyiségekkel történik, ezek az **állapotjelzők**.

Az állapotjelzők a rendszer állapotának egyértelmű függvényei és csak a TDR **pillanatnyi állapotától függenek**.

Nem függenek a megelőző állapottól és az úttól, melyen át a rendszer a pillanatnyi állapotba került.

# Állapotjelzők

A fizika különböző ágai definiált, makroszkopikusan mérhető mennyiségek. **A rendszer állapotának egyértelmű (egyértékű) függvényei, csak a rendszer pillanatnyi állapotától függenek**, és függetlenek a rendszer előző állapotától és az állapotváltozástól, melyen keresztül a rendszer az adott állapotba jutott. **Minden állapotjelző makroszkopikus tulajdonság**, de nem minden makroszkopikus tulajdonság állapotjelző.

- skalár-,
- vektor-,
- tenzormennyiségek

- extenzív
- intenzív mennyiségek (*fajlagos extenzív*)

**Nem állapotjelző** a fajlagos hőmennyiség ( $q$ ) és a fajlagos munka ( $w$ ), mivel megváltozásuk nagysága függ az állapotváltozás módjától.

**Extenzív állapotjelzők:** a termodinamikai rendszer kiterjedésével arányos állapotjelzők. Összegző mennyiségek, a termodinamikai rendszer egyes részeiben mért mennyiségek összegei jellemzőek a teljes rendszerre. Ilyen pl.: a **tömeg**, az **entrópia**, az **energia**, stb.

**Intenzív állapotjelzők:** kiegyenlítő állapotjelzők. A termodinamikai rendszer egyes részeiben a teljes rendszerre jellemző mennyiség mérhető. Ilyen pl.: a **nyomás**, a **hőmérséklet**, **fajtérfogat sűrűség** stb.

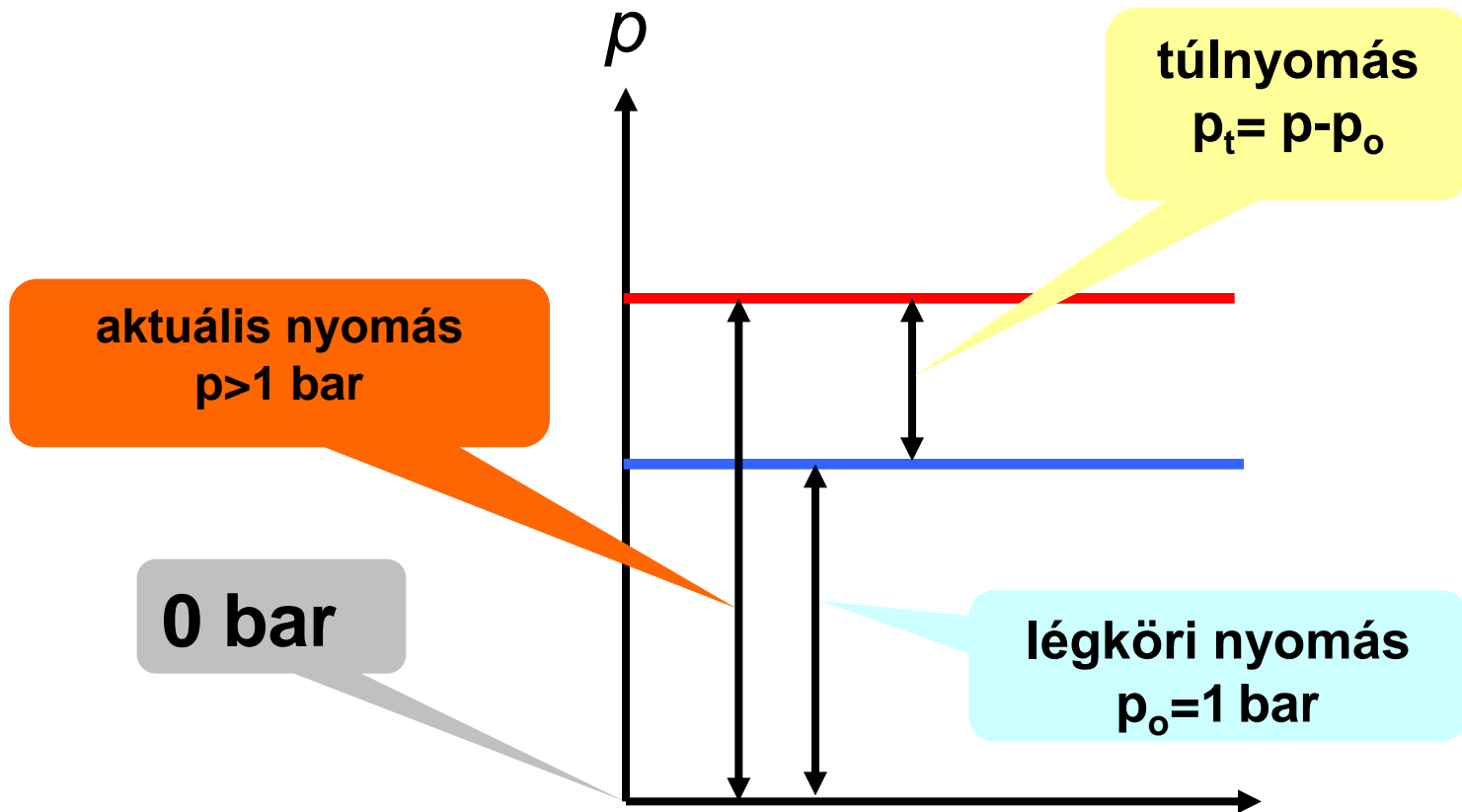
## FAJLAGOS EXTENZÍV ÁLLAPOTJELZŐ

- **Két extenzív állapotjelző hányadosa** a fajlagos extenzív állapotjelző (pl. *sűrűség, fajtérfogat*).
- A gyakorlatban a **tömeg egységére** vonatkoztatott fajlagos extenzív állapotjelzőknek van jelentőségük.
- Ezekre nem az extenzív, hanem az intenzív állapotjelzők tulajdonságai igazak, tehát **ezek intenzív állapotjelzők**.

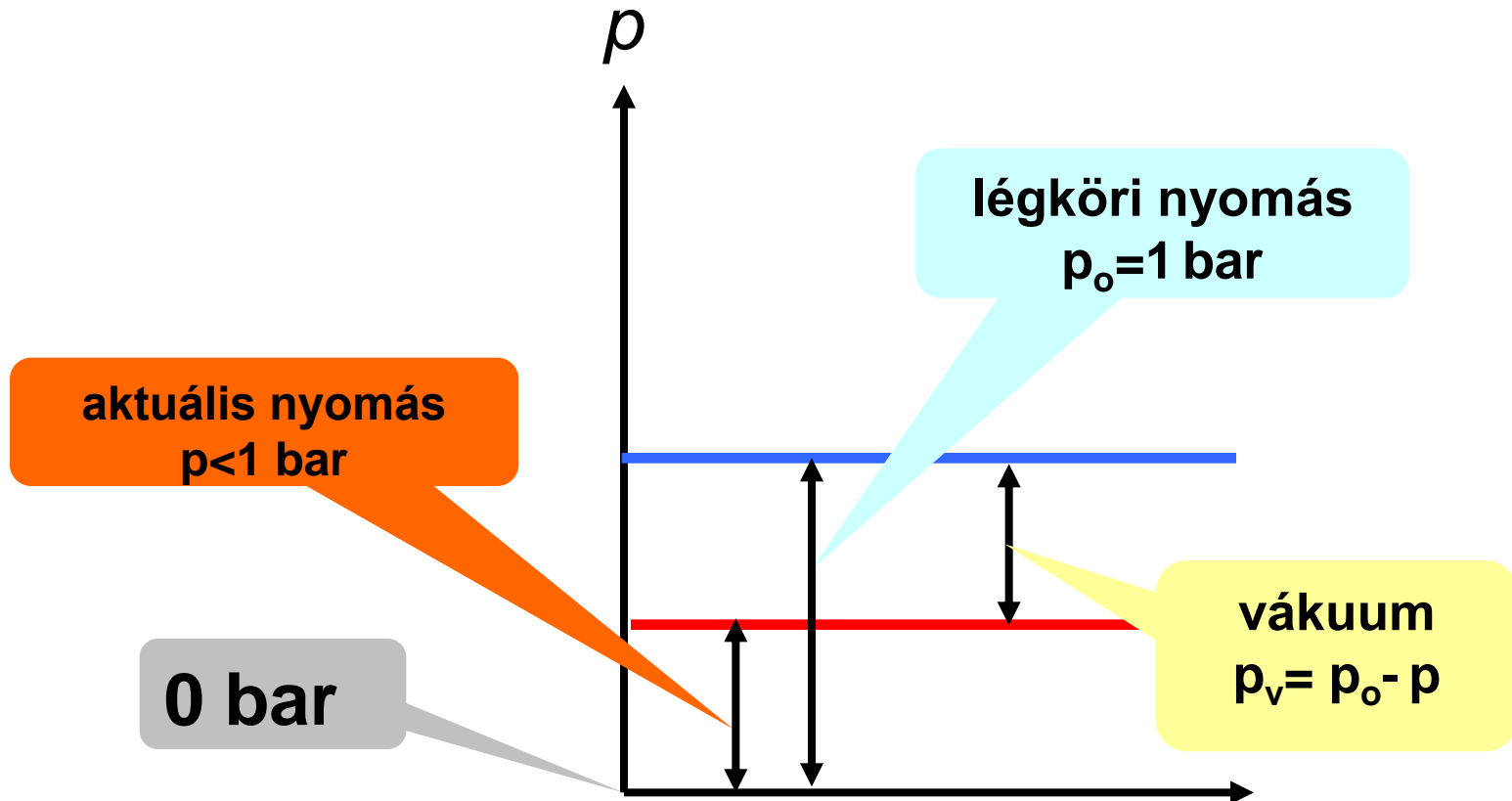
## INTENZÍV ÁLLAPOTJELZŐK

- nyomás ( $p$  – Pa, bar)
- termodinamikai hőmérséklet ( $T$  - K)
- fajtérfogat ( $v$  -  $\text{m}^3\text{kg}^{-1}$ )

# A TÚLNYOMÁS

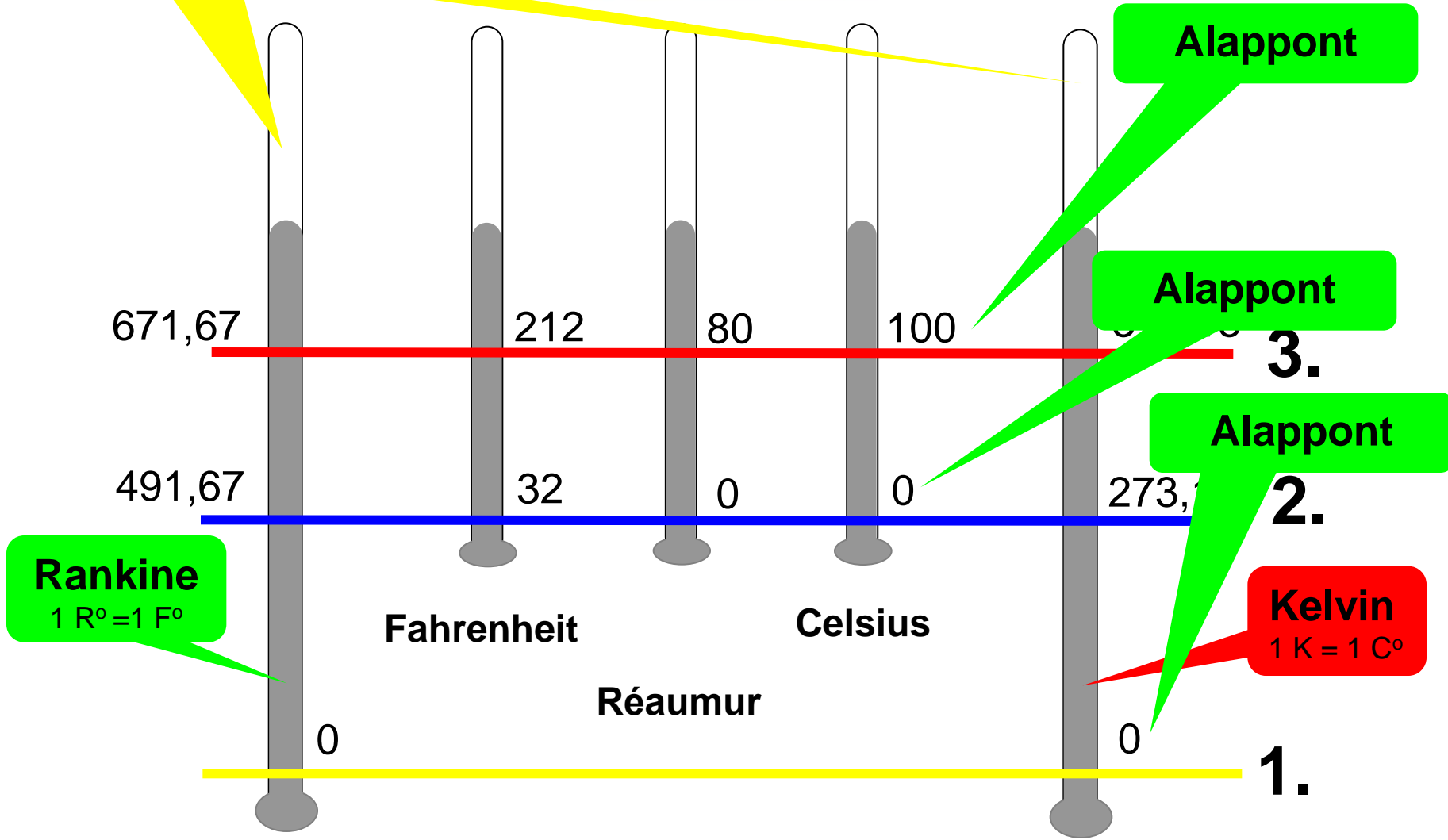


# A VÁKUUM



# KÜLÖNBÖZŐ HŐFOKSKÁLÁK ÖSSZEHAISONLÍTÁSA

Abszolút hőmérsékletskálák



Alappont

Alappont

3.

Alappont

2.

Kelvin

1 K = 1 C°

1.

Rankine

1 R° = 1 F°

Fahrenheit

Celsius

Réaumur

671,67

212

80

100

491,67

32

0

0

273,15

0

0



- **Lord Kelvin** vagy **első Kelvin báró** (született *William Thomson*, 1824. 06.26. – 1907. 12.17.) angol matematikus, mérnök, a 19. század meghatározó fizikusa. A skóciai Glasgow egyetemén dolgozott. Nemesi nevét az egyetemhez közeli *Kelvin* folyóról kapta.



# HŐMÉRSÉKLETÁTSZÁMÍTÁS

	<b>Celsius</b>	<b>Kelvin</b>	<b>Rankine</b>	<b>Fahrenheit</b>
<b>Celsius</b>	1	$T(K) - 273,15$	$\frac{5}{9} \cdot t(^{\circ}R) - 273,15$	$\frac{5}{9} \cdot ((t^{\circ}F) - 32)$
<b>Kelvin</b>	$t(^{\circ}C) + 273,15$	1	$\frac{5}{9} t(^{\circ}R)$	$\frac{5}{9} \cdot t(^{\circ}F) + 255,37$
<b>Rankine</b>	$\frac{9}{5}(t(^{\circ}C) + 273,15)$	$\frac{9}{5}T(K)$	1	$t(^{\circ}F) + 459,67$
<b>Fahrenheit</b>	$32 + \frac{9}{5} \cdot (t^{\circ}C)$	$\frac{9}{5}T(K) - 459,67$	$t(^{\circ}R) - 459,67$	1

# Hőmérsékletmérési lehetőségek

Hőmérők	A hőmérsékletváltozással arányos mennyiség
állandó térfogaton tartott gáz	nyomás
állandó nyomáson tartott gáz	térfogat
elektromos ellenállás állandó nyomás és feszültség alatt	elektromos ellenállás
termoelem állandó nyomás és feszültség alatt	elektromos feszültség
folyadékoszlop	hosszúság

Ugyanazon hőmérsékletet különböző hőmérőkkel mérve számottevő különbségek mutatkoznak. A legpontosabbnak a különböző gázokkal töltött gázhőmérők esetében mutatkoznak.

# Állapotjelzők

Megnevezés	Jelölés	SI mértékegység	Képlet
Fajtérfogat	$v$	$\frac{m^3}{kg}$	$v = \frac{V}{m}$
Termodinamikai hőmérséklet	$T$	$K$	$T = 273,15 + t$ $[T] = K; [t] = ^\circ C$
Abszolút nyomás	$p$	$Pa$	$p = p_m + p_t$ $p = p_m - p_v$
Fajlagos belső energia	$u$	$\frac{J}{kg}$	$u = c_v \cdot T$
Fajlagos entalpia	$h$	$\frac{J}{kg}$	$h = u + p \cdot v = c_p \cdot T$
Fajlagos entrópia	$s$	$\frac{J}{kgK}$	$ds = \frac{dq}{T}$

# A TERMODINAMIKAI EGYENSÚLY FELTÉTELE

- magára hagyott TDR,
- melyen belül egyidejűleg áll fenn a
  - termikus egyensúly (azonos hőmérséklet)
  - mechanikai egyensúly (azonos nyomás)
  - fázisegyensúly (fázisok mennyisége állandó)
  - kémiai egyensúly (komponensek mennyisége állandó)

# AZ EGYENSÚLYI ÁLLAPOT

- **stabil** (zavarás után visszatér az eredeti állapotba)
- **metastabil** (kis zavarás esetén visszatér az eredeti állapotba, nagyobb zavarás esetén azonban már nem)
- **semlegesen stabil** (bármilyen zavarás esetén sem tér vissza az eredeti állapotba)
- **labilis** (bármilyen csúszó zavarás esetén sem tér vissza az eredeti állapotba)

mecanikai példa  
mechanikai példa

# A termodinamika főtételei

**0. főtétel:** egymással kölcsönhatásban lévő rendszereknek egyensúlyban annyi intenzív állapotjelzőjük van közös számértékkel, ahánnyal a rendszereket elválasztó fal átjárható.

**I. főtétel:** energia nem keletkezhet, és nem semmisülhet meg, csak átalakulhat egyik formából egy másik formába. A rendszerrel közölt hőmennyiség egyik része növeli a rendszer belső energiáját, másik része munkává fordítható.

Zárt rendszerekre:

$$\delta q = du + \delta w$$

$$\delta q = c_v \cdot dT + p \cdot dv$$

$$Q = U + W$$

Nyitott rendszerekre:

$$\delta q = dh + \delta w_t$$

$$\delta q = c_p \cdot dT - v \cdot dp$$

**II. főtétel:** Clausius: a hő magától sem közvetve, sem közvetlenül nem áramlik az alacsonyabb hőmérsékletű helyről a magasabb hőmérsékletű helyre. Nem lehetséges olyan gép szerkesztése, amely folyamatos működésű, és működése során nem történik más, mint egy súly felemelése és egy hőtartály lehűlése.

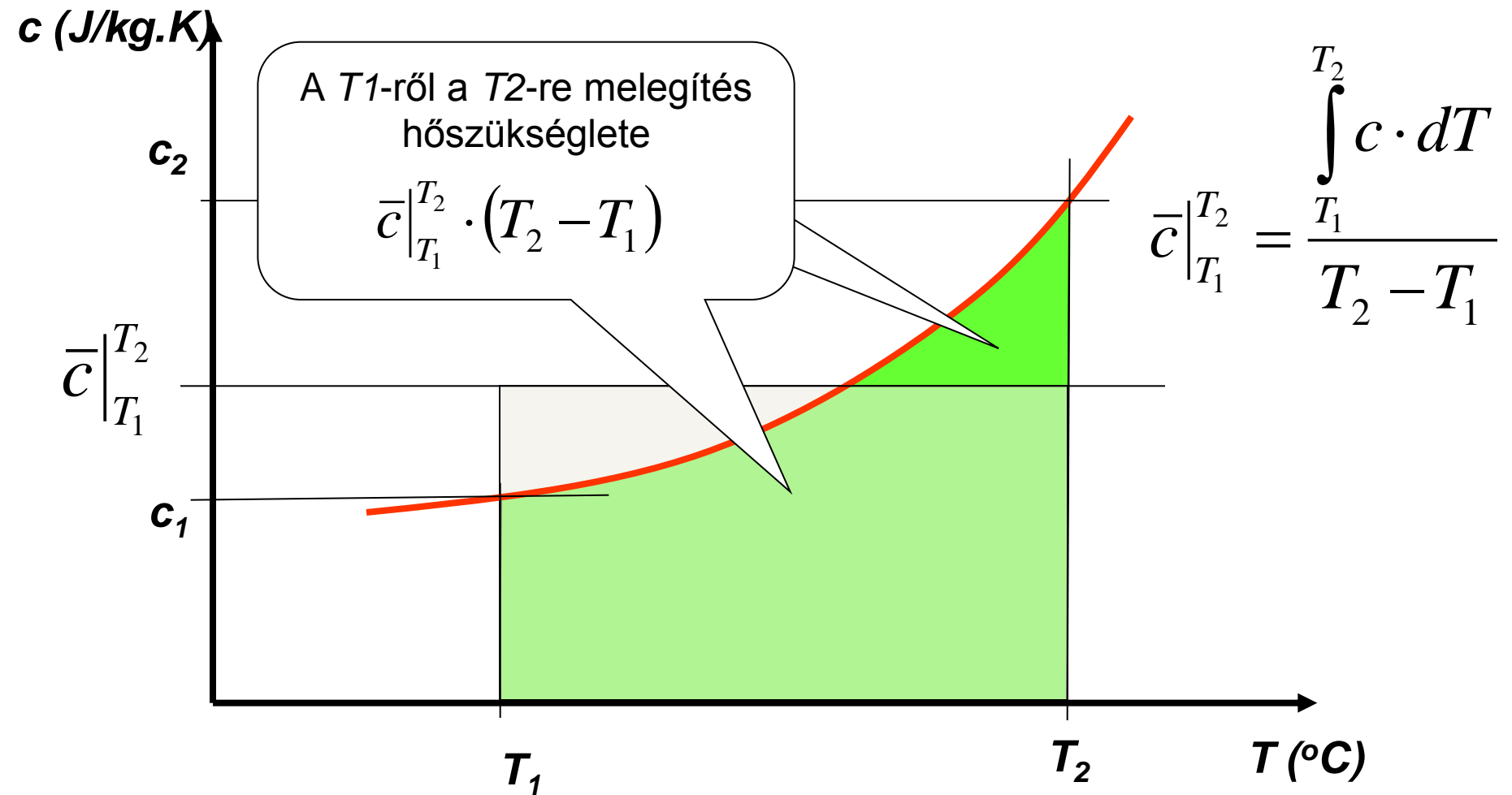
**III. főtétel:** Nem lehetséges véges számú lépésben egy termodinamikai rendszer hőmérsékletét az abszolút nulla értékre csökkenteni.

# A FAJHŐ

Egységnyi tömegű anyag egy kelvinnel történő felmelegítéséhez szükséges hőmennyiség

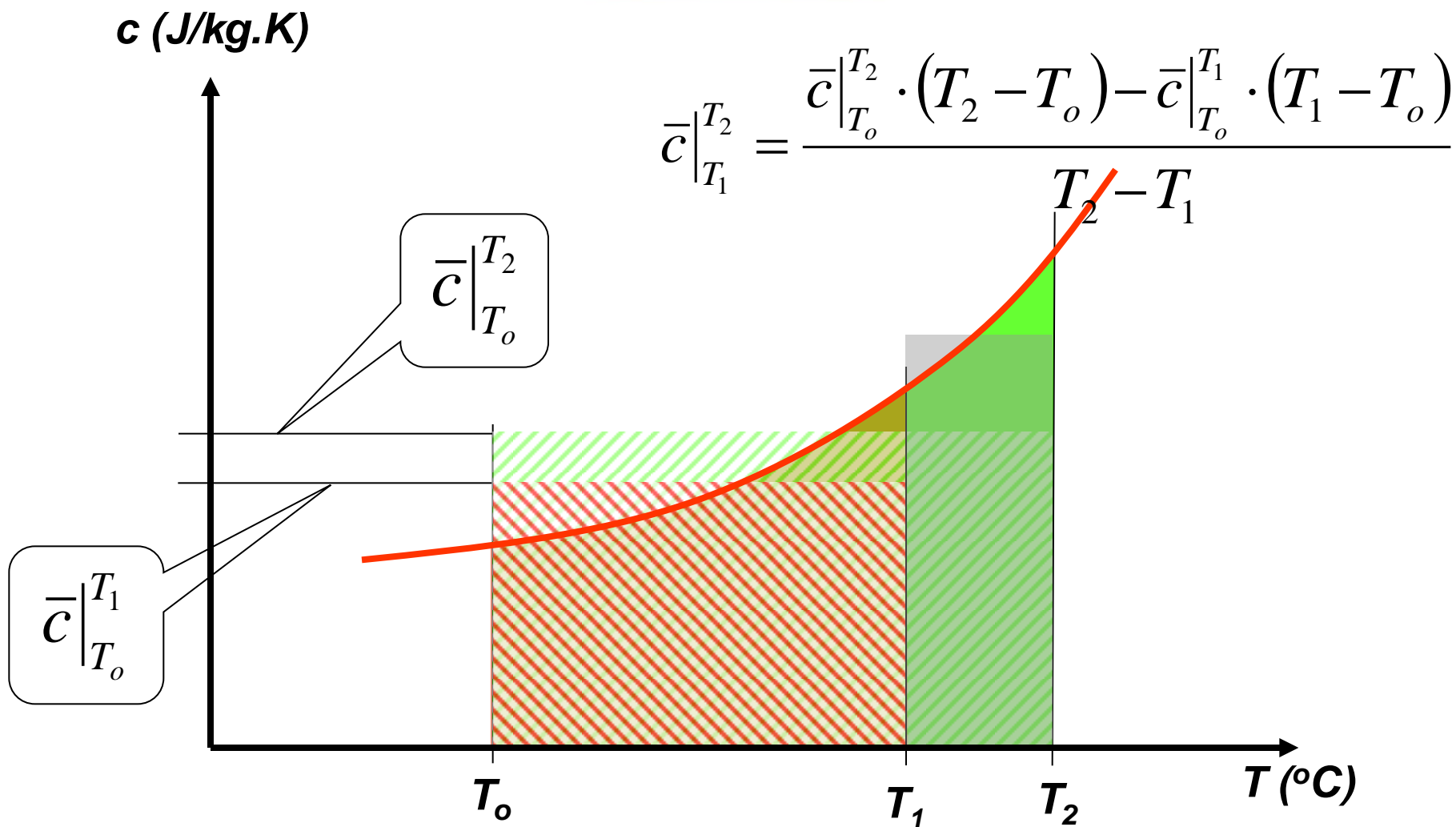
~~Egy bizonyos hőmérsékletre tartó fajhőérték~~  
(elméleti jelentőségű, számításokhoz alkalmatlan,  
(a gyakorlati számításokhoz csak ez használható, méréssel  
könnyen meghatározható, a táblázatok egyezményesen a  
0 °C-tól a különböző hőmérsékletekig terjedő átlagos  
értékeket tartalmazzák)

# A VALÓDI ÉS AZ ÁTLAGOS FAJHŐ KAPCSOLATA

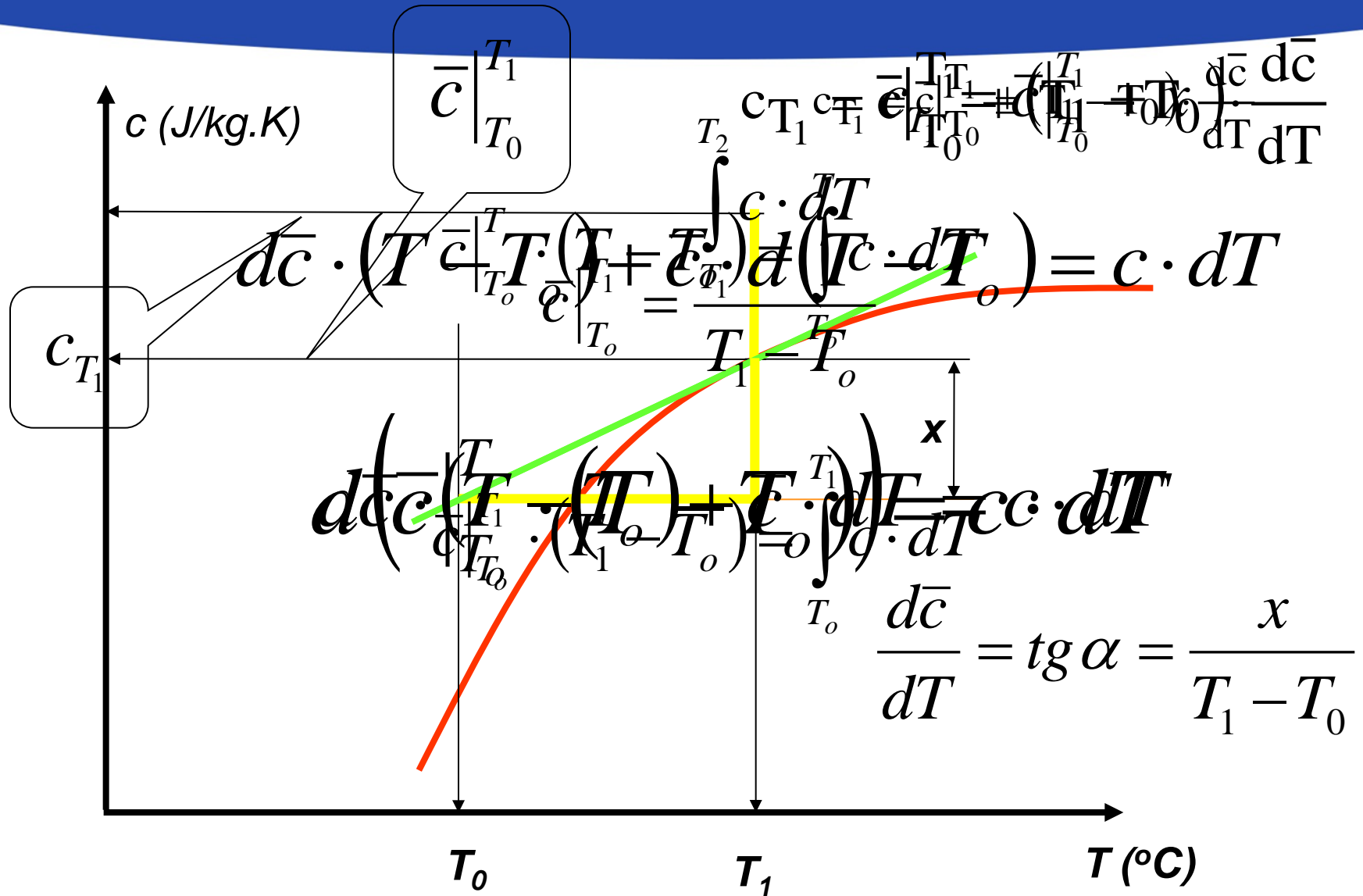




# Tetszés szerinti hőmérséklettartományra érvényes átlagos fajhő



# Valódi fajhő az átlagos fajhő ismeretében



# Ideális gázok keverékei (Alapvetések)

- a keverék minden komponensének a hőmérséklete egyenlő a keverék hőmérsékletével ( $T_i = T_k$ )
- a keverék rendelkezésére álló teret a komponensek parciális nyomásuk mellett külön-külön is teljesen kitöltik ( $\sum p_i = p_k$ )
- a keverék tömegét az alkotó gázok tömegeinek összegezésével kapjuk ( $\sum m_i = m_k$ )
- az állapotegyenlet teljesül minden komponensre külön-külön
- a keverékre szintén érvényes az állapotegyenlet, de a keverék állapotegyenletében szereplő állandók értéke (az univerzális gázállandótól eltekintve) eltér a komponensek állapotegyenleteiben szereplő állandók értékétől

# DALTON törvény

*(ideális gázok keverékei)*

- a gázkeverék minden komponense úgy tölti ki a keverék által elfoglalt egész teret, mintha a többi gáz nem is volna jelen,
- az egyes komponensek az össznyomásban csak anyagi részesedésüknek megfelelően vesznek részt,
- az egyes gázok parciális nyomásainak összege alkotja az össznyomást.

$$\sum m_i = m_k$$

$$\sum V_i = V_k$$

*$V_i$  az egyes komponensek által a keverék nyomásán elfoglalt térfogat  $m_i$  az egyes komponensek tömege*

$$\sum p_i = p_k$$

*$p_i$  az egyes komponensek nyomása a keverék térfogatán (parciális nyomás)*

## A gázkeverék meghatározása

- **Tömegszázalékos összetétel**

$$s_i = \frac{m_i}{m_k}$$

- **Térfogatszázalékos összetétel**

$$r_i = \frac{V_i}{V_k}$$

## A cél meghatározása

Meghatározni az ideális gázkeverék

***látszólagos gázállandóját***

vagy

***látszólagos móltömegét,***

hogy ugyanolyan módon lehessen elvégezni a számításokat, mint az egyszerű ideális gázoknál!

$$p_i \cdot V_k = m_i \cdot R_i \cdot T_k$$

$$p_k \cdot V_k = m_k \cdot R_k \cdot T_k$$

$$\left[ \sum_1^n p_i \right] V_k = \left[ \sum_1^n R_i m_i \right] T_k = m_k R_k T_k$$

$$R_k = \sum \left( \frac{m_i}{m_k} \cdot R_i \right) = \sum (s_i \cdot R_i)$$



$$\sum_{i=1}^n m_i = m_k$$

$$\sum_{i=1}^n [V_i \rho_i] = V_k \cdot \rho_k$$

$$\rho_k = \sum \left( \frac{V_i}{V_k} \cdot \rho_i \right) \quad \text{mivel} \quad V_M = \frac{M_k}{\rho_k} = \frac{M_i}{\rho_i}$$

$$M_k = \sum \left( \frac{V_i}{V_k} \cdot M_i \right) = \sum (r_i \cdot M_i)$$

# Kapcsolat a tömegszázalékos és a térfogat-százalékos megadás között

$$p_k \cdot V_i = m_i \cdot R_i \cdot T_k$$

$$p_k \cdot V_k = m_k \cdot R_k \cdot T_k$$

**A kettő hányadosából**

$$r_i = s_i \cdot \frac{R_i}{R_k}$$

## Ideális gázkeverékek fajhője

A gázkeverék felmelegítéséhez – akár állandó nyomáson akár állandó térfogaton történik is az – szükséges hő megegyezik az egyes komponensek felmelegítéséhez ugyanolyan folyamat mellett szükséges hőmennyiségek összegével.

$$c_k \cdot m_k \cdot \Delta t = \sum_{i=1}^{i=n} (c_i \cdot m_i) \cdot \Delta t$$

$$c_k = \sum_{i=1}^{i=n} \left( c_i \cdot \frac{m_i}{m_k} \right) = \sum_{i=1}^{i=n} (c_i \cdot s_i)$$

# Ideális gázkeverékek

A **tömegre vonatkoztatott** mennyiségeket (pl. gázálladó) a **tömegszázalékos**, a **térfogatra vonatkoztatottakat** (pl. sűrűség) pedig a **térfogatszázalékos** összetétel felhasználásával lehet meghatározni.

Tömegszázalékos  
összetétel:

$$g_i = \frac{m_i}{m}; \sum_{i=1}^n g_i = 1 \text{ kg}$$

A gázelegy sűrűsége:

$$\rho = \sum_{i=1}^n \rho_i r_i$$

$$\rho_i r_i = \frac{V_i}{V} \cdot \frac{m_i}{V_i} = \frac{m_i}{V}$$

Térfogatszázalékos  
összetétel:

$$r_i = \frac{V_i}{V}; \sum_{i=1}^n r_i = 1 \text{ m}^3$$

A gázelegy  
látszólagos  
molekulatömege:

$$M = \sum_{i=1}^n r_i M_i$$

A gázelegy  
gázálladója:

$$R = \sum_{i=1}^n g_i R_i = \frac{R_0}{\sum_{i=1}^n r_i M_i}$$

A gázelegy fajhője:

$$c = \sum_{i=1}^n g_i c_i$$

A gázelegy mólhője:

$$C = \sum_{i=1}^n r_i C_i$$

## Az ideális gáz

Olyan gáz melyre korlátozások nélkül érvényes a Gay-Lussac-, a Boyle-Mariotte törvényei és az általános gáztörvény.

Az ilyen gáz:

- súrlódásmentes
- tökéletesen összenyomható
- halmazállapota nem változik

# Az ideális gáz állapotváltozása

Végtelenül lassan, egyensúlyi állapotok sorozatán keresztül valósul meg.  
(egyensúlyi termodinamika)

# Rugalmas és diatermikus

## Lehetséges kölcsönhatások

A termikus és a mechanikai kölcsönhatás lehetséges.

## Változó állapotjelzők

Nyomás, hőmérséklet és fajtérfogat.

**Az állapotváltozás** (*gáz halmazállapotú termodinamikai test esetén*) **lehet**

- **állandó nyomású** (Gay-Lussac I. törvénye  $p=\text{const.}$ ) **vagy**
- **állandó hőmérsékletű** (Boyle-Mariotte törvénye  $T=\text{const.}$ )

# Összefüggés az állapotjelzők között

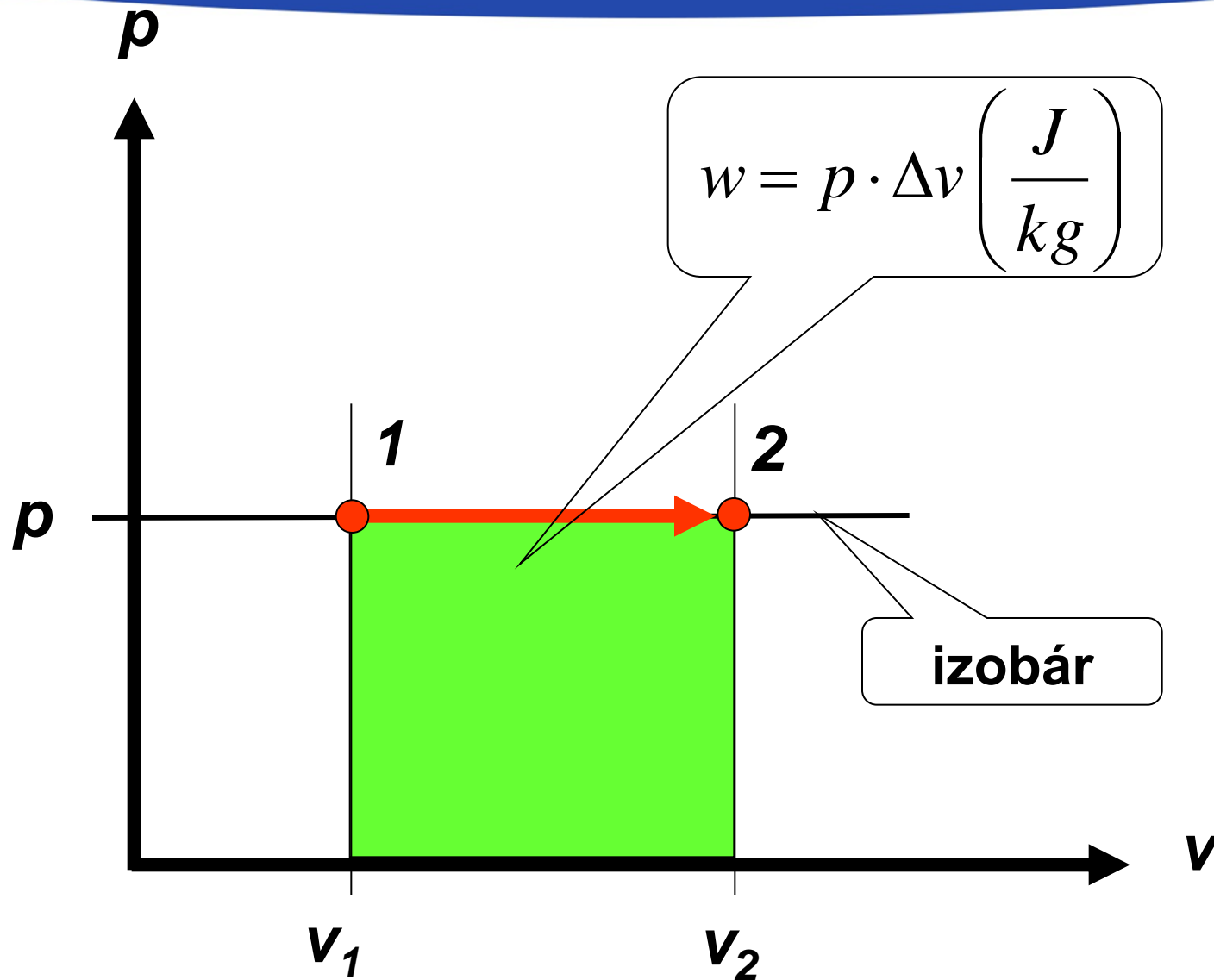
Kísérletekkel igazolt, hogy állandó nyomású állapotváltozás esetén a gázhalmazállapotú termodinamikai testre vonatkozóan:

$$\frac{v}{T} = \textit{állandó}$$

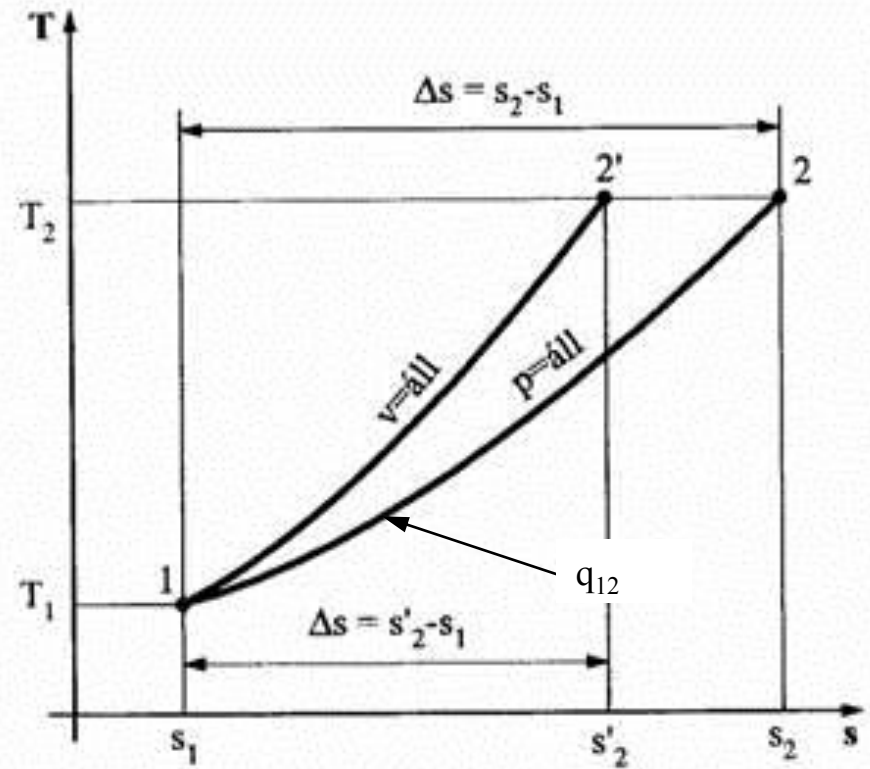
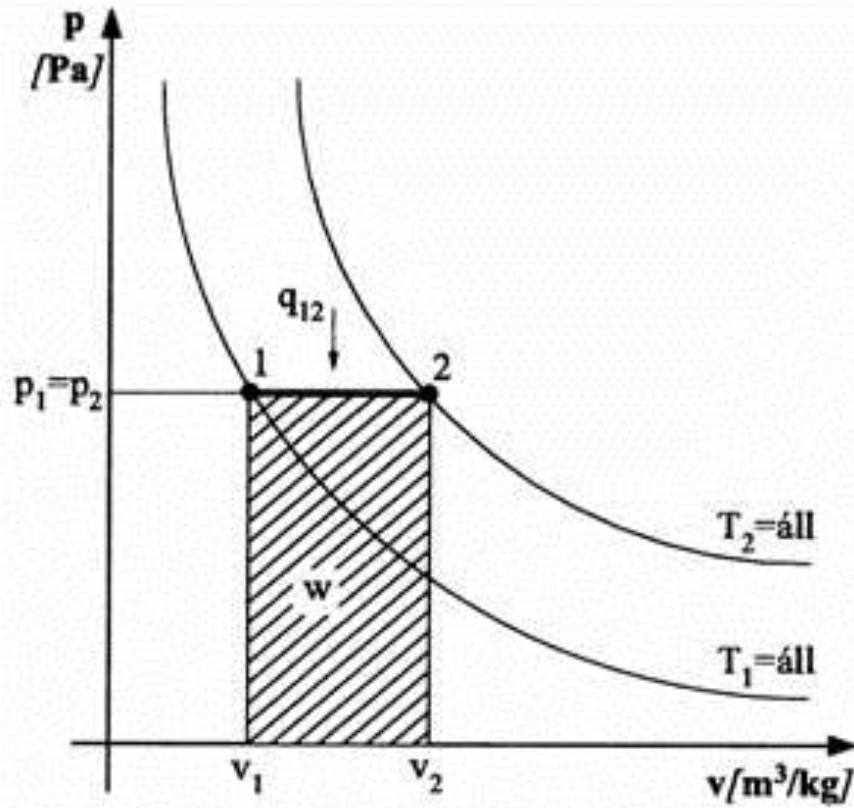
**Gay-Lussac I. törvény**



# Állandó nyomású állapotváltozás ábrázolása



# Izobár állapotváltozás

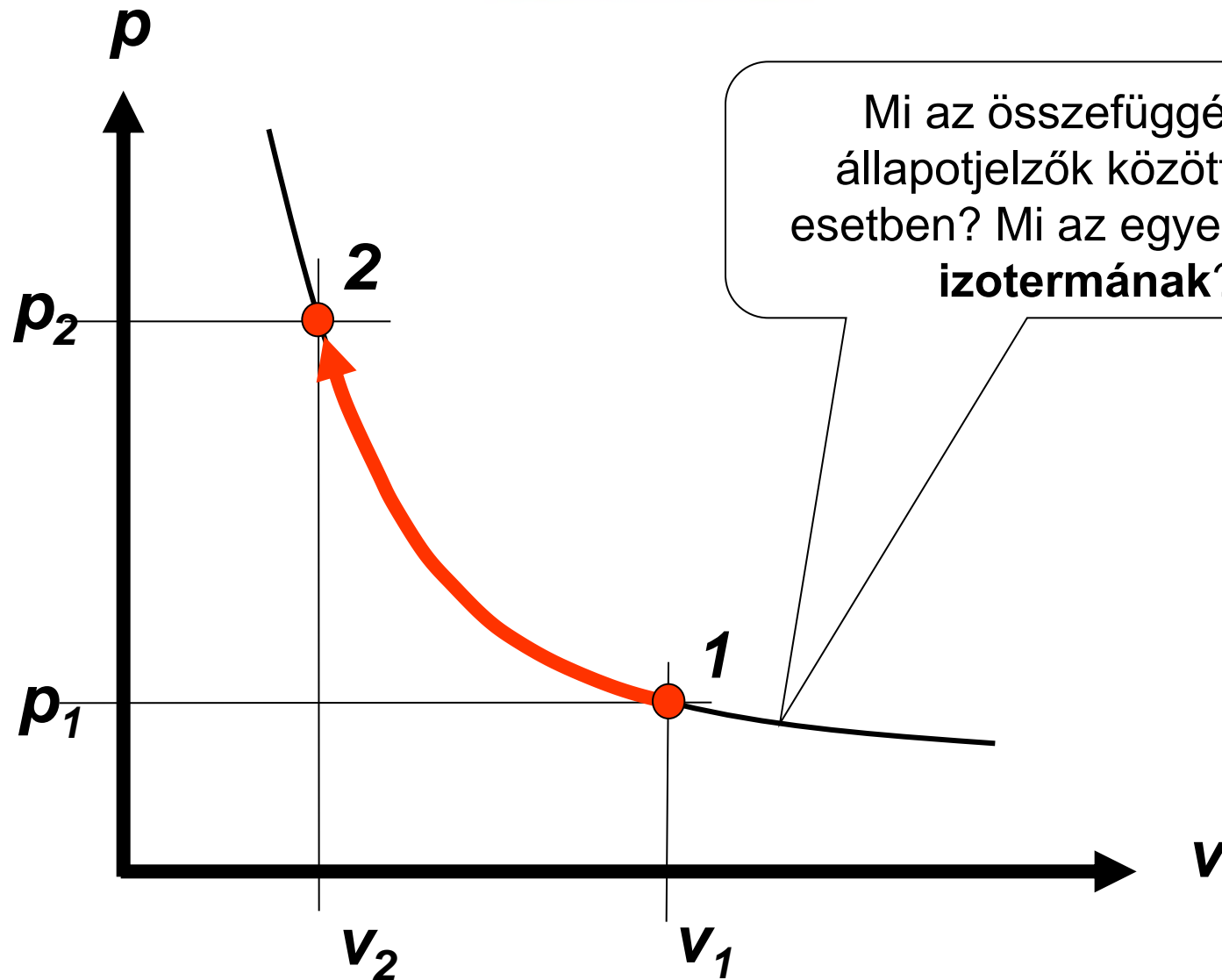


# Állandó nyomású állapotváltozás sajátosságai

- **Egyidejű** munkavégzés és hőközlés ill. hőelvonás van (rugalmas és diatermikus fal).
- A TDR ún. belső energiája a TDR és a környezet között kicserélt hőenergia és mechanikai energia algebrai összege (energiamegmaradás)

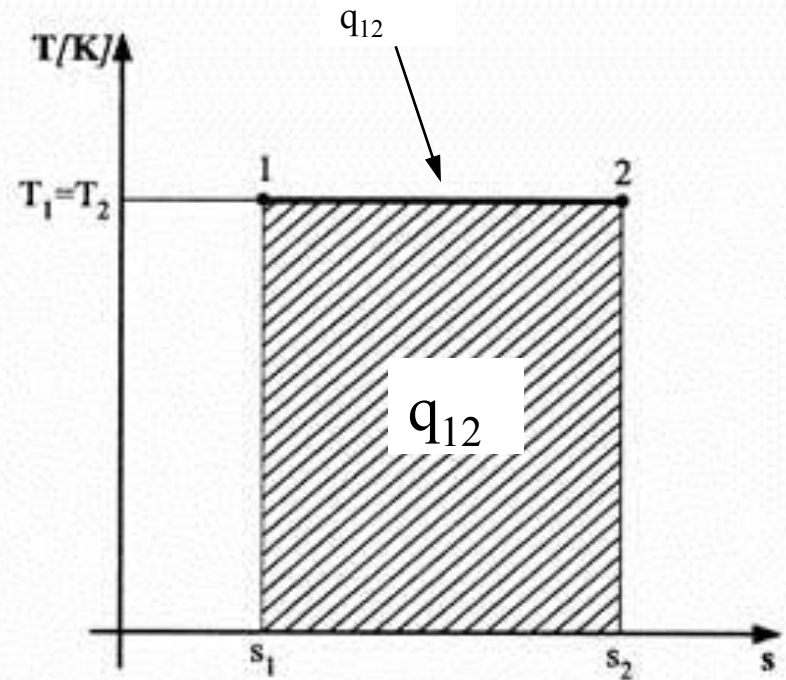
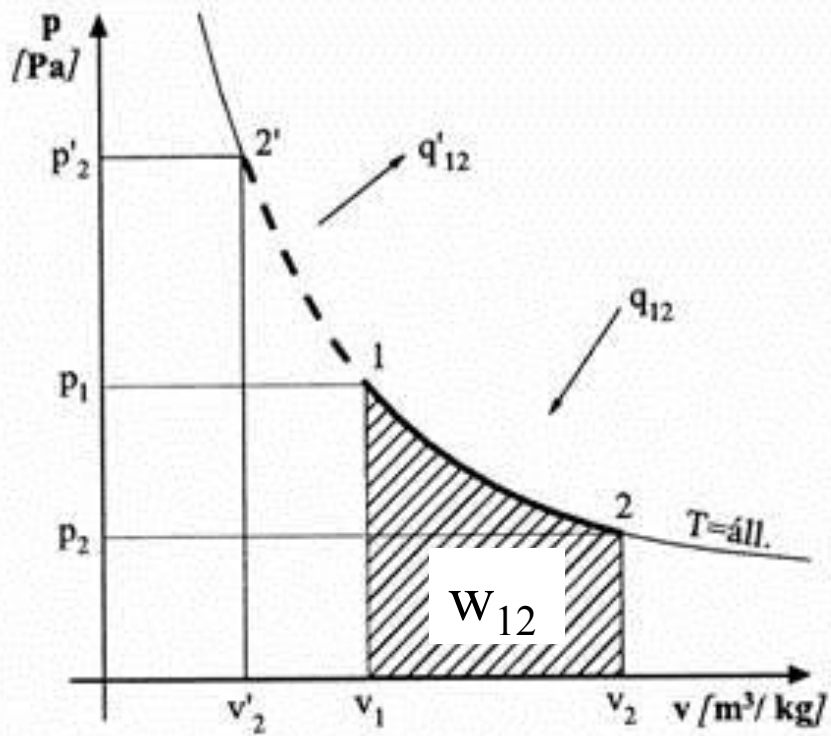
$$\Delta u = q + w = c_p \cdot \Delta T - p \cdot \Delta v \quad \left( \frac{J}{kg} \right)$$

# Állandó hőmérsékletű állapotváltozás ábrázolása

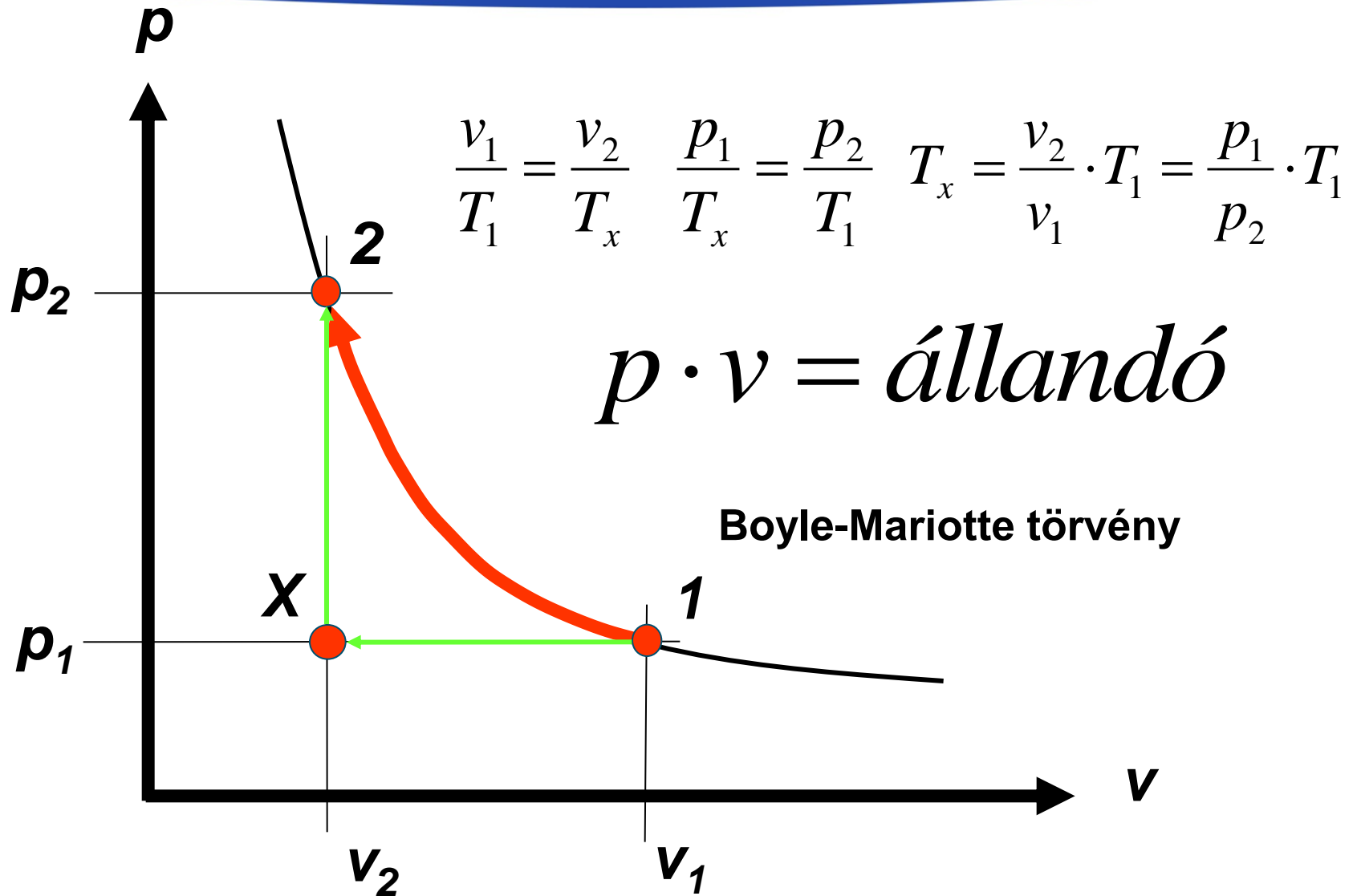


Mi az összefüggés az állapotjelzők között ilyen esetben? Mi az egyenlete az **izotermának?**

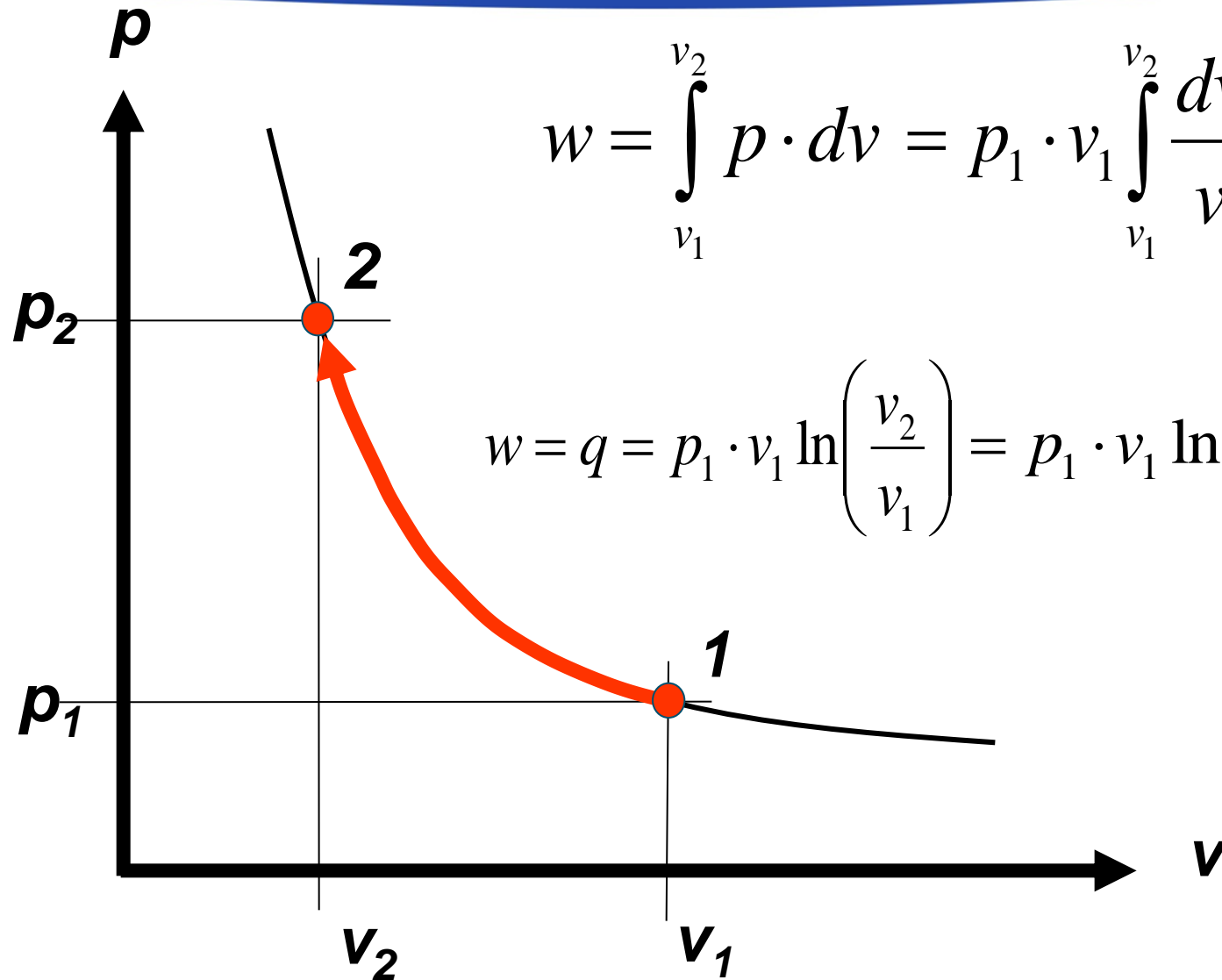
# Izoterm állapotváltozás



# Az izoterma egyenlete – összefüggés az állapotjelzők között



## Az izotermikus állapotváltozás munkája



$$w = \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv = p_1 \cdot v_1 \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v}$$

$$w = q = p_1 \cdot v_1 \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = p_1 \cdot v_1 \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

# Merev és diatermikus

## Lehetséges kölcsönhatások

Termikus kölcsönhatás lehetséges.

## Változó állapotjelzők

A nyomás és a hőmérséklet változhat, a térfogat és a fajtérfogat állandó.

**Állandó térfogatú rendszer!**

**Állandó térfogatú állapotváltozás!**

(Gay-Lussac II. törvénye  $v = \text{const.}$ )



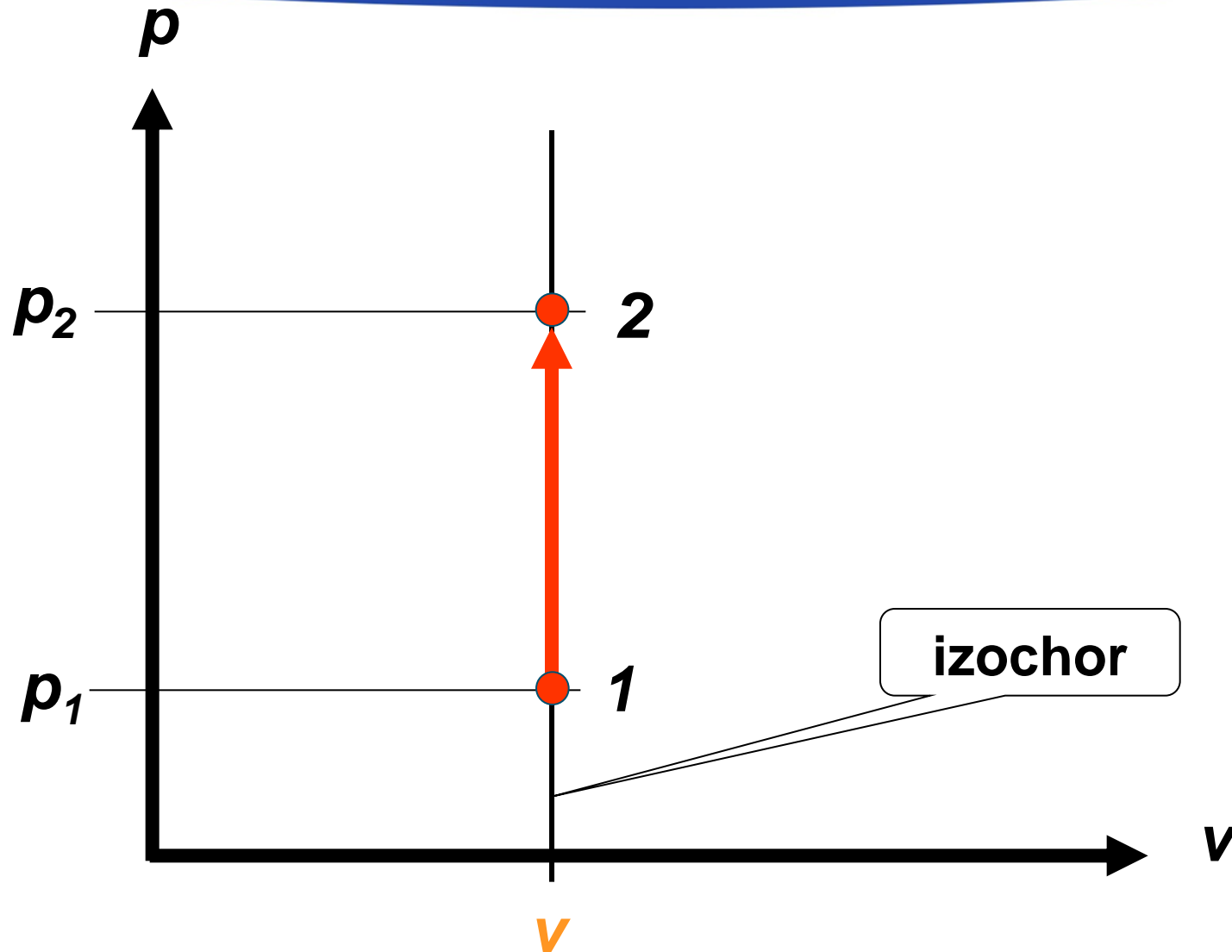
# Összefüggés az állapotjelzők között

Kísérletekkel igazolt, hogy állandó térfogatú állapotváltozás esetén a gázhalmazállapotú termodinamikai testre vonatkozóan:

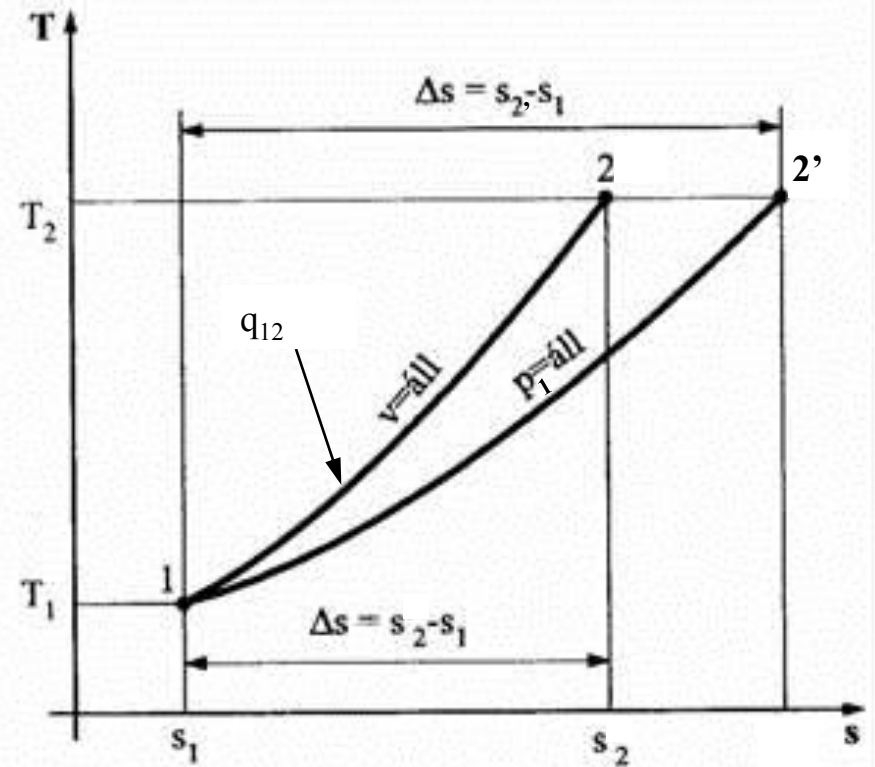
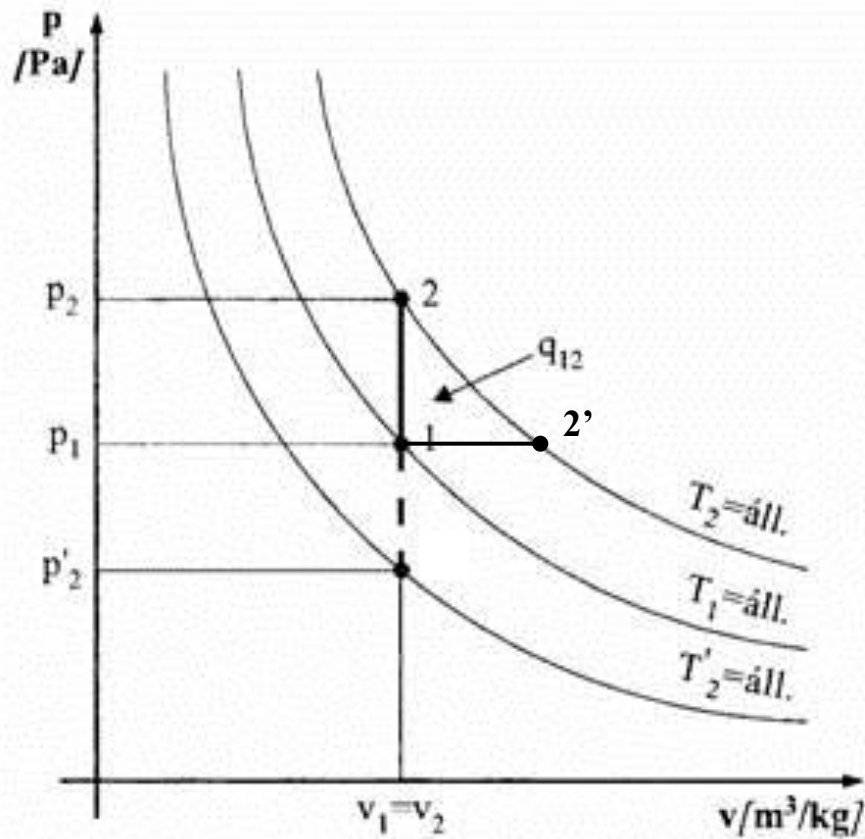
$$\frac{p}{T} = \textit{állandó}$$

**Gay-Lussac II. törvény**

# Állandó térfogatú állapotváltozás ábrázolása



# Izochor állapotváltozás



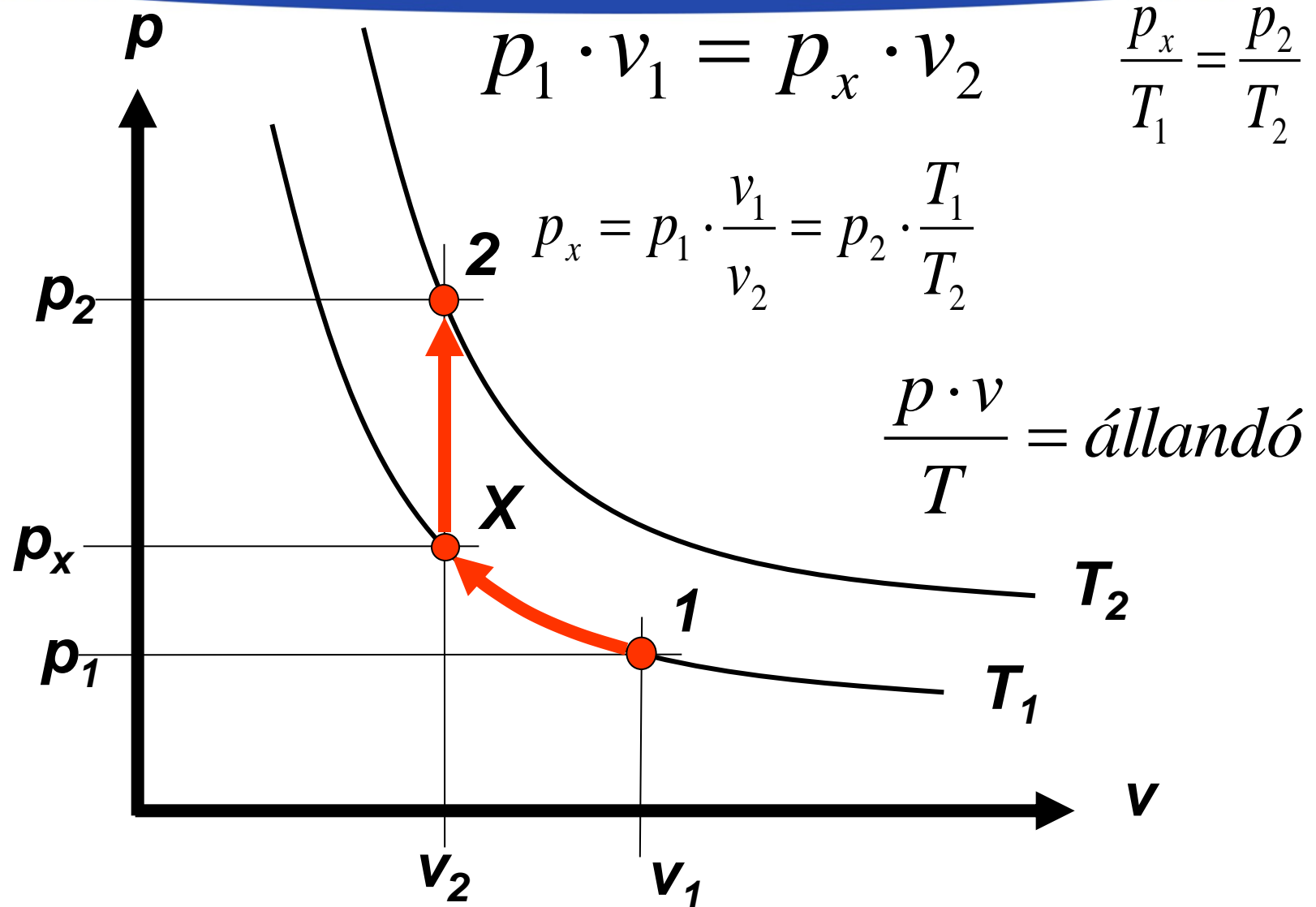
# Állandó térfogatú állapotváltozás sajátosságai

- Munkavégzés nincs (merev fal)
- A TDR belső energiájának növekedése ill. csökkenése megegyezik a TDR-el közölt illetve a TDR által a környezetnek átadott hővel (energiamegmaradás)

$$\Delta u = q = c_v \cdot \Delta T \left( \frac{J}{kg} \right)$$

A *belső energia* a TDR rendszer mikroszkopikus építőelemeinek a TDR tömegközéppontjára vonatkoztatott kinetikus és potenciális energiájának összege!

# Az általános gáztörvény



# Általános gáztörvény

$$\frac{p \cdot v}{T} = R \left( \frac{J}{kg \cdot K} \right)$$

***R*** anyagi jellemző, a specifikus gázállandó

**1 kg gáz 1 K-nel történő  
hőmérsékletváltozásához tartozó terjeszkedési  
munka állandó nyomáson.**

## A Mayer-egyenlet

Az 1. főtételeből

$$du = dq + dw \Rightarrow dq_p = c_v \cdot dT + p \cdot dv$$

Mivel  $p = \text{áll.}$  esetben

$$dq = c_p \cdot dT$$

és az általános gáztörvény differenciális alakjából

$$p \cdot dv = R \cdot dT$$

$$(c_p - c_v) \cdot dT = R \cdot dT$$

## Az univerzális gázállandó

Az általános gáztörvényt 1 mól-nyi mennyiségre alkalmazva és tudva, hogy az 1 mól-nyi mennyiség térfogata minden gáz esetében ugyanakkora, azonos nyomás és hőmérséklet esetén, nevezetesen a normál állapotban  $22,41 \text{ m}^3$

$$R_u = \frac{(0,760 \cdot 13600 \cdot 9,81) \cdot 22,41}{273,15} \approx 8314 \left( \frac{J}{\text{kmol} \cdot K} \right)$$

**Ez az állandó minden gázra azonos érték!**



**Valamely gáz specifikus gázállandója az univerzális gázállandó segítségével számítható ki.**

$$R = \frac{R_u}{M} = \frac{8314}{M} \left( \frac{J}{kg \cdot K} \right)$$

# Ideális gázok állapotegyenletei

$$\frac{p_1 \cdot v_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot v_2}{T_2} = \text{const.} = R$$

$$p \cdot v = R \cdot T$$

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T$$

R – specifikus gázállandó,  
R<sub>0</sub> – univerzális gázállandó  
M – móltömeg

$$[R] = \frac{J}{kg}$$

$$R_0 = 8,314 \frac{kJ}{kmol \cdot K}$$

$$R = \frac{R_0}{M}$$

## **Boyle – Mariotte törvény**

$$T = \text{const.}$$

$$p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2 = \text{const.}$$

## **Gay – Lussac I.**

$$v = \text{const.}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} = \text{const.}$$

## **Gay – Lussac II.**

$$p = \text{const.}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \text{const.}$$

# Rugalmas és adiatermikus

## Lehetséges kölcsönhatások

Csak mechanikai kölcsönhatás lehetséges.

## **Adiabatikus rendszer!**

## Változó állapotjelzők

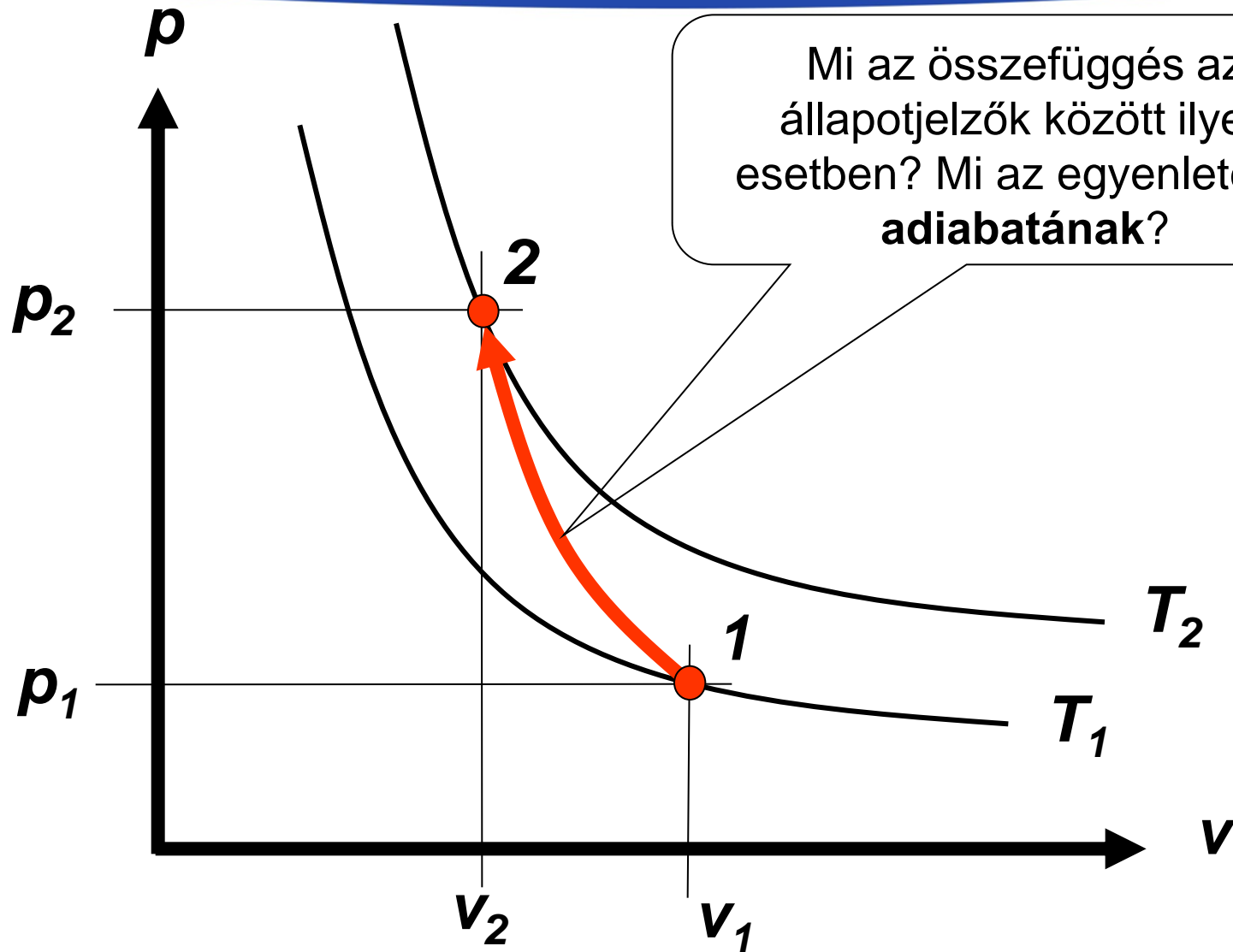
Valamennyi állapotjelző változik.

# A termodinamika I. főtétele (zárt termodinamika rendszer)

- Adiabatikus állapotváltozás esetén

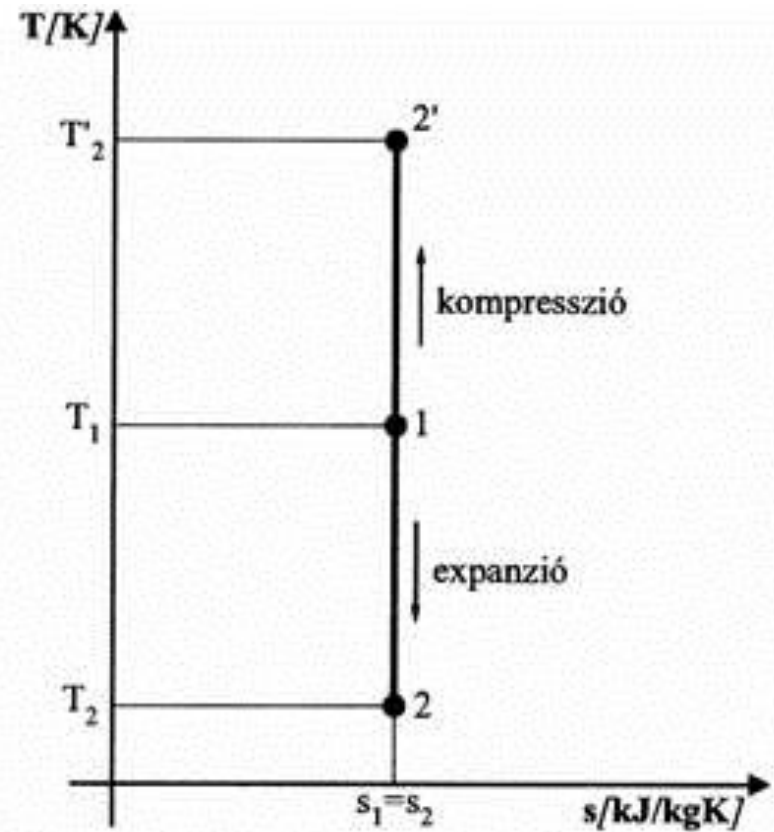
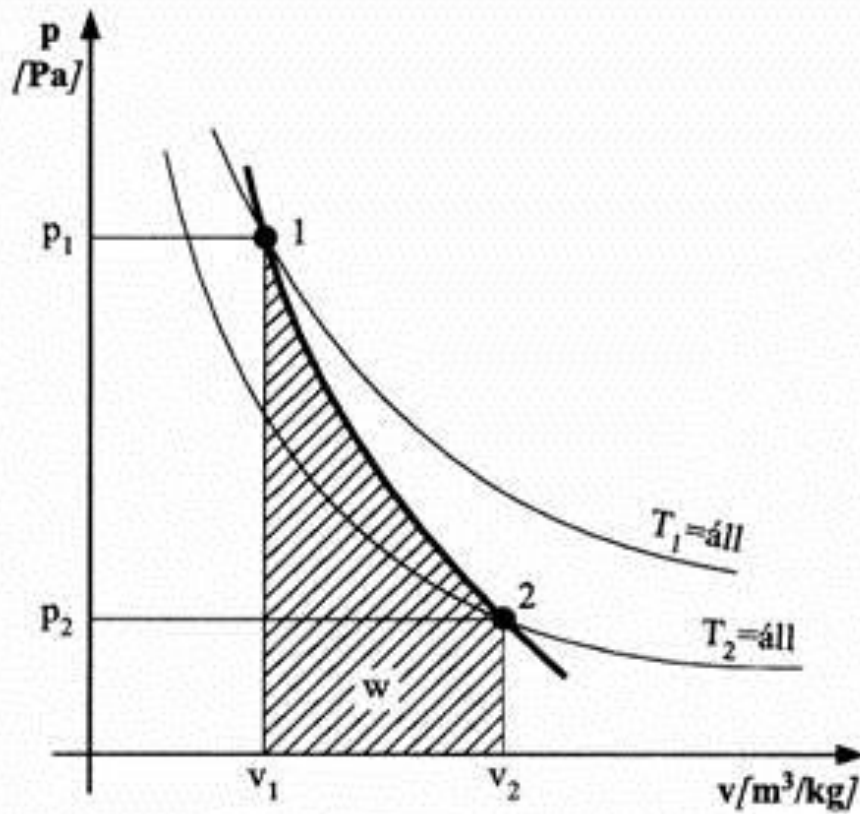
$$dq = 0 \qquad du = dw$$

# Adiabatikus állapotváltozás ábrázolása



Mi az összefüggés az állapotjelzők között ilyen esetben? Mi az egyenlete az adiabatának?

# Adiabatikus állapotváltozás



## Az adiabata egyenlete

Az I. főtételből

$$du = dw \Rightarrow c_v \cdot dT = -p \cdot dv$$

Az általános gáztörvényből

$$d(p \cdot v) = R \cdot dT \Rightarrow R \cdot dT = p \cdot dv + v \cdot dp$$

A kettő összevetéséből

$$c_v \cdot \frac{p \cdot dv + v \cdot dp}{R} = -p \cdot dv$$

## Az adiabata egyenlete

$$c_v \frac{p \cdot dv + v \cdot dp}{R} = -\ln p + \ln C dv$$

Átrendezés után

$$pv^{\kappa} = \text{állandó}$$

Az adiabatikus kitevő értéke:

- a kétatomos gázok esetén kb. 1,4, A Mayer-egyenlet felhasználásával

- háromatomos gázok esetén kb. 1,3,  $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$



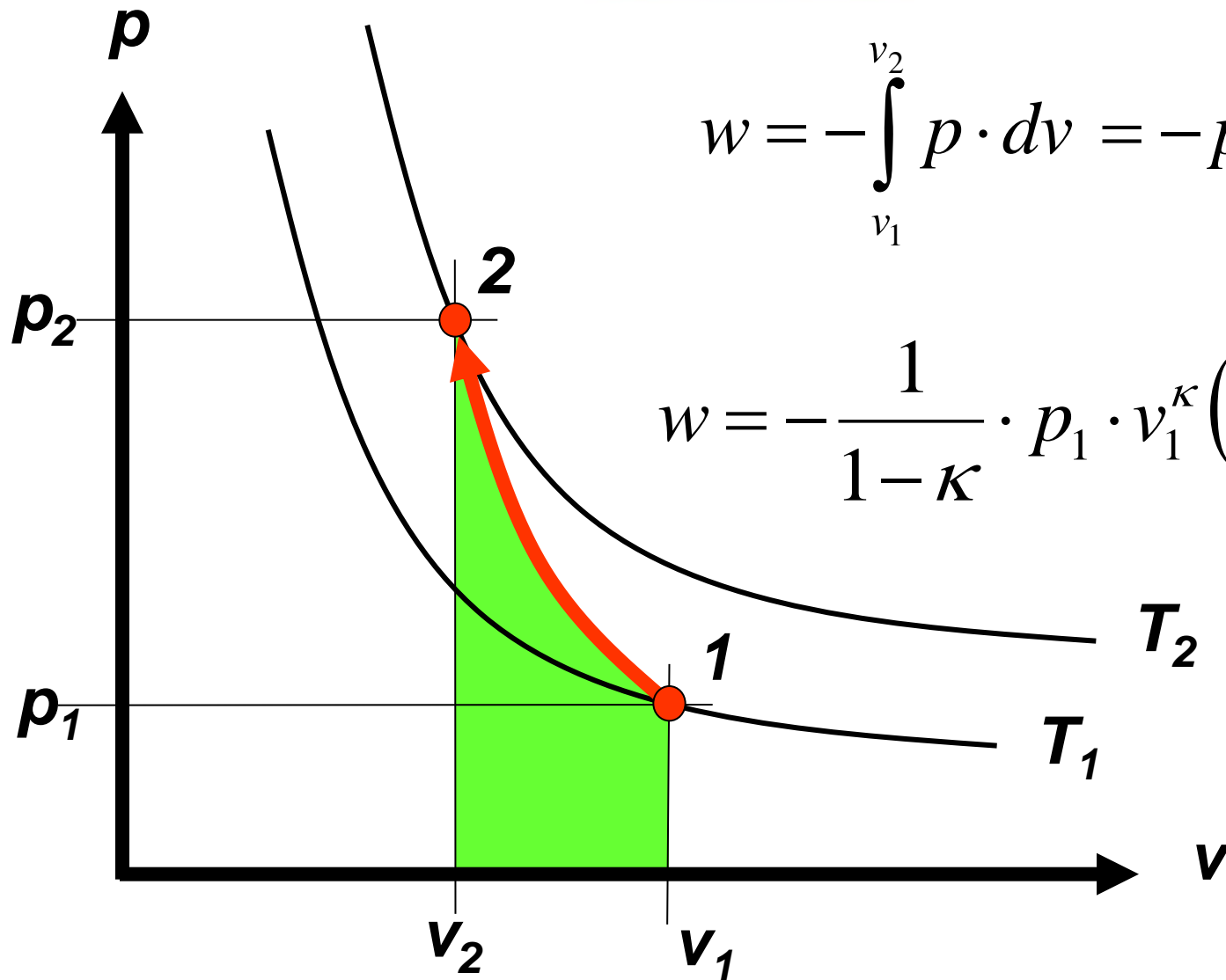
## A Poisson-egyenletek

$$p \cdot v^{\kappa} = \text{állandó}$$

$$p \cdot \left( \frac{R \cdot T}{p} \right)^{\kappa} = p^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \cdot T = \text{állandó}$$

$$\frac{R \cdot T}{v} \cdot v^{\kappa} = T \cdot v^{\kappa-1} = \text{állandó}$$

# Az adiabatikus állapotváltozás munkája



$$w = - \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv = - p_1 \cdot v_1^\kappa \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v^\kappa}$$

$$w = - \frac{1}{1-\kappa} \cdot p_1 \cdot v_1^\kappa \left( v_2^{1-\kappa} - v_1^{1-\kappa} \right)$$

## Az adiabatikus állapotváltozás munkája

$$w = -\frac{1}{1-\kappa} \cdot p_1 \cdot v_1^\kappa \left( v_2^{1-\kappa} - v_1^{1-\kappa} \right)$$

$$w = -\frac{1}{1-\kappa} \cdot R \cdot (T_2 - T_1)$$

Az adiabatikus állapotváltozás munkája egyenlő a belső energia megváltozásának negatívjával

$$w = -\frac{1}{1 - \kappa} \cdot R \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\frac{w}{w} = \frac{1}{\left(\frac{c_p}{c_v} - 1\right)} \cdot \left(\frac{c_p}{c_v} - 1\right) \cdot (T_2 - T_1)$$

## A politropikus állapotváltozás

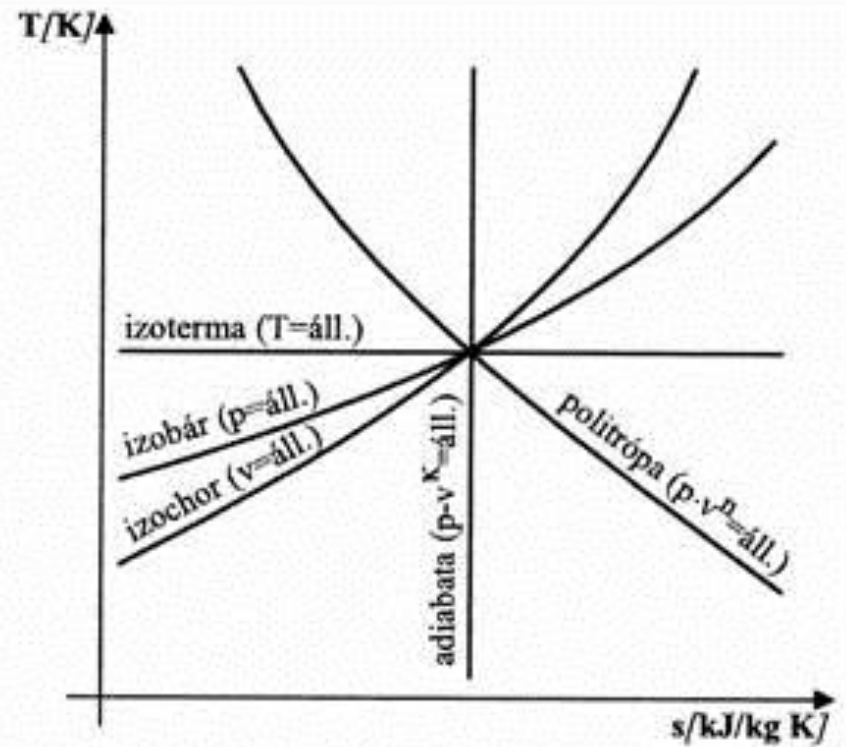
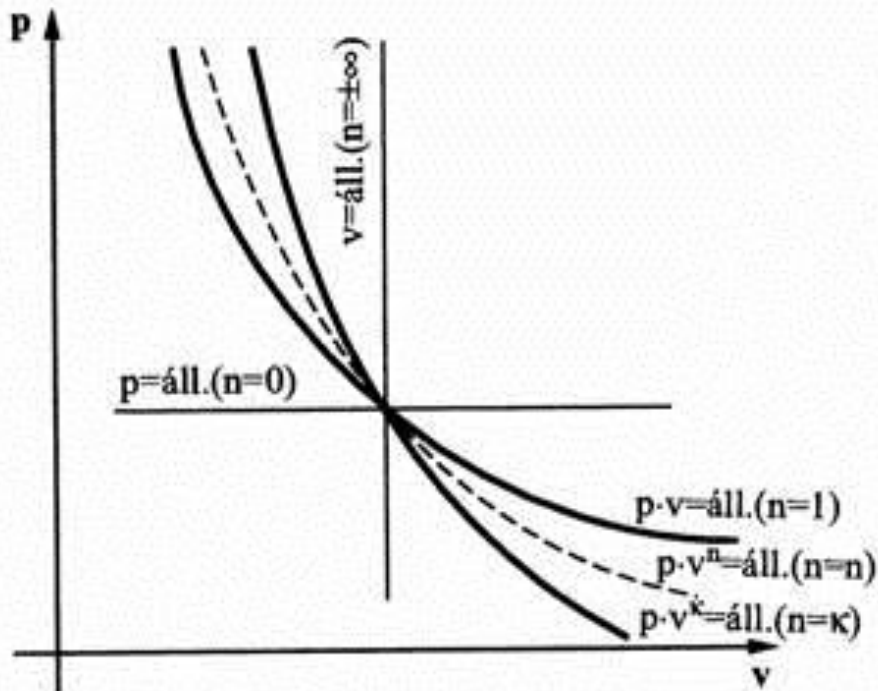
Politropikus állapotváltozáson esik át az a TDR, melynek fala rugalmas és diatermikus, továbbá egyetlen állapotjelzője sem marad állandó az állapotváltozás során.

Matematikailag

$$p v^n = \textit{állandó}$$

Ahol 'n' a politropikus kitevő.

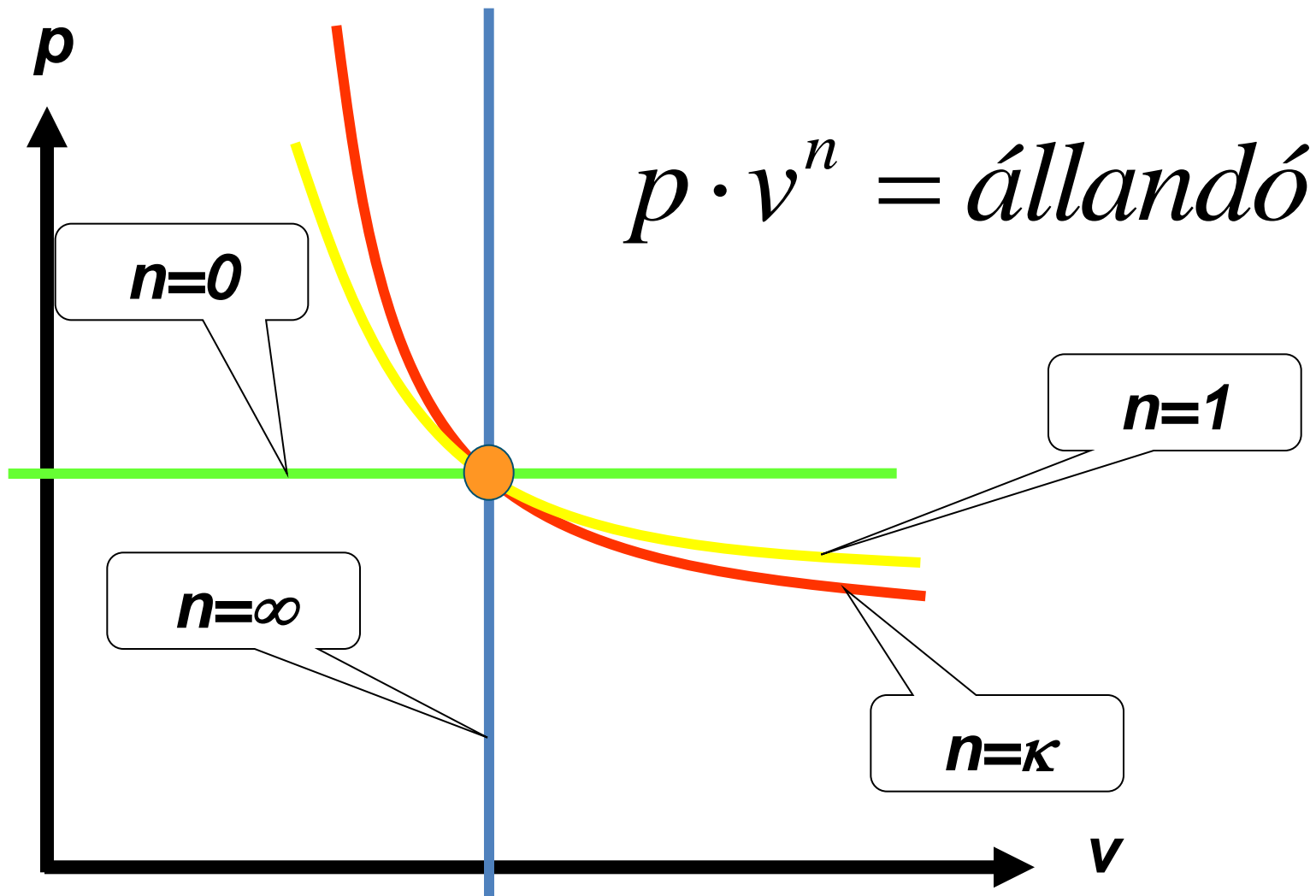
# Politropikus állapotváltozás



# A politropikus állapotváltozás általánosítása

Állapotváltozás	Egyenlet	Változó állapotjelzők	Ható energiafajták	A görbe jellege p – v diagramban	Az általános egyenlet kitevője	A politropikus fahő
izochor	$v = \text{const.}$	p; T	q; u	p tengellyel párhuzamos	$n = \infty$	$C_n = C_v$
izobar	$p = \text{const.}$	v; T	q; u; w	v tengellyel párhuzamos	$n = 0$	$C_n = C_p$
izotermikus	$pv = \text{const.}$	p; v	q; w	egyenlő szárú hiperbola	$n = 1$	$C_n = \pm\infty$
adiabatikus	$pv^\kappa = \text{const.}$	p; v; T	u; w	hiperbola	$n = \kappa$	$C_n = 0$
politropikus	$pv^n = \text{const.}$	p; v; T	q; u; w	hiperbola	$n = n$	$C_n = C_n$

# Az állapotváltozások ábrázolásának rendszere a p-v diagramban





# KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!

**SZÉCHENYI** 2020



MAGYARORSZÁG  
KORMÁNYA

Európai Unió  
Európai Szociális  
Alap



**BEFEKTETÉS A JÖVŐBE**