

4. fejezet 1. gyakorló feladat

Egy fogyasztó hasznossági függvénye $U = 4x_1^{0,25}x_2^{0,75}$. A fogyasztó jövedelme 2000, a termékek árai $p_1 = 20$ és $p_2 = 25$.

- a) Számítsa ki a fogyasztó optimális választását (legyen a jele A)!
- b) Írja föl a fogyasztó 1-es termékre vonatkozó sajátár-keresleti függvényét és a jövedelem-keresleti függvényt!
- c) Változzon most meg a fogyasztó jövedelme 2500-ra! Számoljon újra optimális választást (legyen ez a kombináció B)!
- d) Írja föl újra a sajátár-keresleti és a jövedelem-keresleti függvényeket!
- e) Mi történne, ha az eredeti helyzethez képest az 1-es termék ára 50-re növekedne? Számítsa ki az optimális választást (legyen ez C)!
- f) Írja föl ismét a sajátár-keresleti és jövedelem keresleti függvényeket!
- g) Ábrázolja a korábban fölírt a fölírt sajátár-keresleti függvényeket egy koordináta-rendszerben, és a jövedelem keresleti függvényeket egy másikban! Helyezze el az A, B és C kombinációkat ezeken!

Megoldás: lásd video

4. fejezet 2. gyakorló feladat

Legyen egy termék piaci keresleti függvénye $Q = 4000 - 8P$!

- a) Számítsa ki a kereslet árrugalmasságát a 400-as és a 200-as ár között!
- b) Írja föl a kereslet árrugalmasságát az ár függvényében!
- c) 400-as nagyságú ár esetén mekkora lesz a kereslet árrugalmassága? Az árrugalmasság alapján az ár növelése vagy csökkentése eredményezne nagyobb bevételt?
- d) Mekkora ár mellett lenne az árrugalmasság éppen $-2/3$?
- e) Mekkora a maximálisan elérhető árbevétel?

Megoldás: lásd video

4. fejezet 3. gyakorló feladat

Egy termék piacán két fogyasztó csoport van jelen. Az egyik csoport keresleti függvénye $p = 1500 - 0,02q_A$, a másik csoporté $q_B = 100000 - 125p$. Tegyük föl, hogy egyetlen termelő termeli számukra a terméket!

- a) Mekkora a két fogyasztói csoport keresletének árrugalmassága $p = 600$ mellett?
- b) Ha csak az A fogyasztói körnek árulna, mekkora ár mellett érhetne el maximális bevételt a termelő? Mekkora lenne ez a bevétel?
- c) Mekkora lenne az elérhető maximális bevétel, ha csak a B fogyasztói körnek árulna a termelő?
- d) Írja föl a két fogyasztói csoport együttes keresleti függvényét!
- e) Mekkora ár mellett maximalizálható a két fogyasztói csoport együttesétől megszerezhető bevétel? Mekkora lenne ez a bevétel?

Megoldás: lásd video

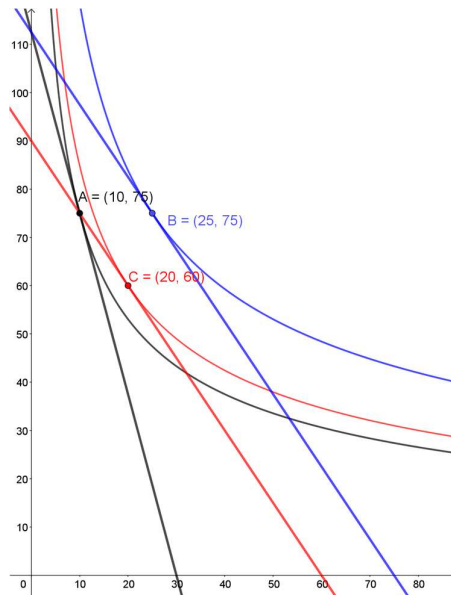
4. fejezet 1. önálló feladat (1. gyakorló feladat alapján)

Egy fogyasztó hasznossági függvénye $U = x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$. A fogyasztó e két termékre költött jövedelme 2250. Az x termék ára $p_x = 75$, az y terméké pedig $p_y = 20$.

- a) Számítsa ki a fogyasztó optimális választását (A pont)!
- b) Írja föl és ábrázolja a fogyasztó x termékre vonatkozó sajátár- és jövedelem-keresleti függvényét! Helyezze ez az A pontot ezeken a függvényeken!
- c) Csökkenjen le az x termék ára 30-ra! Számoljon újra optimális választást (B pont). Helyezze el ezt a pontot a sajátár- és a jövedelem-keresleti függvény ábráján!
- d) Mekkora jövedelem lenne elég a fogyasztónak, hogy az új árak mellett is az eredeti A jószágkosarat meg tudja vásárolni? Mutassa be, hogy ha ennyi lenne a jövedelme, valójában nem ezt a jószágkosarat választaná! Számítsa ki az optimumot erre a helyzetre is (C pont), és helyezze el a sajátár-keresleti és jövedelem-keresleti függvények ábráján!

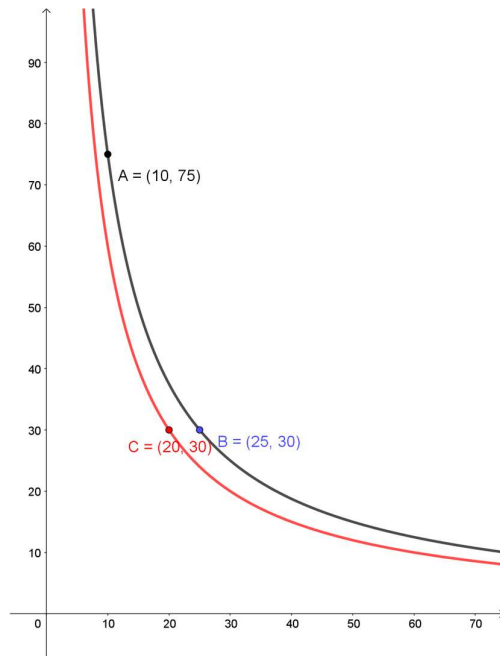
Megoldás: lásd következő oldal

- a) Az optimális választás $x = \frac{\frac{1}{3}m}{p_x} = \frac{750}{75} = 10$ és $y = \frac{\frac{2}{3}m}{p_y} = \frac{1500}{20} = 75$. (Megjegyzés: nem érdemes az $\frac{1}{3}$ törtek 0,3333 formába átírni)
- b) A sajátár-keresleti függvény $x = \frac{\frac{1}{3} \cdot 2250}{p_x} = \frac{750}{p_x}$ és a jövedelem-keresleti függvény $x = \frac{\frac{1}{3}m}{75} = \frac{m}{225}$. Behelyettesítve a független változók aktuális értékeit a függvényekbe, megkapjuk a főt kiszámolt mennyiséget.
- c) Az új optimális választás $x = \frac{\frac{1}{3}m}{p_x} = \frac{750}{30} = 25$ és $y = \frac{\frac{2}{3}m}{p_y} = \frac{1500}{20} = 75$. A keresleti függvények most $x = \frac{\frac{1}{3} \cdot 2250}{p_x} = \frac{750}{p_x}$, vagyis a sajátár-keresleti függvény nem változott, hanem a függvény mentén mozdultunk el. A jövedelem-keresleti függvény $x = \frac{\frac{1}{3}m}{30} = \frac{m}{90}$, a függvény eltolódott, a kereslet növekedett.
- d) Az új árakkal és az eredeti jószágkosárral $m_1 = 30 \cdot 10 + 20 \cdot 75 = 1800$. Az A jószágkosárra jövedelmének kisebb hányadát ($\frac{1}{6}$ -részét) költené az x termékre, mint amennyit az optimális esetben kellene. Érdemesebb lenne több x -et, és kevesebb y -t vennie. Ha kiszámoljuk a helyettesítési határrátát, akkor az 3,75-re adódna, ami az eredeti árárányhoz felel meg ($\frac{p_x}{p_y} = \frac{75}{20}$), most azonban az árárány más: $\frac{p_x}{p_y} = \frac{30}{20} = 1,5$. Az új optimumban $x = \frac{\frac{1}{3}m}{p_x} = \frac{600}{30} = 20$ és $y = \frac{\frac{2}{3}m}{p_y} = \frac{1200}{20} = 60$. Az ezekhez tartozó sajátár-keresleti függvény $x = \frac{\frac{1}{3} \cdot 1800}{p_x} = \frac{600}{p_x}$ és a jövedelem-keresleti függvény $x = \frac{\frac{1}{3}m}{30} = \frac{m}{90}$.
- e) A költségvetési egyenes - közömbösségi görbe rendszerben a három pont:



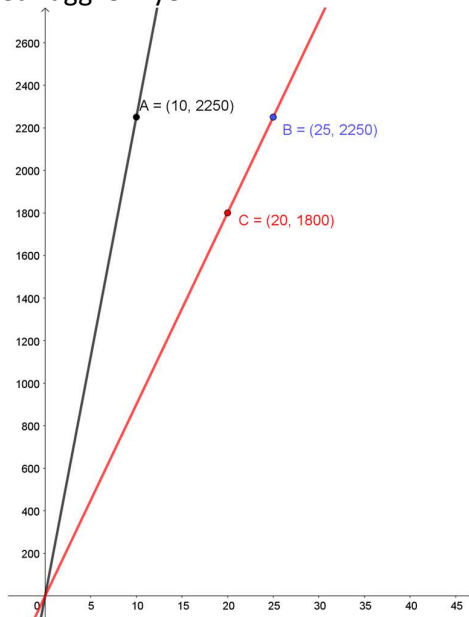
Érdekesség, hogy a fenti ábrán az A pontból a C pontba való elmozdulás mutatja a helyettesítési hatást (kevesebb y , több x), majd a C-ből a B-be mozdulás a jövedelmi hatást (több x és több y)

A sajátár-keresleti függvénnyel:



A ból a C pontba csökkent a termék ára (75-ről 30-ra), de kevesebb a hozzá tartozó jövedelem is (2250 helyett 1800).

És a jövedelem-keresleti függvénnyel:



4. fejezet 2. önálló feladat (2. gyakorló feladat alapján)

Egy termék piacán a keresleti függvény $Q = 5000 - 5P$. A termék ára jelenleg 200.

- a) A termelő azt tervezi, hogy felemeli a termék árát 400-ra. Számoljon árrugalmasságot a két ár között (figyeljen, melyik a kiinduló és a végső állapot)! Az árrugalmasság alapján javasolná-e az áremelést?
- b) Írja föl az árrugalmasságot a termék árának függvényében!
- c) Számítsa ki az árrugalmasságot a 400-as és a 200-as ár mellett! Az árrugalmasság alapján ezekhez képest milyen (magasabb, alacsonyabb) árat javasolna a termelőnek a bevétel növelése érdekében?
- d) Mekkora a maximális árbevételt biztosító ár?

Megoldás: lásd következő oldal

- a) Az eladott mennyiség az eredeti 200-as ár mellett $Q = 5000 - 5 \cdot 200 = 4000$, a magasabb 400-as ár mellett pedig $Q = 5000 - 5 \cdot 400 = 3000$. A két pont közötti rugalmasság tehát $\varepsilon = \frac{\Delta Q}{Q} : \frac{\Delta P}{P} = \frac{3000-4000}{4000} : \frac{400-200}{200} = \frac{-1000}{4000} : \frac{200}{200} = \frac{-0,25}{1} = -0,25$. A kereslet rugalmatlan, tehát jó ötlet az áremelés. (Ha a rugalmasságot nem is tudjuk kiszámítani, a bevételeket a két esetben igen: az eredeti helyzetben $TR = 200 \cdot 4000 = 800000$, míg az áremelés után $TR = 400 \cdot 3000 = 1200000$. A magasabb ár mellett nagyobb a bevétel)
- b) $\varepsilon = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} = -5 \cdot \frac{P}{5000-P} = -\frac{P}{1000-P}$
- c) Az eredeti helyzetben $\varepsilon = -\frac{200}{1000-200} = -0,25$, rugalmatlan a kereslet, érdemes árat emelni, ezt találtuk az a) kérdésben is. Az árnövekedés után $\varepsilon = -\frac{400}{1000-400} = -0,666$. Még mindig rugalmatlan a kereslet, még mindig érdemes növelni az árat a további bevételnövelés érdekében. Bár már kevésbé rugalmatlan a kereslet, így lehet, hogy egy ugyanekkora árnövekedés már nem növelné a bevételt.
- d) A bevétel maximális, ahol $\varepsilon = -1$, tehát meg kell oldanunk a $-\frac{P}{1000-P} = -1$ egyenletet, ahonnan $P = 500$ adódik. Felírhatja a teljes bevételi függvényt is: $TR = P \cdot Q = 5000P - 5P^2$, és ennek a deriváltját 0-val egyenlővé téve ugyanez az ár adódik. Ha nem veszi észre, hogy a bevételmaximalizáló ár a kérdés, akkor tovább számol, kiszámolhatja még maximális bevételt biztosító ár mellett eladható mennyiséget ($Q = 5000 - 5 \cdot 500 = 2500$) vagy magát a maximálisan elérhető bevételt ($TR_{max} = 500 \cdot 2500 = 1250000$), e feladat szempontjából fölöslegesen...

4. fejezet 3. önálló feladat (3. gyakorló feladat alapján)

Egy termék piacán a fogyasztók két csoportba oszthatók: ár-érzékenyek és kevésbé ár-érzékenyek. Az első csoportba 40, a második csoportba 10 fogyasztó tartozik. Az első csoport fogyasztóinak mindegyike a $q_1 = 3000 - 15p$ keresleti függvénnyel bír, míg a második csoport fogyasztóinak keresleti függvénye $q_2 = 2000 - 5p$.

- a) Milyen ár-tartományban (től-ig) vásárolna mindkét fajta fogyasztó? Milyen ár-tartományban vásárolnának csak a kevésbé ár-érzékenyek? Milyen árak mellett nem vásárolna senki?
- b) Mutassa meg, hogy az első csoport fogyasztói valóban érzékenyebben reagálnak az ár változására, mint a második csoport fogyasztói!
- c) Számítsa ki a két csoport egy-egy fogyasztójának árrugalmasságát arra az esetre, hogyha a termék ára 100!
- d) Írja föl a 40 ár-érzékeny fogyasztó együttes keresleti függvényét!
- e) Írja föl a 10 kevésbé ár-érzékeny fogyasztó együttes keresleti függvényét!
- f) Írja föl a két fogyasztói csoport keresleti függvényéből az összes fogyasztó együttes keresletét!
- g) Számítsa ki a piaci kereslet árrugalmasságát is a 100-as ár mellett!

Megoldás: lásd következő oldal!

- a) Érdemes először mindkét függvényt a másik változójára is fölírni. Ha $p > 400 \rightarrow q_1 = q_2 = 0$. Ha $400 > p > 200 \rightarrow q_1 = 0$, de $q_2 > 0$. Ha $200 > p \rightarrow q_1 > 0$ és $q_2 > 0$. 200-as ár alatt vásárolna mindkét fogyasztói csoport, 400 fölött senki.
- b) Az ár-érzékenységet az árugalmassággal mérjük. Az első csoport esetében $\varepsilon_1 = \frac{dq_1}{dp} \frac{p}{q_1} = -15 \cdot \frac{p}{3000-15p} = -\frac{p}{200-p}$ és a második csoportnál hasonló módon $\varepsilon_2 = -\frac{p}{400-p}$. A nagyobb árérzékenység rugalmasabb keresletet jelent, tehát azt kell bebizonyítanunk, hogy $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. Az iménti függvényekkel $200 < 400$ adódik, tehát az ártól függetlenül mindig „negatívabb”, kisebb negatív szám az árugalmasság az első csoportban.
- c) A keresleti függvényekből 100-as ár mellett $q_1 = 1500$ és $q_2 = 1500$. Az első csoportban $\varepsilon_1 = -\frac{100}{200-100} - 1$ (úgy is kiszámolhattuk volna, hogy $\varepsilon_1 = \frac{dq_1}{dp} \frac{p}{q_1} = -15 \cdot \frac{100}{1500}$), a második csoportban hasonló módszerrel $\varepsilon_2 = -1/3$.
- d) $Q_1 = q_1 + q_1 + \dots + q_1 = 40q_1 = 120000 - 600p$
- e) $Q_2 = 10q_2 = 20000 - 50p$ (Vigyázat: egy fogyasztó kereslete ebben a csoportban az árra van megadva, de itt a mennyiségeket kell összegezni! Ezért is érdemes már az elején felírni a függvényt q -ra is.)
- f) $Q = Q_1 + Q_2 = 140000 - 650p$, ha $p < 200$, és $Q = Q_2 = 20000 - 50p$ ha $400 < p < 200$
- g) $Q = 140000 - 650 \cdot 100 = 75000$. A piaci kereslet árugalmassága $\varepsilon = -650 \cdot \frac{100}{75000} = -\frac{13}{15} = -0,866$, a két fogyasztói csoport árugalmassága közé esik. Ellenőrzésképpen egy-egy csoport egy-egy fogyasztója által vásárolt mennyiséget már a c) és d) kérdésekben kiszámoltuk. Ha $p = 100$, akkor $q_1 = 1500$ és 40 ilyen fogyasztó összesen $Q_1 = 60000$ darabot vásárolna. Ugyanilyen ár mellett $q_2 = 1500$ és a 10 ilyen fogyasztó együttes kereslete $Q_2 = 15000$. Tehát $Q_1 + Q_2 = 75000 = Q$.

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
GAZDASÁGTUDOMÁNYI KAR
KÖZGAZDÁSZ KÉPZÉS
TÁVOKTATÁSI TAGOZAT
LECKESOROZAT
COPYRIGHT © SZTE GTK 2017/2018

A LECKE TARTALMA, ILLETVE ALKOTÓ ELEMEI ELŐZETES,
ÍRÁSBELI ENGEDÉLY MELLETT HASZNÁLHATÓK FEL.

JELEN TANANYAG
A SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEMEN KÉSZÜLT
AZ EURÓPAI UNIÓ TÁMOGATÁSÁVAL.
PROJEKT AZONOSÍTÓ: EFOP-3.4.3-16-2016-00014

