Dr. Raucsik Béla: Ásványtan leckesorozat
3. lecke

Geometriai kristálytan II.: a kristályformák

<u>*Az olvasólecke célja:*</u> a kristály alaktan alapelemeinek, a kristályformáknak az áttekintése. <u>*Átlagos olvasási idő:*</u> 45 perc.

Az előző leckében megismerkedtünk a kristályok külső szimmetriáját leíró fedési műveletekkel és a kapcsolódó szimmetriaelemekkel. Vegyük most sorra azt, hogy ezek következtében **Milyen módon képesek síkidomok egy kristályt határolni?** és, hogy **Mi az a kristályforma?**

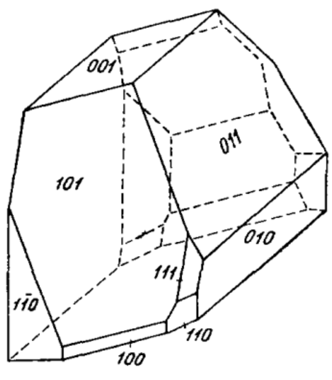
Mit értünk az kristályforma fogalmán?

A kristályforma azon egybevágó lapok összessége, amelyek a szimmetriaelemekkel azonos relációban vannak.

A kristályforma, mint kristálytani fogalom, tehát nem egy kristály köznyelvi értelemben vett alakját, habitusát jelenti! A definícióban „reláció” alatt a geometriai viszonyt, helyzetet értjük. Adott szimmetriakészlet (a szimmetriaelemek kombinációja) mellett azonos kristályformához tartozó valamennyi lap az éppen adott összes szimmetriaelemmel azonos geometriai viszonyban lesz. Gyakorlati szempontból tehát bármely kristálymodell esetében azt tapasztaljuk, hogy egy adott kristályforma lapjai mindig egybevágóak! További következmény, hogy a kristályformák lapjainak a száma a teljes szimmetriakészlettől és a lapok szimmetriaelemekhez viszonyított helyzetétől függ.

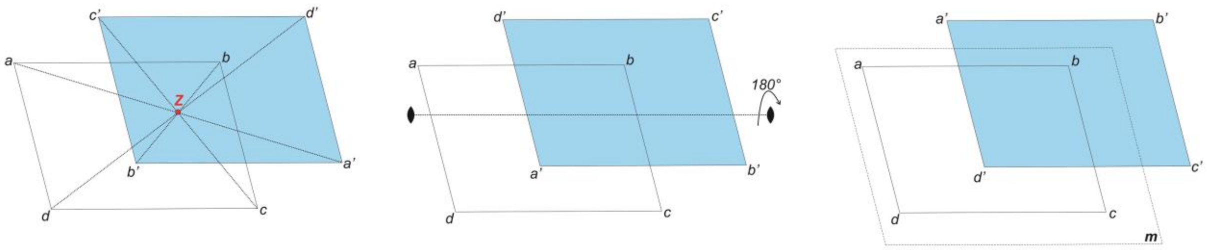
Milyen kristályformákat különböztetünk meg?

1. A legegyszerűbb esetben nincs semmilyen szimmetriaelem a kristályban. Ilyenkor értelemszerűen nincs fedési művelet sem, tehát egyetlen kristálylapnak sem keletkezhet egybevágó lappárja. Következésként minden lap egylapú kristályforma, kristálytani nevén ***pedion***. Nyilvánvaló, hogy egy síkidom nem képes „bezárni” a teret, vagyis legalább 4 pedion kombinációja fogja alkotni magát a kristályt.

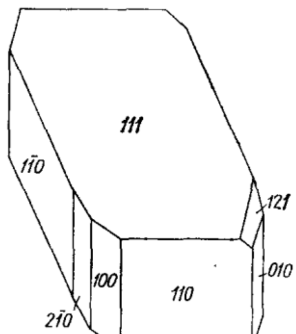


A kalcium-tioszulfát kristályának valamennyi lapja pedion.
https://mek.oszk.hu/04700/04799/pdf/asvanytan1.pdf

2. Ha csak egyetlen inverzióspont van a kristályban, akkor minden lap egy vele párhuzamos, egybevágó lappárral rendelkezik. Hasonló eset áll elő, ha egy digírrel, vagy tükörsíkkal párhuzamos lapot veszünk és nincs más szimmetriaelem. Ilyenkor tehát egy kétlapú, párhuzamos lapokból álló kristályformát kapunk, aminek a kristálytani neve ***véglap***. A pedionhoz hasonlóan a véglap sem képes önmagában bezárni a teret; minimum 3 véglap szükséges ehhez. Történetileg úgy alakult, hogy az ún. főtengelyes rendszerekben (ld. később) a főtengelyre merőleges egylapú, vagy kétlapú forma neve ***bázis***, noha akár pedionnak, vagy véglapnak is tekinthetnénk.



*Egy abcd kristálylap inverziósponttal (**Z**), illetve vele párhuzamos digírrel, vagy tükörsíkkal (**m**) való tükrözése esetén az a'b'c'd' lapot kapjuk (kékkel jelölve).*
Vegyük észre, hogy a két lap törvényszerűen párhuzamos és egybevágó lesz!



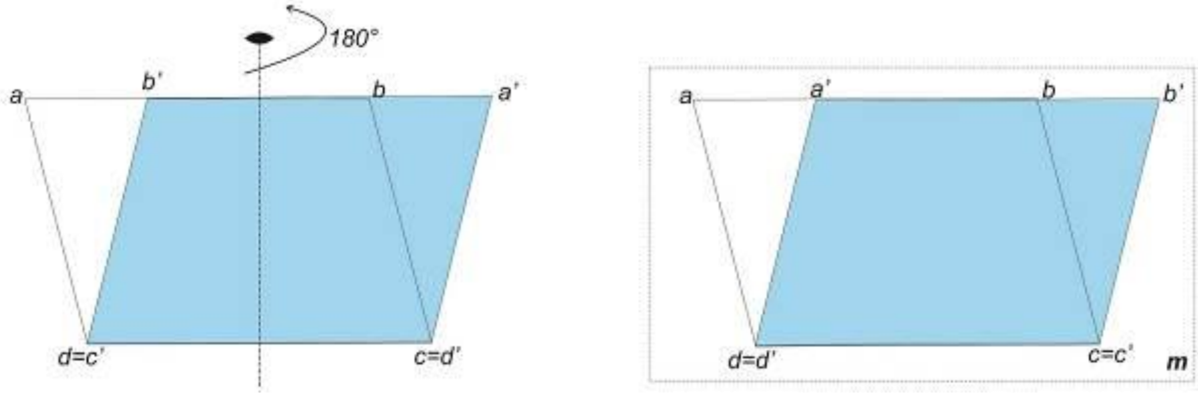
A kalkantit kristályának valamennyi lapja véglap.
https://mek.oszk.hu/04700/04799/pdf/asvanytan1.pdf

3. Vegyük most azt a speciális esetet, amikor egy tetszőleges kristálylap valamilyen hegyesszögben hajlik egy digírhez. A forgatásos fedési műveletet követően egy vele egybevágó, a digírhez ugyanakkora szögben hajló lapot kapunk, azaz egy olyan kétlapú kristályformát, aminek a lapjai most nem párhuzamosak, hanem ékszerűek. Ennek a kristályformának a neve ***szfenoid***. Ha most elképzeljük, hogy egy tükörsíkhoz hajlik tetszőleges hegyesszögben a lap, akkor egy, az előzőhöz kísértetiesen hasonló, kétlapú,

Szegedi Tudományegyetem
Cím: 6720 Szeged, Dugonics tér 13.
www.u-szeged.hu
www.szechenyi2020.hu

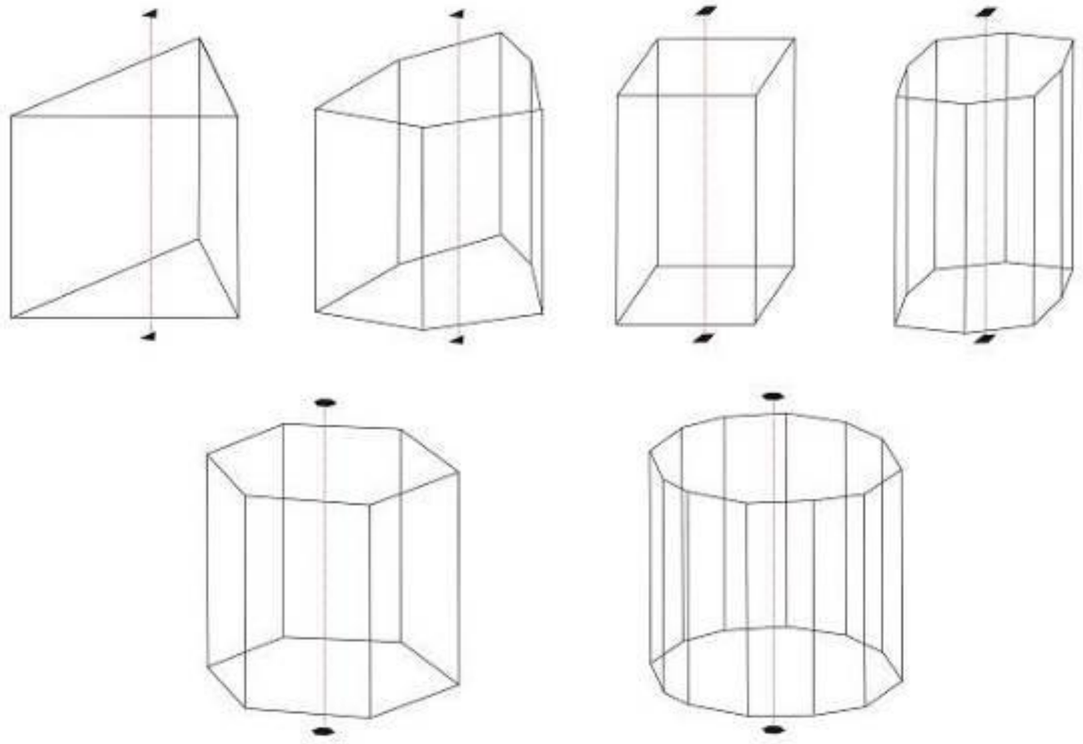
ékszerűen hajló kristályformát kapunk, de ennek a neve ***dóma***.

Látjuk, hogy a szfenoid és a dóma megjelenésre teljesen azonos, csak más szimmetriaművelet hozza őket létre.



*Egy abcd kristálylap hegyesszögben hajlik egy digírhez, vagy egy tükörsíkhoz (**m**). A tükrözést követően kapott a'b'c'd' lap (kékkel jelölve) ugyanakkor szögben hajlik a megfelelő szimmetriaelemhez. A két lap ékszerűen hajló és egybevágó lesz!*

4. Vizsgáljuk meg most azt az esetet, ha nem digírrel, hanem nagyértékű forgástengellyel (tri-, tetra-, vagy hexagírrel) párhuzamos egy kristálylap. A forgatásos fedési műveletek elvégzését követően egy speciális, sokszög síkmetszetű „csövet", azaz egy alaplapok nélküli hasábot kapunk. Ennek a formának a neve ***prizma***, amely tehát párhuzamos élekben metsződő lapokból álló kristályforma.



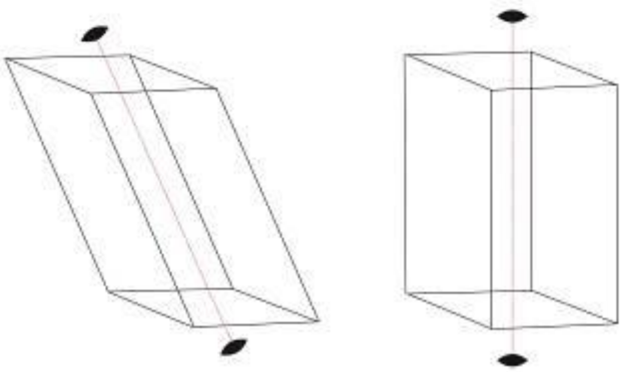
A különböző nagyértékű forgástengelyekkel létrehozható prizmák.

Szegedi Tudományegyetem
Cím: 6720 Szeged, Dugonics tér 13.
www.u-szeged.hu
www.szechenyi2020.hu

Európai Unió
Európai Szociális Alap
Magyarország Kormánya
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Annak függvényében, hogy hány oldala van a prizmának, megkülönböztetünk trigonális, ditrigonális, tetragonális, ditetragonális, hexagonális és dihexagonális prizmát. Vegyük észre, hogy a ditrigonális, ditetragonális és dihexagonális prizma forgástengelyre merőleges síkmetszetei nem szabályos sokszögek, szemben a trigonális, tetragonális és hexagonális prizmákéval! Azt is fontos látnunk, hogy az általános és középiskolában megismert hasáb nem teljesen azonos a prizmával, mivel a hasáb alaplapjai nem egybevágóak a palástot alkotó oldallapok lapjaival (a tulajdonképpeni prizmával), amelyek mindig paralelogrammák. Kristálytani értelemben a prizma alaplapjai véglapot, vagy bázist alkotnak, attól függően, hogy a prizma éleivel párhuzamosan digír, vagy nagyobb értékű forgástengely található.

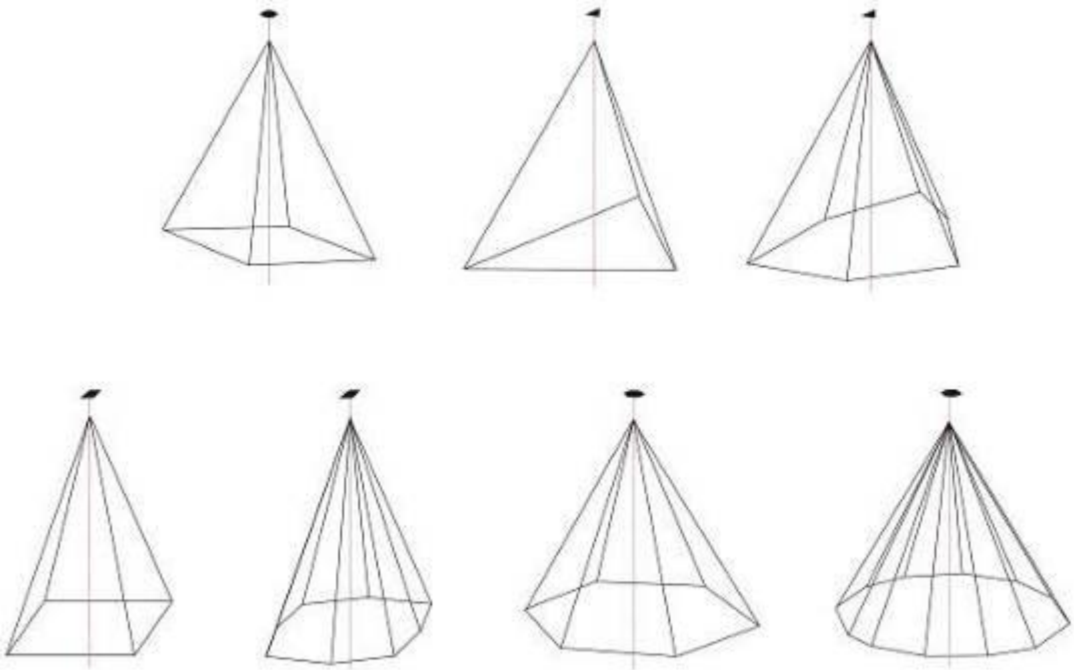
Tovább színesíti a képet, hogy digír is helyet foglalhat egy prizma éleivel párhuzamosan. Ilyenkor a prizma négylapú lesz, az éleivel párhuzamos forgástengelyre merőleges síkmetszetei rombuszt alkotnak. Ha ennek a prizmának az élei merőlegesek a kapcsolódó véglapra (szemléletesen a hasáb alaplapjára), akkor rombos prizmáról, ha nem merőlegesek, akkor monoklin prizmáról van szó.



Monoklin és rombos prizmák. Figyeljük meg, hogy a hossztengelyük digír szerinti szimmetriát képvisel!

5. Folytatva a megkezdett gondolatkísérletet, gondoljuk át most azt az esetet, ha egy nagyértékű forgástengelyhez (tri-, tetra-, vagy hexagírhez) hegyesszögben hajlik egy kristálylap! A forgatásos fedési művelet következményeként egy gúla palástját, kristálytani nevén ***piramis***t kapunk, vagyis olyan egybevágó háromszögek együttesét, amelyek mind egyetlen pontban találkoznak. Ez a pont a piramis csúcsa, amit értelemszerűen tartalmaz a forgástengely. Fontos, hogy itt is előfordulhat digír a piramis forgástengelyeként, csak egy sajátos négyoldalú, rombusz síkmetszetű piramist fogunk kapni. A piramis természetesen megint csak nyílt kristályforma, egylapú formával (pedionnal, vagy bázissal) szükséges kombinálódnia.

Szegedi Tudományegyetem
Cím: 6720 Szeged, Dugonics tér 13.
www.u-szeged.hu
www.szechenyi2020.hu

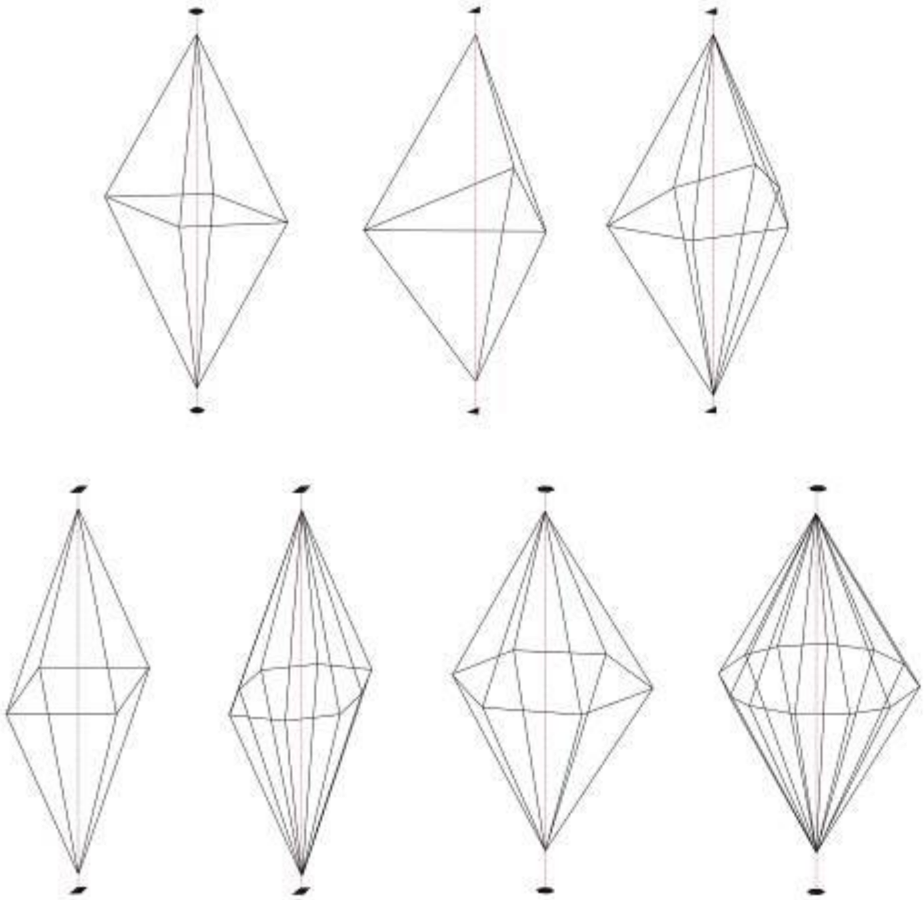


A különböző forgástengelyekkel létrehozható piramisok.

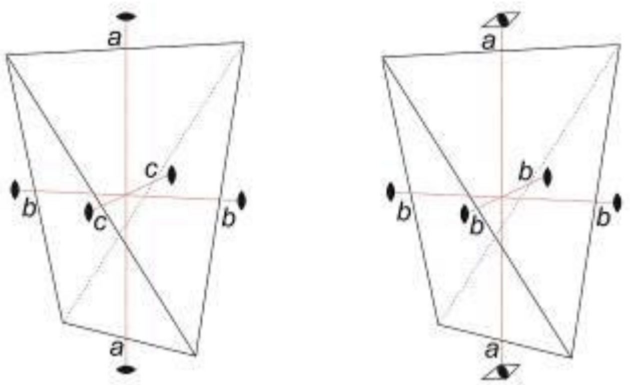
6. Ha képzeletben egy piramist az alaplapját tartalmazó síkra tükrözünk, akkor egy kettős piramist, egy „alul-felül hegyes” alakzatot kapunk, amelynek lapszáma éppen a duplája a megfelelő piramisénak. Ennek neve ***dipiramis***, vagy ***bipiramis***. Ez már képes önmagában is bezárni a teret.

7. Térjünk vissza a korábban megismert nyílt formák közül a szfenoidhoz! Ha egy szfenoidot alkotó két lapnak (egymásra merőleges digírek segítségével) képezzük a tükörképét, akkor egy négylapú formát kapunk, aminek neve ***diszfenoid***. A két „összetolt” szfenoid állhat általános háromszögekből; ilyenkor három darab, egymásra merőleges digír a teljes szimmetriakészlet és rombos diszfenoidról beszélünk. A másik esetben négy egybevágó, de egyenlő szárú háromszög alkotja a diszfenoidot, amit elképzelhetünk úgy, hogy a két összetolt szfenoidot éppen 90°-kal forgatjuk el egymáshoz képest. Ez azt eredményezi, hogy a három, egymásra merőleges digír közül az egyik (az egyenlő szárú háromszögek alapvonalánál kilépő) inverziós tetragiroid lesz, a keletkező kristályforma pedig tetragonális diszfenoid.

Szegedi Tudományegyetem
Cím: 6720 Szeged, Dugonics tér 13.
www.u-szeged.hu
www.szechenyi2020.hu



A különböző forgástengelyekkel létrehozható dipiramisok.

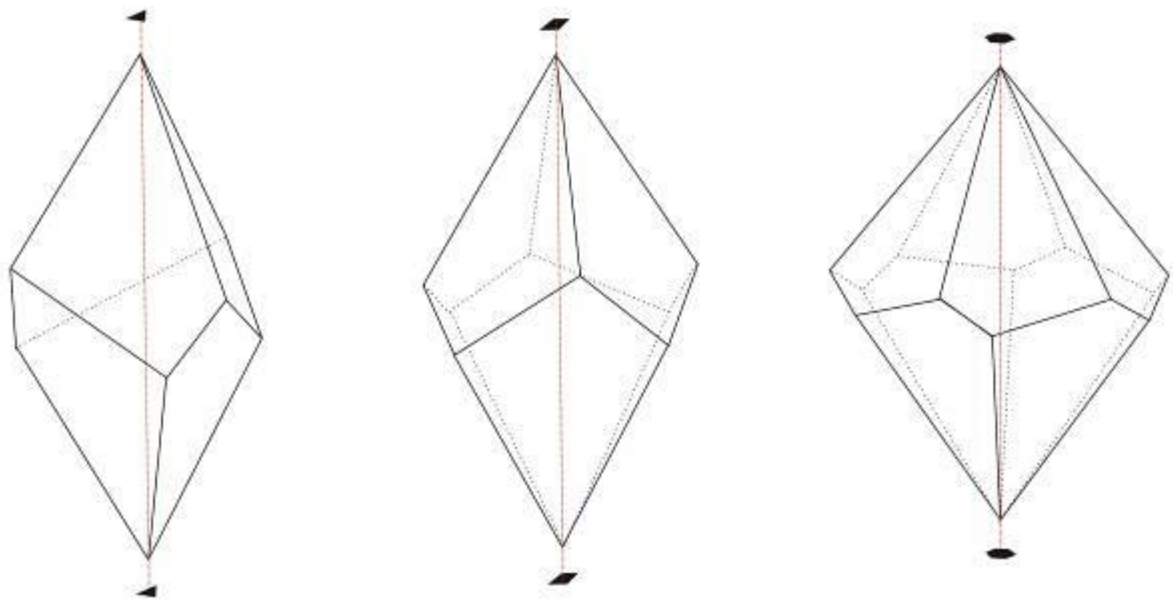


Rombos és tetragonális diszfenoidok.
Figyeljük meg, hogy a rombos diszfenoidot (balra) 4 db általános háromszög építi fel a, b és c hosszúságú oldalakkal, ami 3 db, egymásra merőleges digírt feltételez. A tetragonális diszfenoidot (jobbra) azonban 4 db egyenlő szárú háromszög alkotja „a” hosszúságú alappal és „b” hosszúságú további oldalakkal. Ez azt is jelenti, hogy itt a 2 digírre merőlegesen egy inverziós tetragiroid is létezik!

Szegedi Tudományegyetem
Cím: 6720 Szeged, Dugonics tér 13.
www.u-szeged.hu
www.szechenyi2020.hu

8. Vannak további, zárt kristályformák, amelyek egy tri-, tetra-, vagy hexagírhez, egy csúcsba összefutó lapokból állnak. Első, felületes szemléléskor hajlamosak lennénk a dipiramisokkal összetéveszteni őket, de vegyük sorra a jellemzőiket!

Először is vannak olyan kristályformák, amelyeket általános négyszögek építenek fel. Szimmetria szempontjából kizárólag forgástengelyek hozzák őket létre, (szemben a dipiramisokkal) sem inverziópont, sem tükörsík(ok) nem fordulnak elő. Ezek a kristályformák a ***trapezoéder***ek. Zegzugosan futó középéleik kétféle hosszúságú szakaszból állnak, a főtengelyhez futó éleik azonos hosszúságúak.

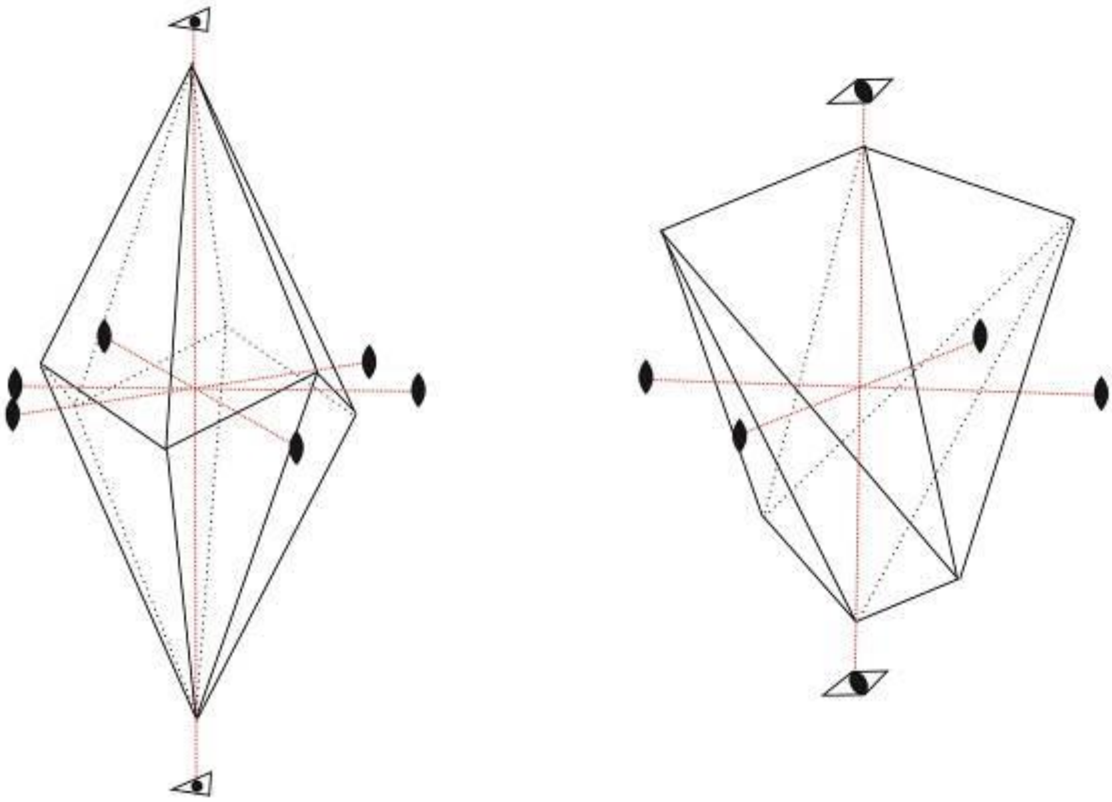


Trigonális, tetragonális és hexagonális trapezoéderek. Figyeljük meg a tükörsíkok és a szimmetriacentrum hiányát!

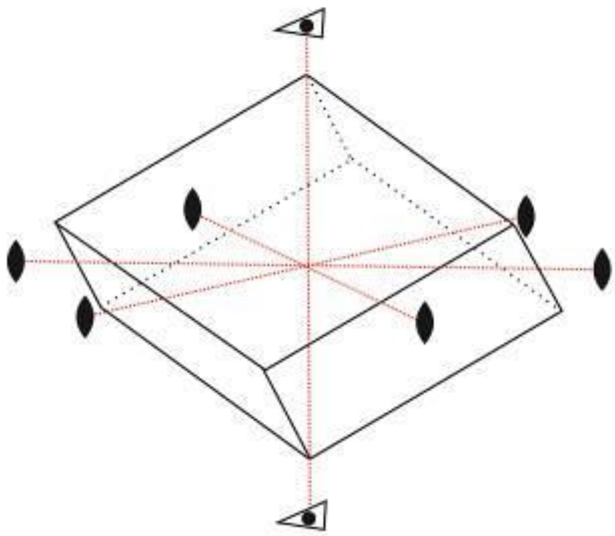
A következő csoportba tartozó kristályformákat általános háromszögek építik fel. A forgástengelyeken kívül függőleges tükörsíkokat is tartalmaznak. Zegzugosan futó középéleik azonos hosszúságú szakaszokból állnak, a főtengelyhez futó éleik azonban kétféle hosszúságúak. Ezek a kristályformák a ***szkalenoéder***ek. Főtengelyük a ditrigonális szkalenoéder esetében inverziós hexagiroid, a tetragonális szkalenoéder esetében inverziós tetragiroid.

Végül szólni kell a ***romboéder***ről, amely 6 darab, egybevágó rombuszból álló kristályforma. A trigír hexagiroid irányába futó éleik azonos hosszúságúak, vízszintes tükörsíkjuk nincs.

Szegedi Tudományegyetem
Cím: 6720 Szeged, Dugonics tér 13.
www.u-szeged.hu
www.szechenyi2020.hu



Ditrigonális és tetragonális szkalenoéderek. Vegyük észre, hogy a ditrigonális szkalenoéder (balra) szimmetriacentrummal is rendelkezik!

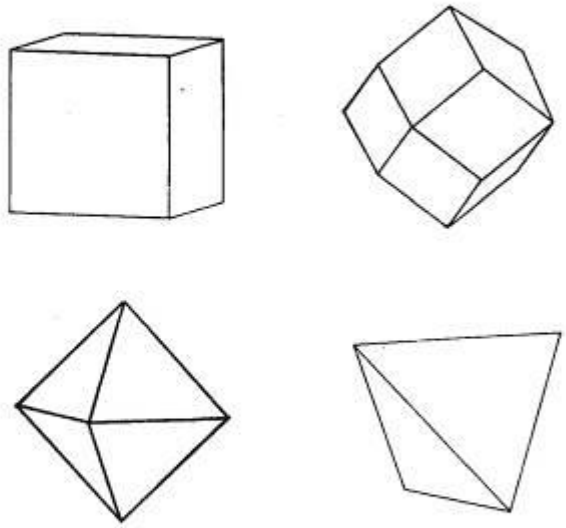


A romboéder.
Figyeljük meg, hogy a ditrigonális szkalenoéderhez képest milyen szimmetriaelemei vannak!

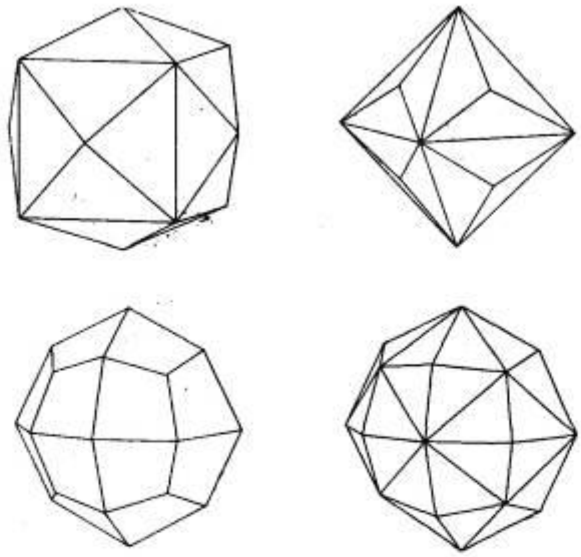
9. Végezetül vegyünk sorra néhány olyan kristályformát, amelyek nem egy, hanem több nagyértékű

Szegedi Tudományegyetem
Cím: 6720 Szeged, Dugonics tér 13.
www.u-szeged.hu
www.szechenyi2020.hu

forgástengelyt tartalmaznak! Ezek kizárólag a köbös rendszerben fordulhatnak elő (ld. később). A hexaéder (***kocka***) hat egybevágó négyzetlapból, a rombdodekaéder (***rombtizenkettes***) 12 darab egybevágó rombuszlapból, az ***oktaéder*** 8, a ***tetraéder*** 4 egybevágó szabályos háromszögből áll. Ha egy kocka, illetve egy oktaéder minden lapját szimmetrikusan egybevágó, egyenlő szárú háromszögekre osztjuk, akkor a ***tetrakiszhexaéder***hez és a ***triakiszoktaéder***hez jutunk. Ugyancsak az oktaéderből vezethető le a deltoidikozitetraéder (***deltoidhuszonnégyes***) és a ***hexakiszoktaéder***. Előbbi 24 darab deltoidból, utóbbi 48 darab általános háromszögből áll.



A hexaéder (balra fent), a rombdodekaéder (jobbra fent), az oktaéder (balra lent) és a tetraéder (jobbra lent). Figyeljük meg, hogy a hol helyezkedhetnek el trigírek és tetragírek ezeknél a testeknél!
http://mek.oszk.hu/04700/04799/pdf/asvanytan1.pdf



A tetrakiszhexaéder (balra fent), a triakiszoktaéder (jobbra fent), a deltoidhuszonnégyes (balra lent) és a hexakiszoktaéder (jobbra lent). Figyeljük meg, hogy a hol helyezkedhetnek el különböző értékű forgástengelyek ezeknél a testeknél!
http://mek.oszk.hu/04700/04799/pdf/asvanytan1.pdf

Szegedi Tudományegyetem
Cím: 6720 Szeged, Dugonics tér 13.
www.u-szeged.hu
www.szechenyi2020.hu

Hasznos olvasnivalók a geometriai kristálytan témájában:
Koch, S., Sztrókay, K. (1986): Ásványtan. Tankönyvkiadó, Budapest.
http://mek.oszk.hu/04700/04799/pdf/asvanytan1.pdf

Pápay, L. (2006): Kristálytan, ásvány-, kőzettan. JATEPress, Szeged.

Szakáll, S. (2011): Ásvány- és kőzettan alapjai. E-tananyag, Miskolci Egyetem.
https://regi.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0033_SCORM_MFFAT6101/adatok.html

Putnis, A. (1992): Introduction to Mineral Science. Cambridge University Press, Cambridge.

Önellenőrző kérdések (kristályformák):

1. Mit értünk kristályforma alatt?
2. Milyen típusú a digírre merőleges kristályforma, ha nincs más szimmetriaelem a kristályban?
3. Keletkezik-e lappárja a tükörsíkra merőleges helyzetű kristálylapnak?
4. A prizma önmagában képes bezárni a teret?
5. Milyen közös és milyen eltérő tulajdonságai vannak a monoklin és a rombos prizmának?
6. Szimmetria szempontjából mi a különbség a trapezoéder és a szkalenoéder között?
7. Szimmetria szempontjából mi a különbség a romboéder és a szkalenoéder között?

Szegedi Tudományegyetem
Cím: 6720 Szeged, Dugonics tér 13.
www.u-szeged.hu
www.szechenyi2020.hu