

LOGIKA

Második téma – formalizálás

Második lecke – konnektívumok

A propozíciók lehetnek egyszerűek vagy összetettek. A logikai értelemben egyszerű propozíciók képezik a **logikai atomokat** – olyan kifejezéseket, amelyek tovább nem analizálhatóak, egyszersmind igazságértékkel rendelkeznek. Az **atomi propozíciók** tehát azok a legkisebb egységek, amelyek vagy igazak, vagy hamisak. Az összetett propozíciók atomi propozíciókból álló képződmények, amelyeket egy logikai operátor, az úgynevezett **konnektívum** kapcsol össze. A „ha..., akkor...” és a „nem” ilyen konnektívum – az első két atomi propozíciót köt össze, a második egy atomi propozíció igazságértékét módosítja. A propozicionális logikában használt konnektívumok teljes listája: **negáció** (a logikai „nem”); **konjunkció** (a logikai „és”); **diszjunkció** (a logikai „vagy”); **kondicionális** (a logikai „ha..., akkor...”), **bikondicionális** (a logikai „akkor és csak akkor, ha...”). Amikor egy következtetés kanonikus alakját igyekszünk megállapítani, arra törekszünk, hogy a természetes nyelvi gondolatmenetben szereplő összes olyan kifejezést, amely az állítások logikai kapcsolatára utal, a felsorolt konnektívumok valamelyikével fejezzük ki.

A formális logika a konnektívumok logikája. A klasszikus nulladrendű logikában (a propozicionális logikában) egyedül a konnektívumok minősülnek **logikai konstansnak**, azaz olyan kifejezésnek, amelynek a jelentése minden előfordulásakor állandó marad. Ez a jelentés egy **igazságfüggvény** – olyan összefüggés, amely megszabja, hogy a konnektívumok segítségével képzett összetett kifejezések milyen igazságértéket vesznek fel annak függvényében, hogy logikailag egyszerű elemeiknek (az atomi propozícióknak) eredetileg milyen igazságértéket tulajdonítottunk. Például a negáció olyan igazságfüggvény, amely „bemenetének” igazságértékét az ellentétébe alakítja: amennyiben az eredeti atomi propozíció igaz, a negáltja (vagyis a tagadása) hamis lesz, amennyiben hamis volt, igaz lesz. Mindezt részletesebben kifejtjük a konnektívumok egyenkénti tárgyalásakor, most csupán egy nagybani képet kívánunk felvázolni.

A konnektívumok és a propozicionális változók alkalmazásával például a következő logikai formájú kifejezések alkothatók:

- $\text{nem-}p$
- ha p , akkor q
- p vagy q
- p és $\text{nem-}q$
- $(\text{nem-}p \text{ és } \text{nem-}q)$ akkor és csak akkor, ha $\text{nem-}(p \text{ vagy } q)$

A kombinációk és variációk száma nyilván végtelen.

Az előző lecke végén található feladatok között szerepelt a következő érv:

d.) Hétfégen olvasok, vagy találkozom a barátaimmal. Amennyiben olvasok, jól érzem magam. Amennyiben a barátaimmal találkozom, jól érzem magam. Szóval így is, úgy is jól érzem magam.

Az érv formájának kanonikus alakja az eddig elmondottak szerint a következő lépésekben tárható fel:

1. Propozíciók azonosítása. Megállapítjuk, hogy az érvben milyen atomi propozíciók találhatók. Ezeket fogjuk találni: a.) Hétfégen olvasok.; b.) Hétfégen találkozom a barátaimmal.; c.) Jól érzem magam.
2. Szimbolizációs szótár rögzítése. Az egyes propozíciókat a jelölési konvenciónak megfelelően az abc p , q és r betűvel szimbolizáljuk, például így:
 p : Hétfégen olvasok.
 q : Hétfégen találkozom a barátaimmal.
 r : Jól érzem magam.
3. A szótár segítségével és a konnektívumok alkalmazásával rekonstruálom az érv logikai formáját:
 1. p vagy q
 2. ha p , akkor r
 3. ha q , akkor r

- 4. r

Ezáltal az érv logikai formája áttekinthetővé vált, így lehetőségünk van érvényességének ellenőrzésére.

Összegzés: A logika a következményviszonnyal foglalkozik. Célja annak megállapítása, hogy egy érv vagy következtetés érvényes-e. Az érvényesség deduktív érvényességet jelent, vagyis azt, hogy a premissák igazsága esetén a konklúzió nem lehet hamis. Az érvényesség megállapítása érdekében rekonstruálnunk kell a következtetések logikai formáját. Ennek eszköze a formalizálás: a következtetést alkotó atomi propozíciókat betűkkel szimbolizáljuk, a természetes nyelvben megadott, logikai viszonyt kifejező szavakat a propozicionális logika nyelvében rendelkezésre álló konnektívumok (negáció, konjunkció, diszjunkció, kondicionális, bikondicionális) valamelyikével helyettesítjük – azzal, amely megőrzi az eredeti kifejezés funkcióját.

Kérdések és feladatok

Idézzük fel a következő két érvet:

1. *Feltéve, hogy az összes esemény előre determinált, cselekedeteink szintén előre meghatározottak. Ám ha a cselekedeteink előre meghatározottak, nem vagyunk felelősek azért, hogy mit cselekszünk. Ebből következően az események determináltsága és a felelősség kizárja egymást.*
2. *Amennyiben nem a gyógyszerész a gyilkos, akkor vagy más is hozzáfért a méreghez, vagy ha csak neki volt kulcsa a gyógyszeres szekrényhez, akkor a szekrény üres volt. Csakhogy nem igaz, hogy a gyógyszeres szekrény üres volt, vagy hogy más is hozzáfért volna. Szóval ha csak a gyógyszerésznek volt kulcsa a szekrényhez, ő a gyilkos.*

Feladatok:

1. Azonosítsa az érvekben szereplő atomi proposíciókat!
2. Készítsen szimbolizációs szótárt az érvekhez (természetesen külön-külön)!
3. Rekonstruálja az érvek logikai formáját a szótárak segítségével!