

## LOGIKA

## Második téma – formalizálás

## Első lecke – logikai forma

Mint az 1.2 lecke feladataiból is kiderülhetett, a deduktív érvényesség megállapítása pusztán intuitív alapon akkor sem egyszerű, ha viszonylag egyszerű következtetésekről van szó. Amikor egy bonyolult szerkezetű, sok premisszából álló gondolatmenet érvényességét kell megítélnünk, az intuíciónk rendkívül megbízhatatlannak bizonyul. Ezért egzaktabb módszerre van szükségünk ahhoz, hogy hitelt érdemlően döntsünk az érvényesség kérdésében.

Ilyen módszerre két lépésben tehetünk szert. Először a normál formára hozott következtetések természetes nyelvű mondatait átfogalmazzuk úgy, hogy bizonyos sztenderd logikai kifejezések segítségével a felszínre hozzuk logikai formájukat. Azután az így átfogalmazott mondatokat átültetjük egy formális nyelvbe (szimbolizáljuk őket), amely lehetővé teszi, hogy algoritmikus eljárást alkalmazzunk a következményviszony fennállásának ellenőrzésére.

*Logikai forma*

Nézzük meg újra a korábban már normál formára hozott következtetést:

a.)

1. *Amikor a macska tejfölt eszik, akkor mindig tejfölös lesz a bajsza.*
  2. *Most nem tejfölös a macska bajsza.*
- 
3. *Nem a macska ette meg a tejfölt.*

Hasonlítsuk ezt össze a következő két következtetéssel:

b.)

1. *Ha erős a fény, élesek az árnyékok.*
  2. *Nem élesek az árnyékok.*
- 
3. *Nem erős a fény.*

c.)

1. *A csirkecomb pirosra sül, feltéve, hogy a sütő jól működik.*
  2. *A csirkecomb nem sült pirosra.*
- 
3. *A sütő nem működött jól.*

A három érv logikai formája megegyezik. Az első premissza mindhárom esetben egy feltételes állítás, azaz olyan összetett állítás, amely valamilyen feltétel teljesülése esetén egy másik körülmény megvalósulását állítja. A második premissza tagadja, hogy ez utóbbi körülmény megvalósult volna. Mindebből arra következtetünk, hogy a kiinduló feltétel sem teljesült. Ám a természetes nyelvi megfogalmazás kissé elfedi ezeket az uniformításokat. Az *a.)* esetében az „amikor... akkor mindig...” forma használata időbeli asszociációkat kelt. A *c.)* első premisszájában pedig olyan mondatot találunk, amelyben először a feltételezett körülménnyel találkozunk, és utána következik annak leszögezése, hogy az milyen feltétellel valósul meg. Az igeidők használata is hozzájárul ahhoz, hogy a tisztán logikai viszony nehezebben kivehető.

Amennyiben egy meghatározott séma szerint átfogalmazzuk a fenti következtetéseket, rögvest nyilvánvalóvá válnak formai azonosságaiuk:

*a'.)*

1. *Ha a macska tejfölt eszik, akkor tejfölös a bajsza.*
  2. *Nem tejfölös a macska bajsza.*
- 
3. *A macska nem eszik tejfölt.*

*b'.)*

1. *Ha erős a fény, akkor élesek az árnyékok.*
  2. *Nem élesek az árnyékok.*
- 
3. *Nem erős a fény.*

*c'.)*

1. *Ha a sütő jól működik, akkor a csirkecomb pirosra sül.*
  2. *Nem sül pirosra a csirkecomb.*
- 
3. *Nem működik jól a sütő.*

Annyit tettünk, hogy az első premisszában szereplő feltételes állításokat egységesen „ha..., akkor...” alakba írtuk át, egységesítettük a tagadó mondatok formáját, valamint a neutrális jelen idő használatával kiiktattuk az igeidők közti különbségeket. Ezáltal veszítünk valamit a természetes nyelv stilisztikai változatosságából, viszont világosságot és egyértelműséget nyerünk a logikai forma terén.

Korábban azt állítottuk, hogy *a.)* deduktívan érvényes következtetés, méghozzá a logikai formája okán az. Az *a'.)* változatban kanonikus alakban mutattuk fel ezt a logikai formát. Ez a kanonikus alak *b.)* és *c.)* esetében is ugyanaz (ahogy ezt *b'.)* és *c'.)* világossá teszi). A három következtetés logikai formája egy és ugyanaz, függetlenül attól, hogy a bennük megjelenő állítások miről szólnak. Ezt a meglátást egyértelműsíti a következő séma:

1. *Ha (állítás<sub>1</sub>), akkor (állítás<sub>2</sub>).*
2. *Nem (állítás<sub>2</sub>).*

---

3. *Nem (állítás<sub>1</sub>).*

A klasszikus logikát vezérlő alapvető elgondolás az, hogy az érvek vagy következtetések érvényességét egyedül az olyan logikai kifejezések működése befolyásolja, amilyen a „nem” vagy a „ha..., akkor...”. Az állítások tartalma, amelyek a logikai kifejezések hatókörébe esnek, nem releváns az érvényesség kérdésében. Ezért, ha a cél az, hogy egy gondolatmenet logikai sajátosságait azonosítsuk, az állításokat gond és veszteség nélkül helyettesíthetjük meghatározott szimbólumokkal – ez az eljárás később nagyban egyszerűsíti a munkánkat.

Az „állítás” kifejezést a továbbiakban a „**propozíció**” kifejezéssel váltjuk fel. Egy propozíció felfogható úgy, mint egy állítás tartalma: az, amit az állítás mond. A propozíciók *igazságértékkel* rendelkező entitások, vagyis értékük vagy *igaz*, vagy *hamis* (de nem mindkettő egyszerre, és nincs harmadik lehetőség. A klasszikus logikában tehát elfogadjuk a **kizárt harmadik** és az **ellentmondás-mentesség** törvényét.

**A kizárt harmadik törvénye.** Minden propozíció rendelkezik igazságértékkel, amely vagy az „igaz”, vagy a „hamis” értéket jelenti, harmadik lehetőség nincs.

**Az ellentmondás-mentesség törvénye.** Minden propozíció igazságértéke vagy az „igaz”, vagy a „hamis”, és nincs olyan propozíció, amely egyszerre mindkét értékkel rendelkezne.

## PROPOZÍCIÓ

A proposíciók olyan absztrakt entitások, amelyeket természetes nyelven megfogalmazott mondataink fejeznek ki. Más megfogalmazásban: egy természetes nyelvű mondat tartalma az általa kifejezett proposíció. A proposíciók és a mondatok elkülönítése azért (is) indokolt, mert több különböző mondat kifejezheti ugyanazt a proposíciót, illetve egyazon mondat kifejezhet különböző proposíciókat is. Például az a magyar nyelvű mondat, hogy „a fű zöld” ugyanazt a proposíciót fejezi ki, mint az angol „the grass is green” mondat (azt, hogy a fű zöld). Ellenben az „ülök és írok” mondat más proposíciót fejez ki akkor, ha én, Sutyák Tibor mondom ezt, mást, ha a balástyai rém, és megint mást, ha Rejtő Jenő.

A proposíciók leglényegesebb tulajdonságai: igazsághordozók, azaz vagy igazak, vagy hamisak, és inferenciális szerepük van, azaz következtetések premisszái vagy konklúziói lehetnek. Pontosan ez teszi őket alkalmassá, hogy a logikai következményviszony relátumai lehessenek. Ezen kívül őket szokás az úgynevezett proposicionális attitűdök (tudni *valamit*, hinni *valamit*, bízni *valamiben*, emlékezni *valamire*, remélni *valamit* stb.) tárgyának tekinteni.

A proposíciók természetéről számos filozófiai nézet van forgalomban. Vannak, akik szerint a proposíciók csupán teoretikus konstrukciók, mások – jellemzően azok, akik elfogadják az absztrakt entitások (pl. számok, halmazok stb.) létezését – úgy gondolják, a proposíciók a világ nem fizikai részei. Némelyek szerint a proposíciók strukturált entitások, mások szerint nincs belső szerkezetük (hanem, mondjuk, lehetséges világok halmazai). Ezek a viták azonban közvetlenül nem érintik a proposíciók technikai szerepét a logikában.

Mivel a következményviszony szempontjából a proposíciók tartalma nem releváns, csupán az igazságértékük, a következtetések formalizálásakor az egyes proposíciókat egyértelmű szimbólumokkal helyettesítjük. Hagyományosan a latin abc kis betűit alkalmazzuk erre a célra, vagyis a  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ... stb. betűket. Ha túl sok proposíciót tartalmaz a következtetés, és kifogyunk a betűkből, akkor indexált betűket használhatunk ( $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$ ... stb.).

**Lényeges:** hogy egy következtetésben melyik proposíciót milyen betűvel szimbolizálunk, az tetszőleges. Fontos azonban, hogy ugyanazt a proposíciót mindig ugyanazzal a betűvel szimbolizáljuk az adott következtetésen belül! Ha nem így járunk el, az érvényesség megállapítása reménytelenné válik.

Az ebben a leckében fentebb bemutatott mindhárom következtetés logikai formája tehát a következő:

1. Ha  $p$ , akkor  $q$ .
2. Nem  $q$ .

---

3. Nem  $p$ .

Ennek a formának az összes **instanciája** – azaz a benne szereplő mondatbetűk (más néven: propozicionális változók) bármely behelyettesítése valamilyen propozicionális tartalommal – érvényes következtetés lesz. (Egyébként ez egy gyakran használt következtetési séma, amelynek neve is van: *modus tollens*.)

### Kérdések és feladatok

1. Mi a különbség egy tartalmilag és egy formailag érvényes következtetés között?
2. Írjon két-két példát tartalmi alapú és a logikai formára építő érvelésre!
3. Próbálja meghatározni a kizárt harmadik és az ellentmondás-mentesség törvényének logikai formáját!

