

LOGIKA

Hetedik téma – a predikátumlogika alapjai

Harmadik lecke – a Jó, a Rossz és a Csúf

A predikátumból és individuális terminus(ok)ból képzett atomi formulákból a predikátumlogikában ugyanazokkal a konnektívumokkal alkothatunk összetett formulákat, mint a propozicionális logikában. Most néhány példa segítségével szemléltetjük a predikátumlogikai formalizáció néhány esetét. A példák forrása – a kontextus és a szótár könnyebb azonosíthatósága érdekében – mindig ugyanaz lesz: *A Jó, a Rossz és a Csúf* című klasszikus western.

Csak az egyértelműség kedvéért: „a Jó”, „a Rossz” és „a Csúf” ez esetben *nevek*, nem pedig tulajdonságok (hiszen egyértelműen kiválasztanak bizonyos individuumokat – még ha ezek fiktívek is). A formális kifejezésekben rendre a „j”, „r”, illetve „c” névkonstansokkal fogunk utalni rájuk.

- A Jó szivarra gyűjt.

Ez az állítás mostanra már nem okozhat nehézséget. A „szivarra gyűjt” egyargumentumú predikátum, hozzárendeljük az „S” predikátumbetűt, és a nevek imént megadott szótárával együtt a következő formulát állítjuk elő:

Sj

- A Csúf nem találja meg az elásott 200 000 dollárt.

Először is: a „megtalál vki vmit” kétargumentumú predikátum, amit az „M” predikátumbetűvel fogunk jelölni. Viszont mivel kétargumentumú individuális terminust kell találni a második argumentuma számára (az elsőnek már van neve, a „c”). De mi is a második argumentum? Az az entitás, amelyet „az elásott 200 000 dollár” kifejezés jelöl. Ez utóbbi kifejezés ugyanis név, hiszen egyértelműen kijelöl egy egyedi dolgot egy határozott leírás segítségével. Jelölésére használjuk a „d” konstanst:

~Mcd

A negáció szimbóluma tehát ugyanúgy csatlakozik a predikátumlogikai formulához, ahogyan korábban a propozicionális logika formuláihoz. Mindig a formula előtt áll, hatóköre az

egész formulára kiterjed. Soha nem kerülhet a predikátumbetű és az individuális terminusok közé. Tehát ha a következő állítást szeretnénk formalizálni

- Nem a Csúf találja meg az elásott 200 000 dollárt,

amelyben azt hangsúlyozzuk, hogy ha valaki megtalálta is a pénzt, az nem a Csúf volt, ezt nem tehetjük meg egy efféle formula segítségével:

$M \sim cd$

Ez ugyanis nem jól formált formulája a predikátumlogikának.

(Egyébként egyelőre nem is állnak a rendelkezésünkre az eszközök arra, hogy kielégítően formalizáljuk a „nem a Csúf találja meg az elásott 200 000 dollárt” proposíciót. Ezért ideiglenesen félretesszük, később visszatérünk még rá.)

- A Jó és a Csúf szövetségesek.

A „szövetséges vki vkinek” kétargumentumú predikátum. Mivel az „S” predikátumbetűt korábban már lefoglaltuk a „szivarra gyűjt” céljaira, másik betűt választunk; legyen ez a „Z”. Kézenfekvőnek tűnik, hogy a fenti állítást ekként szimbolizáljuk:

Zjc

Csak hogy ez a megoldás nem elégséges. A Jó és a Csúf szövetséges voltát állító proposíció ugyanis kölcsönös viszonyról beszél. Ha beérnénk a Zjc formulával, akkor csupán annyit mondanánk, hogy a Jó szövetséges a Csúfnak, de arról, hogy ez áll-e *vice versa*, nem mondanánk semmit. Persze a természetes nyelvi „szövetséges” szóba eleve beleértjük a kölcsönösséget, és „a Jó a Csúf szövetséges” állítás implicálja azt, hogy „a Csúf a Jó szövetséges”, logikailag azonban a Zjc formulával kifejezett proposícióból nem következik a Zcj formulával kifejezett proposíció. Ezért ilyenkor explicitté kell tennünk a viszonyt:

$Zjc \ \& \ Zcj$

A konjunkció, akárcsak az összes többi konnektívum, ugyanaz az igazságfüggvény, mint a propozicionális logikában – tehát akkor és csak akkor fejez ki igaz állítást, ha mindkét konjunktja igaz –, és szintaktikailag is ugyanúgy viselkedik. Tehát két jól formált formula közé kerül, nem pedig a formulán belülre; az $Zjc \ \& \ cj$ rosszul formált formula volna.

- A jó ponchót visel, vagy térdig érő kabátot, de a kettőt együtt nem.

Legyen a P a „ponchót visel” predikátum reprezentánsa, a K pedig a „térdig érő kabátot visel” predikátumé. A „kettőt együtt nem” kifejezésre nem vezetünk be önálló predikátumbetűt, mert amit állítunk vele, sokkal egyértelműbben kifejezhető a másik kettő segítségével:

$$(P_j \vee K_j) \& \sim(P_j \& K_j)$$

Kérdések és feladatok

Formalizálja a következő természetes nyelvi állításokat:

- A Csúf pisztolya nincs megtöltve.
- A Jó, a Rossz és a Csúf párbajoznak egymással.
- Ha a Jó nem találja el a kötelet a Csúf nyakán, a Csúf meghal, de ha nem hal meg a Csúf, akkor a Jó vagy a Rossz bajban van.
- „A Jó, a Rossz és a Csúf” Sergio Leone harmadik westernje Clint Eastwood főszereplésével.