

LOGIKA

Hetedik téma – a predikátumlogika alapjai

Második lecke – a proposíció belső szerkezete; predikátum és név

Propozicionális logikában az atomi proposíciók azért voltak egyetlen propozicionális változóval jelölhetők, mert strukturálatlan egységként fogtuk fel őket. Az előbbi példák arra mutattak rá, hogy bizonyos esetekben viszont éppen az atomi proposíciók struktúrája dönti el a logikai következmény kérdését. Ezért a predikátumlogika – más néven: elsőrendű logika – mintegy belenagyít az atomi proposíciókba, hogy láthatóvá tegye belső szerkezetüket.

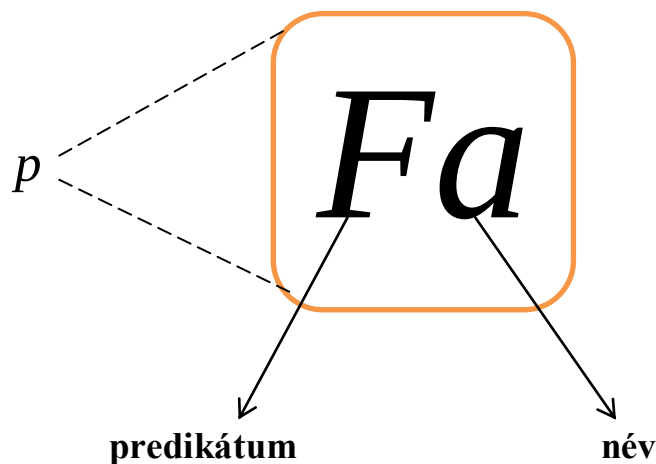
A predikátumlogika nyelvében azt, amit eddig osztatlan atomi proposíciónak tekintettünk, most egy olyan szerkezetként gondoljuk el, amely egy **predikátumból** és a predikátummal együtt értelmes állítást képező **individuális terminusból** (vagy terminusokból) áll.

A példa ezúttal is világosabb, mint az absztrakt leírás. Vegyük az egyik, korábban már szerepeltetett proposíciót:

Clint Eastwood a városban van.

A propozicionális logika nyelvében az egész állítást egy egyedi mondatbetűvel (például p -vel) szimbolizáljuk. A predikátumlogikában viszont úgy tekintjük, hogy ebben az esetben állítunk valamit egy individuumról. Amit állítunk, az a logikai grammatikában a predikátum pozíciójában van, amiről állítjuk azt a valamit, az pedig valamilyen individuum, amelynek jelölése a **név** pozíciójába kerül.

Sematikusan mindezt a következőképpen ábrázolhatjuk:



Azt az információs tartalmat tehát, amit a propozicionális logika jól formált atomi formulája, a p kifejezett, a predikátumlogika jól formált formulája, az Fa részletesebben jeleníti meg. Az „ F ” predikátumbetű a jelen esetben „a városban van” tulajdonságot kódolja, az „ a ” individuumkonstans (vagy név) pedig Clint Eastwoodot választja ki az individuumok közül.

Míg tehát a szóban forgó állítás szimbolizációs szótára a propozicionális logikában egyetlen tételt tartalmazott

- p : Clint Eastwood a városban van,

addig a predikátumlogikai reprezentációhoz rögzíteni kell a predikátum és az (egy vagy több) individuális terminus jelentését is:

- F : ...a városban van
- a : Clint Eastwood

Ennek a szótárnak a segítségével képezzük a predikátumlogikai formulát, amely a „Clint Eastwood a városban van” propozíciót formalizálja:

Fa

Logikai értelemben névnek számít minden olyan terminus, amely alkalmas arra, hogy egy bizonyos individuumot kiválasszon az individuumok közül. Tehát nem csak az olyan tulajdonnevek számítanak névnek, amilyen a „Clint Eastwood”, hanem az olyan határozott leírások is, mint például „A *Kelly hősei* című film főszereplője”, vagy az olyan demonstratívumok, mint „ez a színész itt” (miközben Clint Eastwoodra mutatunk), vagy bizonyos névmások, mint a „te” (amikor épp Clint Eastwooddal beszélgetünk) – azaz bármilyen szó vagy kifejezés, amely önmagában vagy valamilyen kontextuális elemmel együtt alkalmas rá, hogy pontosan egy meghatározott egyedet ragadjon meg. Nagyon lényeges azonban, hogy egy individuális konstanst (logikai nevet) mindig csak egy bizonyos individuum jelölésére használjunk egy adott formalizációs feladat során, még akkor is, ha a természetes nyelvben több individuumnak ugyanaz is a neve. Tehát például ha az ausztráliai Brisbane-ben is él egy Clint Eastwood nevű ember, mi pedig róla állítjuk, hogy a városban van, és ezt már formálisan *Fa*-ként fejeztük ki, majd ugyanebben a gondolatmenetben formalizálnunk kell egy másik állítást, amely az amerikai színész-rendező Clint Eastwoodra vonatkozik, például, hogy „Clint Eastwood magas”, akkor erre már más individuális konstanst (névterminust) kell alkalmaznunk. Utóbbit formalizálhatjuk, mondjuk, *Mc*-ként, amely formulában a *c* névbetű a színész-rendező Clint Eastwoodot nevezi meg, az *M* predikátumbetű pedig róla mondja, hogy magas.

Egy predikátum olyan kifejezés, amely valaminek vagy valamiknek valamilyen jellemzőjét ragadja meg. Szintaktikailag egy predikátum olyan egységnek számít, amely egy vagy több individuális terminussal kiegészítve hoz létre értelmes állítást. Ezért megkülönböztetünk egy- és

Jelölési konvenció: A predikátumlogika nyelvének hagyományos szintaktikai sajátossága, hogy a formulákban a predikátumbetű áll elől, és azt követi az individuális terminus (illetve többargumentumú predikátum esetében az individuális terminusok a megfelelő sorrendben). A predikátumbetű a latin abc nagy betűje, az individuális terminus (vagy név) a latin abc kis betűje. Szintén konvencionális gyakorlat, hogy a predikátumbetűk felsorolását az *F*, *G*, *H* betűkkel kezdjük, a neveket pedig az *a*, *b*, *c* betűkkel. Konkrét állítások formalizálásakor azonban célszerű lazítani ez utóbbi konvenciót, és a predikátumbetűt úgy rögzíteni, hogy az valamiképpen utaljon a reprezentált tulajdonságra vagy viszonyra, és hasonlóképpen járhatunk el az individuális terminusokkal is. Például használhatunk olyan betűt, amellyel nyelvünkben az adott kifejezés kezdődik. Tehát ha például a „LeBron James magas” állítást fejezzük ki formálisan, rögzíthetünk olyan szótárat, amelyben az *M* predikátumbetű a „magas” tulajdonságot, a *j* individuumkonstans pedig LeBron Jamest reprezentálja – ekkor formulánk ez lesz: *M j*. Ha ezt a rutint követjük, semmit nem veszünk a formális szigorból, viszont formuláink könnyebben „visszaolvashatók” lesznek a természetes nyelvre.

többsargumentumú predikátumokat. Egy predikátum **egyargumentumú**, ha egy névvel együtt képes arra, hogy igaz vagy hamis proposíciót fejezzon ki. Például a „...magas” predikátum egyargumentumú. Önmagában nem állít semmi tartalmat, de ha egy nevet csatolunk hozzá, akkor igen. Mondhatjuk, hogy „Clint Eastwood magas”, vagy hogy „az NBA legeredményesebb játékosa magas”, vagy egyszerűen azt, hogy „*a* magas” (ha világos, hogy az „*a*” mint név melyik individuumot jelöli). Szokásosan egy egyargumentumú predikátum szemantikai értelemben azoknak az individuumoknak a halmazával definiálható, amelyekkel kiegészítve igaz állítást eredményez: a „Clint Eastwood magas” proposíció akkor és csak akkor igaz, ha Clint Eastwood eleme a magas dolgok halmazának. A „Danny DeVito magas” állítás szintén értelmes, de hamis – pontosan értjük, miről van szó, amikor azt mondjuk, hogy Danny DeVito nem tartozik a magas entitások közé. Ha esetleg azt mondjuk, hogy „a Higgs-bozon magas”, akkor hülyeséget beszélünk ugyan, de kijelentésünk sem szintaktikai, sem szemantikai alapon nem értelmetlen: nagyjából biztosak lehetünk benne, hogy a Higgs-bozon nem eleme a magas dolgok halmazának, így az állítás negációja igaz lesz (és aminek a negációja igaz, annak van igazságértéke, tehát értelmes).

További egyargumentumú predikátumok: „zöld”, „íjász”, „zümög”, „az imént törte össze a korsót”, „beteges”, „az évtized gólja” stb. Egy predikátumot nem szükségképpen egyetlen szó fejez ki a természetes nyelvben, ahogy egy nevet sem. Például a „Zlatan Ibrahimovic Anglia elleni 30 méteres ollózása az évtized gólja” állításban a predikátum „...az évtized gólja”, a névterminus pedig: „Zlatan Ibrahimovic Anglia elleni 30 méteres ollózása”.

Egy predikátum **kétagumentumú**, ha két individuális terminussal kiegészítve hoz létre értelmes állítást. Ilyen például a „vki vkinek a fia” predikátum. Világos, hogy ezt két névvel kell kiegészítenünk ahhoz, hogy mondjunk valamit. Például a „Scott Eastwood Clint Eastwood fia” értelmes és igaz kijelentés, a „Donald Trump Barack Obama fia” értelmes és hamis kijelentés. Amikor egy predikátum két- vagy többsargumentumú, lényeges az *argumentumhelyek kitöltésének sorrendje*, vagyis az, hogy az individuális terminusokat milyen sorrendben csatoljuk hozzá a predikátumhoz. Az, hogy „Edmund Hillary megmászta a Csomolungmát” nyilvánvalóan egészen mást jelent, mint az, hogy „a Csomolungma megmászta Edmund Hillaryt”. Ezért a formális ábrázolásban is fokozottan ügyelnünk kell a sorrendre: amennyiben a „megmászta” predikátumot az *M* predikátumbetűvel, Hillaryt a *h* névkonstanssal, a Csomolungmát pedig a *c* névkonstanssal jelöljük, akkor az iménti igaz proposíció helyes formális kifejezése ez: *Mhc*. Az *Mch* formula szintén jól formált, de a másodjára említett hamis állítást fejezi ki.

Kettőnél több argumentumhelye is lehet egy predikátumnak. Így például a „Clint Eastwood kidobta Danny DeVitot a Metropolitanból” tökéletesen értelmes állítás, függetlenül attól, hogy történt-e valaha ilyen esemény. Itt a „kidobott vki vkit vhonnan” háromargumentumú predikátum szerepel, a proposíció jelölése (ha *K* a „kidobta” predikátum reprezentánsa, *c* Clint Eastwoodot, *d* Danny DeVitot, *m* pedig a Metropolitan

jelöli): *Kcdm*. Valójában akárhány argumentumú predikátumok elgondolhatók (a „Ronaldo, Benzema és Kroos kiháromszögezte Piquét” – formálisan „*Hrbkp*” – állítás predikátuma négyargumentumú) de a természetes nyelvi közlésekben igen ritkán fordulnak elő háromnál több argumentumhellyel rendelkező predikátumok.

Az egyargumentumú predikátumok **tulajdonság**okat, vagyis egy adott individuum valamilyen sajátosságát fejezik ki. Az egynél több argumentumú predikátumok több individuum egymással való kapcsolatát vagy valamilyen vonatkozását fejezi ki, vagyis **viszony**okat. A tulajdonságok és a viszonyok tulajdonságai és viszonyai izgalmas filozófiai kérdéseket vetnek fel, logikailag azonban ugyanabba a kategóriába tartoznak: a tulajdonságok minden további nélkül felfoghatók a viszonyok speciális eseteként.

Kérdések és feladatok

1. Hány argumentumú predikátumok szerepelnek az alábbi kifejezésekben?
 - Vin Diesel kopasz
 - Akhilleusz gyorsabb, mint a teknősbéka
 - Arisztotelész volt a középkor legtöbbet idézett filozófusa
 - A csomagot a virágláda és a járdaszegély közé rejtették
 - Te vagy az én párom
2. Miért lehet rokon értelemben használni a predikátumlogikában az „individuális terminus” és a „név” kifejezéseket?