

LOGIKA

Hatodik téma – az analitikus fa

Negyedik lecke - összegzés

Ezzel a végére értünk a propozicionális logikába való bevezetésnek. Természetesen nem gondolhatja senki, hogy ezzel kimerítettük volna a propozicionális logikát, vagy akár hogy betekintést nyertünk volna annak érdemi részébe. De az alapokat leraktuk. Most már képesek vagyunk természetes nyelvi gondolatmenetek kifejezésére egy formális nyelvben, és képesek vagyunk arra, hogy ellenőrizzük egy formalizált érvelés érvényességét.

Ahelyett, hogy újra végigmennénk a főbb gondolati csomópontokon, célszerűbb egy példa segítségével megmutatni, mit tudunk kezdeni egy magyar nyelvű következtetéssel.

Legyen ez a következtetés az egyik olyan, amely a legelső leckében szerepelt illusztrációként:

Amennyiben nem a gyógyszerész a gyilkos, akkor vagy más is hozzáfért a mérleghez, vagy ha csak neki volt kulcsa a gyógyszeres szekrényhez, akkor a szekrény üres volt. Csakhogy nem igaz, hogy a gyógyszeres szekrény üres volt, vagy hogy más is hozzáfért volna. Szóval ha csak a gyógyszerésznek volt kulcsa a szekrényhez, ő a gyilkos.

Első lépés: megállapítjuk, hogy az érvelésben milyen propozíciók szerepelnek, mik az érv premisszái és mi a konklúziója, és úgy strukturáljuk az érvelést, hogy azzal előkészíthessük az elemzés számára. Egyszóval kanonikus alakra hozzuk a gondolatmenetet:

1. Ha nem a gyógyszerész a gyilkos, akkor (más is hozzáfért a mérleghez, vagy (ha csak a gyógyszerésznek volt kulcsa a gyógyszeres szekrényhez, akkor a gyógyszeres szekrény üres volt)).
2. Nem igaz, hogy (a gyógyszeres szekrény üres volt, vagy más is hozzáfért a mérleghez).
3. Ha csak a gyógyszerésznek volt kulcsa a gyógyszeres szekrényhez, akkor a gyógyszerész a gyilkos.

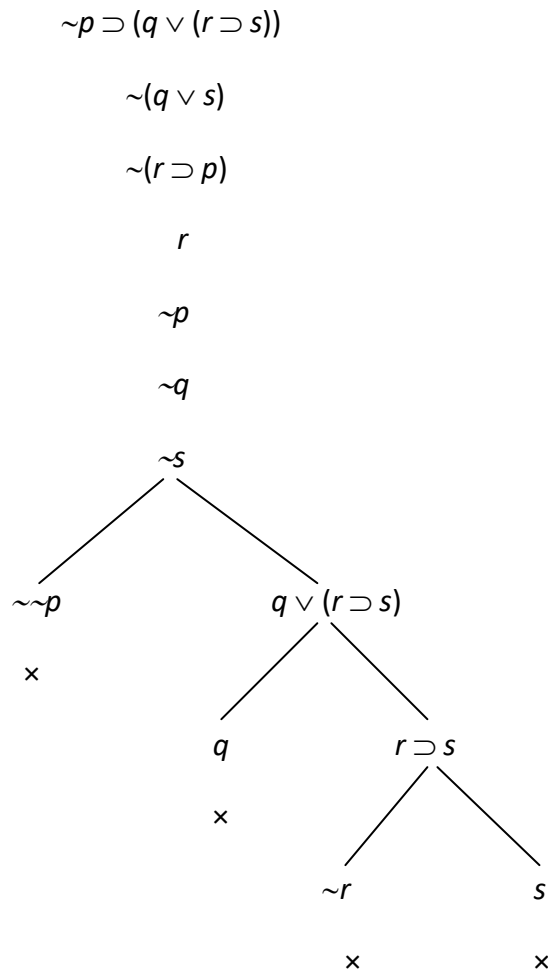
Második lépés: rögzítjük a szimbolizációs szótárt, azaz a természetes nyelvi propozíciókat propozicionális változókkal reprezentáljuk:

- p : a gyógyszerész a gyilkos
- q : más is hozzáfért a mérleghez
- r : csak a gyógyszerésznek volt kulcsa a gyógyszeres szekrényhez
- s : a gyógyszeres szekrény üres volt

Harmadik lépés: formalizáljuk a következtetést, azaz a propozicionális logika jól formált formuláinak és a következményviszonyt jelölő metanyelvi konstansnak a segítségével kifejezzük a bizonyítandó állítást:

$$\sim p \supset (q \vee (r \supset s)), \sim (q \vee s) \vdash r \supset p$$

Negyedik lépés: analitikus fa segítségével végrehajtjuk az érvényesség ellenőrzését:



Az összes út lezárt; a következtetés érvényes.

Kérdések és feladatok

Ellenőrizze az alábbi következtetések érvényességét:

- $(p \& q) \supset r, \sim(r \vee s) \vdash \sim(p \& r)$
- $\sim p \supset q, \sim r \& (\sim q \vee p) \vdash p \vee r$
- $p \vee q, p \supset \sim q, r \supset (\sim p \& \sim q) \vdash r \& p$
- $(p \& ((q \vee r) \& \sim r)) \supset s \vdash p \supset (q \supset s)$

Formalizálja és ellenőrizze az alábbi érvet:

- A függöny csak akkor kap lángra, ha nincs sem víz alatt, sem pedig oxigénmentes környezetben, viszont ha ez mind igaz, akkor amennyiben égő fáklyát érintek hozzá, biztosan lángra kap. Ez a függöny viszont az elsüllyedt Titanic függönye, és a víz alatt van. Tehát akár érintek hozzá égő fáklyát, akár nem, nem kap lángra.