



EFOP-3.4.3-16-2016-00014



# TANULÁSI ÚTMUTATÓ

## Számítástudomány alapjai II.

készítette: Árgilán Viktor Sándor és Csallner András Erik  
SZTE JGYPK  
Informatika Alkalmazásai Tanszék

Jelen tananyag a Szegedi Tudományegyetemen készült az Európai Unió támogatásával. Projekt azonosító: EFOP-3.4.3-16-2016-00014.

Alprojekt azonosító: AP2 – Komplex képzés- és szolgáltatásfejlesztés

Altéma azonosító: AP2\_JGYPK5 Magyar és idegen nyelvű képzések oktatási innovációja az MTMI területen és tanártovábbképzés

Szegedi Tudományegyetem  
Cím: 6720 Szeged, Dugonics tér 13.  
[www.u-szeged.hu](http://www.u-szeged.hu)  
[www.szecsenyi2020.hu](http://www.szecsenyi2020.hu)



MAGYARORSZÁG  
KORMÁNYA



Európai Unió  
Európai Szociális  
Alap



**BEFECTETÉS A JÖVŐBE**

## TARTALOMJEGYZÉK

Bevezetés	5
1.1. Tantárgy tanításának célja:	6
1.2. A tantárgy tanulási eredményei:	6
1.3. A tantárgyelem tanulmányi előfeltétele(i), párhuzamossága(i):	9
1.4. A tantárgyelem tananyagtartalma (főbb témakörök) – tematikus egységek:	9
1.5. A tananyagtartalom feldolgozásának időterve	11
1.6. Az adott tudáselemek átadását illetve elsajátítását segítő munkaformák	13
1.7. Az adott tudáselemek átadását illetve elsajátítását segítő munkamódszerek:	13
1.8. Évközi tanulmányi követelmények:	13
1.9. A megszerzett tudás és kompetenciák ellenőrzése és értékelése:	14
1.10. A tantárgyelem tanításának-tanulásának tárgyi feltételei:	14
1.11. A tantárgyelem minőségfejlesztési módszerei és fejlesztési politikája:	14
2. A tantárgyelem tematikus egységei	16
2.1. Valós számok	16
2.1.1. Tanulási feladatok	16
2.1.2. Önellenőrző feladatok	18
2.1.3. Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz	18
2.1.4. Otthoni feladatok megoldása	18
2.1.5. Hallgatói teljesítményértékelő lap	19
2.2. Intervallum, távolság, környezet	20
2.2.1. Tanulási feladatok	20
2.2.2. Önellenőrző feladatok	22
2.2.3. Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz	22
2.2.4. Otthoni feladatok megoldása	22
2.2.5. Hallgatói teljesítményértékelő lap	23
2.3. Elemi függvények	24
2.3.1. Tanulási feladatok	24
2.3.2. Önellenőrző feladatok	26
2.3.3. Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz	26
2.3.4. Otthoni feladatok megoldása	26
2.3.5. Hallgatói teljesítményértékelő lap	27
2.4. Függvények tulajdonságai, függvénytranszformációk	28
2.4.1. Tanulási feladatok	28
2.4.2. Önellenőrző feladatok	30
2.4.3. Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz	30
2.4.4. Otthoni feladatok megoldása	30
2.4.5. Hallgatói teljesítményértékelő lap	31
2.5. Polinomok és racionális törtfüggvények	32
2.5.1. Tanulási feladatok	32
2.5.2. Önellenőrző feladatok	34

2.5.3.	Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz	34
2.5.4.	Otthoni feladatok megoldása	34
2.5.5.	Hallgatói teljesítményértékelő lap	35
2.6.	Számsorozatok és végtelen sorok	36
2.6.1.	Tanulási feladatok	36
2.6.2.	Önellenőrző feladatok	38
2.6.3.	Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz	38
2.6.4.	Otthoni feladatok megoldása	38
2.6.5.	Hallgatói teljesítményértékelő lap	39
2.7.	Határérték és folytonosság	40
2.7.1.	Tanulási feladatok	40
2.7.2.	Önellenőrző feladatok	42
2.7.3.	Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz	42
2.7.4.	Otthoni feladatok megoldása	42
2.7.5.	Hallgatói teljesítményértékelő lap	43
2.8.	Differenciálszámítás	44
2.8.1.	Tanulási feladatok	44
2.8.2.	Önellenőrző feladatok	46
2.8.3.	Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz	46
2.8.4.	Otthoni feladatok megoldása	46
2.8.5.	Hallgatói teljesítményértékelő lap	47
2.9.	A Taylor-polinom	48
2.9.1.	Tanulási feladatok	48
2.9.2.	Önellenőrző feladatok	50
2.9.3.	Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz	50
2.9.4.	Otthoni feladatok megoldása	50
2.9.5.	Hallgatói teljesítményértékelő lap	51
2.10.	Függvénydiszkusszió	52
2.10.1.	Tanulási feladatok	52
2.10.2.	Önellenőrző feladatok	54
2.10.3.	Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz	54
2.10.4.	Otthoni feladatok megoldása	54
2.10.5.	Hallgatói teljesítményértékelő lap	55
2.11.	A határozatlan integrál	56
2.11.1.	Tanulási feladatok	56
2.11.2.	Önellenőrző feladatok	58
2.11.3.	Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz	58
2.11.4.	Otthoni feladatok megoldása	58
2.11.5.	Hallgatói teljesítményértékelő lap	59
2.12.	A határozott integrál	60
2.12.1.	Tanulási feladatok	60
2.12.2.	Önellenőrző feladatok	60
2.12.3.	Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz	62



EFOP-3.4.3-16-2016-00014

SZÉCHENYI 2020

2.12.4.	Otthoni feladatok megoldása	62
2.12.5.	Hallgatói teljesítményértékelő lap	63

Szegedi Tudományegyetem  
Cím: 6720 Szeged, Dugonics tér 13.  
[www.u-szeged.hu](http://www.u-szeged.hu)  
[www.szechenyi2020.hu](http://www.szechenyi2020.hu)

SZÉCHENYI 2020



MAGYARORSZÁG  
KORMÁNYA

Európai Unió  
Európai Szociális  
Alap



BEFECTETÉS A JÖVŐBE

## Bevezetés

A Számítástudomány alapjai II. kurzus két felsőoktatási szakképzési szak (Programtervező informatikus és Mérnök informatikus) hallgatói számára teremti meg az informatika matematikai analízis alapjait. A kurzus a számítógépek működésének és számítási módjainak matematikai alapjait teremti meg, fejlesztve a hallgatók gondolkodását, illetve a témában lényeges gondolkodásmódját.

Mivel a középiskolából kikerülő, és a felsőoktatási szakképzések gyakorlatiasabb képzési irányultságát preferáló, de épp ezért az elmélet iránt kevésbé elkötelezett hallgatók gyakran elégtelen matematikai alapozó tudása és téves analitikai gondolkodásmódja kemény feladat elé állítja őket a kurzus teljesítésében, ezért az összes szakon a kurzust megelőző szemeszterben meghirdetésre kerülő Matematikai praktikum kurzus a legfontosabb középiskolai matematika anyagot újra áttekinti, és a hallgatókat igyekszik azonos szintre hozni. A két kurzus így módon kiegészíti egymást.

A kurzus a Coospace LMS (learning management system) rendszerrel támogatott, azaz tematikája és kötelező szakirodalma a Coospace megfelelő színterében elérhető.

A tartalom elsajátításához nélkülözhetetlen az órai jegyzet, melyet a hallgató saját maga készít. Emellett a fentebb említett előadás anyaga nyújthat segítséget a motivációban és az anyag jobb megértésében.

## A tantárgy leírása

<b>A tantárgy megnevezése:</b> Számítástudomány alapjai II.	<b>A tantárgy kódja:</b> MIA-SZAKKR7, MIA-SZAKKH7 PIA-SZAKKF6, PIA-SZAKKK6
A tantárgy kredit-értéke:	2
A tantárgy teljesítési formája:	gyakorlati jegy
A tantárgy típusa:	szeminárium
A tantárgy jellege:	
A tantárgy oktatásának ajánlott féléve:	2.
A tantárgy meghirdetésének gyakorisága:	évente
A tantárgy óraszám: - kontakt: - egyéni:	2 kontakt óra 2 óra egyéni munka
A tantárgy heti óraszám:	2
A tantárgy oktatásának nyelve:	magyar
A tantárgyat meghirdető tanszék/ szak-csoport:	Informatika Alkalmazásai Tanszék
A tantárgy felelőse és elérhetősége:	Dr. Csallner András Erik, csallner@jgypk.szte.hu
A tantárgyelem oktatója és elérhetősége:	Dr. Csallner András Erik, csallner@jgypk.szte.hu

### 1.1. Tantárgy tanításának célja:

A kurzus célja, hogy a természettudományt és/vagy informatikát felsőfokon tanuló hallgatóktól minimálisan elvárható szintű matematikai analitikai alapokat, gondolkodásmódot kialakítsa, átadja. A tananyag egy része a középiskolaival közel azonos, vagy annál nem sokkal magasabb szintű ismereteket tartalmaz, azonban más tárgyalási módban, amely az önállóbb és strukturáltabb feldolgozást segíti és vetíti előre.

A cél, hogy a hallgatók megismerkedjenek egyrészt a felsőoktatási szinten támasztott elvárásoknak megfelelő tanulási módszerekkel és tudományos módszertanokkal, másrészt olyan alapvető fogalmi és összefüggései tudást szerezzenek, amely alapul szolgálhat az informatikai jellegű kurzusok anyagának megértéséhez, segítheti azok feldolgozását, alkalmazását.

### 1.2. A tantárgy tanulási eredményei:

Azoknak az **előírt szakmai kompetenciáknak, kompetenciaelemeknek (tudás, képesség stb., KKK 7. pont)** a felsorolása, amelyek kialakításához a tantárgyelem jellemzően, érdemben hozzájárul:

Tudás	Képesség	Attitűd	Autonómia/felelőség
<p>Ismeri a valós számok axiómáit.</p> <p>Tisztában van a számhalmaz fogalmával, illetve számhalmazok korlátosságával</p>	<p>Képes a valós számok axiómáinak felhasználásával egyszerű feladatok megoldására.</p> <p>Felismeri a korlátos halmazokat, helyesen határozza meg halmaz infimumát, supremumát.</p>	<p>Törekszik a valós számok axiómáinak pontos elsajátítására, feladatmegoldásokban precíz alkalmazásukra.</p>	<p>Az oktató által kijelölt feladatokat képes megoldani, munkájának önálló ellenőrzésére.</p> <p>A feladatok megoldásához önállóan feldolgozza az órai jegyzetet, valamint a kiadott digitális tananyagot.</p>
<p>Tisztában van a valós számok speciális részhalmazaiival (intervallum).</p> <p>Ismeri a távolság, környezet fogalmát.</p>	<p>Felismeri, és jól alkalmazza a különböző intervallumokat (nyílt, zárt) a számítási feladatokban.</p> <p>Képes távolság meghatározására, adott tulajdonságú pontok környezetének felismerésére, meghatározására.</p>	<p>Nyitott a feladatok különböző módszerekkel történő megoldására, alkalmazására.</p>	<p>Önállóan ellenőrzi, és szükség esetén javítja a feladatmegoldásait az órai jegyzetei, valamint a kiadott digitális tananyag segítségével.</p>
<p>Ismeri a függvények jellemzőit, úgy, mint korlátosság, szélsőérték, monotonitás, paritás, konvexitás, periodicitás.</p> <p>Tisztában van a függvénytranszformációkkal.</p> <p>Ismerje meg a valós függvényekkel kapcsolatos műveleteket..</p>	<p>Jártas a függvények jellemzésében. Képes összetett függvények ábrázolására, és azok jellemzésére.</p>	<p>Elkötelezett a pontos függvényábrázolások, és jellemzésük iránt.</p>	<p>Önállóan végez valós függvényekkel kapcsolatos műveleteket, ezeket önállóan ellenőrzi.</p>
<p>Tisztában van a polinomok és racionális törtfüggvények fogalmával.</p> <p>Ismeri a kapcsolódó alapfogalmakat (zérushely, pólushely, hégazpont).</p>	<p>Képes polinomokkal kapcsolatos műveletek végrehajtására, polinomok gyökeinek (zérushelyének) meghatározására.</p>	<p>Törekszik a pontos számításokra polinomokkal kapcsolatos feladatokban.</p> <p>Belátja, a jelentőségét a pólushelynek, hégazpontnak.</p>	<p>Önállóan ellenőrzi feladatmegoldásainak helyességét.</p>

<p>Tisztában van a valós számsorozatok és sorok fogalmával. Ismeri a sorozatok tulajdonságait (monotonitás, konvergencia, korlátosság). Ismeri a valós számsorozatokkal végezhető műveleteket, azok tulajdonságait.</p>	<p>Felismeri a különbséget a valós számsorozatok és sorok között. A sorozatok tulajdonságainak ismeretében helyes következtetéseket von le. Meg tudja határozni sorozatok határértékét. Meg tudja adni végtelen sorok összegét.</p>	<p>Törekszik a pontos számításokra végtelen sorozatokkal, sorokkal kapcsolatos feladatokban. Elkötelezett a pontos számítások iránt, munkáját körültekintően végzi.</p>	<p>Betartja a műveleti szabályokat. Korrigálja saját hibáit.</p>
<p>Tisztában van a függvények határértékével (határérték a végesben és a végtelenben) és folytonosságával.</p>	<p>Képes függvények határértékének megadására (végesben és végtelenben).</p>	<p>Érdeklődik a valós élet problémái iránt, belátja, a függvények hasznosságát.</p>	<p>Önállóan végez függvény határérték vizsgálatot, valamint függvények folytonosságának vizsgálatát. Munkáját önállóan ellenőrzi.</p>
<p>Ismeri a differenciálszámítás fogalmát, a differenciálhatóság feltételeit. Megérti a differenciahányados, és a differenciálhányados közötti különbséget. Ismeri elemi függvények deriváltfüggvényeit, a differenciálási szabályokat.</p>	<p>Jártas a deriválással kapcsolatos számításokban. Elemi függvények deriváltfüggvényei, valamint a deriválási szabályok segítségével összetett feladatokat old meg.</p>	<p>Kíváncsi a valós élet deriválással kapcsolatos problémáinak (pl.: izoperimetrikus problémák) megoldására. Nyitott a különböző megoldási módszerekre.</p>	<p>Képes az önellenőrzésre és a hibák önálló javítására.</p>
<p>Ismeri a Taylor-polinom, valamint a Taylor-sor fogalmát.</p>	<p>Képes függvények adott pont körüli Taylor-polinomjának megadására. Képes közelítő érték kiszámítására, a hiba becslésére.</p>	<p>Érdeklődik a felhasználási lehetőségek iránt. Felismeri a Taylor-sor jelentőségét.</p>	<p>Képes az önellenőrzésre a kiadott digitális anyag alapján.</p>



<p>Ismeri differenciálható függvények vizsgálatának lépéseit. Ismeri a teljes függvényvizsgálat fogalmát.</p>	<p>Képes differenciálható függvények vizsgálatára, a teljes függvényvizsgálat (értelmezési tartomány, értékkészlet, tengelymetszetek, paritás, határértékek, monotonitás, szélsőérték, konvexitás, ábrázolás) elvégzésére.</p>	<p>Elkötelezett a pontos és igényes függvényvizsgálat és függvényábrázolás iránt.</p>	<p>Önállóan végez teljes függvényvizsgálatot, ábrázolásokat.</p>
<p>Tisztában van az integrálszámítás, a határozatlan integrál fogalmával. Ismeri az elemi függvények határozatlan integrálját, valamint az integrálási szabályokat.</p>	<p>Jártas primitívfüggvény meghatározásában. Képes összetett függvények primitívfüggvények meghatározására.</p>	<p>Elkötelezett a pontos számítások iránt, munkáját körültekintően végzi.</p>	<p>Betartja az integrálási szabályokat, korrigálja saját hibáit.</p>
<p>Ismeri a határozott integrál fogalmát. Tisztában van a Newton-Leibniz szabállyal. Ismeri síkidomok területének, valamint forgástestek térfogat-számításának módszereit.</p>	<p>Képes adott intervallumon integrálható függvény görbéje alatti terület kiszámítására a Newton-Leibniz formula segítségével. Képes forgástestek térfogatának kiszámítására.</p>	<p>Érdeklődik a valós élet problémái iránt, belátja, a határozott integrál jelentőségét a gyakorlati életben. Keresi a valós élet problémáit, melyek megoldásához határozott integrált is használhat.</p>	<p>Önállóan vizsgálja a határozott integrál tulajdonságait példákban és általánosságban.</p>

### 1.3. A tantárgyelem tanulmányi előfeltétele(i), párhuzamossága(i):

*Előfeltétel(ek):* Számítástudomány alapjai I.

*Párhuzamosság(ok):* nincs

### 1.4. A tantárgyelem tananyagtartalma (főbb témakörök) – tematikus egységek:

- Valós számok axiómái, számhalmaz korlátossága.

- Intervallum, távolság, környezet.
- Valós függvények, elemi függvények, szakaszonként lineáris függvények.
- Korlátosság, szélsőérték, monotonitás, paritás, konvexitás, periodicitás, függvénytranszformációk, műveletek valós függvényekkel.
- Polinomok és racionális törtfüggvények, zérushely, pólushely, hézagpont.
- Számsorozatok és sorok, sorozatok tulajdonságai és konvergenciája, műveletek konvergens sorozatokkal, végtelen sorok.
- Függvények határértéke és folytonossága, határérték a végesben és a végtelenben, folytonos függvények.
- Differenciálszámítás, differenciálhatóság, a differenciálhányados, elemi függvények deriváltfüggvényei, differenciálási szabályok.
- Taylor-polinom, Taylor-sor.
- Differenciálható függvények vizsgálata, monotonitás, szélsőérték, konvexitás, teljes függvényvizsgálat.
- Integrálszámítás, határozatlan integrál, elemi függvények határozatlan integrálja, integrálási szabályok.
- Határozott integrál, a Newton-Leibniz szabály, terület- és térfogatszámítás.

## 1.5. A tananyagtartalom feldolgozásának időterve

Kontaktóra			Egyéni óra	
Hét	Óra	Tartalom	Óra	Tartalom
1.	2	Valós számok axiómái, számhalmaz korlátossága.	2	A valós számok fogalmának elmélyítése, a korlát és a szélsőérték közötti különbség tudatosítása.
2.	2	Intervallum, távolság, környezet.	2	A fogalmak összegző áttekintése, kiadott feladatok megoldása.
3.	2	Valós függvények, elemi függvények, szakaszonként lineáris függvények.	2	Az órán tanult függvények rögzítő áttekintése.
4.	2	Korlátosság, szélsőérték, monotonitás, paritás, konvexitás, periodicitás, függvény-transzformációk, műveletek valós függvényekkel.	2	Az órai függvény tulajdonságok, fogalmak rögzítő áttekintése és alkalmazása, vizsgálata az előző órai függvényekre vonatkozóan.
5.	2	Polinomok és racionális törtfüggvények, zérushely, pólushely, hízagpont.	2	A polinomok és racionális törtfüggvények alakjának és tulajdonságainak vizsgálata. Kiadott feladatok megoldása.
6.	2	Számsorozatok és sorok, sorozatok tulajdonságai és konvergenciája, műveletek konvergens sorozatokkal, végtelen sorok.	2	A sorozatok konvergenciájával kapcsolatos állítások összefoglaló, összehasonlító rögzítő áttekintése. Kiadott bizonyítások, feladatok megoldása.
7.	2	1. zárthelyi dolgozat megírása	2	Felkészülés a zárthelyi dolgozatra.
8.	2	Függvények határértéke és folytonossága, határérték a végesben és a végtelenben, folytonos függvények.	2	A folytonosság értelmezése, feladatok megoldása.



9.	2	Differenciálszámítás, differenciálhatóság, a differenciálhányados, elemi függvények deriváltfüggvényei. Differenciálási szabályok.	2	Függvények határértékével kapcsolatos fogalmak átisméltése és alkalmazása a differenciálhányados értelmezésére.
10.	2	Taylor-polinom, Taylor-sor.	2	Végtelen sorok átisméltése, kiadott feladatok megoldása.
11.	2	Differenciálható függvények vizsgálata, monotonitás, szélsőérték, konvexitás, teljes függvényvizsgálat.	2	Az órán tanult módszerek rögzítő áttekintése.
12.	2	Integrálszámítás, határozatlan integrál, elemi függvények határozatlan integrálja. Integrálási szabályok.	2	Tanult integrálási szabályok gyakorlása kiadott mintapéldákon.
13.	2	Határozott integrál, a Newton-Leibniz szabály, terület- és térfogatszámítás.	2	Határozott integrál értelmezése, kiadott terület- és térfogatszámítási feladatok megoldása.
14.	2	2. zárthelyi dolgozat megírása	2	Felkészülés a zárthelyi dolgozatra.



## 1.6. Az adott tudáselemek átadását illetve elsajátítását segítő munkaformák

A kurzus óráin a tudásanyag feldolgozása frontális munkában valósul meg, illetve egyéni vagy csoportos munka keretében gyakorlófeladatokat oldanak meg a hallgatók. A tanóra keretein kívül a hallgatók egyénileg, vagy kooperatív módon kisebb csoportokban dolgoznak.

## 1.7. Az adott tudáselemek átadását illetve elsajátítását segítő munkamódszerek:

Az órákon az oktató először motivációs példákon keresztül bevezeti az adott tematikus egység problémakörét és annak fontosságát. Ezután előadásszerűen összefoglalja az anyag fogalmait, tisztázza azok szükségességét és jelentését, valamint rávilágít azok összefüggéseire.

Az elmélet példákon való alkalmazása mintapéldák bemutatásával kezdődik, ahol a hallgatók saját megoldási utakat kipróbálásán keresztül juthat el a tananyagban foglalt optimális megoldási formák felhasználásáig. Ezután további példák megoldása következik frontális osztálymunka keretében, amikor a hallgatók már önállóan képesek felismerni a választandó megoldási módszerek közül a megfelelőt, és kialakítják saját gondolatmenetüket a téma problémáinak kezelésére.

A hallgatók a tanórák keretein kívül áttekintik az órai jegyzeteiket, és az órák végén elhangzó gondolkodtató, a következő témára átvezető motivációs példákon vagy kérdéseken keresztül felkészülnek a témák közötti összefüggések megértésére, vagy egy új téma terület kérdéseire. Amennyiben ezt önállóan nem képesek megtenni vagy egyéb kérdések merülnek fel, lehetőségük van egyéni konzultációs időpontot kérni az oktatótól a kérdések tisztázására.

## 1.8. Évközi tanulmányi követelmények:

A kurzus szeminárium jellegű, az órák látogatása nem kötelező. Egyrészt, mivel az oktatási forma jellegénél fogva a hallgatók egy része azonos területről, alapfokú felsőoktatási képzési formákból vált felsőfokú szakképzési formára a gyakorlatiasabb képzés miatt, ezért a hallgatók ezen része már rendelkezik a kurzus által nyújtottakhoz hasonló alapokkal, és csak a számukra új, vagy gyakorlásra szoruló témakörök hallgatása lényeges számukra. Másrészt a szabadabb óralátogatás és ritkább számonkérés felkészíti a hallgatókat a felelősségteljesebb, önállóan ütemezett felkészülés és gyakorlás elsajátítására. Az órák menete is ebben segíti őket, és inkább a megértésre és a célorientált tanulásra serkenti a hallgatókat.

## 1.9. A megszerzett tudás és kompetenciák ellenőrzése és értékelése:

A hallgatók órai munkáját és teljesítményét külön nem értékeli az oktató, az órai aktivitás a hallgatók saját motivációját és megértését segíti elő, így a hallgató saját érdeke, hogy az órák menetébe aktívan bekapcsolódjon, amit az oktató tevőlegesen támogat.

Az anyag elsajátításának és megértésének mérésére, továbbá a félév végi osztályzat kialakítására két zárthelyi dolgozatot írnak a hallgatók, amelyek tananyag tartalma hozzávetőlegesen felezi a teljes tananyagot. A dolgozatokat megelőző órán mindkét dolgozat formájával és tartalmával megegyező jellegű dolgozatot írnak, amely megírása során egymással, és szükség szerint az oktatóval megbeszélhetik a feladatok megoldását. Ezek a gyakorló dolgozatok nem kerülnek értékelésre.

Mindkét zárthelyi dolgozat értékelése azonos százalékos értékelési határok mentén történik, amelyek a következők:

0-0	nem értékelhető (0)
1-40	elégtelen (1)
41-60	elégséges (2)
61-75	közepes (3)
76-90	jó (4)
91-100	jeles (5)

„Nem értékelhető” egy dolgozat, ha a hallgatónak egyetlen pontot sem sikerült elérnie (pl. nem jelent meg a dolgozat írásakor). A félévi osztályzat a két zárthelyi dolgozat osztályzatainak átlaga felfelé kerekítve. A hallgatók javítási lehetőségeit az SZTE Tanulmányi és vizsgaszabályzata határozza meg.

## 1.10. A tantárgyelem tanításának-tanulásának tárgyi feltételei:

A kurzus oktatásához megfelelő méretű, nagy felületű, sima táblával felszerelt terem szükséges. Mivel az ismeretanyag átadásánál kiemelkedő fontosságú a megértés, az aha-élmény, az interakció, ezért a megfelelő időzítés elengedhetetlen. Ehhez a legmegfelelőbb az, ha új anyag tanulásánál is az oktató együtt halad a hallgatókkal, együtt ír, rajzol, gondolkodik velük, üres táblára kezd írni, ötleteket vet fel, és mintegy példával jár elöl, hogy hogyan születik az ötlet, azt hogyan lehet kidolgozni, összefüggéseket felvázolni, megérteni.

A gyakorló zárthelyi dolgozatok írásakor a felesleges papírhasználat elkerülése céljából előnyös lehet olyan terem, amely alkalmas a feladatlapok kivetítésére (projektor).

## 1.11. A tantárgyelem minőségfejlesztési módszerei és fejlesztési politikája:

- Az oktató figyelemmel kíséri a kapcsolódó felsőbb éves kurzusok tananyagtartalmának igényeit, és azokon keresztül a munkaerőpiac elvárásait. A kurzus tananyagának részleteit rendszeresen ehhez igazítja.



EFOP-3.4.3-16-2016-00014

SZÉCHENYI 2020

- Az oktató figyeli a hallgatók megértési szintjét, tekintettel van azok korlátaira, és ahhoz igazítja az egyes megközelítési módok, magyarázatok módját és időtartamát.
- Az oktató konzultál a hallgatókkal az egyes témák motivációs és példamagyarázat gyakorlatával kapcsolatban, és a tapasztalatok alapján folyamatosan fejleszti azokat.

Szegedi Tudományegyetem  
Cím: 6720 Szeged, Dugonics tér 13.  
[www.u-szeged.hu](http://www.u-szeged.hu)  
[www.szechenyi2020.hu](http://www.szechenyi2020.hu)

SZÉCHENYI 2020



MAGYARORSZÁG  
KORMÁNYA

Európai Unió  
Európai Szociális  
Alap



**BEFEKTETÉS A JÖVŐBE**

## 2. A tantárgyelem tematikus egységei

### 2.1. Valós számok

#### 2.1.1. Tanulási feladatok

**Tartalom:**

- alapfogalmak;
- valós számtest;
- valós számok rendezettsége;
- valós számhalmazok korlátossága.

**A tematikus egység tanulási eredményei:**

A hallgató ismeri:

- a valós számhalmaz axiomatikus felépítését.

A hallgató képes legyen:

- algebrai test azonosítására;
- valós számhalmazok korlátjainak megállapítására;
- különbséget tenni legkisebb felső, illetve legnagyobb alsó korlát és maximum, illetve minimum között.

**Szükséges eszközök, anyagok:**

- A hallgatók felkészüléséhez felhasználható szakirodalom (jegyzet, tankönyv, egyéb források és segédanyagok):

*Kötelező:*

- Csernyák László: Analízis, Matematika közgazdászoknak sorozat, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

*Ajánlott:*

- Németh József, Analízis példatár I-II., JATEPress.
  - [http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges\\_tananyagok/GYORI\\_PITUK\\_KALK\\_INF\\_I/kalkulus1.pdf](http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges_tananyagok/GYORI_PITUK_KALK_INF_I/kalkulus1.pdf)
  - Kapcsolódó internetes források.
- Egyebek: füzet, toll.





Tanóra (Kontaktóra) (1 kontaktóra = 45 perc)			Egyéni hallgatói munkaóra óra (1 egyéni hallgatói munkaóra = 60 perc)		
Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók	Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók
2 óra	Sorolja fel a valós számok axiómáit! Ismerje az algebrai test jellemzőit! Ismerje a korlátosság fogalmát!	Különbséget tenni legkisebb felső, illetve legnagyobb alsó korlát és maximum, illetve minimum között!	2 óra	Ismételje át az órán tanult elveket, alapfogalmakat Tekintse át az órán megoldott felada- tokat!	Figyeljen a korlátosság szerepére a 4. axiómában!



### 2.1.2. Önellenőrző feladatok

Sorolja fel a valós számok axiómáit!

Definiálja az abszolút érték fogalmát!

Definiálja egy valós számhalmaz korlátosságát!

Adjon példát alulról korlátos valós halmazra, és adja meg a legnagyobb alsó korlátját!

Adjon példát olyan alulról korlátos valós halmazra, amelynek nincs minimuma!

### 2.1.3. Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz

Fel tudja sorolni a valós számok axiómáit. (20 pont)

Tudja az abszolút érték definícióját. (5 pont)

Tudja definiálni egy valós számhalmaz korlátosságát. (5 pont)

Tud példát adni alulról korlátos valós halmazra, és meg tudja adni a legnagyobb alsó korlátját. (10 pont)

Tud példát adni olyan alulról korlátos valós halmazra, amelynek nincs minimuma. (10 pont)

#### Az önellenőrzés értékelése:

Maximálisan elérhető pontszám:50 pont. A sikeres teljesítéshez több, mint 40%-os (20 pont) teljesítés szükséges.

20 pontig: elégtelen (1)

30 pontig: elégséges (2)

37 pontig: közepes (3)

45 pontig: jó (4)

50 pontig: jeles (5)

### 2.1.4. Otthoni feladatok megoldása

### 2.1.5. Hallgatói teljesítményértékelő lap

Ellenőrizze, hogy elvégezte-e a tematikus egység valamennyi feladatát! Minden kérdésnél tegyen egy X-et a leginkább megfelelő rovatba, tehát értékelje saját maga a feladat végrehajtását. Ha a felsoroltak közül valamelyik feladat teljesítése nem történt meg vagy lehetetlen volt a teljesítése, tegyen X-et a "Nem" oszlopba.

		Nem	Igen
1.	Fel tudja sorolni a valós számok axiómáit.		
2.	Tudja definiálni az abszolút érték fogalmát.		
3.	Tudja definiálni egy valós számhalmaz korlátosságát.		
4.	Tud példát adni alulról korlátos valós halmazra, és meg tudja adni a legnagyobb alsó korlátját.		
5.	Tud példát adni olyan alulról korlátos valós halmazra, amelynek nincs minimuma.		

## 2.2. Intervallum, távolság, környezet

### 2.2.1. Tanulási feladatok

**Tartalom:**

- valós intervallumok;
- metrika (távolság) fogalma;
- környezet fogalma.

**A tematikus egység tanulási eredményei:**

A hallgató ismeri:

- a valós intervallumok fogalmát;
- a metrika fogalmának ismérveit
- a környezet fogalmát.

A hallgató képes legyen:

- felismerni egy kétváltozós valós függvényről, hogy az metrika-e;
- definiálni egy valós halmaz adott sugarú környezetét.

**Szükséges eszközök, anyagok:**

- A hallgatók felkészüléséhez felhasználható szakirodalom (jegyzet, tankönyv, egyéb források és segédanyagok):

*Kötelező:*

- Csernyák László: Analízis, Matematika közgazdászoknak sorozat, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

*Ajánlott:*

- Németh József, Analízis példatár I-II., JATEPress.
  - [http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges\\_tananyagok/GYORI\\_PITUK\\_KALK\\_INF\\_I/kalkulus1.pdf](http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges_tananyagok/GYORI_PITUK_KALK_INF_I/kalkulus1.pdf)
  - Kapcsolódó internetes források.
- Egyebek: füzet, toll.



Tanóra (Kontaktóra) (1 kontaktóra = 45 perc)			Egyéni hallgatói munkaóra óra (1 egyéni hallgatói munkaóra = 60 perc)		
Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók	Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók
2 óra	Ismerje a valós intervallumok fogalmát! Tudjon példákat hozni metrikákra! Tudja definiálni egy halmaz adott sugarú környezetét!	Alapvető alakzatok megadása az euklidészi távolságtól különböző metrikákban!	2 óra	Ismételje át az órán tanult elveket, alapfogalmakat Tekintse át az órán megoldott feladatokat!	A távolságfogalom ismervei!



### 2.2.2. Önellenőrző feladatok

Adjon példát félig nyitott intervallumra!

Adjon példát nem-euklidészi metrikára!

Adja meg egy adott valós halmaz adott sugarú környezetét!

Rajzolja fel az origo egységsugarú környezetét a Manhattan távolság alkalmazásával!

### 2.2.3. Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz

Tud példát adni félig nyitott intervallumra. (10 pont)

Tud példát adni nem-euklidészi metrikára. (10 pont)

Meg tudja adni egy adott valós halmaz adott sugarú környezetét. (15 pont)

Fel tudja rajzolni az origo egységsugarú környezetét a Manhattan távolság alkalmazásával. (15 pont)

#### Az önellenőrzés értékelése:

Maximálisan elérhető pontszám:50 pont. A sikeres teljesítéshez több, mint 40%-os (20 pont) teljesítés szükséges.

20 pontig: elégtelen (1)

30 pontig: elégséges (2)

37 pontig: közepes (3)

45 pontig: jó (4)

50 pontig: jeles (5)

### 2.2.4. Otthoni feladatok megoldása

### 2.2.5. Hallgatói teljesítményértékelő lap

Ellenőrizze, hogy elvégezte-e a tematikus egység valamennyi feladatát! Minden kérdésnél tegyen egy X-et a leginkább megfelelő rovatba, tehát értékelje saját maga a feladat végrehajtását. Ha a felsoroltak közül valamelyik feladat teljesítése nem történt meg vagy lehetetlen volt a teljesítése, tegyen X-et a "Nem" oszlopba.

		Nem	Igen
1.	Tud példát adni félig nyitott intervallumra.		
2.	Tud példát adni nem-euklidészi metrikára.		
3.	Meg tudja adni egy adott valós halmaz adott sugarú környezetét.		
4.	Fel tudja rajzolni az origo egység sugarú környezetét a Manhattan távolság alkalmazásával.		

## 2.3. Elemi függvények

### 2.3.1. Tanulási feladatok

**Tartalom:**

- valós elemi függvények;
- szakaszonként lineáris függvények.

**A tematikus egység tanulási eredményei:**

A hallgató ismeri:

- az elemi függvényeket és azok tulajdonságait;
- a szakaszonként lineáris függvényeket.

A hallgató képes legyen:

- elemi és szakaszonként lineáris függvények grafikonjának felvázolására;
- elemi és szakaszonként lineáris függvények értelmezési tartományának és értékkészletének felírására.

**Szükséges eszközök, anyagok:**

- A hallgatók felkészüléséhez felhasználható szakirodalom (jegyzet, tankönyv, egyéb források és segédanyagok):

*Kötelező:*

- Csernyák László: Analízis, Matematika közgazdászoknak sorozat, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

*Ajánlott:*

- Németh József, Analízis példatár I-II., JATEPress.
  - [http://tananyagfejlesztes.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges\\_tananyagok/GYORI\\_PITUK\\_KALK\\_INF\\_I/kalkulus1.pdf](http://tananyagfejlesztes.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges_tananyagok/GYORI_PITUK_KALK_INF_I/kalkulus1.pdf)
  - Kapcsolódó internetes források.
- Egyebek: füzet, toll.





Tanóra (Kontaktóra) (1 kontaktóra = 45 perc)			Egyéni hallgatói munkaóra óra (1 egyéni hallgatói munkaóra = 60 perc)		
Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók	Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók
2 óra	Ismerje meg az elemi valós függvényeket! Ismerje meg a szakaszonként lineáris függvényeket!	Egyes elemi függvények értelmezési tartományának különleges pontjai!	2 óra	Ismételje át az órán tanult elveket, alapfogalmakat Tekintse át az órán megoldott feladatokat!	Inverz függvények grafikonja!



### 2.3.2. Önellenőrző feladatok

- Vázolja fel a hatványfüggvények grafikonjait!
- Vázolja fel a reciprokfüggvény grafikonját!
- Vázolja fel az exponenciális és a logaritmusfüggvény grafikonját!
- Vázolja fel a trigonometrikus függvények grafikonjait!
- Vázolja fel az abszolút érték függvény grafikonját!
- Vázolja fel az előjelfüggvény grafikonját!
- Vázolja fel az egészrész függvény grafikonját!

### 2.3.3. Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz

- Helyesen adta meg a hatványfüggvények grafikonjait. (5 pont)
- Helyesen adta meg a reciprokfüggvény grafikonját. (5 pont)
- Helyesen adta meg az exponenciális és a logaritmusfüggvény grafikonját. (10 pont)
- Helyesen adta meg a trigonometrikus függvények grafikonjait. (15 pont)
- Helyesen adta meg az abszolút érték függvény grafikonját. (5 pont)
- Helyesen adta meg az előjelfüggvény grafikonját. (5 pont)
- Helyesen adta meg az egészrész függvény grafikonját. (5 pont)

#### Az önellenőrzés értékelése:

Maximálisan elérhető pontszám: 50 pont. A sikeres teljesítéshez több, mint 40%-os (20 pont) teljesítés szükséges.

- 20 pontig: elégtelen (1)
- 30 pontig: elégséges (2)
- 37 pontig: közepes (3)
- 45 pontig: jó (4)
- 50 pontig: jeles (5)

### 2.3.4. Otthoni feladatok megoldása

### 2.3.5. Hallgatói teljesítményértékelő lap

Ellenőrizze, hogy elvégezte-e a tematikus egység valamennyi feladatát! Minden kérdésnél tegyen egy X-et a leginkább megfelelő rovatba, tehát értékelje saját maga a feladat végrehajtását. Ha a felsoroltak közül valamelyik feladat teljesítése nem történt meg vagy lehetetlen volt a teljesítése, tegyen X-et a "Nem" oszlopba.

		Nem	Igen
1.	Ismeri a hatványfüggvények grafikonjait.		
2.	Ismeri a reciprokfüggvény grafikonját.		
3.	Ismeri az exponenciális és a logaritmusfüggvény grafikonját.		
4.	Ismeri a trigonometrikus függvények grafikonjait.		
5.	Ismeri az abszolút érték függvény grafikonját.		
6.	Ismeri az előjelfüggvény grafikonját.		
7.	Ismeri az egészrész függvény grafikonját.		

## 2.4. Függvények tulajdonságai, függvénytranszformációk

### 2.4.1. Tanulási feladatok

**Tartalom:**

- Valós függvények tulajdonságai;
- függvénytranszformációk.

**A tematikus egység tanulási eredményei:**

A hallgató ismeri:

- a valós függvények tulajdonságait;
- a valós függvénytranszformációkat.

A hallgató képes legyen:

- megállapítani adott valós függvény egyes tulajdonságait;
- megvalósítani függvénytranszformációk láncolatát.

**Szükséges eszközök, anyagok:**

- A hallgatók felkészüléséhez felhasználható szakirodalom (jegyzet, tankönyv, egyéb források és segédanyagok):

*Kötelező:*

- Csernyák László: Analízis, Matematika közgazdászoknak sorozat, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

*Ajánlott:*

- Németh József, Analízis példatár I-II., JATEPress.
  - [http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges\\_tananyagok/GYORI\\_PITUK\\_KALK\\_INF\\_I/kalkulus1.pdf](http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges_tananyagok/GYORI_PITUK_KALK_INF_I/kalkulus1.pdf)
  - Kapcsolódó internetes források.
- Egyebek: füzet, toll.



Tanóra (Kontaktóra) (1 kontaktóra = 45 perc)			Egyéni hallgatói munkaóra óra (1 egyéni hallgatói munkaóra = 60 perc)		
Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók	Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók
2 óra	Ismerje meg valós függvények tulajdonságait! Tudja alkalmazni a valós függvény-transzformációkat!	Egyes tulajdonságok összefüggései!	2 óra	Ismételje át az órán tanult elveket, alapfogalmakat Tekintse át az órán megoldott feladatokat!	Ordináta- és abszcisszatranszformációk közötti kapcsolatok!



## 2.4.2. Önellenőrző feladatok

- Definiálja a korlátosság fogalmát!
- Definiálja a szélsőérték fogalmát!
- Definiálja a monotonitás fogalmát!
- Definiálja a paritás fogalmát!
- Definiálja a konvexitás fogalmát!
- Definiálja a periodicitás fogalmát!
- Sorolja fel a valós függvénytranszformációkat!

## 2.4.3. Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz

- Helyesen adja meg a korlátosság fogalmát. (5 pont)
- Helyesen adja meg a szélsőérték fogalmát. (5 pont)
- Helyesen adja meg a monotonitás fogalmát. (5 pont)
- Helyesen adja meg a paritás fogalmát. (5 pont)
- Helyesen adja meg a konvexitás fogalmát. (5 pont)
- Helyesen adja meg a periodicitás fogalmát. (5 pont)
- Jól sorolja fel a valós függvénytranszformációkat. (20 pont)

### Az önellenőrzés értékelése:

Maximálisan elérhető pontszám:50 pont. A sikeres teljesítéshez több, mint 40%-os (20 pont) teljesítés szükséges.

- 20 pontig: elégtelen (1)
- 30 pontig: elégséges (2)
- 37 pontig: közepes (3)
- 45 pontig: jó (4)
- 50 pontig: jeles (5)

## 2.4.4. Otthoni feladatok megoldása

### 2.4.5. Hallgatói teljesítményértékelő lap

Ellenőrizze, hogy elvégezte-e a tematikus egység valamennyi feladatát! Minden kérdésnél tegyen egy X-et a leginkább megfelelő rovatba, tehát értékelje saját maga a feladat végrehajtását. Ha a felsoroltak közül valamelyik feladat teljesítése nem történt meg vagy lehetetlen volt a teljesítése, tegyen X-et a "Nem" oszlopba.

		Nem	Igen
1.	Ismeri a korlátosság fogalmát.		
2.	Ismeri a szélsőérték fogalmát.		
3.	Ismeri a monotonitás fogalmát.		
4.	Ismeri a paritás fogalmát.		
5.	Ismeri a konvexitás fogalmát.		
6.	Ismeri a periodicitás fogalmát.		
7.	Fel tudja sorolni a valós függvénytranszformációkat.		

## 2.5. Polinomok és racionális törtfüggvények

### 2.5.1. Tanulási feladatok

**Tartalom:**

- polinomok és kapcsolódó fogalmak;
- racionális törtfüggvények és kapcsolódó fogalmak.

**A tematikus egység tanulási eredményei:**

A hallgató ismeri:

- a polinomok definícióját;
- a racionális törtfüggvények definícióját;
- a fenti függvények értelmezési tartományának speciális pontjai definícióját.

A hallgató képes legyen:

- megállapítani egy polinom zérushelyeit;
- megállapítani egy racionális törtfüggvény zérushelyeit, pólushelyeit és hézagpontjait.

**Szükséges eszközök, anyagok:**

- A hallgatók felkészüléséhez felhasználható szakirodalom (jegyzet, tankönyv, egyéb források és segédanyagok):

*Kötelező:*

- Csernyák László: Analízis, Matematika közgazdászoknak sorozat, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

*Ajánlott:*

- Németh József, Analízis példatár I-II., JATEPress.
  - [http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges\\_tananyagok/GYORI\\_PITUK\\_KALK\\_INF\\_I/kalkulus1.pdf](http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges_tananyagok/GYORI_PITUK_KALK_INF_I/kalkulus1.pdf)
  - Kapcsolódó internetes források.
- Egyebek: füzet, toll.





Tanóra (Kontaktóra) (1 kontaktóra = 45 perc)			Egyéni hallgatói munkaóra óra (1 egyéni hallgatói munkaóra = 60 perc)		
Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók	Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók
2 óra	Polinomok és kapcsolódó fogalmak; Racionális törtfüggvények és kapcsolódó fogalmak.	Racionális törtfüggvények zérushe- lyei!	2 óra	Ismételje át az órán tanult elveket, alapfogalmakat Tekintse át az órán megoldott felada- tokat!	Megszüntethető szakadási helyek!



### 2.5.2. Önellenőrző feladatok

- Definiálja a valós polinomok osztályát!
- Definiálja a valós polinomok zérushelyét!
- Definiálja a racionális törtfüggvények osztályát!
- Definiálja a racionális törtfüggvények zérushelyét!
- Definiálja a racionális törtfüggvények pólushelyét!
- Definiálja a racionális törtfüggvények hézagpontját!

### 2.5.3. Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz

- Helyesen definiálja a valós polinomok osztályát. (5 pont)
- Helyesen definiálja a valós polinomok zérushelyét. (5 pont)
- Helyesen definiálja a racionális törtfüggvények osztályát. (15 pont)
- Helyesen definiálja a racionális törtfüggvények zérushelyét. (10 pont)
- Helyesen definiálja a racionális törtfüggvények pólushelyét. (5 pont)
- Helyesen definiálja a racionális törtfüggvények hézagpontját. (10 pont)

#### Az önellenőrzés értékelése:

Maximálisan elérhető pontszám:50 pont. A sikeres teljesítéshez több, mint 40%-os (20 pont) teljesítés szükséges.

- 20 pontig: elégtelen (1)
- 30 pontig: elégséges (2)
- 37 pontig: közepes (3)
- 45 pontig: jó (4)
- 50 pontig: jeles (5)

### 2.5.4. Otthoni feladatok megoldása

### 2.5.5. Hallgatói teljesítményértékelő lap

Ellenőrizze, hogy elvégezte-e a tematikus egység valamennyi feladatát! Minden kérdésnél tegyen egy X-et a leginkább megfelelő rovatba, tehát értékelje saját maga a feladat végrehajtását. Ha a felsoroltak közül valamelyik feladat teljesítése nem történt meg vagy lehetetlen volt a teljesítése, tegyen X-et a "Nem" oszlopba.

		Nem	Igen
1.	Ismeri a valós polinomok osztályát.		
2.	Ismeri a valós polinomok zérushelyét.		
3.	Ismeri a racionális törtfüggvények osztályát.		
4.	Ismeri a racionális törtfüggvények zérushelyét.		
5.	Ismeri a racionális törtfüggvények pólushelyét.		
6.	Ismeri a racionális törtfüggvények hízagpontját.		

## 2.6. Számsorozatok és végtelen sorok

### 2.6.1. Tanulási feladatok

**Tartalom:**

- Számsorozatok és sorok;
- sorozatok tulajdonságai;
- sorozatok konvergenciája;
- műveletek konvergens sorozatokkal;
- végtelen sorok.

**A tematikus egység tanulási eredményei:**

A hallgató ismeri:

- a nevezetes számsorozatok ismérveit;
- a sorozat konvergenciájának fogalmát és bizonyos feltételeit.

A hallgató képes legyen:

- megadni egy egyszerű számsorozat határértékét;
- műveleteket végrehajtani valós konvergens számsorozatokon.

**Szükséges eszközök, anyagok:**

- A hallgatók felkészüléséhez felhasználható szakirodalom (jegyzet, tankönyv, egyéb források és segédanyagok):

*Kötelező:*

- Csernyák László: Analízis, Matematika közgazdászoknak sorozat, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

*Ajánlott:*

- Németh József, Analízis példatár I-II., JATEPress.
  - [http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges\\_tananyagok/GYORI\\_PITUK\\_KALK\\_INF\\_I/kalkulus1.pdf](http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges_tananyagok/GYORI_PITUK_KALK_INF_I/kalkulus1.pdf)
  - Kapcsolódó internetes források.
- Egyebek: füzet, toll.



EFOP-3.4.3-16-2016-00014

SZÉCHENYI 2020

Tanóra (Kontaktóra) (1 kontaktóra = 45 perc)			Egyéni hallgatói munkaóra óra (1 egyéni hallgatói munkaóra = 60 perc)		
Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók	Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók
2 óra	Ismerje a számsorozatok definícióját, konvergenciáját! Meg tudja állapítani egy sorozat konvergenciáját és határértékét! Felismerni végtelen sorokat!	Speciális végtelen sorok!	2 óra	Ismételje át az órán tanult elveket, alapfogalmakat Tekintse át az órán megoldott feladatokat! Írja fel a műveleteket a de Morgan bázis csupán két műveletével!	Sorozatok és sorok konvergenciája.

Szegedi Tudományegyetem  
Cím: 6720 Szeged, Dugonics tér 13.  
[www.u-szeged.hu](http://www.u-szeged.hu)  
[www.szechenyi2020.hu](http://www.szechenyi2020.hu)

SZÉCHENYI 2020

  
MAGYARORSZÁG  
KORMÁNYA

Európai Unió  
Európai Szociális  
Alap



**BEFEKTETÉS A JÖVŐBE**

## 2.6.2. Önellenőrző feladatok

Definiálja a számtani sorozat fogalmát és adja meg az ezzel kapcsolatos tulajdonságokat!

Definiálja a mértani sorozat fogalmát és adja meg az ezzel kapcsolatos tulajdonságokat!

Adja meg sorozat konvergenciájának feltételeit!

Definiálja a végtelen sorok konvergenciájának fogalmát!

## 2.6.3. Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz

Helyesen definiálja a számtani sorozat fogalmát és adja meg az ezzel kapcsolatos tulajdonságokat. (5 pont)

Helyesen definiálja a mértani sorozat fogalmát és adja meg az ezzel kapcsolatos tulajdonságokat. (20 pont)

Helyesen adja meg sorozat konvergenciájának feltételeit. (10 pont)

Helyesen definiálja a végtelen sorok konvergenciájának fogalmát. (15 pont)

### Az önellenőrzés értékelése:

Maximálisan elérhető pontszám:50 pont. A sikeres teljesítéshez több, mint 40%-os (20 pont) teljesítés szükséges.

20 pontig: elégtelen (1)

30 pontig: elégséges (2)

37 pontig: közepes (3)

45 pontig: jó (4)

50 pontig: jeles (5)

## 2.6.4. Otthoni feladatok megoldása

### 2.6.5. Hallgatói teljesítményértékelő lap

Ellenőrizze, hogy elvégezte-e a tematikus egység valamennyi feladatát! Minden kérdésnél tegyen egy X-et a leginkább megfelelő rovatba, tehát értékelje saját maga a feladat végrehajtását. Ha a felsoroltak közül valamelyik feladat teljesítése nem történt meg vagy lehetetlen volt a teljesítése, tegyen X-et a "Nem" oszlopba.

		Nem	Igen
1.	Ismeri a számtani sorozat fogalmát és adja meg az ezzel kapcsolatos tulajdonságokat.		
2.	Ismeri a mértani sorozat fogalmát és adja meg az ezzel kapcsolatos tulajdonságokat.		
3.	Ismeri a sorozat konvergenciájának feltételeit.		
4.	Ismeri a végtelen sorok konvergenciájának fogalmát.		

## 2.7. Határérték és folytonosság

### 2.7.1. Tanulási feladatok

**Tartalom:**

- függvények határértéke;
- függvények folytonossága.

**A tematikus egység tanulási eredményei:**

A hallgató ismeri:

- a függvények határértékének fogalmát;
- együtt tudja kezelni a véges és végtelen határértékeket a végesben és a végtelenben;
- a függvények folytonosságának fogalmát.

A hallgató képes legyen:

- megállapítani egy függvény határértékét;
- felderíteni egy függvény szakadási helyét.

**Szükséges eszközök, anyagok:**

- A hallgatók felkészüléséhez felhasználható szakirodalom (jegyzet, tankönyv, egyéb források és segédanyagok):

*Kötelező:*

- Csernyák László: Analízis, Matematika közgazdászoknak sorozat, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

*Ajánlott:*

- Németh József, Analízis példatár I-II., JATEPress.
  - [http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges\\_tananyagok/GYORI\\_PITUK\\_KALK\\_INF\\_I/kalkulus1.pdf](http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges_tananyagok/GYORI_PITUK_KALK_INF_I/kalkulus1.pdf)
  - Kapcsolódó internetes források.
- Egyebek: füzet, toll.





Tanóra (Kontaktóra) (1 kontaktóra = 45 perc)			Egyéni hallgatói munkaóra óra (1 egyéni hallgatói munkaóra = 60 perc)		
Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók	Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók
2 óra	Ismerje meg függvények határértéké- nek a fogalmát! Ismerje meg függvények folytonos- ságának a fogalmát!	Véges és végtelen esetek megkülön- böztetése!	2 óra	Ismételje át az órán tanult elveket, alapfogalmakat Tekintse át az órán megoldott felada- tokat!	Szakadási helyek megszüntethetősége!



### 2.7.2. Önellenőrző feladatok

- Adja meg a függvény végesben vett határértékének a definícióját!
- Adja meg a függvény végtelenben vett határértékének a definícióját!
- Adja meg a függvény véges határértékének a definícióját!
- Adja meg a függvény végestelen határértékének a definícióját!
- Adja meg a függvény folytonosságának a definícióját!

### 2.7.3. Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz

- Helyesen adja meg a függvény végesben vett határértékének a definícióját. (10 pont)
- Helyesen adja meg a függvény végtelenben vett határértékének a definícióját. (10 pont)
- Helyesen adja meg a függvény véges határértékének a definícióját. (10 pont)
- Helyesen adja meg a végestelen határértékének a definícióját. (10 pont)
- Helyesen adja meg a függvény folytonosságának a definícióját. (10 pont)

#### Az önellenőrzés értékelése:

Maximálisan elérhető pontszám:50 pont. A sikeres teljesítéshez több, mint 40%-os (20 pont) teljesítés szükséges.

- 20 pontig: elégtelen (1)
- 30 pontig: elégséges (2)
- 37 pontig: közepes (3)
- 45 pontig: jó (4)
- 50 pontig: jeles (5)

### 2.7.4. Otthoni feladatok megoldása

### 2.7.5. Hallgatói teljesítményértékelő lap

Ellenőrizze, hogy elvégezte-e a tematikus egység valamennyi feladatát! Minden kérdésnél tegyen egy X-et a leginkább megfelelő rovatba, tehát értékelje saját maga a feladat végrehajtását. Ha a felsoroltak közül valamelyik feladat teljesítése nem történt meg vagy lehetetlen volt a teljesítése, tegyen X-et a "Nem" oszlopba.

		Nem	Igen
1.	Ismeri a függvény végesben vett határértékének a definícióját.		
2.	Ismeri a függvény végtelenben vett határértékének a definícióját.		
3.	Ismeri a függvény véges határértékének a definícióját.		
4.	Ismeri a függvény végestelen határértékének a definícióját.		
5.	Ismeri a függvény folytonosságának a definícióját		

## 2.8. Differenciálszámítás

### 2.8.1. Tanulási feladatok

**Tartalom:**

- differenciálhatóság, a differenciálhányados fogalma;
- elemi függvények differenciálhányados függvénye;
- differenciálási szabályok.

**A tematikus egység tanulási eredményei:**

A hallgató ismeri:

- a differenciálhányados fogalmát;
- az elemi függvények differenciálhányados függvényeit.

A hallgató képes legyen:

- előállítani tetszőleges analitikus függvény differenciálhányados függvényét.

**Szükséges eszközök, anyagok:**

- A hallgatók felkészüléséhez felhasználható szakirodalom (jegyzet, tankönyv, egyéb források és segédanyagok):

*Kötelező:*

- Csernyák László: Analízis, Matematika közgazdászoknak sorozat, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

*Ajánlott:*

- Németh József, Analízis példatár I-II., JATEPress.
  - [http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges\\_tananyagok/GYORI\\_PITUK\\_KALK\\_INF\\_I/kalkulus1.pdf](http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges_tananyagok/GYORI_PITUK_KALK_INF_I/kalkulus1.pdf)
  - Kapcsolódó internetes források.
- Egyebek: füzet, toll.



Tanóra (Kontaktóra) (1 kontaktóra = 45 perc)			Egyéni hallgatói munkaóra óra (1 egyéni hallgatói munkaóra = 60 perc)		
Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók	Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók
2 óra	Ismerje differenciálhatóság, a differenciálhányados fogalmát! Ismerje elemi függvények differenciálhányados függvényeit! Ismerje a differenciálási szabályokat! Tudjon függvényt deriválni!	Differencia- és differenciálhányados közötti különbség!	2 óra	Ismételje át az órán tanult elveket, alapfogalmakat Tekintse át az órán megoldott feladatokat!	Deriválás gyakorlása!



## 2.8.2. Önellenőrző feladatok

Adja meg a differenciálhatóság feltételeit!  
Definiálja differenciálhányados fogalmát!  
Sorolja fel a differenciálási szabályokat!  
Adja meg az elemi függvények deriváltjait!

## 2.8.3. Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz

Helyesen adja meg a differenciálhatóság feltételeit. (10 pont)  
Helyesen adja meg a differenciálhányados fogalmát. (10 pont)  
Fel tudja sorolni a differenciálási szabályokat. (15 pont)  
Helyesen adja meg az elemi függvények deriváltjait. (15 pont)

### Az önellenőrzés értékelése:

Maximálisan elérhető pontszám:50 pont. A sikeres teljesítéshez több, mint 40%-os (20 pont) teljesítés szükséges.

20 pontig: elégtelen (1)  
30 pontig: elégséges (2)  
37 pontig: közepes (3)  
45 pontig: jó (4)  
50 pontig: jeles (5)

## 2.8.4. Otthoni feladatok megoldása

### 2.8.5. Hallgatói teljesítményértékelő lap

Ellenőrizze, hogy elvégezte-e a tematikus egység valamennyi feladatát! Minden kérdésnél tegyen egy X-et a leginkább megfelelő rovatba, tehát értékelje saját maga a feladat végrehajtását. Ha a felsoroltak közül valamelyik feladat teljesítése nem történt meg vagy lehetetlen volt a teljesítése, tegyen X-et a "Nem" oszlopba.

		Nem	Igen
1.	Ismeri a differenciálhatóság feltételeit.		
2.	Ismeri a differenciálhányados fogalmát.		
3.	Fel tudja sorolni a differenciálási szabályokat.		
4.	Ismeri az elemi függvények deriváltjait.		

## 2.9. A Taylor-polinom

### 2.9.1. Tanulási feladatok

**Tartalom:**

- $n$ -edrendű Taylor-polinom;
- $a$  ponthoz tartozó Taylor-sor.

**A tematikus egység tanulási eredményei:**

A hallgató ismeri:

- a Taylor-polinom fogalmát;
- a Taylor sor fogalmát és jelentőségét.

A hallgató képes legyen:

- felírni egy függvény Taylor-polinomját.

**Szükséges eszközök, anyagok:**

- A hallgatók felkészüléséhez felhasználható szakirodalom (jegyzet, tankönyv, egyéb források és segédanyagok:

*Kötelező:*

- Csernyák László: Analízis, Matematika közgazdászoknak sorozat, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

*Ajánlott:*

- Németh József, Analízis példatár I-II., JATEPress.
  - [http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges\\_tananyagok/GYORI\\_PITUK\\_KALK\\_INF\\_I/kalkulus1.pdf](http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges_tananyagok/GYORI_PITUK_KALK_INF_I/kalkulus1.pdf)
  - Kapcsolódó internetes források.
- Egyebek: füzet, toll.





Tanóra (Kontaktóra) (1 kontaktóra = 45 perc)			Egyéni hallgatói munkaóra óra (1 egyéni hallgatói munkaóra = 60 perc)		
Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók	Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók
2 óra	Ismerje a $n$ -edrendű Taylor-polinom fogalmát! Ismerje a Taylor-sor fogalmát! Meg tudja adni egy függvény Taylor-polinomját!	Taylor-sorok konvergenciasugara!	2 óra	Ismételje át az órán tanult elveket, alapfogalmakat Tekintse át az órán megoldott feladatokat!	Hatványsorba fejtés!



## 2.9.2. Önellenőrző feladatok

Adja meg a Taylor-polinom fogalmának definícióját!

Adja meg a Taylor-sor fogalmának definícióját!

Fejtse ki a Taylor-sor jelentőségét!

## 2.9.3. Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz

Helyesen adja meg a Taylor-polinom fogalmának definícióját. (15 pont)

Helyesen adja meg a Taylor-sor fogalmának definícióját. (15 pont)

Ki tudja fejteni a Taylor-sor jelentőségét. (20 pont)

### Az önellenőrzés értékelése:

Maximálisan elérhető pontszám:50 pont. A sikeres teljesítéshez több, mint 40%-os (20 pont) teljesítés szükséges.

20 pontig: elégtelen (1)

30 pontig: elégséges (2)

37 pontig: közepes (3)

45 pontig: jó (4)

50 pontig: jeles (5)

## 2.9.4. Otthoni feladatok megoldása

### 2.9.5. Hallgatói teljesítményértékelő lap

Ellenőrizze, hogy elvégezte-e a tematikus egység valamennyi feladatát! Minden kérdésnél tegyen egy X-et a leginkább megfelelő rovatba, tehát értékelje saját maga a feladat végrehajtását. Ha a felsoroltak közül valamelyik feladat teljesítése nem történt meg vagy lehetetlen volt a teljesítése, tegyen X-et a "Nem" oszlopba.

		Nem	Igen
1.	Ismeri a Taylor-polinom fogalmát.		
2.	Ismeri a Taylor-sor fogalmát.		
3.	Ismeri a Taylor-sor jelentőségét.		

## 2.10. Függvénydiszkusszió

### 2.10.1. Tanulási feladatok

**Tartalom:**

- függvény monotonitásának kapcsolata a differenciálhányados függvény értékével;
- függvény szélsőértékének kapcsolata a differenciálhányados függvény értékével;
- függvény konvexitásának kapcsolata a második differenciálhányados függvény értékével;
- teljes függvényvizsgálat.

**A tematikus egység tanulási eredményei:**

A hallgató ismeri:

- a függvények egyes tulajdonságai és a differenciálhányados függvényeik értékei közötti összefüggéseket;
- a teljes függvényvizsgálat lépéseit.

A hallgató képes legyen:

- elvégezni a teljes függvényvizsgálatot kétszer differenciálható függvényeken.

**Szükséges eszközök, anyagok:**

- A hallgatók felkészüléséhez felhasználható szakirodalom (jegyzet, tankönyv, egyéb források és segédanyagok):

*Kötelező:*

- Csernyák László: Analízis, Matematika közgazdászoknak sorozat, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

*Ajánlott:*

- Németh József, Analízis példatár I-II., JATEPress.
  - [http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges\\_tananyagok/GYORI\\_PITUK\\_KALK\\_INF\\_I/kalkulus1.pdf](http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges_tananyagok/GYORI_PITUK_KALK_INF_I/kalkulus1.pdf)
  - Kapcsolódó internetes források.
- Egyebek: füzet, toll.



EFOP-3.4.3-16-2016-00014

SZÉCHENYI 2020

Tanóra (Kontaktóra) (1 kontaktóra = 45 perc)			Egyéni hallgatói munkaóra óra (1 egyéni hallgatói munkaóra = 60 perc)		
Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók	Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók
2 óra	<p>Ismeri a függvény monotonitásának kapcsolatát a differenciálhányados függvény értékével!</p> <p>Ismeri a függvény szélsőértékének kapcsolatát a differenciálhányados függvény értékével;</p> <p>Ismeri a függvény konvexitásának kapcsolatát a második differenciálhányados függvény értékével;</p> <p>Ismeri és végre tudja hajtani a teljes függvényvizsgálat lépéseit!</p>	Lokális és globális szélsőértékek!	2 óra	<p>Ismételje át az órán tanult elveket, alapfogalmakat</p> <p>Tekintse át az órán megoldott feladatokat!</p> <p>Végezzen el egy teljes függvénydiskussziót</p>	-

Szegedi Tudományegyetem  
Cím: 6720 Szeged, Dugonics tér 13.  
www.u-szeged.hu  
www.szechenyi2020.hu

SZÉCHENYI 2020

  
MAGYARORSZÁG  
KORMÁNYA

Európai Unió  
Európai Szociális  
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

### 2.10.2. Önellenőrző feladatok

Adja meg egy differenciálható függvény monotonitásának elegendő feltételét!  
Adja meg egy differenciálható függvény lokális szélsőérték létezésének elegendő feltételét!  
Adja meg egy kétszer differenciálható függvény konvexitásának elegendő feltételét!  
Sorolja fel a teljes függvénydiszkusszió lépéseit!

### 2.10.3. Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz

Helyesen adja meg egy differenciálható függvény monotonitásának elegendő feltételét. (10 pont)  
Helyesen adja meg egy differenciálható függvény lokális szélsőérték létezésének elegendő feltételét. (10 pont)  
Helyesen adja meg egy kétszer differenciálható függvény konvexitásának elegendő feltételét. (10 pont)  
Helyesen sorolja fel a teljes függvénydiszkusszió lépéseit. (20 pont)

#### Az önellenőrzés értékelése:

Maximálisan elérhető pontszám:50 pont. A sikeres teljesítéshez több, mint 40%-os (20 pont) teljesítés szükséges.

20 pontig: elégtelen (1)  
30 pontig: elégséges (2)  
37 pontig: közepes (3)  
45 pontig: jó (4)  
50 pontig: jeles (5)

### 2.10.4. Otthoni feladatok megoldása

### 2.10.5. Hallgatói teljesítményértékelő lap

Ellenőrizze, hogy elvégezte-e a tematikus egység valamennyi feladatát! Minden kérdésnél tegyen egy X-et a leginkább megfelelő rovatba, tehát értékelje saját maga a feladat végrehajtását. Ha a felsoroltak közül valamelyik feladat teljesítése nem történt meg vagy lehetetlen volt a teljesítése, tegyen X-et a "Nem" oszlopba.

		Nem	Igen
1.	Meg tudja adni egy differenciálható függvény monotonitásának elegendő feltételét.		
2.	Meg tudja adni egy differenciálható függvény lokális szélsőérték létezésének elegendő feltételét.		
3.	Meg tudja adni egy kétszer differenciálható függvény konvexitásának elegendő feltételét.		
4.	Fel tudja sorolni a teljes függvénydiszkusszió lépéseit.		

## 2.11. A határozatlan integrál

### 2.11.1. Tanulási feladatok

**Tartalom:**

- primitív függvények, a határozatlan integrál;
- elemi függvények határozatlan integrálja;
- integrálási szabályok.

**A tematikus egység tanulási eredményei:**

A hallgató ismeri:

- a primitív függvény fogalmát;
- a határozatlan integrál fogalmát.

A hallgató képes legyen:

- egyszerűbb függvények határozatlan integráljának megadására.

**Szükséges eszközök, anyagok:**

- A hallgatók felkészüléséhez felhasználható szakirodalom (jegyzet, tankönyv, egyéb források és segédanyagok):

*Kötelező:*

- Csernyák László: Analízis, Matematika közgazdászoknak sorozat, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

*Ajánlott:*

- Németh József, Analízis példatár I-II., JATEPress.
  - [http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges\\_tananyagok/GYORI\\_PITUK\\_KALK\\_INF\\_I/kalkulus1.pdf](http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges_tananyagok/GYORI_PITUK_KALK_INF_I/kalkulus1.pdf)
  - Kapcsolódó internetes források.
- Egyebek: füzet, toll.





Tanóra (Kontaktóra) (1 kontaktóra = 45 perc)			Egyéni hallgatói munkaóra óra (1 egyéni hallgatói munkaóra = 60 perc)		
Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók	Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók
2 óra	Ismeri primitív függvényeket és a határozatlan integrált! Ismeri ez elemi függvények határozatlan integrálját! Ismeri az egyszerűbb integrálási szabályokat!	Primitív függvény mint a differenciáloperátor inverze!	2 óra	Ismételje át az órán tanult elveket, alapfogalmakat Tekintse át az órán megoldott feladatokat!	Határozatlan integrál megadása!



### 2.11.2. Önellenőrző feladatok

Ismertesse a primitív függvények és a határozatlan integrál fogalmát!

Sorolja fel az elemi függvények határozatlan integráljait!

Sorolja fel, milyen integrálási szabályokat ismer!

### 2.11.3. Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz

Helyesen ismerteti a primitív függvények és a határozatlan integrál fogalmát. (10 pont)

Helyesen sorolja fel az elemi függvények határozatlan integráljait. (20 pont)

Helyesen sorolja fel, hogy milyen integrálási szabályokat ismer. (20 pont)

#### Az önellenőrzés értékelése:

Maximálisan elérhető pontszám:50 pont. A sikeres teljesítéshez több, mint 40%-os (20 pont) teljesítés szükséges.

20 pontig: elégtelen (1)

30 pontig: elégséges (2)

37 pontig: közepes (3)

45 pontig: jó (4)

50 pontig: jeles (5)

### 2.11.4. Otthoni feladatok megoldása

### 2.11.5. Hallgatói teljesítményértékelő lap

Ellenőrizze, hogy elvégezte-e a tematikus egység valamennyi feladatát! Minden kérdésnél tegyen egy X-et a leginkább megfelelő rovatba, tehát értékelje saját maga a feladat végrehajtását. Ha a felsoroltak közül valamelyik feladat teljesítése nem történt meg vagy lehetetlen volt a teljesítése, tegyen X-et a "Nem" oszlopba.

		Nem	Igen
1.	Ismeri a primitív függvények és a határozatlan integrál fogalmát.		
2.	Fel tudja sorolni az elemi függvények határozatlan integráljait		
3.	Fel tudja sorolni a tanult integrálási szabályokat.		

## 2.12. A határozott integrál

### 2.12.1. Tanulási feladatok

**Tartalom:**

- határozott integrál;
- a Newton-Leibniz szabály;
- terület- és térfogatszámítás.

**A tematikus egység tanulási eredményei:**

A hallgató ismeri:

- a Riemann-féle közelítő összegeket;
- a Newton-Leibniz szabályt.

A hallgató képes legyen:

- alkalmazni a Newton-Leibniz szabályt;
- kiszámítani függvénygörbe alatti területet;
- kiszámítani forgástestek térfogatát.

**Szükséges eszközök, anyagok:**

- A hallgatók felkészüléséhez felhasználható szakirodalom (jegyzet, tankönyv, egyéb források és segédanyagok):

*Kötelező:*

- Csernyák László: Analízis, Matematika közgazdászoknak sorozat, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

*Ajánlott:*

- Németh József, Analízis példatár I-II., JATEPress.
  - [http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges\\_tananyagok/GYORI\\_PITUK\\_KALK\\_INF\\_I/kalkulus1.pdf](http://tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/images/stories/vegleges_tananyagok/GYORI_PITUK_KALK_INF_I/kalkulus1.pdf)
  - Kapcsolódó internetes források.
- Egyebek: füzet, toll.



Tanóra (Kontaktóra) (1 kontaktóra = 45 perc)			Egyéni hallgatói munkaóra óra (1 egyéni hallgatói munkaóra = 60 perc)		
Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók	Ren- delke- zésre álló idő- tartam	Tanulási tevékenység	Különleges instrukciók
2 óra	Ismeri a Riemann-féle közelítő ösz- szegeket! Ismeri a Newton-Leibniz szabályt Meg tudja oldani határozott integrálra vonatkozó feladatokat! Képes terület- és térfogatszámításra integrálás segítségével!	Közelítő összegek metrikája!	2 óra	Ismételje át az órán tanult elveket, alapfogalmakat Tekintse át az órán megoldott felada- tokat!	Összetett területszámítási feladatok!



### 2.12.2. Önellenőrző feladatok

Írja fel a határozott integrált Riemann-féle közelítő összegek segítségével!

Ismertesse a Newton-Leibniz szabályt!

Ismertesse a forgástestek térfogatának kiszámítási módját!

### 2.12.3. Megoldókulcs az önellenőrző feladatokhoz

Helyesen írja fel a határozott integrált Riemann-féle közelítő összegek segítségével. (10 pont)

Helyesen ismerteti a Newton-Leibniz szabályt. (20 pont)

Helyesen ismerteti a forgástestek térfogatának kiszámítási módját. (20 pont)

#### Az önellenőrzés értékelése:

Maximálisan elérhető pontszám:50 pont. A sikeres teljesítéshez több, mint 40%-os (20 pont) teljesítés szükséges.

20 pontig: elégtelen (1)

30 pontig: elégséges (2)

37 pontig: közepes (3)

45 pontig: jó (4)

50 pontig: jeles (5)

### 2.12.4. Otthoni feladatok megoldása

### 2.12.5. Hallgatói teljesítményértékelő lap

Ellenőrizze, hogy elvégezte-e a tematikus egység valamennyi feladatát! Minden kérdésnél tegyen egy X-et a leginkább megfelelő rovatba, tehát értékelje saját maga a feladat végrehajtását. Ha a felsoroltak közül valamelyik feladat teljesítése nem történt meg vagy lehetetlen volt a teljesítése, tegyen X-et a "Nem" oszlopba.

		Nem	Igen
1.	Fel tudja írni a határozott integrált Riemann-féle közelítő összegek segítségével.		
2.	Ismeri a Newton-Leibniz szabályt.		
3.	Ismeri a forgástestek térfogatának kiszámítási módját.		