

Gingl Zoltán, Szeged, 2018.

Elektronika

Váltófeszültségű hálózatok

Váltofeszültségű hálózatok

Időfüggő jelek

- ▶ **Az Ohm törvény, Kirchhoff törvények érvényesek**
- ▶ Az alkatrészeken eső feszültség és áram pillanatnyi értéke nem mindig arányos
- ▶ **A kapcsolat továbbra is lineáris**

$$U(t) = R \cdot I(t)$$

$$U(t) = \frac{1}{C} \int I(t) dt$$

$$U(t) = L \frac{dI(t)}{dt}$$

Ideális ellenállás, Ohm törvénye

- ▶ **Feszültség – áram:**

- ▶ $U(t) = R \cdot I(t)$

- ▶ előjelhelyes!

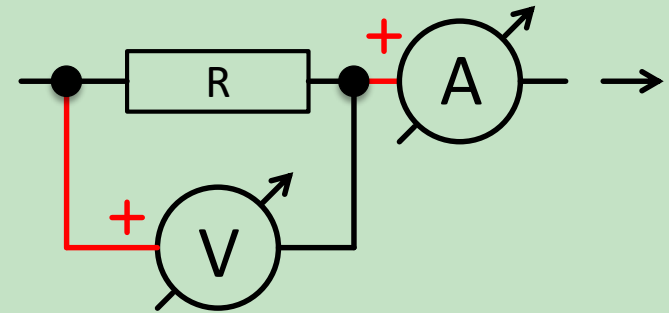
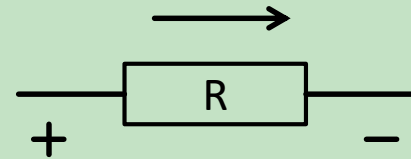
- ▶ Feszültség polaritása?

- ▶ Áram iránya?

- ▶ **Technikai áramirány:**

- ▶ pozitív töltések mozgási iránya

- ▶ Voltmérő, árammérő mit mutat?



Ideális kondenzátor

- ▶ **Feszültség – áram:**

- ▶ $U(t) = (1/C) \int I(t) dt + U_0$

- ▶ Másképp: $dU(t)/dt = (1/C) \cdot I(t)$

- ▶ előjelhelyes!

- ▶ Állandó feszültség esetén 0 áram (szakadás)

- ▶ Nem csak a pillanatnyi érték számít, hanem a múltbeli értékek is (integrálás)

- ▶ Szinuszos áram esetén koszinuszos feszültség

Ideális induktivitás

- ▶ **Feszültség – áram:**

- ▶ $U(t) = L \cdot di(t)/dt$

- ▶ előjelhelyes!

- ▶ Állandó áram esetén 0 feszültség (rövidzár)

- ▶ Az áram változása számít, nem a pillanatnyi értéke

- ▶ Koszinuszos áram esetén szinuszos feszültség

Kondenzátor, induktivitás

KONDENZÁTOR

- ▶ $dU/dt = (1/C) \cdot I$
- ▶ DC: szakadás
- ▶ Töltéseket, energiát tárol

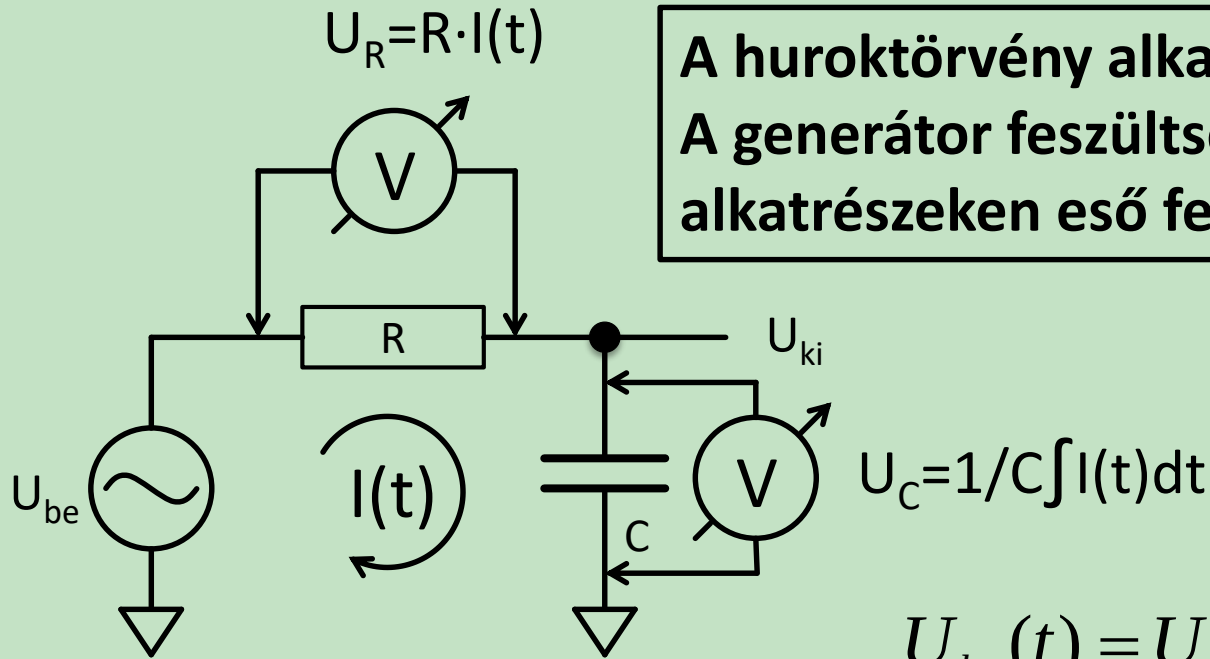
INDUKTIVITÁS

- ▶ $dI/dt = (1/L) \cdot U$
- ▶ DC: rövidzár
- ▶ Tehetetlenségszerű viselkedés

AC/DC ?

- ▶ DC: *direct current*
 - ▶ állandó áram, állandó feszültség
- ▶ AC: *alternating current*
 - ▶ váltakozó áram, váltakozó feszültség
 - ▶ általánosabban: időfüggő áram és feszültség
- ▶ Ellenállások:
 - ▶ algebrai egyenletek DC és AC esetre is
- ▶ Kondenzátorok, induktivitások:
 - ▶ differenciál-, integrálegyenletek
 - ▶ van azért megoldás – komplex számok

Egyszerű példa: váltófeszültségű osztó



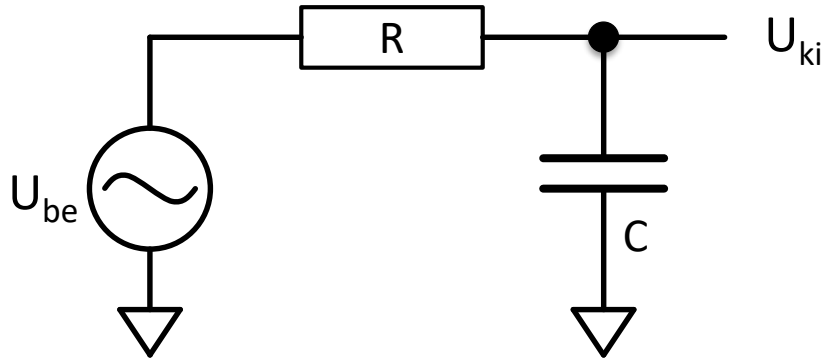
**A huroktörvény alkalmazható:
A generátor feszültsége megegyezik az
alkatrészeken eső feszültségek összegével**

$$U_{be}(t) = U_R(t) + U_C(t)$$

$$U_{be}(t) = R \cdot I(t) + U_{ki}(t)$$

$$I(t) = C \frac{dU_{ki}(t)}{dt}$$

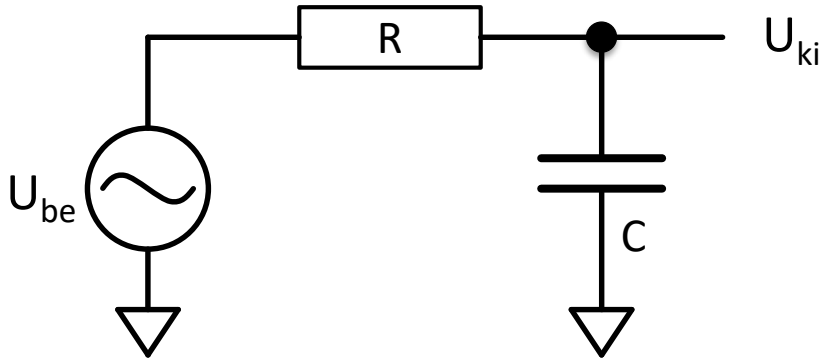
Egyszerű példa: váltófeszültségű osztó



$$U_{be}(t) = R \cdot C \frac{dU_{ki}(t)}{dt} + U_{ki}(t)$$

$$\frac{dU_{ki}(t)}{dt} = \frac{1}{R \cdot C} (U_{be}(t) - U_{ki}(t))$$

Integráló áramkör: ha $|U_{ki}(t)| \ll |U_{be}(t)|$

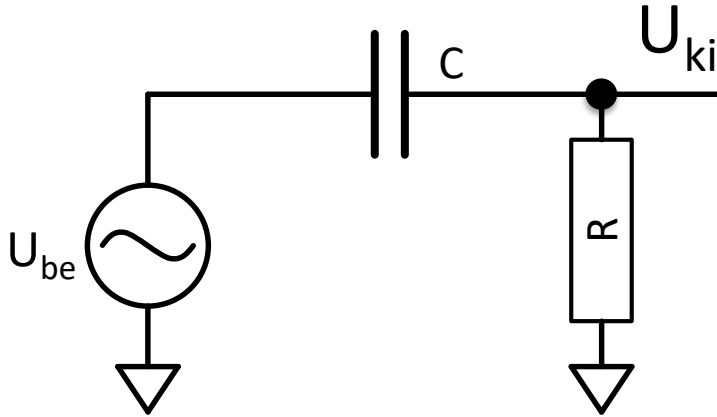


$$\frac{dU_{ki}(t)}{dt} \approx \frac{1}{R \cdot C} U_{be}(t)$$

$$U_{ki}(t) \approx \frac{1}{R \cdot C} \int U_{be}(t) dt$$

Szimuláció

Ellenállás-kondenzátor csere



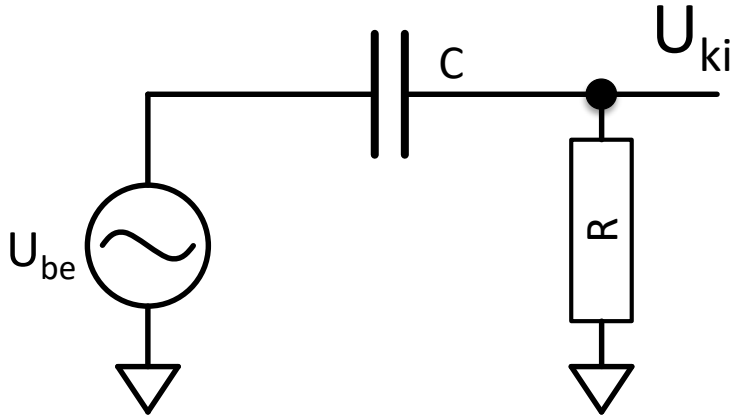
$$U_{be}(t) = U_R(t) + U_C(t)$$

$$U_{be}(t) = U_{ki}(t) + U_C(t)$$

$$I(t) = \frac{U_{ki}(t)}{R}$$

$$U_C(t) = \frac{1}{C} \int I(t) dt = \frac{1}{R \cdot C} \int U_{ki}(t) dt$$

Ellenállás-kondenzátor csere



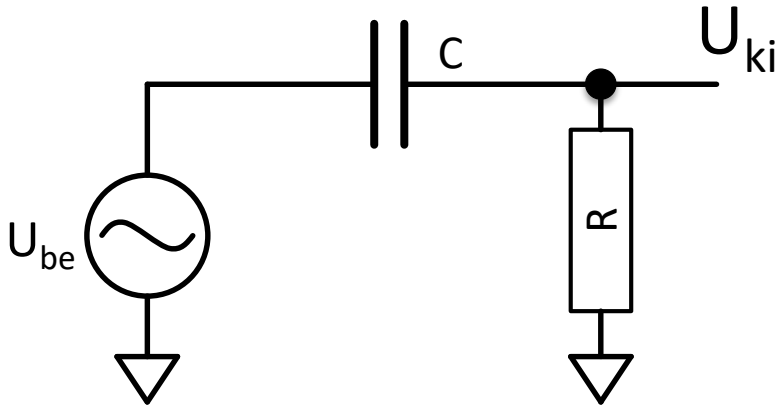
$$U_{be}(t) = U_{ki}(t) + \frac{1}{R \cdot C} \int U_{ki}(t)$$

$$\frac{dU_{be}(t)}{dt} = \frac{dU_{ki}(t)}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} U_{ki}(t)$$

$$U_{ki}(t) = R \cdot C \cdot \left(\frac{dU_{be}(t)}{dt} - \frac{dU_{ki}(t)}{dt} \right)$$

$$U_{ki}(t) = R \cdot C \cdot \frac{d(U_{be}(t) - U_{ki}(t))}{dt}$$

Differenciáló áramkör: ha $|U_{ki}(t)| \ll |U_{be}(t)|$



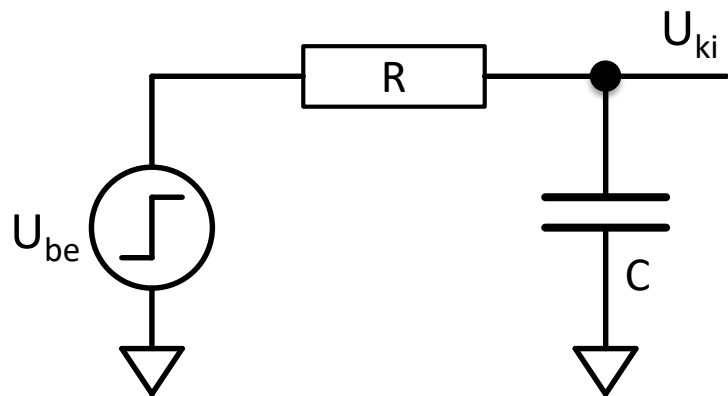
$$U_{ki}(t) \approx R \cdot C \cdot \frac{dU_{be}(t)}{dt}$$

Szimuláció

Különleges bemenő jelek?

- ▶ Az általános megoldás bonyolult
- ▶ Kitüntetett bemeneti jelek:
 - ▶ ugrásszerű változás
 - ▶ periodikus jelek, szinusz, négyszögjel
- ▶ **Egységugrás**
 - ▶ áramkörök, műszerek bemenetén fontos (láz mérő)
 - ▶ multiplexerek: több jel kapcsolása egy kimenetre
- ▶ **Periodikus**
 - ▶ $\sin, \cos$: *ezekből rakható össze sok más jel*

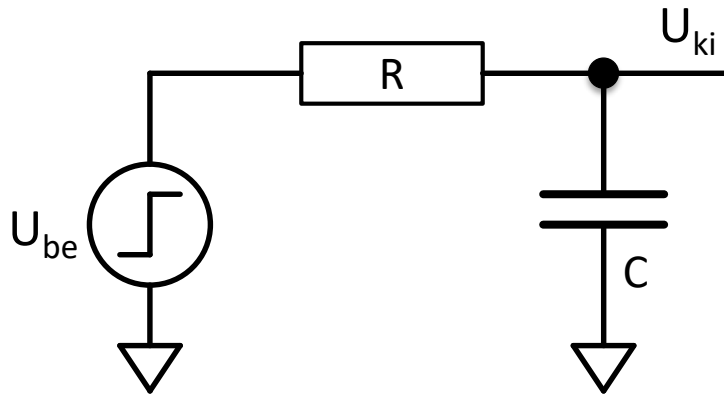
Feszültségugrásra adott válasz



► A megoldás elve:

- A bemenő feszültséget állandónak tekintjük
- A kezdeti feltétel: amikor a bemenő feszültség ugrik, akkor $U_{ki}(t=0)=U_{ki,0}$

Feszültségugrásra adott válasz



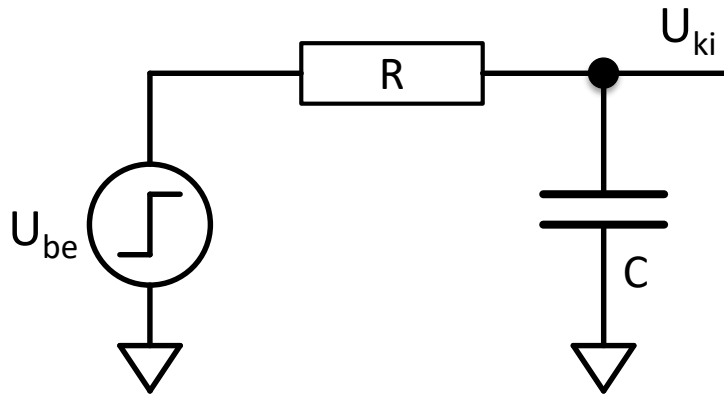
$$\frac{dU_{ki}(t)}{dt} = -\frac{1}{R \cdot C} (U_{ki}(t) - U_{be})$$

$$dU_{ki}(t) = -\frac{1}{R \cdot C} (U_{ki}(t) - U_{be}) dt$$

$$\frac{dU_{ki}(t)}{U_{ki}(t) - U_{be}} = -\frac{dt}{R \cdot C}$$

$$\int \frac{dU_{ki}(t)}{U_{ki}(t) - U_{be}} = \int -\frac{dt}{R \cdot C}$$

Feszültségugrásra adott válasz



$$\int \frac{dU_{ki}(t)}{U_{ki}(t) - U_{be}} = \int -\frac{dt}{R \cdot C}$$

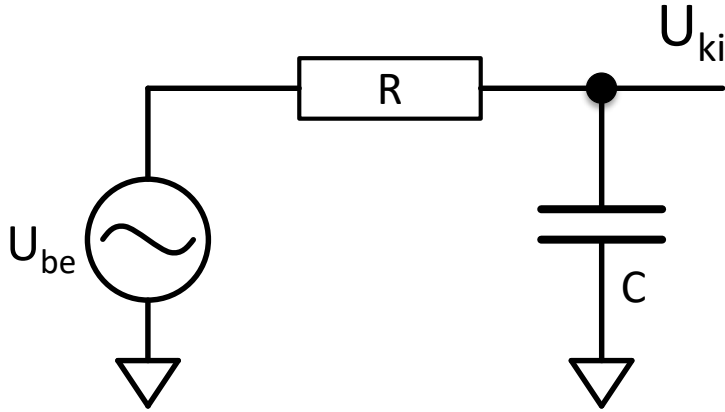
$$\ln(U_{ki}(t) - U_{be}) = -\frac{t}{R \cdot C} + const$$

$$t = 0 : const := \ln(U_{ki,0} - U_{be})$$

$$\ln(U_{ki}(t) - U_{be}) = -\frac{t}{R \cdot C} + \ln(U_{ki,0} - U_{be})$$

$$U_{ki}(t) = U_{be} + (U_{ki,0} - U_{be}) \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Feszültségugrásra adott válasz: ha $U_{ki,0}=0V$



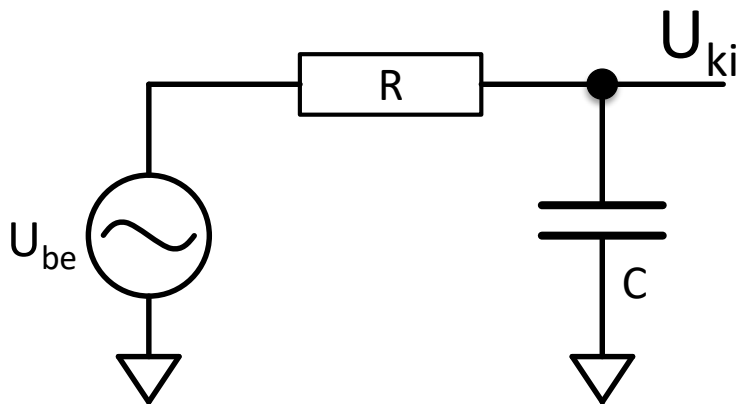
$$U_{ki}(t) = U_{be} - U_{be} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$U_{ki}(t) = U_{be} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \right)$$

$$RC = \tau$$

$$U_{ki}(t) = U_{be} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

Szinusra adott válasz

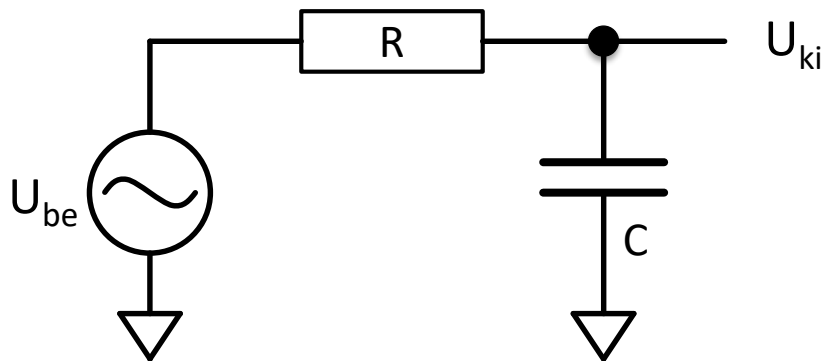


$$\frac{dU_{ki}(t)}{dt} = \frac{1}{R \cdot C} (U_{be}(t) - U_{ki}(t))$$

$$U_{be}(t) = U_{be,A} \sin(\omega t)$$

$$U_{ki}(t) = U_{ki,A} \sin(\omega t + \varphi)$$

Színuszra adott válasz



$$\frac{dU_{ki}(t)}{dt} = U_{ki,A} \omega \cos(\omega t + \varphi)$$

$$U_{ki,A} \omega \cos(\omega t + \varphi) = \frac{1}{R \cdot C} U_{be,A} \sin(\omega t) - \frac{1}{R \cdot C} U_{ki,A} \sin(\omega t + \varphi)$$

Szinusra adott válasz

$$U_{ki,A} \omega \cos(\omega t + \varphi) = \frac{1}{R \cdot C} U_{be,A} \sin(\omega t) - \frac{1}{R \cdot C} U_{ki,A} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$U_{ki,A} \omega \cos(\omega t) \cos(\varphi) - U_{ki,A} \omega \sin(\omega t) \sin(\varphi) = \\ \frac{1}{R \cdot C} U_{be,A} \sin(\omega t) - \frac{1}{R \cdot C} U_{ki,A} \sin(\omega t) \cos(\varphi) - \frac{1}{R \cdot C} U_{ki,A} \cos(\omega t) \sin(\varphi)$$

Színusra adott válasz

$$\cos(\omega t) \left(U_{ki,A} \omega \cos(\varphi) + \frac{1}{R \cdot C} U_{ki,A} \sin(\varphi) \right) =$$
$$\sin(\omega t) \left(U_{ki,A} \omega \sin(\varphi) + \frac{1}{R \cdot C} U_{be,A} - \frac{1}{R \cdot C} U_{ki,A} \cos(\varphi) \right)$$

Szinusra adott válasz

$$U_{ki,A} \omega \cos(\varphi) = -\frac{1}{R \cdot C} U_{ki,A} \sin(\varphi)$$

$$\tan(\varphi) = -\omega \cdot R \cdot C$$

$$\varphi = -\arctan(\omega \cdot R \cdot C)$$

Szinuszra adott válasz

$$U_{ki,A} \omega \sin(\varphi) + \frac{1}{R \cdot C} U_{be,A} = \frac{1}{R \cdot C} U_{ki,A} \cos(\varphi)$$

$$U_{ki,A} \omega \cdot R \cdot C \sin(\varphi) + U_{be,A} = U_{ki,A} \cos(\varphi)$$

$$U_{be,A} = U_{ki,A} (\cos(\varphi) - \omega \cdot R \cdot C \sin(\varphi))$$

Szinusra adott válasz

$$\frac{U_{ki,A}}{U_{be,A}} = \frac{1}{\cos(\varphi) - \omega \cdot R \cdot C \sin(\varphi)} = \frac{\frac{1}{\cos(\varphi)}}{1 - \omega \cdot R \cdot C \tan(\varphi)}$$

$$\cos(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan(\varphi)^2}}$$

$$\frac{U_{ki,A}}{U_{be,A}} = \frac{\sqrt{1 + (\omega \cdot R \cdot C)^2}}{1 + (\omega \cdot R \cdot C)^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot R \cdot C)^2}}$$

Frekvenciatartománybeli leírás

Szinuszos jelek – invariáns a jelalak

- ▶ **Lineáris rendszer** →
összegre a válasz a válaszok összege
- ▶ **Szinuszokra a válasz szinusz** (*amplitúdó és fázis változhat*)
- ▶ Szinuszok összegére is:
a válasz az egyes válaszok összege
- ▶ ***Ha a jel szinuszok összege:***
elég a szinuszokra adott választ tudni
- ▶ Azaz: frekvenciatartományban szétválogathatók,
külön kezelhetők a jelek

Telekommunikáció

- ▶ Az adó oldali különböző jelek összege: egyetlen jelet ad
- ▶ Mert egyetlen jelet vihet a közeg (egy vezeték, wireless)
- ▶ A vevő oldalon szétválogatható
 - ▶ rádióadók
 - ▶ távirányítók, mobiltávközlés
 - ▶ kábel-tv csatornák
 - ▶ DTMF

Fourier-sor

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t) + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin(k\omega_0 t)$$

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

$$A_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos(k\omega_0 t) dt$$

$$B_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin(k\omega_0 t) dt$$

A Fourier-sor komplex alakja: Euler formula

$$\exp(i \cdot k\omega_0 t) = \cos(k\omega_0 t) + i \sin(k\omega_0 t)$$

$$\cos(k\omega_0 t) = \frac{\exp(i \cdot k\omega_0 t) + \exp(-i \cdot k\omega_0 t)}{2}$$

$$\sin(k\omega_0 t) = \frac{\exp(i \cdot k\omega_0 t) - \exp(-i \cdot k\omega_0 t)}{2i}$$

A Fourier-sor komplex alakja

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \frac{\exp(i \cdot k \omega_0 t) + \exp(-i \cdot k \omega_0 t)}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \frac{\exp(i \cdot k \omega_0 t) - \exp(-i \cdot k \omega_0 t)}{2i}$$

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{A_k}{2} + \frac{B_k}{2i} \right) \exp(i \cdot k \omega_0 t) + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{A_k}{2} - \frac{B_k}{2i} \right) \exp(-i \cdot k \omega_0 t)$$

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k - iB_k}{2} \exp(i \cdot k \omega_0 t) + \sum_{k=-\infty}^{k=-1} \frac{A_k + iB_k}{2} \exp(i \cdot k \omega_0 t)$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \exp(i \cdot k \omega_0 t)$$

Fourier-sor komplex együtthatói

$$C_k = \begin{cases} \frac{A_k - iB_k}{2}, & \text{ha } k > 0 \\ A_0, & \text{ha } k = 0 \\ \frac{A_k + iB_k}{2}, & \text{ha } k < 0 \end{cases}$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \exp(i \cdot k \omega_0 t)$$

$$C_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \exp(-i \cdot k \omega_0 t) dt$$

Deriválás: szorzás $i\omega_k$ -val

$$\omega_k = k\omega_0$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \exp(i\omega_k t)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k i\omega_k \exp(i\omega_k t)$$

$$C_k \rightarrow i\omega_k C_k$$

Integrálás: szorzás $1/i\omega_k$ -val

$$\omega_k = k\omega_0$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \exp(i\omega_k t)$$

$$\int x(t) dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \frac{1}{i\omega_k} \exp(i\omega_k t)$$

$$C_k \rightarrow \frac{1}{i\omega_k} C_k$$

Fourier-transzformáció

- ▶ A jel sokszor nem periodikus
- ▶ Ekkor a Fourier-sor nem használható
- ▶ Megoldás: diszkrét helyett folytonos összegzés
- ▶ Fourier-sor: diszkrét frekvenciák
- ▶ Fourier-transzformáció: folytonos frekvencia

Fourier-transzformáció

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \exp(i\omega t) d\omega$$

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-i\omega t) dt$$

vagy :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \exp(i2\pi ft) df$$

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-i2\pi ft) dt$$

Ahogy a Fourier-sornál is

$$x(t) \leftrightarrow X(\omega)$$

$$\frac{dx}{dt} \leftrightarrow i\omega \cdot X(\omega)$$

$$\int x(t) dt \leftrightarrow \frac{1}{i\omega} X(\omega)$$

Előnyök

- ▶ **Differenciálegyenletek → algebrai egyenletek**
- ▶ Váltakozóáramú körök is egyenáramúként kezelhetők
- ▶ Az amplitúdóváltozás:
 - a Fourier-komponens nagysága
- ▶ A fázistolás:
 - a Fourier-komponens fázisa

Alkatrészek feszültség-áram összefüggés

$$U(t) = R \cdot I(t) \quad \Leftrightarrow \quad U(\omega) = R \cdot I(\omega)$$

$$U(t) = \frac{1}{C} \int I(t) dt \quad \Leftrightarrow \quad U(\omega) = \frac{1}{i\omega C} I(\omega)$$

$$U(t) = L \frac{dI(t)}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad U(\omega) = i\omega L \cdot I(\omega)$$

Impedancia: $U(\omega)/I(\omega)$

- általánosított ellenállás
- frekvenciafüggő

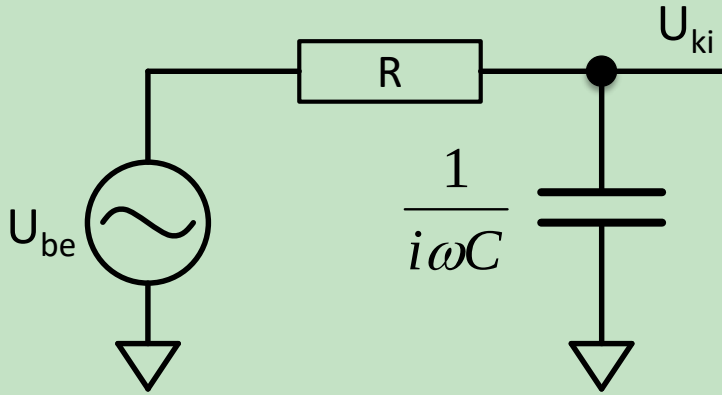
$$X_C(\omega) = \frac{1}{i\omega C}$$

$$X_L(\omega) = i\omega L$$

Az impedancia használata

- ▶ Kondenzátor és induktivitás is ellenállásként kezelhető, ha frekvenciatartományban írjuk le a jeleket
- ▶ Kirchhoff-törvények, Thevenin-tétel, stb
- ▶ Eredő impedancia – mint eredő ellenállás

RC kör – átviteli függvény: $U_{ki}(\omega)/U_{be}(\omega)$

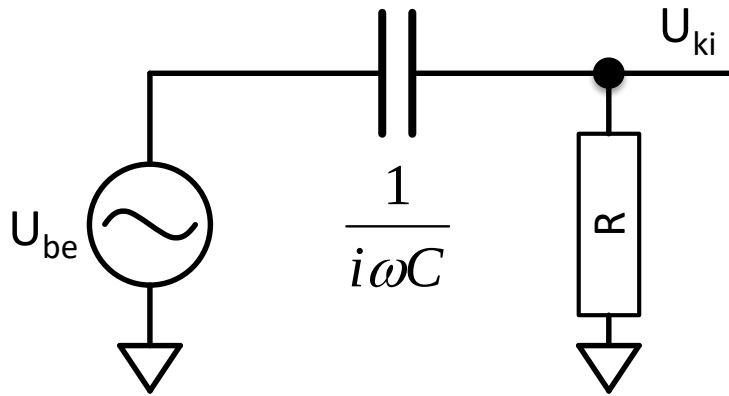


$$U_{ki}(\omega) = U_{be}(\omega) \frac{X_C}{R + X_C}$$

$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{X_C}{X_C + R}$$

$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{\frac{1}{i\omega C}}{\frac{1}{i\omega C} + R} = \frac{1}{1 + i\omega RC}$$

RC kör – átviteli függvény: $U_{ki}(\omega)/U_{be}(\omega)$



$$U_{ki}(\omega) = U_{be}(\omega) \frac{R}{R + X_C}$$

$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{R}{X_C + R}$$

$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{R}{\frac{1}{i\omega C} + R} = \frac{i\omega RC}{1 + i\omega RC}$$

Átviteli függvény általánosabban



$$Y(\omega) = A(\omega) \cdot X(\omega)$$

$$A(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)}$$

Az átviteli függvény általános alakja

- ▶ **a számláló és nevező is $i\omega$ polinomja**
(mert a deriválás és integrálás: $i\omega$ hatványozása)
- ▶ Ábrázolás: amplitúdó, fázis
- ▶ **Egyszerűsített ábrázolás: Bode-diagram**

$$A(\omega) = A_0 \cdot (i\omega)^\gamma \frac{(1 + i\omega / \omega_{z1}) \cdot (1 + i\omega / \omega_{z2}) \cdots (1 + i\omega / \omega_{zn})}{(1 + i\omega / \omega_{p1}) \cdot (1 + i\omega / \omega_{p2}) \cdots (1 + i\omega / \omega_{pm})}$$

Az átviteli függvény ábrázolása

- ▶ Két komplex polinom hányadosa
- ▶ **Amplitúdó és fázis ábrázolása a frekvencia függvényében**
- ▶ A frekvencia logaritmikus léptékben
- ▶ **Az amplitúdó logaritmikus léptékben**
 - ▶ dB skála
- ▶ log-log skálán: a hatványfüggvény egyenes
- ▶ meredekség: a hatványkitevő
 - ▶ dB skálán 20-al szorozva

dB skála

- ▶ Mikor érdemes logaritmikus skálát használni?
- ▶ Kicsi amplitúdójú részek felnagyítása
- ▶ Teljesítmények aránya: P/P_0
- ▶ Logaritmikusan: $\log_{10}(P/P_0)$
- ▶ **dB skála: $10\log_{10}(P/P_0)$**
- ▶ Amplitúdó: a teljesítmény az amplitúdó négyzetével arányos:
- ▶ $10\log_{10}(P/P_0) = 10\log_{10}(A^2/A_0^2) = 20\log_{10}(A/A_0)$
- ▶ **dB skála: $20\log_{10}(A/A_0)$**

Az átviteli függvény ábrázolása

$$A(\omega) = A_0 \cdot (i\omega)^\gamma \frac{(1 + i\omega / \omega_{z1}) \cdot (1 + i\omega / \omega_{z2}) \cdots (1 + i\omega / \omega_{zn})}{(1 + i\omega / \omega_{p1}) \cdot (1 + i\omega / \omega_{p2}) \cdots (1 + i\omega / \omega_{pm})}$$

$$A(\omega) = A_0 \cdot (i\omega)^\gamma (1 + i\omega / \omega_{z1}) \cdot (1 + i\omega / \omega_{z2}) \cdots (1 + i\omega / \omega_{p1})^{-1} (1 + i\omega / \omega_{p2})^{-1} \cdots$$

Az egyes tagok közelítése:

$$(1 + i\omega / \omega_k) \approx \begin{cases} 1 & \text{ha } \omega \ll \omega_k \\ i\omega / \omega_k & \text{ha } \omega \gg \omega_k \end{cases}$$

Példa

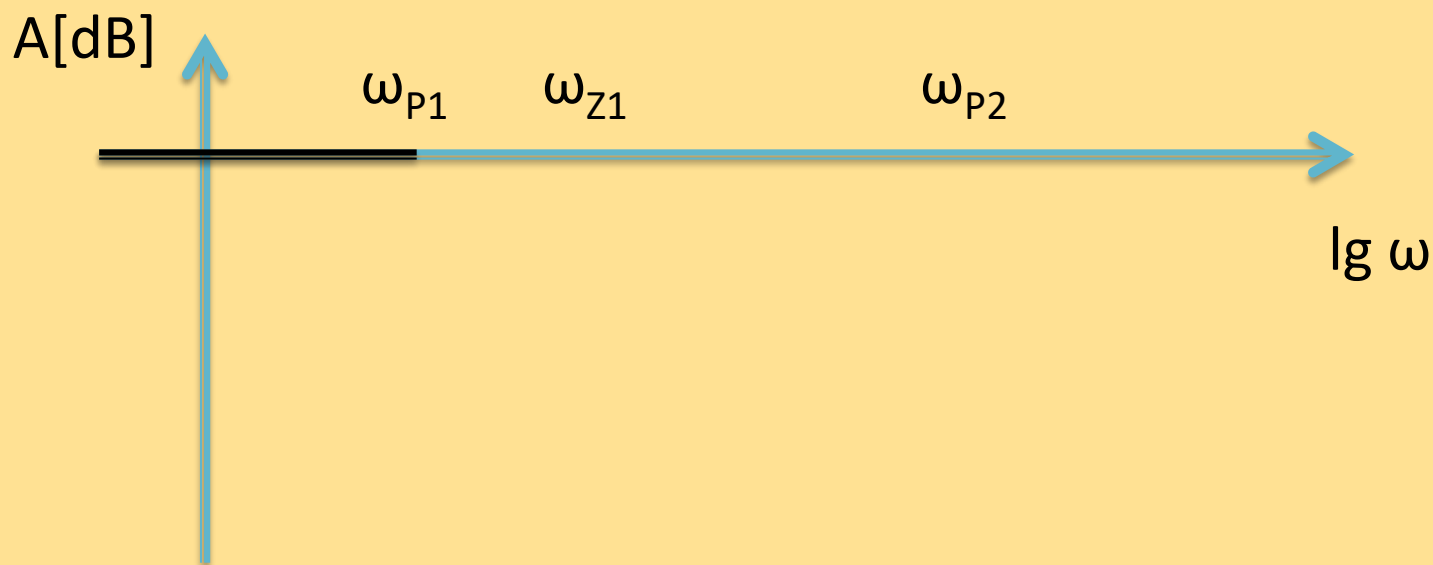
► Legyen $\omega_{p1} < \omega_{z1} < \omega_{p2}$

$$A(\omega) = \frac{1 + i\omega / \omega_{z1}}{(1 + i\omega / \omega_{p1}) \cdot (1 + i\omega / \omega_{p2})}$$

Példa

► Ha $\omega < \omega_{p1} < \omega_{z1} < \omega_{p2}$

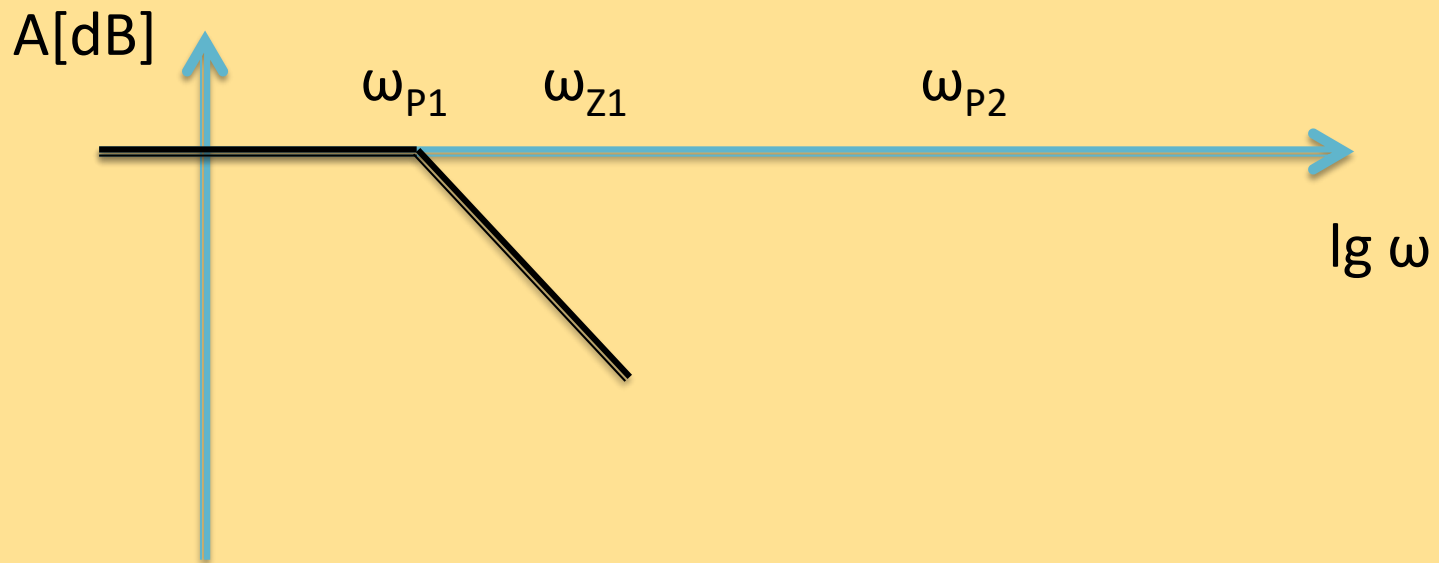
$$A(\omega) \approx 1$$



Példa

► Ha $\omega_{p1} < \omega < \omega_{z1} < \omega_{p2}$

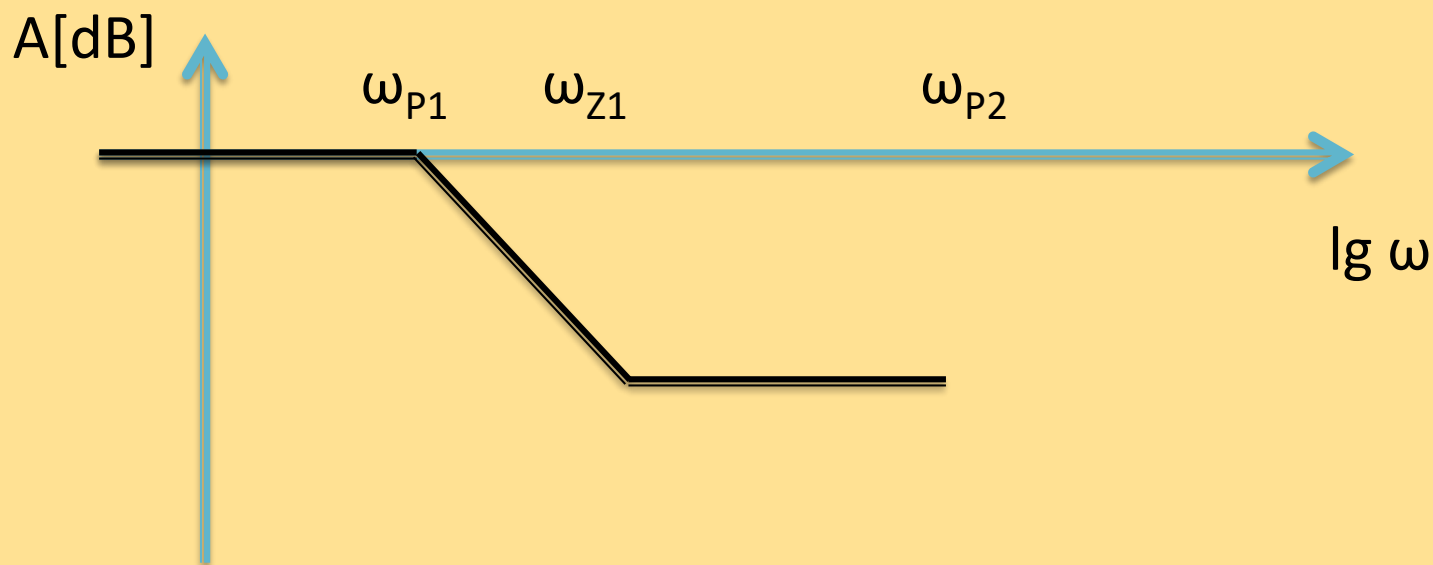
$$A(\omega) \approx \frac{1}{i\omega / \omega_{p1}}$$



Példa

► Ha $\omega_{p1} < \omega_{z1} < \omega < \omega_{p2}$

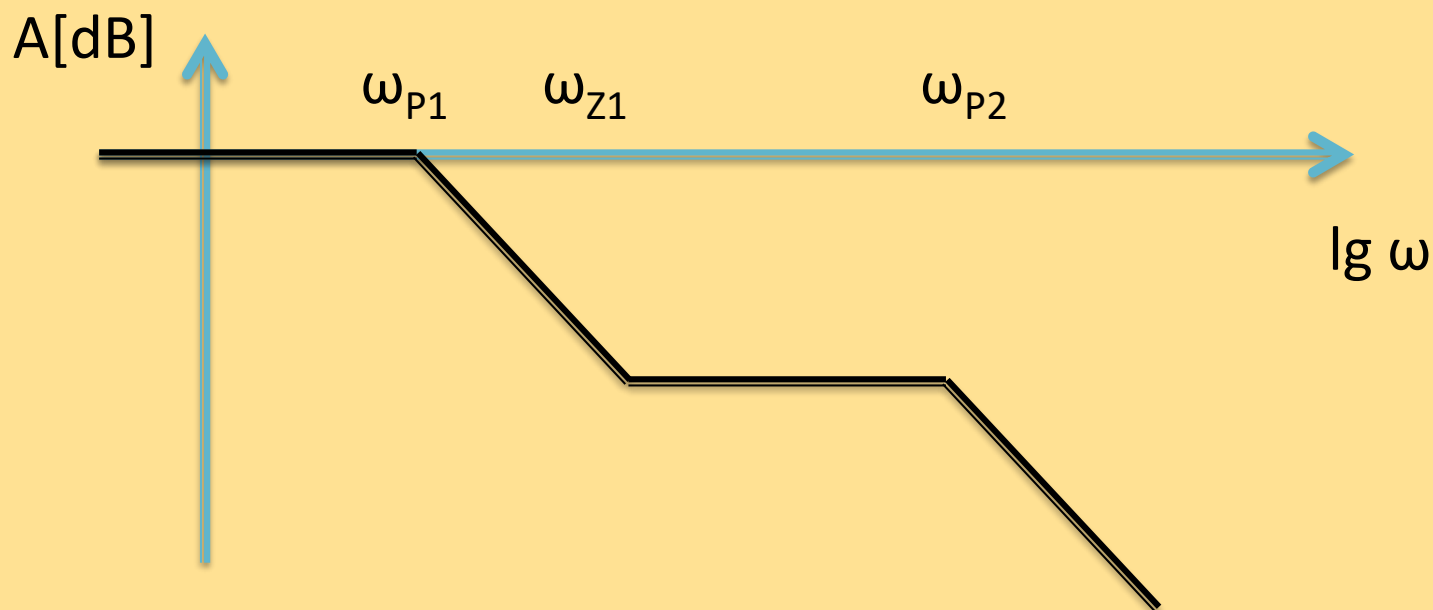
$$A(\omega) \approx \frac{i\omega / \omega_{z1}}{i\omega / \omega_{p1}} = \frac{\omega_{p1}}{\omega_{z1}}$$



Példa

► Ha $\omega_{p1} < \omega_{z1} < \omega_{p2} < \omega$

$$A(\omega) \approx \frac{i\omega / \omega_{z1}}{i\omega / \omega_{p1} \cdot i\omega / \omega_{p2}} = \frac{\omega_{p1} \cdot \omega_{p2}}{\omega_{z1}} \frac{1}{i\omega}$$

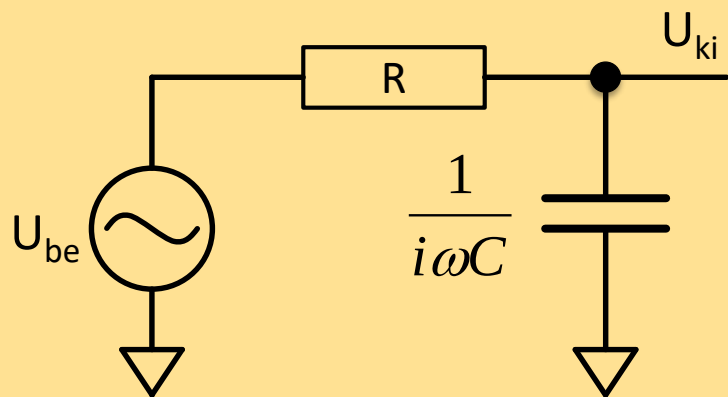


Fázis?

$$(1 + i\omega / \omega_k) \approx \begin{cases} 1 & \text{ha } \omega \ll \omega_k \\ i\omega / \omega_k & \text{ha } \omega \gg \omega_k \end{cases}$$

- ▶ 1: $\varphi=0$
- ▶ $i\omega$: $\varphi=\pi/2$ (számlálóban van)
- ▶ $1/i\omega$: $\varphi=-\pi/2$ (nevezőben van)

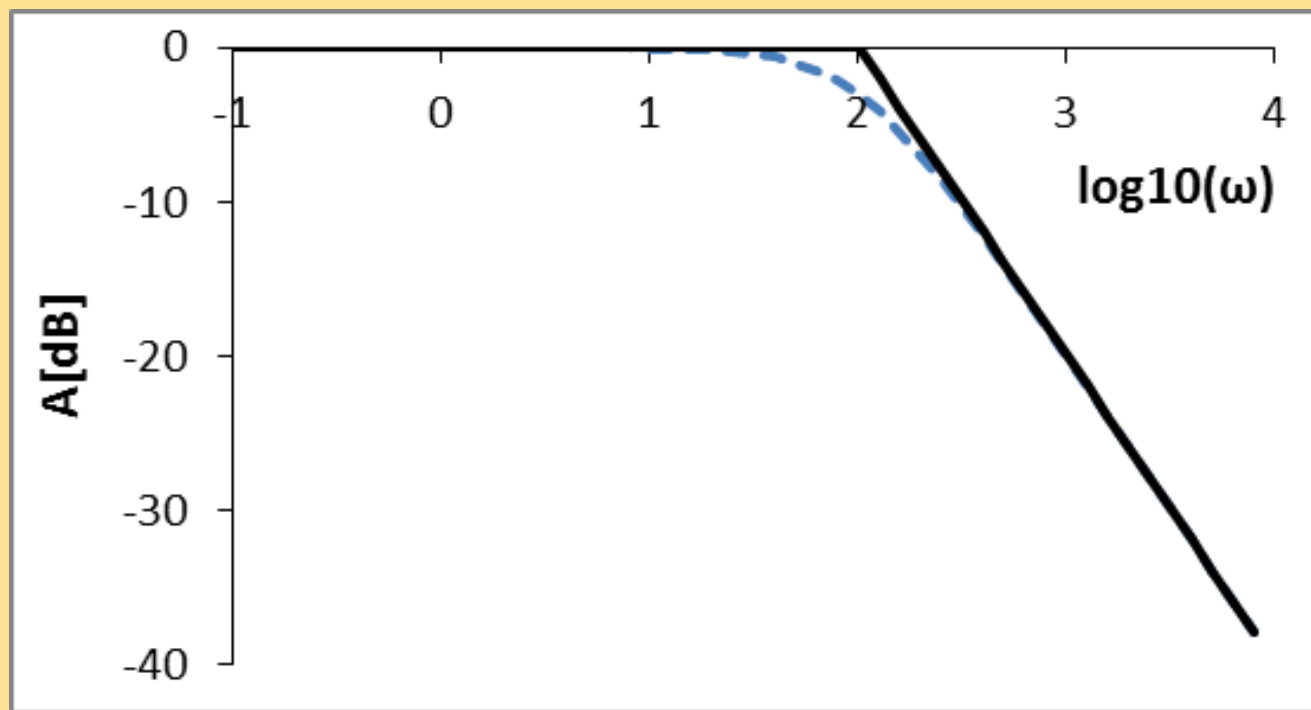
Példa: RC kör – átviteli függvény: $U_{ki}(\omega)/U_{be}(\omega)$



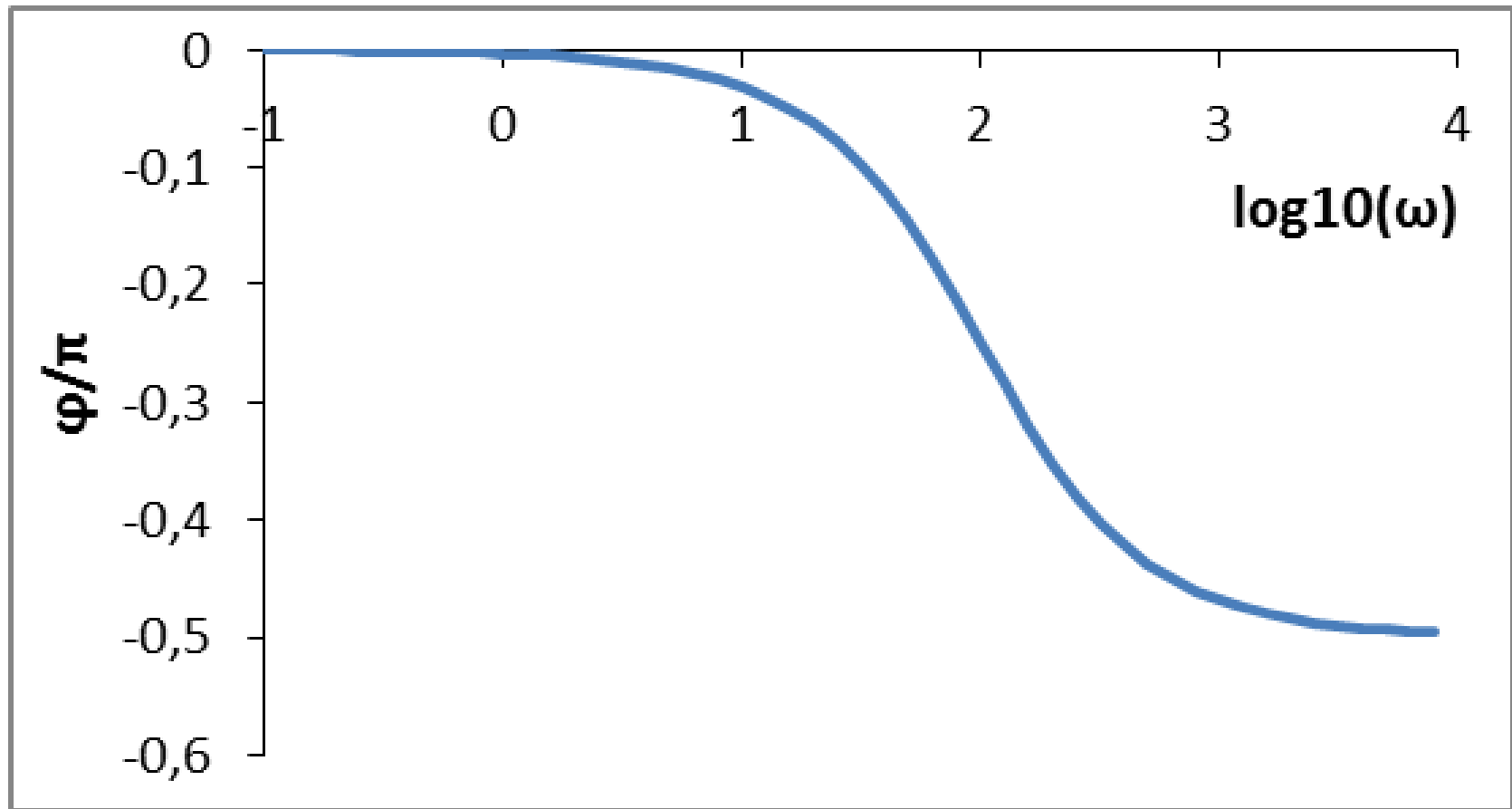
$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{1}{1 + i\omega RC} = \frac{1}{1 + i\omega / \omega_p}$$

Aluláteresztő szűrő

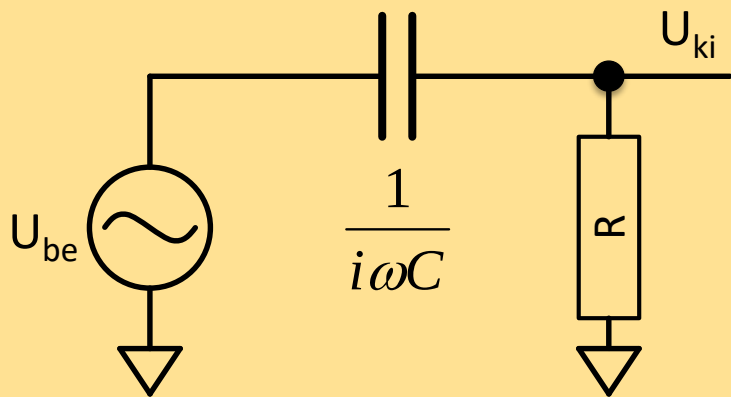
$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{1}{1+i\omega RC} = \frac{1}{1+i\omega/\omega_p}$$



Fázis



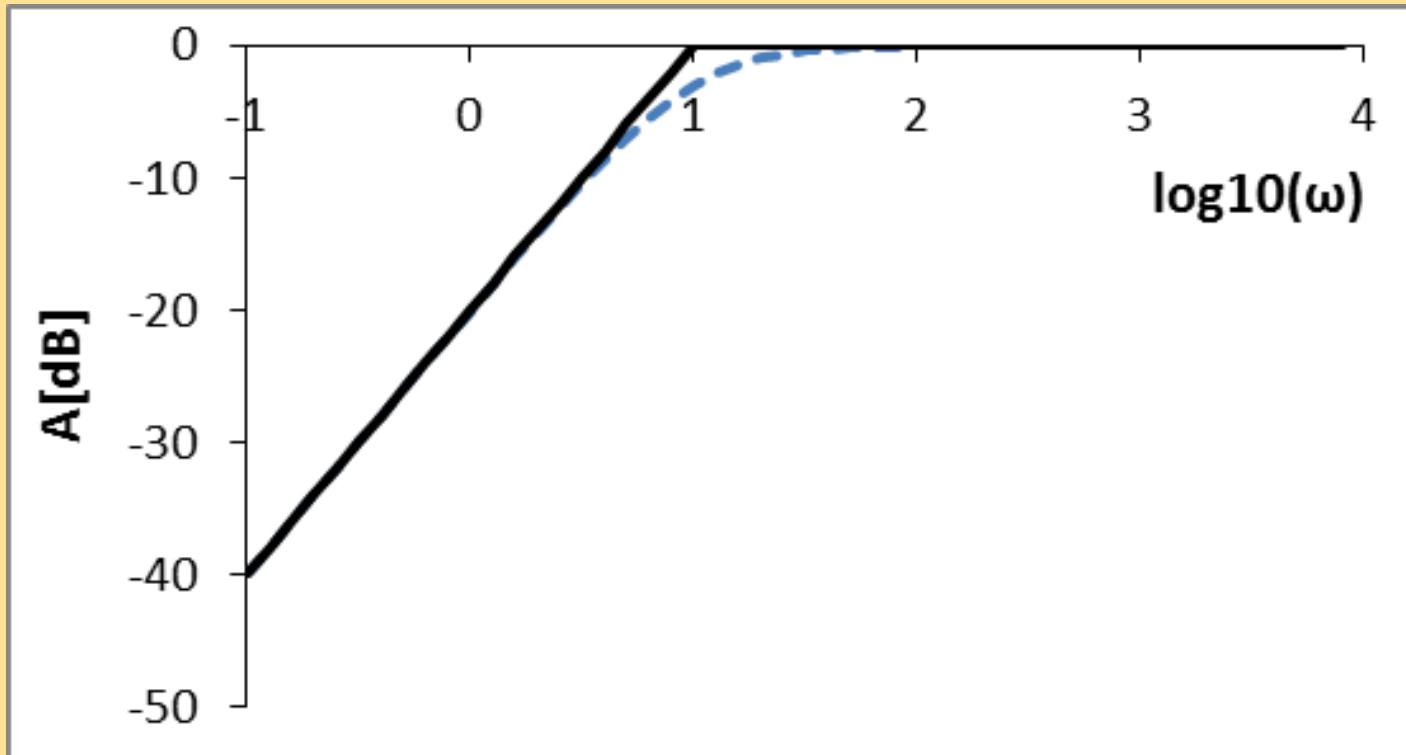
Példa RC kör – átviteli függvény: $U_{ki}(\omega)/U_{be}(\omega)$



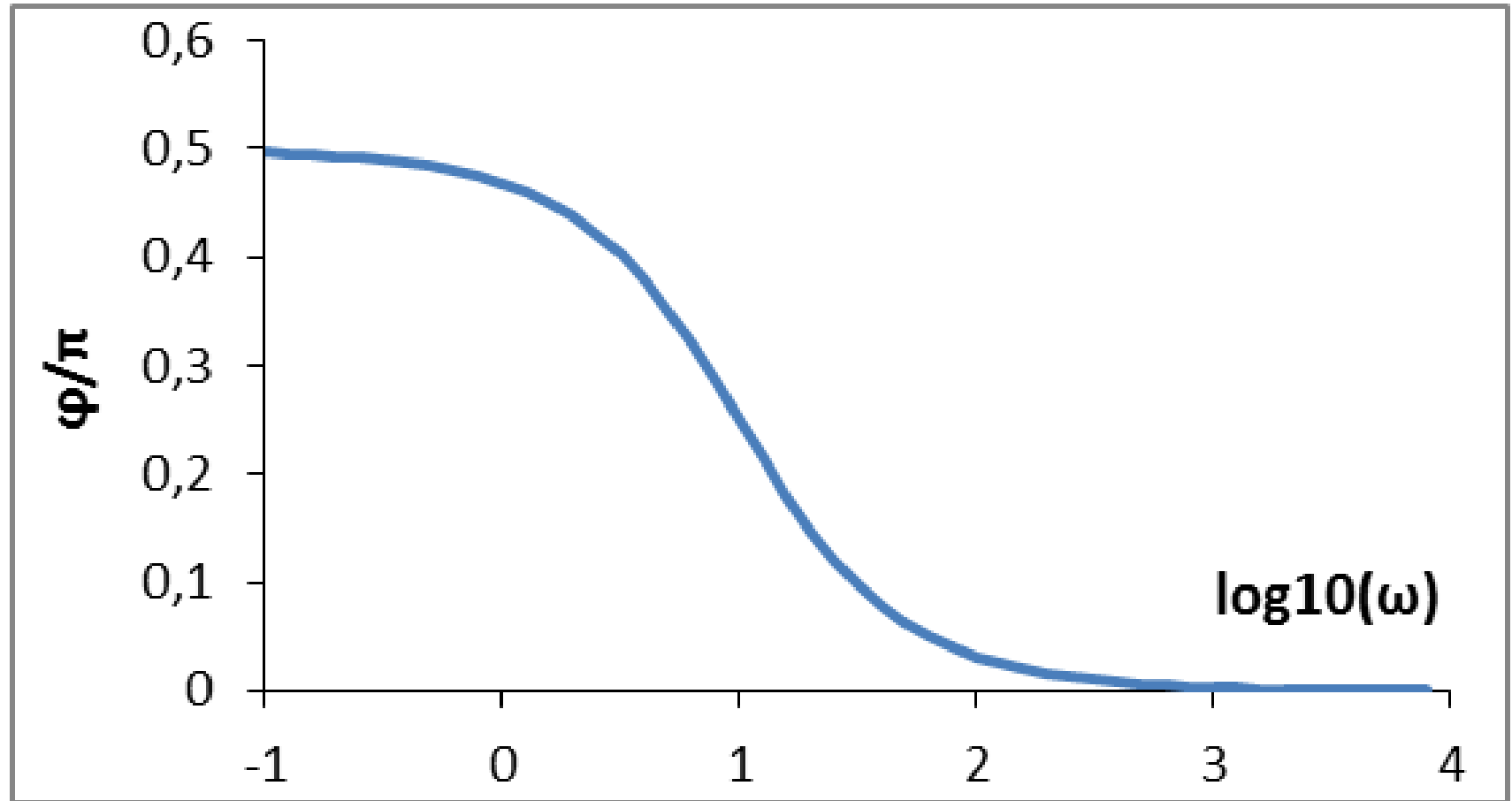
$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{i\omega RC}{1 + i\omega RC} = \frac{i\omega / \omega_p}{1 + i\omega / \omega_p}$$

Felüláteresztő szűrő

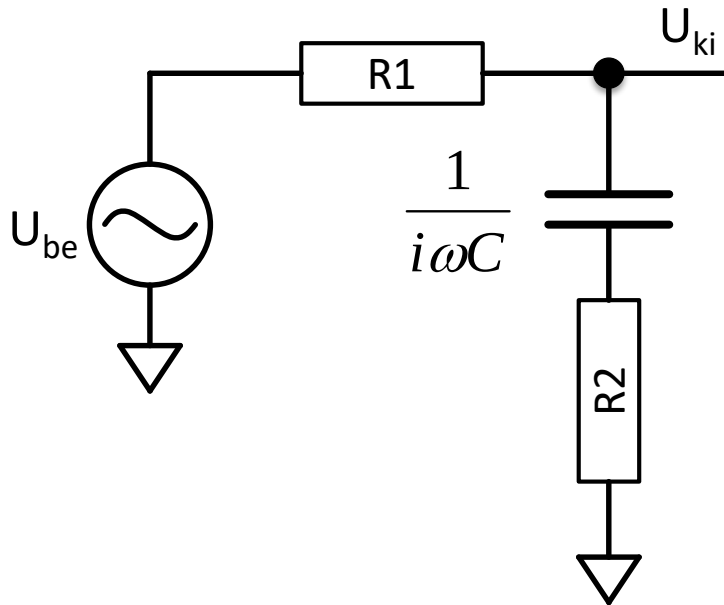
$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{i\omega RC}{1+i\omega RC} = \frac{i\omega / \omega_p}{1+i\omega / \omega_p}$$



Fázis



Proporcionális integrálókör



$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{R_2 + \frac{1}{i\omega C}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{i\omega C}}$$

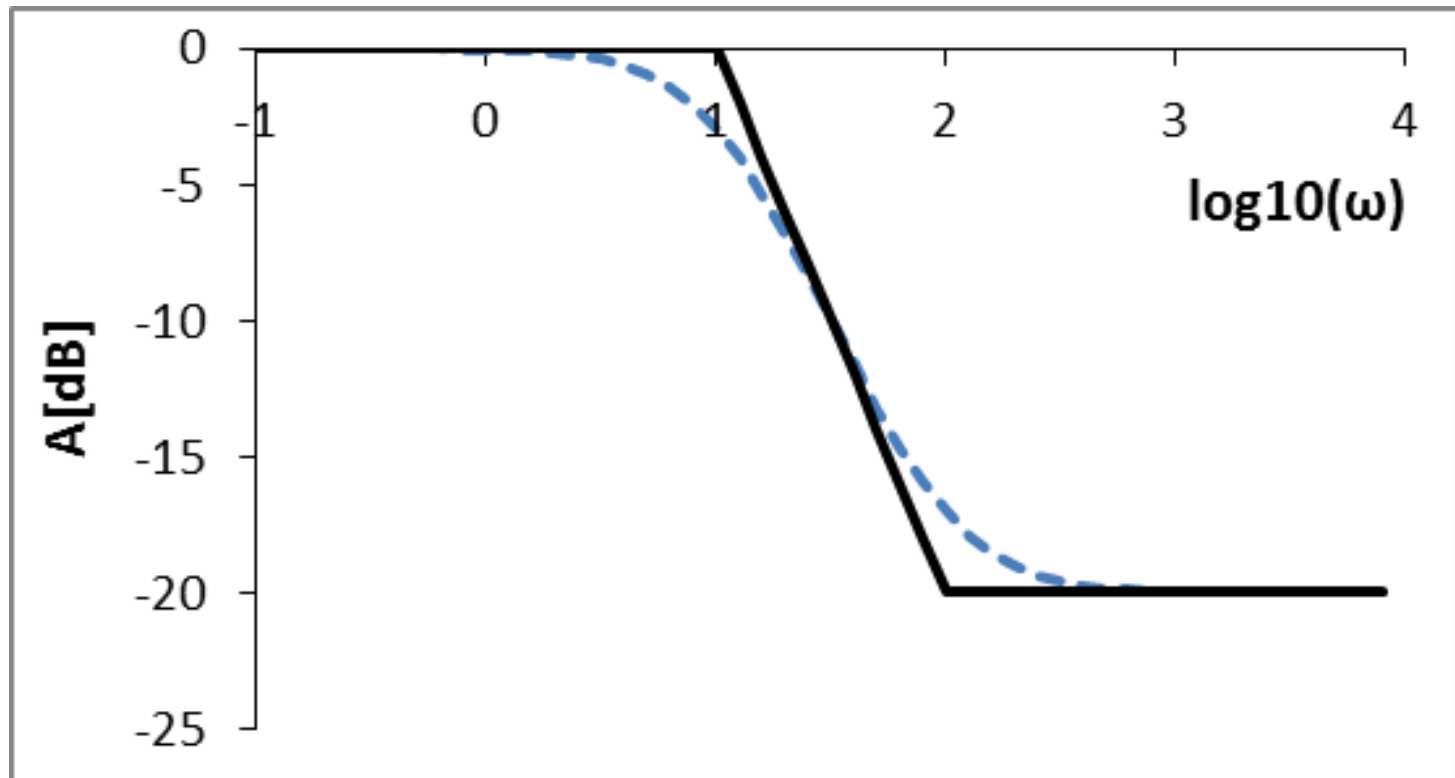
$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{1 + i\omega R_2 C}{1 + i\omega (R_1 + R_2) C}$$

$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{1 + i\omega / \omega_z}{1 + i\omega / \omega_p}$$

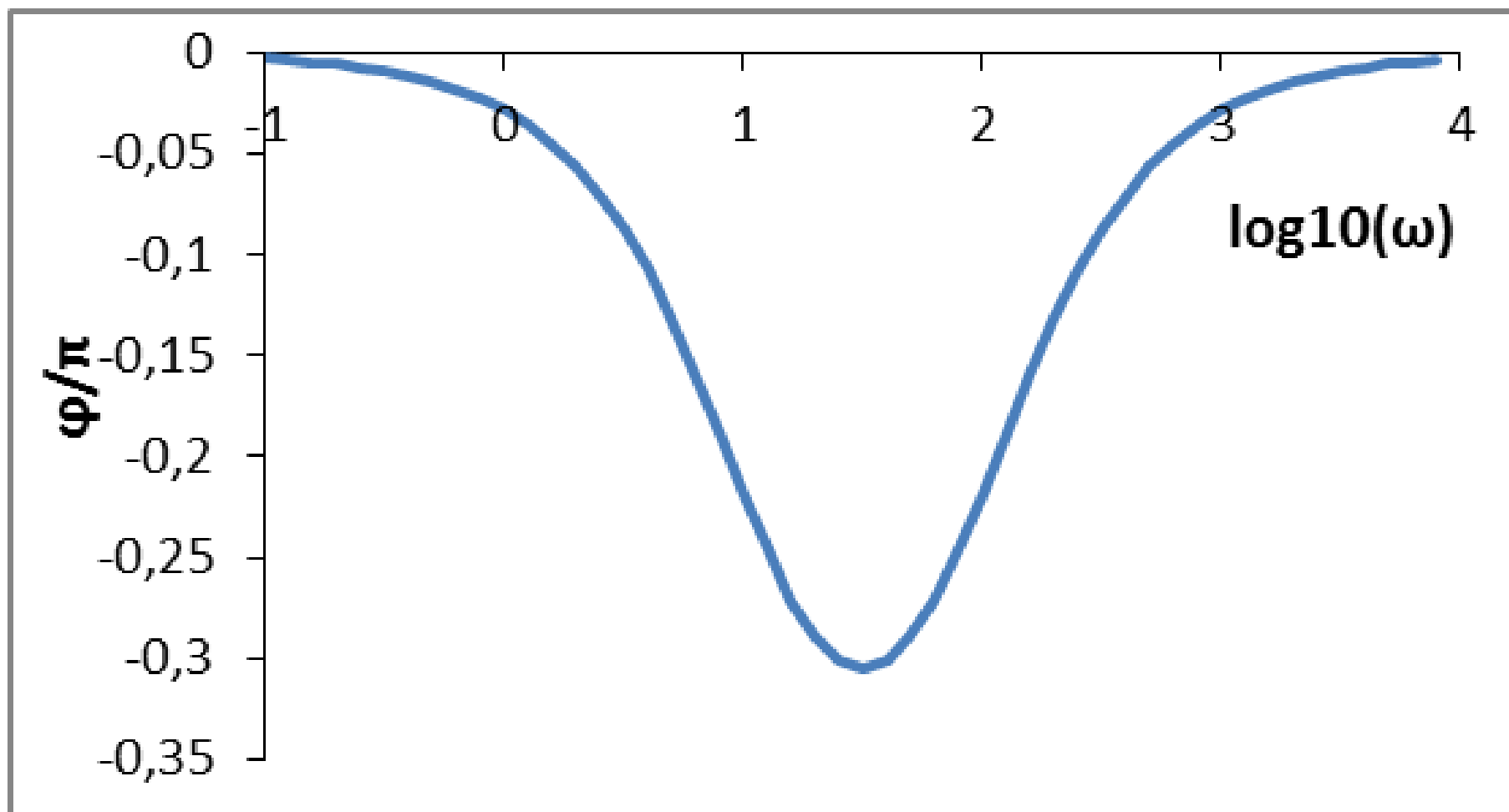
$$\omega_p = \frac{1}{(R_1 + R_2)C} < \omega_z = \frac{1}{R_2 C}$$

Felüláteresztő szűrő

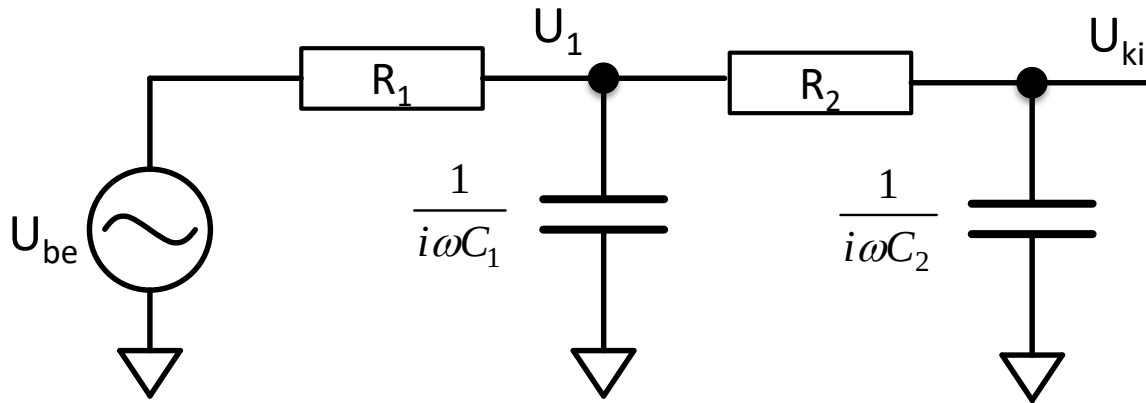
$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{1 + i\omega / \omega_z}{1 + i\omega / \omega_p}$$



Fázis



Kettős aluláteresztő szűrő

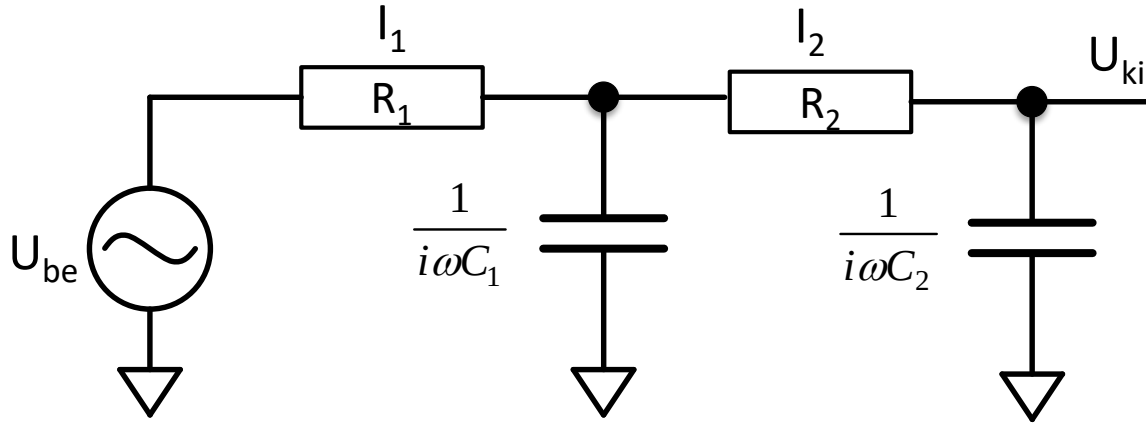


$$\frac{U_1(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{1/i\omega C_1 \times (R_2 + 1/i\omega C_2)}{R_1 + 1/i\omega C_1 \times (R_2 + 1/i\omega C_2)}$$

$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_1(\omega)} = \frac{1/i\omega C_2}{R_2 + 1/i\omega C_2}$$

$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{1/i\omega C_2}{R_2 + 1/i\omega C_2} \cdot \frac{1/i\omega C_1 \times (R_2 + 1/i\omega C_2)}{R_1 + 1/i\omega C_1 \times (R_2 + 1/i\omega C_2)}$$

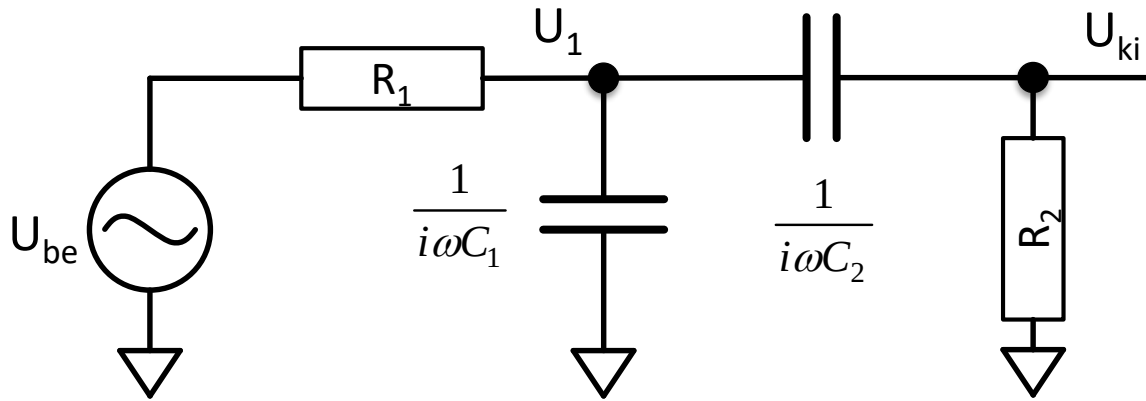
Kettős aluláteresztő szűrő – közelítés



Ha $I_1 \gg I_2$: (ha $R_1 \times 1/i\omega C_1 \ll R_2 + 1/i\omega C_2$), elég: $R_1 \ll R_2$

$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} \approx \frac{1/i\omega C_1}{R_1 + 1/i\omega C_1} \cdot \frac{1/i\omega C_2}{R_2 + 1/i\omega C_2} = \frac{1}{1 + i\omega R_1 C_1} \cdot \frac{1}{1 + i\omega R_2 C_2}$$

Sáváteresztő szűrő

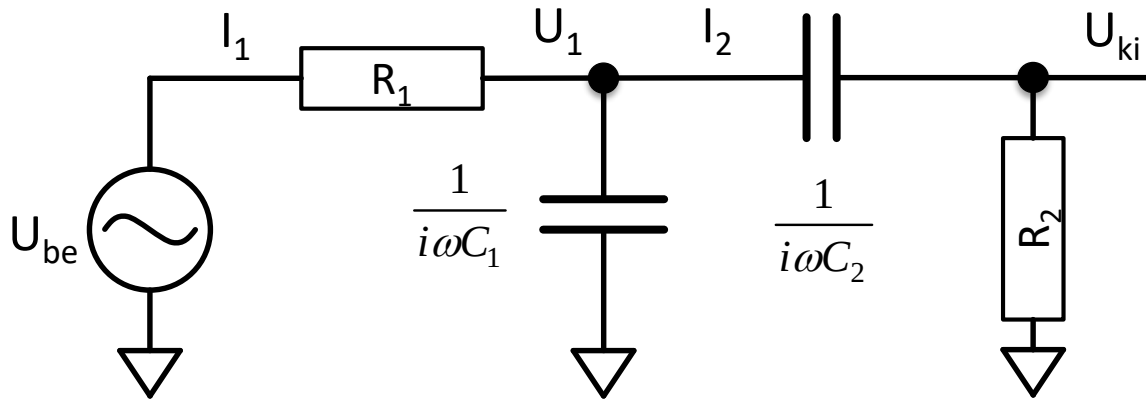


$$\frac{U_1(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{1/i\omega C_1 \times (R_2 + 1/i\omega C_2)}{R_1 + 1/i\omega C_1 \times (R_2 + 1/i\omega C_2)}$$

$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_1(\omega)} = \frac{R_2}{R_2 + 1/i\omega C_2}$$

$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{R_2}{R_2 + 1/i\omega C_2} \cdot \frac{1/i\omega C_1 \times (R_2 + 1/i\omega C_2)}{R_1 + 1/i\omega C_1 \times (R_2 + 1/i\omega C_2)}$$

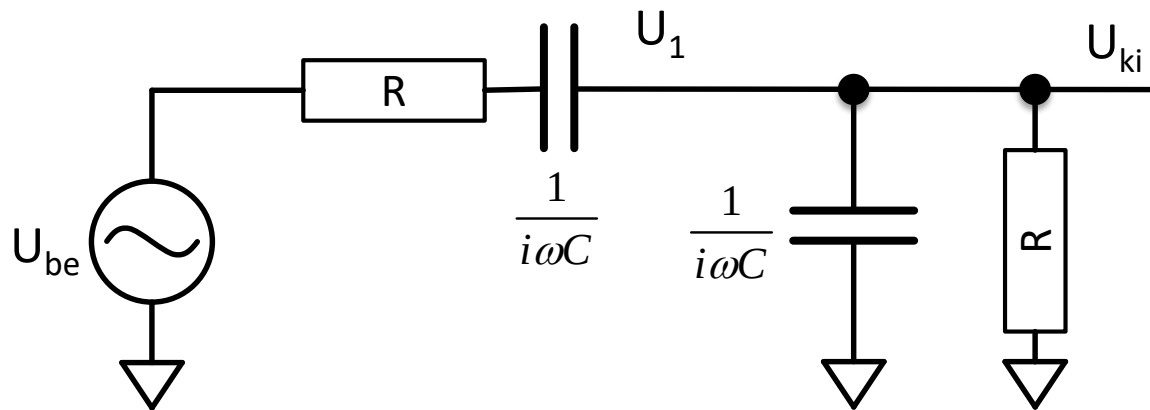
Sáváteresztő szűrő – közelítés



Ha $I_1 \gg I_2$: (ha $R_1 \times 1/i\omega C_1 \ll R_2 + 1/i\omega C_2$), elég: $R_1 \ll R_2$

$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} \approx \frac{1/i\omega C_1}{R_1 + 1/i\omega C_1} \cdot \frac{R_2}{R_2 + 1/i\omega C_2} = \frac{1}{1 + i\omega R_1 C_1} \cdot \frac{i\omega R_2 C_2}{1 + i\omega R_2 C_2}$$

Wien-szűrő



$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{R \times 1/i\omega C}{R + 1/i\omega C + R \times 1/i\omega C} = \frac{\frac{R/i\omega C}{R + 1/i\omega C}}{R + 1/i\omega C + \frac{R/i\omega C}{R + 1/i\omega C}}$$

$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{\frac{R}{1+i\omega RC}}{\frac{1+i\omega RC}{i\omega C} + \frac{R}{1+i\omega RC}} = \frac{\frac{R}{(1+i\omega RC)^2}}{\frac{1+i\omega RC}{i\omega C} + R}$$

$$\frac{U_{ki}(\omega)}{U_{be}(\omega)} = \frac{i\omega RC}{(1+i\omega RC)^2 + i\omega RC} = \frac{i\omega RC}{1 + 3i\omega RC - \omega^2 R^2 C^2}$$