

Valószínűségszámítás vizsgadolgozat, elméleti rész, 2010. június 14.

| | | | | |
|---------------|------------|---------|-----------|----------|
| Név: | Definíciók | Tételek | Feladatok | Összesen |
| Gyak. vezető: | | | | |

A dolgozatírásnál íróeszközön kívül más **segédeszköz nem használható**.
A dolgozat időtartama: 120 perc, az elméleti részt 30 perc elteltével be kell adni.

Definíciók

Definiálja az alábbi fogalmakat!

1. Valószínűségi mező. *(4 pont)*

2. Sűrűségfüggvény. *(4 pont)*

3. λ paraméterű Poisson eloszlású valószínűségi változó. *(4 pont)*

4. Kvantilis. *(4 pont)*

Tételek

Fogalmazza meg az alábbi tételeket!

5. Valószínűségi változók összegének varianciájáról szóló állítás. *(4 pont)*

6. Csebisev-egyenlőtlenség. *(4 pont)*

7. Centrális határeloszlás-tétel. *(6 pont)*

(Összesen elérhető: 30 pont)

Valószínűségszámítás vizsgadolgozat, gyakorlati rész, 2010. június 14.

| | | | | | | | | |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|----------|
| Név: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Összesen |
| Gyak. vezető: | | | | | | | | |

Feladatok

1. Valaki találmra tölt ki egy totószelvényt. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az első hét mérkőzéshez az 1, 2, x lehetőségek közül legalább öt helyre 1-est választ? *(4 pont)*

2. Északkeletről perzselő melegben egy csökkent képességű bolha véletlen bolyongást végez a sík egész koordinátájú rácspontjain úgy, hogy minden lépésben $1/2$ valószínűséggel a balra fekvő, $1/2$ valószínűséggel pedig az alatta levő szomszédos rácspontra ugrik. Mennyi a valószínűsége, hogy a bolha a vízszintes tengelyt hamarabb éri el, mint a függőleges tengelyt, ha a $(3,2)$ rácspontból indul? És ha a $(4,2)$ rácspontból indul? *(8 pont)*

3. Egy szabályos kockával addig dobunk, amíg két egymást követő eredmény azonos nem lesz. Hányadik dobásnál állunk meg a legnagyobb valószínűséggel? Mennyi a dobások várható száma? *(8 pont)*

4. Egy utazási iroda akciós utakat hirdet a Karib-tenger két szigetére. A korábbi évek tapasztalata alapján az utazók $\frac{1}{4}$ része Antiguát, $\frac{3}{4}$ része pedig a délebbre fekvő Grenadát választja. Idén az antiguai utat 54, míg a grenadai üdülést 162 vendég számára szervezték meg. Végül 192-en jelentkeztek. Mennyi a közelítő valószínűsége annak, hogy mindenki az általa választott szigetre utazhatott? *(10 pont)*

5. Számítsuk ki \sqrt{Y} sűrűségfüggvényét, ha Y
- (a) egyenletes eloszlású a $(0, 1)$ intervallumon!
 - (b) exponenciális eloszlású 2 paraméterrel!

(12 pont)

6. Egy egységnyi területben választunk véletlenszerűen egy pontot egyenletes eloszlás szerint. Jelölje ξ a pont és a közelebbi átló közötti távolságot. Határozza meg a ξ valószínűségi változó eloszlás- és sűrűségfüggvényét, valamint várható értékét és szórását! (14 pont)

7. Feldobunk két szabályos dobókockát. Jelölje X a dobott páros számok számát, Y pedig a dobott hatosok számát. Határozza meg X és Y eloszlását, valamint korrelációs együtthatójukat! (14 pont)