

### 3. lecke: Középértékek

#### Gyakorlati feladatsor

##### 1. feladat

Egy vállalkozás 9 alkalmazottjára vonatkozó adatokat az alábbi táblázat tartalmazza.

- A) Számítsa ki és értelmezze az alkalmazottak keresetének móduszát!  
 B) Számítsa ki és értelmezze az alkalmazottak keresetének mediánját!  
 C) Mennyi a keresetek összege és átlaga

Nem	Havi bruttó kereset, ezer Ft
férfi	100
férfi	140
férfi	120
férfi	120
nő	80
nő	90
nő	85
nő	100
nő	105

D) Töltse ki az alábbi táblázatot, amely nemenként külön-külön és együttesen is tartalmazza az alkalmazottak

- számát és megoszlását,
- keresetek összegét és ennek megoszlását,
- keresetének átlagát!

Nem	Létszám, fő	Létszám megoszlása, %	Havi bruttó keresetek összege, ezer Ft	Havi bruttó keresetek megoszlása, %	Havi bruttó keresetek átlaga, ezer Ft/fő
Férfi					
Nő					
<b>Összesen</b>					

##### 2. feladat

Egy üzletben megvizsgáltuk az eladott 500 laptop árát.

Laptopok ára, ezer Ft	Eladott laptopok száma, db	Eladott laptopok számának megoszlása, %
– 150	19	
151 – 200		
201 – 250		
251 – 350		
351 – 500		5
<b>Összesen</b>		

Emellett ismert, hogy a laptopok 20 százaléka 250 ezer forintnál drágább volt. Továbbá kétszerannyi laptopot adtak el 201-250 ezer forintért, mint 151-200 ezer forintért.

- A) Töltse ki a táblázat hiányzó adatait!  
 B) Számítsa ki a laptopok átlagos árát!

- C) Számítsa ki és értelmezze a nyers mediánt!
- D) Számítsa ki és értelmezze a nyers módooszt!

**Excel feladatsor**

Az ADAT Bank alkalmazottjaira vonatkozóan talál adatokat a **bank2.xls** fájlban. Hogyan lehetne jellemezni a jelenlegi fizetéseket?

- a. Excel függvényekkel határozza meg és értelmezze a jelenlegi fizetések
  - értékösszegét,
  - átlagát,
  - mediánját,
  - módoosztát,
- b. Írassa ki nemenként
  - az alkalmazottak jelenlegi fizetésének összegét és ennek arányát (táblázat)
  - nemenként a jelenlegi fizetések átlagát, illetve ennek összehasonlítását a banki átlagfizetéssel

## Megoldás

### 1. feladat

Egy vállalkozás 9 alkalmazottjára vonatkozó adatokat az alábbi táblázat tartalmazza.

- A) Számítsa ki és értelmezze az alkalmazottak keresetének móduszát!  
 B) Számítsa ki és értelmezze az alkalmazottak keresetének mediánját!  
 C) Mennyi a keresetek összege és átlaga?

Nem	Havi bruttó kereset, ezer Ft
férfi	100
férfi	140
férfi	120
férfi	120
nő	80
nő	90
nő	85
nő	100
nő	105

D) Töltse ki az alábbi táblázatot, amely nemenként külön-külön és együttesen is tartalmazza az alkalmazottak

- számát és megoszlását,
- keresetek összegét és ennek megoszlását,
- keresetének átlagát!

Nem	Létszám, fő	Létszám megoszlása, %	Havi bruttó keresetek összege, ezer Ft	Havi bruttó keresetek megoszlása, %	Havi bruttó keresetek átlaga, ezer Ft/fő
Férfi	4	$4/9=0,444$ → 44,4	480	$480/940=0,5106$ → 51,1	$480/4=120$
Nő	5	$5/9=0,556$ → 55,6	460	$460/940=0,489$ → 48,9	$460/5=92$
<b>Összesen</b>	<b>9</b>	<b>100</b>	<b>940</b>	<b>100</b>	<b>104,4</b>

A) A módusz a sokaságban leggyakrabban előforduló ismérvértéket jelenti. Láthatjuk, hogy a havi bruttó keresetek közt kettő olyan is van, amely egyformán a legtöbbször fordul elő, mindkettő kétszer: a 100 és a 120. Egy sokaságban előfordulhat, hogy nincs módusz, vagy egy módusz van, de akár többmódusú is lehet egy sokaságban az ismérvértékek eloszlása. Ebben az esetben két móduszunk van, tehát  $Mo_1=100$  és  $Mo_2=120$ .

A kapott eredményt értelmezhetjük úgy, hogy a vállalkozásban a leggyakrabban előforduló havi bruttó keresetek 100 és 120 ezer forint.

B) A medián a sorbarendezett adatsor középső elemét jelenti. Mivel jelen esetben páratlan számú, 9 elemű sokaságunk van, így a medián az 5. elem lesz, ami jelen esetben 100 ezer Ft. Ez alapján tehát  $Me=100$  ezer Ft.

A kapott eredményt úgy értelmezhetjük, hogy a vállalkozásban a dolgozók felének havi bruttó keresete legalább/legfeljebb 100 ezer Ft.

C) A havi bruttó keresetek összegét az egyes dolgozók havi bruttó kereseteit összeadva kapjuk meg:

$80+85+90+100+100+105+120+120+140=940$  ezer Ft

A vállalkozás összes dolgozójának havi bruttó keresete tehát összesen 940 ezer Ft.

A keresetek átlagát a rendelkezésre álló információk alapján úgy számolhatjuk ki, hogy vesszük a havi bruttó keresetek összegének a dolgozók számával vett arányát:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} = \frac{940}{9} = 104,4$$

Értelmezés: A vállalkozás dolgozóinak havi bruttó keresete átlagosan 104,4 ezer Ft.

**2. feladat**

Egy üzletben megvizsgáltuk az eladott 500 laptop árát.

Laptopok ára, ezer Ft	Eladott laptopok száma, db → f <sub>i</sub>	Eladott laptopok számának megoszlása, % → g <sub>i</sub>	Osztályközép, ezer Ft
– 150	19	19/500=0,038 → 3,8	(0+150)/2=75
151 – 200	127	25,4	(151+200)/2=175,5 → 175
201 – 250	254	50,8	225
251 – 350	75	15	300
351 – 500	25	5	425
<b>Összesen</b>	<b>500</b>	<b>100</b>	

Emellett ismert, hogy a laptopok 20 százaléka 250 ezer forintnál drágább volt. Továbbá kétszerannyi laptopot adtak el 201-250 ezer forintért, mint 151-200 ezer forintért.

- A) Töltse ki a táblázat hiányzó adatait!
- B) Számítsa ki a laptopok átlagos árát!
- C) Számítsa ki és értelmezze a nyers mediánt!
- D) Számítsa ki és értelmezze a nyers móduszt!

B) A laptopok átlagos árának kiszámításához meg kell határoznunk a fenti osztályközöknek egy-egy osztályközepet. Ezt legegyszerűbben úgy számíthatjuk ki, hogy összeadjuk az osztályközök első és utolsó elemét, majd vesszük azok számtani átlagát.

Vegyük észre, hogy itt egy súlyozott átlagformát kell alkalmaznunk a laptopok átlagárának kiszámítására. Helyettesítsünk be a képletbe:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i * x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{19 * 75 + 127 * 175 + 254 * 225 + 75 * 300 + 25 * 425}{500} = 227,85 \text{ ezer Ft}$$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k g_i * x_i = 0,038 * 75 + 0,254 * 175 + 0,508 * 225 + 0,15 * 300 + 0,05 * 425 = 227,85 \text{ ezer Ft}$$

Az üzletben eladott laptopok átlagos ára 227850 forint/227,85 ezer Ft.

C) A nyers medián meghatározásához elsőként meg kell határoznunk, melyik az az osztályköz, ahol a laptopok kumulált gyakorisága először haladja meg az ismérvértékek felét, azaz jelen esetben 250-et vagy relatív gyakoriság esetén a 0,5-öt, tehát az 50%-ot.

Laptopok ára, ezer Ft	f <sub>i</sub> '	g <sub>i</sub> '
– 150	19	0,038
151 – 200	146	0,292
201 – 250	<b>400</b>	<b>0,8</b>

251 – 350	475	0,95
351 – 500	500	1

A kumulált gyakoriságok és relatív gyakoriságok alapján megtudtuk, hogy a medián a 201-250ezer Ft-os osztályközben van, ugyanis itt haladja meg a kumulált gyakoriság a 250-et/a kumulált relatív gyakoriság a 0,5-öt. A nyers medián az adott osztályköz osztályközepe lesz, tehát jelen esetben 225 ezer Ft.

$Me=225$  ezer Ft

A boltban eladott laptopok fele legfeljebb/legalább 225 ezer forintba került.

D) A nyers módusz meghatározásához elsőként meg kell határoznunk a modális osztályközt, vagyis azt az osztályközt, amiben a módusz elhelyezkedik. Mivel jelen esetben nem egyenlő hosszúak az osztályközök, így nem állapíthatjuk meg a móduszt az alapján, hogy melyik osztályközben van a legtöbb ismérv, hanem azt kell megtudnunk, hogy melyik az az osztályköz, amelyben az adatok koncentrációja a legmagasabb. Ehhez két plusz információra van szükségünk: az osztályközök hosszára, amelyet  $h_i$ -vel jelölünk, illetve az adatsűrűsége, amelyet az osztályközök elemszámának és hosszának hányadosaként tudunk kiszámolni.

Laptopok ára, ezer Ft	$h_i$	$f_i/h_i$
– 150	150	$19/150=0,126$
151 – 200	50	$127/50=2,54$
201 – 250	50	<b><math>254/50=5,08</math></b>
251 – 350	100	$75/100=0,75$
351 – 500	150	$25/150=0,16$

A módusz tehát ugyanabban az osztályközben helyezkedik el, ahol a medián is, tehát ez lesz a modális osztályközünk. A nyers módusz a kapott osztályköz osztályközepe, azaz 225 ezer Ft.

$Mo=225$  ezer Ft

A leggyakrabban eladott laptop 225 ezer Ft-ba került.

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM  
GAZDASÁGTUDOMÁNYI KAR  
KÖZGAZDÁSZ KÉPZÉS  
TÁVOKTATÁSI TAGOZAT  
LECKESOROZAT  
COPYRIGHT © SZTE GTK 2017/2018

A LECKE TARTALMA, ILLETVE ALKOTÓ ELEMEI ELŐZETES,  
ÍRÁSBELI ENGEDÉLY MELLETT HASZNÁLHATÓK FEL.

JELEN TANANYAG  
A SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEMEN KÉSZÜLT  
AZ EURÓPAI UNIÓ TÁMOGATÁSÁVAL.  
PROJEKT AZONOSÍTÓ: EFOP-3.4.3-16-2016-00014

SZÉCHENYI 2020

MAGYARORSZÁG  
KORMÁNYA

Európai Unió  
Európai Szociális  
Alap

BEFEKTETÉS A JÖVŐBE