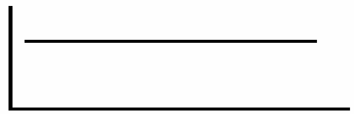
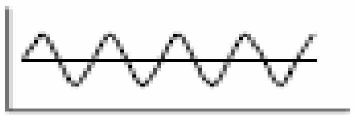
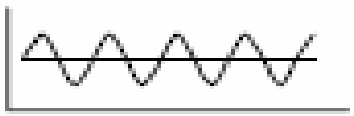
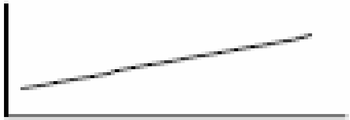
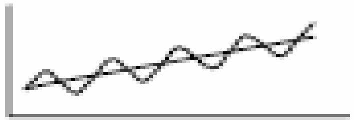
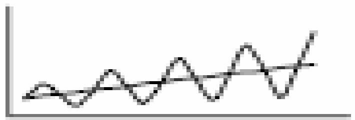
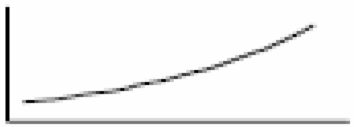
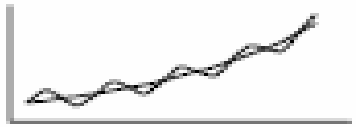
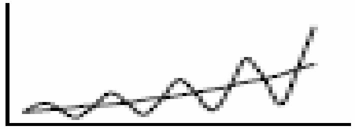
Trend és szezonalitással rendelkező igény előrejelzése

(Winters modell)

Az igény alakulásának jellegzetes alapesetei

Trend komponens	Szezonalitás		
	1 (nincs)	2 (additív)	3 (multiplikatív)
1 (nincs)			
2 (additív)			
3 (multiplikatív)			

(Koltai, T. (2006) Termelésmendzsment. Typotex, 32. o.)

A szezonalítás értelmezése

A *szezon* úgy definiálható, mint *egy* olyan időszak, amelyben ismétlődő jelleggel ugyanolyan irányban és ugyanolyan mértékben tér el a tényleges igény a becsült átlagos igénytől.

A jellegzetes szezonoknak azt a sorozatát amelyben ismétlődő részsorozat nem található *periódusnak* nevezzük. Például egy év a periódus, ha a szezonok száma a négy évszak. A perióduson belüli szezonok számát jelölje N.

A szezonalitási faktor az *átlagosnak tekinthető* (konstans jellegű, vagy trenddel is rendelkező) igény körüli ingadozást fejezi ki.

Definíció: a szezonalitási faktor, c_t az igény aktuális értékének és az átlagos igénynek a normalizált hányadosa:

$$c_t = \frac{D_t}{D_t^{Átlag}} \qquad \sum_{i=t-N}^{t} c_i = N$$

(Koltai, T. (2006) Termelésmendzsment. Typotex, 50-51. o.)

Egy üzemben megfigyelték, hogy a gyártott termék első félévi igénye rendszerint alacsonyabb, mint a második félévi igény. Egy adott évben az első félévi igény 100 darab, a második félévi igény pedig 300 darab volt.

$$D_t^{Átl} = \frac{100+300}{2} = 200 \text{ darab}$$

$$c_1 = \frac{100}{200} = 0{,}5$$

$$c_2 = \frac{300}{200} = 1{,}5$$

Ellenőrizhető, hogy $c_1+c_2 = 0{,}5+1{,}5 = 2$

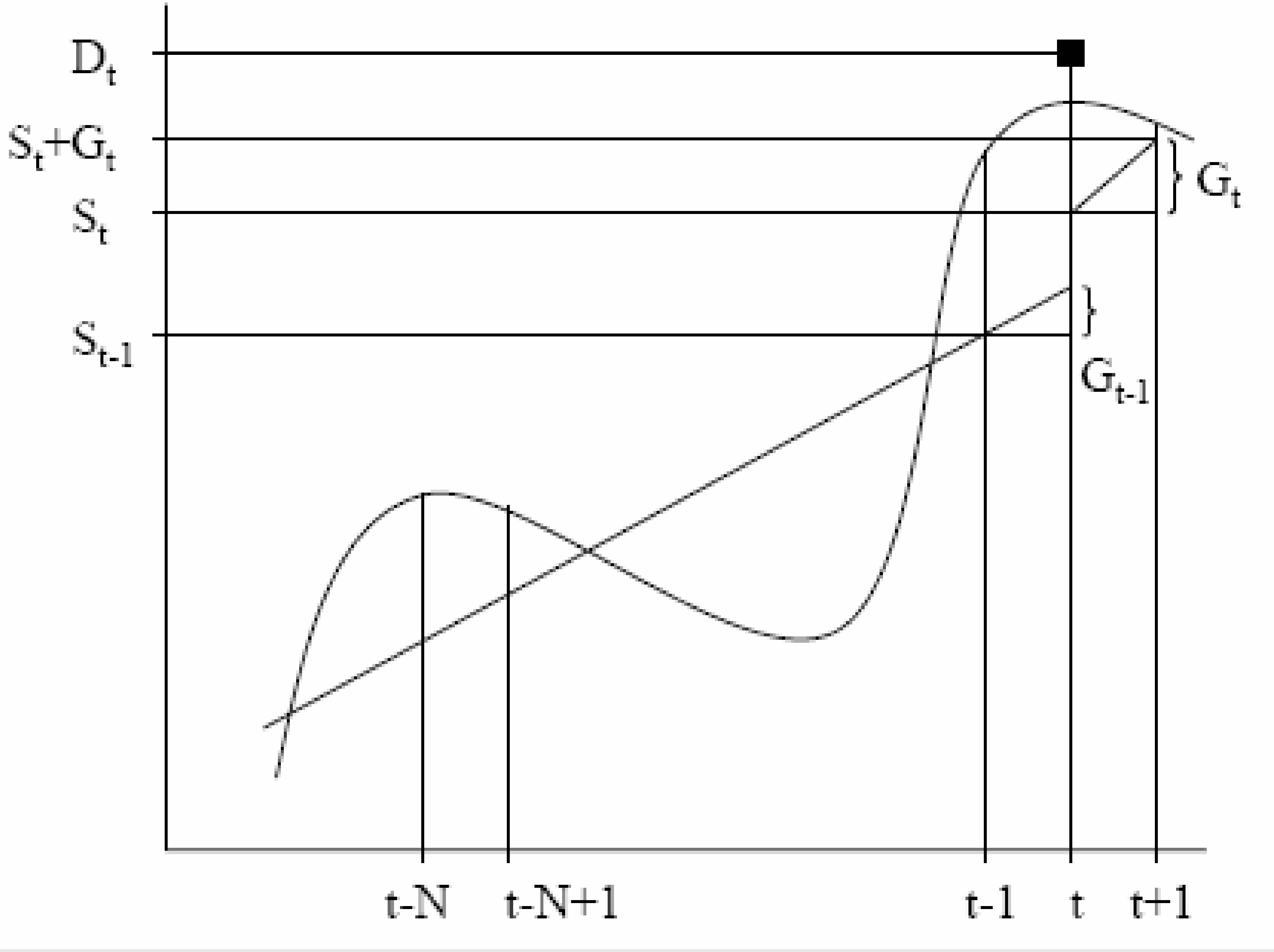
(Koltai, T. (2006) Termelésmendzsment. Typotex, 51. o.)

Additív trenddel és multiplikatív szezonalitással rendelkező igény előrejelzése exponenciális simítással

(Winters modell)

$$D_t = (\mu + Gt) \cdot c_t + \varepsilon_t \qquad E\{\varepsilon_t\} = 0; \quad VAR\{\varepsilon_t\} = \sigma^2$$

(Koltai, T. (2006) Termelésmendzsment. Typotex, 52. o.)



(Koltai, T. (2006) Termelésmendzsment. Typotex, 52. o.)

Az átlagos igény becslése:

$$S_t = \alpha \cdot \frac{D_t}{c_{t-N}} + (1-\alpha)\cdot(S_{t-1} + G_{t-1}) \qquad 0 \le \alpha \le 1$$

A trend elem becslése:

$$G_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)\cdot G_{t-1} \qquad 0 \le \beta \le 1$$

A szezonalitási együttható becslése:

$$c_t = \gamma \cdot \frac{D_t}{S_t} + (1-\gamma)\cdot c_{t-N} \qquad 0 \le \gamma \le 1$$

Az előrejelzés számítása:

$$F_{t,t+\tau} = (S_t + \tau G_t)\cdot c_{t+\tau-kN} \qquad (k-1)\cdot N \le \tau \le kN$$

$$F_{t+1} = (S_t + G_t)\cdot c_{t-N+1}$$

(Koltai, T. (2006) Termelésmendzsment. Typotex, 53. o.)

Egy üzem egyik termékének elmúlt néhány évi adatait feldolgozva megállapították, hogy a megrendelt mennyiség fokozatosan nő. de megfigyelték, hogy az első félév igénye rendszerint magasabb mint a második félévi igény. A 2015. év első két félévére szeretnének előrejelzést készíteni. A múltbeli adatokat feldolgozva a következő kezdőértékeket határozták meg: az 2014 második félévi igény konstans elemeinek becsült értéke 200 darab, a növekedés becsült értéke pedig 50 darab. A becsült szezonalitási együtthatók 1.5 az első félévre és 0.5 a második félévre. A simítási konstansok legyenek a következők: $\alpha=0.2$; $\beta=0.5$; $\gamma=0.4$.

Miután 2015 első félévében kezdjük az előrejelzést, legyen ez az időszak az első (r=l). így az előrejelzés kezdetét megelőző időszakok sorszámai a zéró és negatív számok lesznek. Induló adataink ennek megfelelően a következőképpen írhatók fel: $S_0=200$; $G_0=50$; $c_{-1}=1.5$ és $c_0=0.5$. A periódus az év lesz, amely két szezonból áll.

(Koltai, T. (2006) Termelésmendzsment. Typotex, 54-55. o.)

	Félév	Tényleges igény	St	Gt	ct	F0,1…
2014/1	-1				1,5	
2014/2	0		200,00	50,00	0,5	
2015/1	1					
2015/2	2					
	3					
	5					

alpha	béta	gamma
0,2	0,5	0,4

$$F_{0,1}=\left(S_0+G_0\right)\cdot c_{0+1-2}=\left(200+50\right)\cdot 1{,}5=375 \text{ darab}$$

$$F_{0,2}=\left(S_0+2G_0\right)\cdot c_{0+2-2}=\left(200+2\cdot 50\right)\cdot 0{,}5=150 \text{ darab}$$

Az első félév elteltével megismerjük annak tényleges igényét (D_1), amely 300 darab.

$$S_1=\alpha\frac{D_1}{c_{1-2}}+\left(1-\alpha\right)\cdot\left(S_0+G_0\right)=0{,}2\cdot\frac{300}{1{,}5}+\left(1-0{,}2\right)\cdot\left(200+50\right)=240 \text{ darab}$$

$$G_1=\beta\cdot\left(S_1-S_0\right)+\left(1-\beta\right)\cdot G_0=0{,}5\cdot\left(240-200\right)+\left(1-0{,}5\right)\cdot 50=45 \text{ darab}$$

$$F_{1,2}=\left(S_1+G_1\right)\cdot c_{1+1-2}=\left(240+45\right)\cdot 0{,}5=142{,}5\approx 143 \text{ darab}$$

$$c_1=\gamma\cdot\frac{D_1}{S_1}+\left(1-\gamma\right)\cdot c_{1-2}=0{,}4\cdot\frac{300}{240}+\left(1-0{,}4\right)\cdot 1{,}5=1{,}4$$

$$c_0=\frac{0{,}5}{0{,}5+1{,}4}\cdot 2=0{,}526; \qquad c_1=\frac{1{,}4}{0{,}5+1{,}4}\cdot 2=1{,}474$$

$$F_{1,2}=\left(S_1+G_1\right)\cdot c_{1+1-2}=\left(240+45\right)\cdot 0{,}526=149{,}91\approx 150$$

(Koltai, T. (2006) Termelésmendzsment. Typotex, 54-56. o.)

Adataink alapján 2016. év első félévének előrejelzett igénye a következő lesz:

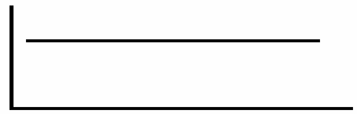
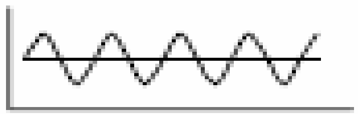
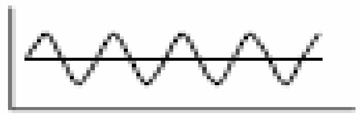
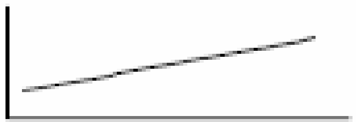
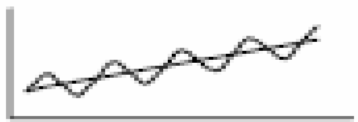
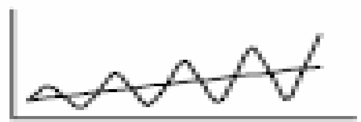
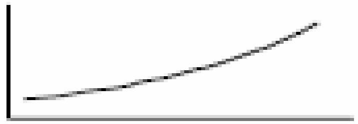
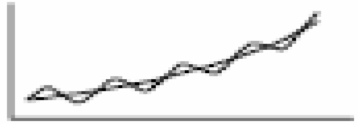
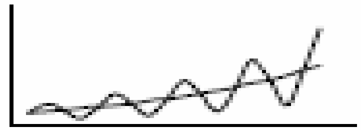
$$F_{1,3} = \left(S_1 + 2G_1\right)\cdot c_{1+2-2} = \left(240 + 2\cdot 45\right)\cdot 1{,}474 = 486{,}42 \approx 486 \text{ darab}$$

2017. év első félévének előrejelzett igénye pedig az igény gradiens eleme miatt tovább nő:

$$F_{1,5} = \left(S_1 + 4G_1\right)\cdot c_{1+4-2\cdot 2} = \left(240 + 4\cdot 45\right)\cdot 1{,}474 = 619{,}08 \approx 619 \text{ darab}$$

(Koltai, T. (2006) Termelésmendzsment. Typotex, 55. o.)

Az igény alakulásának jellegzetes alapesetei

Trend komponens	Szezonalitás		
	1 (nincs)	2 (additív)	3 (multiplikatív)
1 (nincs)			
2 (additív)			
3 (multiplikatív)			

(Koltai, T. (2006) Termelésmendzsment. Typotex, 32. o.)

Az igény alakulásának jellegzetes alapesetei

Trend komponens	Szezonalitás		
	1 (nincs)	2 (additív)	3 (multiplikatív)
1 (nincs)	$P_t = D_t$ $Q_t = S_{t-1}$ – – $F_{t,t+\tau} = S_t$	$P_t = D_t - c_{t-N}$ $Q_t = S_{t-1}$ – $T_t = D_t - S_t$ $F_{t,t+\tau} = S_t + c_{t+\tau-kN}$	$P_t = D_t / c_{t-N}$ $Q_t = S_{t-1}$ – $T_t = D_t / S_t$ $F_{t,t+\tau} = S_t \cdot c_{t+\tau-kN}$
2 (additív)	$P_t = D_t$ $Q_t = S_{t-1} + G_{t-1}$ $R_t = S_t - S_{t-1}$ – $F_{t,t+\tau} = S_t + \tau G_t$	$P_t = D_t - c_{t-N}$ $Q_t = S_{t-1} + G_{t-1}$ $R_t = S_t - S_{t-1}$ $T_t = D_t - S_t$ $F_{t,t+\tau} =$ $= S_t + \tau G_t + c_{t+\tau-kN}$	$P_t = D_t / c_{t-N}$ $Q_t = S_{t-1} + G_{t-1}$ $R_t = S_t - S_{t-1}$ $T_t = D_t / S_t$ $F_{t,t+\tau} =$ $= (S_t + \tau G_t) \cdot c_{t+\tau-kN}$
3 (multiplikatív)	$P_t = D_t$ $Q_t = S_{t-1} \cdot G_{t-1}$ $R_t = S_t / S_{t-1}$ – $F_{t,t+\tau} = S_t \cdot G_t^{\tau}$	$P_t = D_t - c_{t-N}$ $Q_t = S_{t-1} \cdot G_{t-1}$ $R_t = S_t / S_{t-1}$ $T_t = D_t - S_t$ $F_{t,t+\tau} =$ $= S_t \cdot G_t^{\tau} + c_{t+\tau-kN}$	$P_t = D_t / c_{t-N}$ $Q_t = S_{t-1} \cdot G_{t-1}$ $R_t = S_t / S_{t-1}$ $T_t = D_t / S_t$ $F_{t,t+\tau} =$ $= S_t \cdot G_t^{\tau} \cdot c_{t+\tau-kN}$

(Koltai, T. (2006) Termelésmendzsment. Typotex, 32. o.)

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
GAZDASÁGTUDOMÁNYI KAR
KÖZGAZDÁSZ KÉPZÉS
TÁVOKTATÁSI TAGOZAT
LECKESOROZAT

JELEN TANANYAG
A SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEMEN KÉSZÜLT
AZ EURÓPAI UNIÓ TÁMOGATÁSÁVAL.
PROJEKT AZONOSÍTÓ: EFOP-3.4.3-16-2016-00014

SZÉCHENYI 2020
MAGYARORSZÁG KORMÁNYA
Európai Unió
Európai Szociális Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE